ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΠΑΝΤΑ ΣΩΖΟΜΕΝΑ.

ARCHIMEDIS OPERA
QVAE EXTANT.

NOVIS DEMONSTRATIONIBVS
COMMENTARIISQVE ILLVSTRATA.

Per DAVIDEM RIVALTVM A FLVRANTIA Cœnomanum, è Regia Turma ſacri Cubiculi, ſanctioribuſque regni Conſiliis & à literarum pietatiſque ſtudiis Chriſtianiſſimi Gallorum & Nauarræ Regis LVDOVICI XIII. ſemper Auguſti.

Operum Catalogus ſequenti pagina habetur.

PARISIIS,
Apud CLAVDIVM MORELLVM, via Iacobæa, ad inſigne Fontis.
CIↃ. IↃC. XV.

Digitized by Google

MUENCHEN

OPERVM ARCHIMEDIS QVÆ HOC VOLVMINE CONTINENTVR ET ILLVSTRANTVR CATALOGVS.

Περὶ τῆς σφαίρας καὶ κυλίνδρου. βιβλία β.

Κύκλου μέτρησις. βιβλ. α.

Ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων. βιβλ. β.

Περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων. βιβλ. α.

Περὶ ἑλίκων. βιβλ. α.

Τετραγωνισμὸς παραβολῆς. βιβλ. α.

Ψαμμίτης. βιβλ. α.

Περὶ τῶν ὀχουμένων. βιβλ. β.

ΕΞΩΤΙΚΑ.

Περὶ Στεφάνης.

Περὶ Κοχλίου.

Περὶ Ἕλικος.

Περὶ Τετραπάστου.

Περὶ ὀπτικῶν μέτρων πρὸς τὰ πρότερα Μηχανήματα Μαρκέλλου τὰ καὶ Ἀππίου ἐν τῇ τῶν Συρακουσίων πολιορκίᾳ.

Περὶ κατόπτρων.

Περὶ πνευματικῶν καὶ ὑδροσκοπικῶν.

Περὶ τῆς σφαιροποιίας.

De sphæra & Cylindro, libri II. pagina 1.

Dimensio circuli, lib. I. pag. 123.

Planorum æquiponderantium, seu centra grauitatum, vel de æquiponderantibus, libri II. pag. 145.

De sphæroidibus & conoidibus, lib. I. pag. 219.

De lineis spiralibus, lib. I. pag. 339.

Quadratura paraboles, lib. I. 406.

Arenarius, seu de numero Arenæ, libri I. 444.

De insidentibus humido, lib. II. 487.

EXTERNA. pag. 533.

De Corona.

De Cochlio.

De Helica.

De Trispasto.

De inuentis aduersus omnes Marcelli & Appij Machinas in obsidione Syracusarum.

De speculis vstorijs.

De machinis aere & aqua mouentibus.

De confectione sphæræ materialis.

Digitized by Google

CHRISTIANISSIMO REGI SACRVM.

LVDOVICO XIII. HENRI. MAGN. FILIO, IN PATRIÆ, ORBIS IMO CHRISTIANI, SOLAMEN SALVTEMQ. FRANCIS, NAVARRISQ. COELITVS DATO, SVSPICIENDO DEI ANGELO, INVIOLANDO DOMINI VNCTO, MIRO DIVINARVM GRATIARVM DISPENSATORI, OB REGIAM POTESTATEM ADORANDO, DIGNITATEMQ. PRIMIGENII ECCLESIÆ HABENDO SACROSANCTO,

PRINCIPI FVTVRO BONI PROPAGATORI, MALI AVERRVNCATORI, ARMORVM LVMINI, LITERARVM COLVMINI, ARTIVM PVBLICORVMQ. ORNAMENT. PROMOTORI, DISCORDIARVM EXTINCT. PACIS ASSERT: INVICTISS. CATHOLICÆ FIDEI PROPVGNAT. SPLENDORIS GALLIARVM RESTITVTORI: IVRIVM CORONÆ VINDICI OLIM VOCANDO GERMANICO, HVNGARICO, LOMBARDICO, NEAPOLITANO, SICVLO, HIEROSOLYMITANO: OPTIMO, BENEFICENTISSQVE REGI, PIO, CLEMENTI, SEMPER AVGVSTO, ÆTERNVMQ. FELICI, IN EMOLVMENTA PRÆSENTIVM ET IN SPEM FVTVRORVM SOLLICITISSIME CONSERVANDO CHARISSIMEQ. COLENDO:

EGO, IPSIVS NOMINI, MAIESTATIQVE DEVOTISSIMVS, ADDICTISSIMVS NVMINIS CVLTOR, ET VT PIENTISSIMVS ANIMI FORMATOR, PROPENSISSIMVSQ. STVDIORVM MODERATOR, SIC VIRTVTVM DESIDERATISSIMVS, LAVDVM ZELOTES, GLORIÆ CVPIDISSIMVS, VICTORIARVM PRÆSAGVS, PERENNIVMQVE TRIVMPHORVM MANTES: DAVID RIVALTVS A FLVRANTIA E TVRMA REGIA SACRI CVBICVLI, SANCTIORIBVSQVE REGNI CONSILIIS,

MEGVM FAVSTISSIME AGI REPVTANS, SI NVLLA NON ÆTATE, DIVINÆ TANTI REGIS CELSITVDINI ANIMOQVE SVORVM, QVI ALIQVANDO FELICISSIMIS IPSIVS, FRANCICÆQVE GENTIS AVSPICIIS, ADVERSVS HVIVSCE REGNI POMERIIQVE GALLICI OPPVGNATORES, IMMORTALI HONORE FELICIQ. FATO DIMICATVRI SVNT, LABORIBVS MEIS, SVDORIBVS, SANGVINE, VITA INSERVIERO,

HOC ANTIQVI ARCHIMEDIS MATHEMATICI, SANGVINE REGIO SATI MONVMENTVM, OPVS VERE GIGANTEVM, RARVM HVMANI INGENII SPECIMEN, SPINIS ANTIQVITATIS QVIBVS A LONGIS RETRO SECVLIS OBSIDEBATVR, A ME IVVENILIBVS STVDIIS REPVRGATVM, VEPRIBVSQVE DIFFICVLTATVM QVIBVS SCATEBAT ANTE XXII. ANNOS ERVTVM, AC PATENTIORI LVCI RESTITVTVM:

DO. DICO. DEDICO.

Digitized by Google

ARCHIMEDIS VITA.

CVM veteris Heraclidis labores integri non ſuperſint, nobis incumbit ex officio, & tanquam ex illuſtratoris munere, vitam Archimedis ex antiquis monumentis hinc & inde collectam & aliqua forma datam, legentibus exhibere, vt quis & quantus fuerit author, cuius opera offerimus, omnes intelligant. Heraclides quidem vt propior ætati Archimedis, ex ſcriptis multorum qui hominem tam celebrem prædicauerant, tum ex clariori tunc fama monumentiſque recentioribus probè eum nouiſſe potuerat, multáque de illo poſteritati relinquere, quæ nobis tempora inuiderunt, quæque referre cùm non poſſimus, animum ex ijs & accipere & dare quo tanti viri amore incendamur, tam fœliciter ac ille nequimus. Nihilominùs ne quid relinquamus quod cognoſcendo Archimedi viro extra aleam incomparabili deſeruiat, & vt maiori alacritate lector ſequentia opera aggrediatur, diligentiori ſtudio euoluat, & fœliciori labore percurrat, nonnulla hîc veluti in tabula ob oculos proponemus de eius patria, parentibus, nomine, ætate qua vixit, moribus, ſtudijs, operibus, morte, ac tandē de monumento, vt Mathematicū inſignem & virum ampliſſimum ampliùs cognoſcamus & immortalitate dignum, fœliciùs ad poſteros tranſmittamus. Patria itaque fuit Sicilia, quæ omnium rerum quibus humana vita conſtat, vberrima, olim Catoni horreum populi Romani, Straboni omnium fructuum vini potiſſimum generoſi penu, Pindaro πολύμαλος ſeu pecoris diues, dicta eſt, & nunc etiam ſeculi propter centuplum frumenti prouentum *Campo delle cento ſalme*, vulgo indigitatur: vt veriſſimum ſit, quod ſcripſit Diodorus, ὅτι πασῶν τῶν νήσων καλλίστη ἐστὶν ἀρχή, imo verius (hoc, ô Rex! vt perfectæ gloriæ ſic iuſte regnādi auidiſſime tuorúmque ſollicitiſſime vindex, ne perfunctorie audias) quod idem ſubiunxit, ὡς μεγάλα δυναμένη συμβάλλεσθαι πρὸς αὔξησιν λιγεμονίας. Hoc vbero itaque ſolo natus eſt Archimedes, & quidem Syracuſis, pulcherrima Græcarum omnium ciuitate, ita amœna & cœlo adeò grata, vt nunquam illic tantæ nebulæ obducantur, quin ſol aliqua hora illuceat, ſol inquam ingeniorum fautor, vnde literarum & muſices numen, Antiquis: vt facillimum fuerit Archimedi non Hieroni ſoli ῥᾴστην μὲν χορυφὰς ἀρετῶν ἀπὸ παντὸς ἀγλαΐζεσθαι δι' καὶ μουσικῆς ἐν αὐτῷ. Vt cecinit Pindarus, hoc eſt ex Scholiaſte πασῶν ἀρετῶν τὸ τέλειον καὶ τὸ ἄκρον ſcilicet, ἀφ' ἑκάστης τὸ ὀφέλιμον καρποῦσθαι, καὶ καλλωπίζεσθαι ταῖς τῆς μουσικῆς καὶ ἐπαγωγικῶς τῶν πασῶν καταριθμηθέντων κάλλει. Quanta cum laude id exercuerit Archimedes poſtea dicturi, addamus id de Syracuſis, non ſine oraculo conditas: & quidem Archiam exſtructo

Eutocius comm. in li. περὶ τῆς τοῦ κύκλου μετρήσεως. *fere initio aut Heraclidem Archimedis vitam ſcripſiſſe.*

Cato de re Ruſtica.

Strabo.

Pindarus Od. 1. in Olymp.

Diodorus Siculus fragm. l. 23.

Plinius l. 2 cap. 62.

Ibidem.

Strabo Suidas.

rem primum licet opes petijſſet, & Syracuſæ ad tantum diuitiarum cumulum euaſerint, vt prouerbio locum dederint, Decima Syracuſanorum pro re ampliſſima ſumptuoſiſſimáque, tamen etiam ſalubritatem conſequutum non minorem quam pro Crotone Miſcellum. Syracuſæ etenim fuere ſaluberrimæ humanis corporibus, vt nihil illis bonorum cujuſcúnque generis defuerit. Hinc tot viri inſignitè docti è Syracuſis prodiêre, hinc delitiæ & Syracuſæ menſæ, hinc denique vitæ hominum illic protractæ in longiſſimos annos & diuturnas ætates, vt & Archimedi noſtro contigit, qui ad ſummam ſenectutẽ peruenit patrij ſoli ſaluberrimi argumento. Clariſſimis verò natus parentibus, è regia ſtirpe originem duxerat, nempe ἱέρωνι τῷ βασιλῆ, (inquit Plutarchus) συγγενὴς ἦ φίλος: ſi tamen magnam claritatem Archimedes ex regio ſtemmate perceperit, vice verſa ſtemma illud genúſque regium, ab Archimede conſeruationem deinde ſuam excepit. Expugnatis ſiquidem Syracuſis confoſſóque contra mandatum Ducis Archimede, Marcellus diligentiſſime inquiſitis ipſius affinibus maximum habuit honorem. Τοὺς (inquit Plutarchus) οἰκείους αὐθις ἐτίμησεν: *propinquos etiam inquiſitis honori* (inquit Liuius) *præſidioque nomen ac memoriam eius fuiſſe.* Ita verò conſeruauit illæſos ab iniuria diripientis omnia militis, & vi ferroque tollentis, ut in longa deinde ſæcula Chriſtiana pietate, ſicuti antea coronis & ſcientijs claruerint. Qui enim vitas eorum earúmque qui in Sicilia pro Chriſto martyrium paſſi ſunt, Græce ſcripſêre Diuam Luciam, Diuam inquam Gallis nec minùs quàm Syracuſis ſuſpiciendam, cui putà ſacro die huius regni reſtaurator, lumen & columen Magnus ille HENRICVS tuæ Majeſtatis (Domine) æternum colendus Pater, natus eſt, ab antiqua Archimedis ſtirpe ortam memorant, quod me primùm docuit eruditiſsimus Græcus Ἀλέξανδρος ὁ βασιλόπολις, cuius in Sicilia ſtrictiſſima ſum amicitia vſus, quique geſta Diuorum Siculorum Diuarúmque è lingua vulgari Græca, in Latinam conuertit. Ne verò ambiguitas nominis Hieronis, erroris anſam præbeat, ſciamus opportet duos fuiſſe Syracuſarum Reges huiuſce appellationis, longè ab inuicem regnis diſſiti. Quod vt adnotemus & tempus interim vitæ Archimedis innoteſcat, Gelonúmque duorum diſcrimen ponamus, hic adijcere non pigebit regum Syracuſanorum ſtemma. Anno itaque ſecundo Olympiadis 72. Gelo omnium non dico Syracuſanorum ſed penè Siculorum votis, rex creatus eſt, vt mirer Plutarchum ſctipſiſſe Gelonem & Hieronem Siculos, & Piſiſtratum Hippocratis filium nequitia (πονηρίᾳ) potitos eſſe regnis & ſecundum virtutem ipſis eſſe vſos. Non potuit Gelo nequitiâ, cùm per electionem communéque ſuffragium regnauerit, quod illi contigit, quia licet filius Dinomeni, viri plebeij eſſet, erat tamen virtutum omnium artibus inſtructus, quæ virum principem decent, quibus ad hoc honoris faſtigium elatus eſt. Vir fuit ſummè ſtudioſus, rerum bellicarum apprimè gnarus, vtpotè cuius victoriæ regijs geſtis Themiſtoclis, Pauſaniæ, Leonidæ, & aliorum Græciæ ſummorum Ducum æquiparantur. Præcipuè verò comitas ipſius cunctos alliciebat, benignam perpetuò afflictis mentem declarans. Cogor authoris verba ipſiſsima ſubiungere, vt Regias virtutes vbi vbi libet connotẽ. ἐξ ἰδιώτου τῆς Σικελίας ὅλης ἠγεμὼν ἐχρημάτισε, τὴν πολέων ἐκυρίευσε εἰς τὴν ἑαυτοῦ ἐξουσίαν ἐκείνῳ προσηκόντων προσεκτήσατο γῆ τ' ἀνδρὸς ὑπερβαλλόντως πολίτας Av-

In Marcello.

Lib. 25. ab vrbe.

De his qui ſerò à Numine puniuntur.

Pauſanias in Arcadicis l. 8.

Diodor l. 11 Biblio hiſt.

Verba Hermocratis dicentis de Athenienſibus captiuis apud Diodor. l. 13.

Digitized by Google

Θρόνου, τλὺ εἰς ἴσον τοῖς ἐπιχωρίοις τιμώμενον προβεβλῆσθαι. Antea quidē idem Diodorus scripserat Gelonem tam benigna fortuna fuisse vsum vt cū Themistocle cōpararetur, imò maior prædicaretur, itavt in regno honoratissimus, & populo charissimus cōsenuerit, cunctis denique charus mortem obierit senex, tātáque apud ciues gratia valuerit, vt tribus deinceps ex eius familia imperiū integrè conseruatū fuerit, & heroici honores mortuo exhibiti: ὁ μὲν δῆμος (inquit) τὰ φονικὰ ξιόλογον ὑπερβάσας ἁμαρτήματα ἐτίμησε τὸν Γέλωνα. Moriens autem Hieroni fratrum natu maximo regnum reliquit, tertio anno Olympiadis 75. qui in Romæ conditæ 275. incidit & fuit ante Christum 477. Hic obiit Catanæ (quam ædificauerat) cùm annis tantùm vndecim regnasset, longè aliam quam Gelo imperandi rationem sequutus: auaritia enim atque violentia pessimis regnandi artibus, à fratris candore atque integritate discessit. E viuis excedens Hiero Thrasibulo fratri regnum reliquit, qui per vnum duntaxat annum regnauit, quia improbitate rursus prædecessorem superauit coegitque iniuriarum tandem impatientes Syracusanos (animaduertāt Reges) à se deficere. Thrasibulo expulso Syracusani se in libertatem asseruerunt, quam prorogarunt ad Dionysium vsque seniorem, qui tyrannidem capessit Syracusarum, anno V.C. 347. scilicet secundo Olympiadis 93. ante Christum 405. Eo mortuo filius eius Dionysius junior regnare cœpit anno V.C. 385. & ideo 1. Olym. 103. quo impetito à Timoleonte anno V.C. 408. scilicet 3. Olymp. 108. sequenti anno abdicauit se omni principatu, & deinceps vixit vt priuatus Corynthi, & Syracusani libertate vsi sunt, quoad Agatocles occupatas Syracusas militibus suis diripiendas permisit, & Tyrannum se gessit anno V.C. 436. nempe 3. Olymp. 115. & postea regnauit 28. annis, mortuúsque est natus 72. annis. Et cùm obiissent tertiò Syracusani liberi facti sunt, sed Hieroclis filius Hiero, qui fuerat Prætor 34. post annos, Rex tandē electus est anno 3. Olymp. 126. qui fuit v.c. 480. Hic est cui seruiuit Archimedes & ex cuius sanguine fuit. Sub hoc rege Romani in Siciliam transiere anno V.C. 489. hoc est anno 1. Olymp. 129. Anno verò sequenti pax Hieroni ab illis concessa est. Quippe bellum illi illatum est cum incredibili pene diligentia & ardore: quod hinc coniicitur quia contra illum naues 220. confectæ sunt diebus 45. vt tradidit Lucius Piso referente Plinio. Gelonem hic habuit filium, qui superstite adhuc patre regis nomen adeptus est. Geloni etenim regi, qui hic est, librum Arenarium adscripsit Archimedes. Tum Proclus Geloni regi attribuit de corona votiua diis, in cuius fabrica argentum auro immiscuit Aurifex, quod Vitruuius regi Hieroni. Et certè quanta cum authoritate ageret in regno viuente Hierone patre, summo amicitiæ vinculo cum Romanis nexo, indicat Liuius his verbis, *Gelo* (inquit) *maximus stirpis contempta simul senectute patris, simul post Cannensem cladem Romana societate ad Pœnos defecit, mouissetque in Sicilia res, nisi mors adeò oportuna vt Patrem quoque suspicione aspergeret armantem eum multitudinem & sollicitantem socios absumpsisset.* Mortuus est itaque Gelo ante Patrem, qui tandem decedens ætate ingraueſcente, Nepotem reliquit Hieronymum filium Gelonis, annos natum 15. qui paulò post regnum funditus euertit, non tàm sui culpa quàm eorum quorum erat adolescentiam moderari. Causas subuersionis non contemnendas rursus notat Liuius. *Vix quidem* (inquit) *vlli bono mode-*

Scilicet lib. 11.

Zonaras.

Diodorus.

Polyb. lib. 1.

Lib. 16. cap. 39.

Lib. 13. ab V. C.

Lib. 4. ab Vrbe. *ratóque regi facilis erat fauor apud Syracusanos succedendi tanta claritate Hieronis. Verumenimuero Hieronymus velut suis vitiis desiderabilem efficere vellet auum, primo statim cõspectu omnia quam disparia essent, ostendit. Nam qui per tot annos Hieronem filiumque eius Gelonem nec vestis habitu, nec alio vllo insigni differentes à cateris ciuibus vidissent, conspexere purpuram & diadema, ac satellites armatos quadrigisque etiam alborum equorum interdum ex regia procedentem more Dionysij Tyranni.* Occiso itaque Hieronymo ab Indigemine totáque domo regia (res horrenda!) vtriusque sexus, rebellarunt Syracusani à Romanis, à quibus vrbs obsidione cincta est, & à Marcello anno V. C. 536. Porrò non abs re stemma hoc regium retulimus, quippe quo maxima pars Archimedeæ stirpis continetur. Etenim cùm Archimedes consanguineus esset Hieronis, vt asserit Plutarchus, sequitur & ipsum eundem ad priscum Gelonem pertinuisse, *à quo* (inquit Iustinus) *Hieronu nobilis viri* (ideóque & Archimedis) *origo fuit.* Hieronis inquam, quem deferere non possum propter eximias ipsius virtutes, collatáque in Archimedem beneficia, quin retulerim, futuri illi regni data & in cunis vagienti & in pueritia garrienti auspicia. Itaque à Gelone quidem antiquo Siciliæ Tyranno, manabat ipsius origo, sed maternum illi genus sordidum atque adeo pudibundum fuit: nam ex ancilla natus ac propterea à Patre, velut dehonestamentum generis expositus fuerat. Sed paruulum humanæ opis egentem: apes congesto circa jacentem melle, multis diebus aluêre. Ob quam rem responso Aruspicum admonitus Pater, qui regnum infanti portendi canebant, paruulum recolligit, omnique studio ad spem maiestatis quæ promittebatur, instituit. Eidem in ludo inter coæquales discenti (narrat Iustinus) lupus tabulam, in turba puerorum repentè conspectus, eripuit; Adolescenti quoque prima bello ineunti, Aquila in clypeo, Noctua in hasta consedit. Pulchritudo denique ei corporis insignis, vires quoque admirabiles: in alloquio blandus, in negotio justus, in imperio moderatus. Hæc fuêre regni signa & causæ; hinc animus quo Archimedem nostrum tantopere coluit. Ætas autem Archimedis fuit distinctis annis si

Ad finem l. 24.

Chiliad. 2. hist. 35. Ioanni Tzetzæ credendum, 75. & aliquot mensibus, χρόνους τὲ ἑβδομήκοντα καὶ πέντε προσθέντων, (inquit) ita vt quo anno natus fuerit hinc deducere facile sit. Electionis enim Hieronis in regem tempus (licet quidam varient) incidit circa annum ante Christum redemptorem 272. cùm ex calculis temporum subtilissimis fundata sit Roma anno 4. Olympiadis 6. qui in annum ante

Liuius 24. l. ab Vrbe. Christum 752. incidit. Mors verò ipsi nonagenario cùm regnasset 55. annis obtigit ante Dominum natum anno 217. Cúmque mors Archimedis con-

Liuius l. 26 tigerit anno post mortem Hieronis 3. scilicet ante Iesum 214. in expugnatione Syracusarum, quarum obsidio in tertium prolata fuit annum, vt ait Mar-

Ibidem. cellus Syracusanis, à rebellione, scilicet Hieronymi, quæ fuit anno V.C. 535.

Liuius lib. 24. & 25. ad annum captarum Syracusarum, qui fuit V.C. 538. obieritque senex γέρων γεωμέτρης, qualis vocatur à Claudiano & à Tzetza, non inconcinnè censebitur natus circa annum 289. ante Iesum incarnatum, qui fuit 2. Olymp. 122. scilicet V.C. 463. ita vt Archimedes, fuerit annorum circiter 73. cùm Hiero

Ioannes Tzetzes Chiliad. 2. hist. 35. obijt. At Hiero mortuus est nonagenarius, proinde Archimedes natus est circiter annum Hieronis 17. scilicet 18. annis antequam ille regnaret. Dictus vero est Ἀρχιμήδης faustissimo nomine omineque: putà qui rectè operan-

Digitized by Google

tium vel ſedulò curantium, vel certò ſuadentium principatum tenuit, ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῷ μάθεσθαι τῷ μαθεῖν: nemo enim meliùs vnquam Archimede quicquam tentauit, diligentiùs curauit, fœliciúſque adimplendo ſuaſit. Archimenidem tamen eum vocaſſe videtur Macrobius, cùm ſcripſit. *Archimenides quidem ſtadiorum numerum deprehendiſſe ſe credidit quibus à terræ ſuperficie Luna diſtaret, à Luna Mercurius, à Mercurio Venus, Sol à Venere, Mars à Sole, à Marte Iupiter, Saturnus à Ioue. Sed à Saturni orbe vſque ad ipſum ſtelliferum cælum, omne ſpatium ſe ratione emenſum putat. Quæ tamen* (ſubjungit) *Archimenidis dimenſio à Platonicis repudiata eſt, quaſi dupla & tripla internalla non ſeruans.* Archimedes etenim diligentiſſime cœlum rimatus eſt, qua ratione eum vocat, *vnicum cæli ſyderúmque ſpectatorem* Liuius, & ſupremi corporis partes exactiſſimè metitus, ſphæram miro artificio compoſuit, vt poſtea recenſebimus. Atque hùc reſpexiſſe videtur Tullius, & dubium ſuſtuliſſe, cùm ſcripſit: *Nam cum Archimedes Lunæ, Solis, quinque errantium motus in ſphæram illigauit, effecit idem quod ille qui in Timæo mundum ædificauit Platonis Deus, vt tarditate & celeritate diſſimilimos motus vna regeret conuerſio. Quòd ſi in hoc mundo fieri ſine Deo non poteſt, ne in ſphæra quidem eoſdem motus Archimedes ſine diuino ingenio potuiſſet imitari.* Ergo Archimedes eoſdem motus, eadémque interſtitia corporum cœleſtium inueſtigauit, quos Archimenides, videm ſit Macrobio Archimenides, qui nobis Archimedes. *Quæ autem diuina?* (ſubiungit Cicero) *vigere*, inquit, *ſapere, inuenire, meminiſſe.* Quibus quàm diuinus fuerit Archimedes ſupereſt, videamus. Tanto verò & animi & corporis vigore fuit; vt de ſe poëticum illud vſurpare etiam extremis vitæ diebus iure potuerit,

nec tarda ſenectus
Debilitat vires animi, mutátque vigorem.

Etenim non tantum arma, quæ pro republica geſſit, ſicuti nulli antiquiùs ab iis excuſabantur multò minus Principes aut Regum conſanguinei, (& certe inter arma & ab armato milite interfectus, periit:) ſed quãtum viguerit, ſtudia potiſſimùm oſtendũt. Maxima quippe ſedulitas qua ſcientias perquiſiuit, diligentia qua ſtuduit, aſſiduitas qua contemplatus eſt, continuus labor quo perdurauit, acumen quo percepit; judiciũ quo inuenit, memoria denique qua retinuit, abundè vires vel maximas exhauriunt, niſi in robuſto corpore vigens animus operetur. His autem ſimul valuiſſe Archimedem, docent antiqua omnium authorum monumenta: qui, ſi probandum illis fuiſſet exemplo, ſummos viros duci magnarum rerum contemplatione ad cupiditatem ſcientiæ, obtulerint ſtatim in medium ardorem ſtudij qui fuit in Archimede, qui dum in puluere quædam deſcribit attentiùs, ne patriam quidem captam eſſe ſenſerit. At ſi iam ingraueſcens ætate, geometricis rebus & inſtrumentis bellicis, tàm vigenti ſtudio incubuerit, quo deſiderio putandum eſt vegetioribus annis, harum ſcientiarum, huiuſceque laboris flagraſſe? Hæc indicia ſunt: quòd eum à deſcriptionibus mathematicis vi auulſum cùm ſerui paſcerent, vngeréntque, ille interim ſtrigili lineas in ventre duxerit, ὑπὸ τῆς ἡδονῆς οὐκ ἀφιστάμενον τοῦ γράμματος (inquit Plutarchus;) tùm quòd ne inter lauandum quidem, mentem à contemplatione dimouerit. Cùm enim ex aquæ ſupra labrum ſolij eliſæ effluxu excogitaſſet coronæ dimenſionem, tanquam furore quodam aut diuino numine exagitatus, proſi-

Inſtruct. Scipion. lib. 2. cap. 3.

Lib. 24 ab vrbe.

Tuſculan. quæſt. lib. 1.

Ouid. 12. Metamorphoſ.

Cicero lib. 5. de finib. lib. 1. & Val.

Plutarchus nō vsus fuisse ferendum Epicuri decreto.

Proclus lib. 2. cap 3.

Vitruuius cap. 3 lib. 9.

Plutar. in Marc.

In somnium Scipion. lib. 2 cap. 3.

liit vociferans εὕρηκα, εὑρηκὼς τοῦτο πολλάκις φθεγξόμενος ἐξαΐξαι. Ille verò tantam de se suaq; scientia concitarat opinionem, vt publico regioque ψηφίσματι Archimedi quodcunq; dicenti crederetur. Cùm itaque Rex Hiero, vel vt aliis placet Gelo Hieronis filius, vouisset coronam diis suis, & auro admiscuisset argentum Aurifex, placeret tamen artificium & opera, curâ dedit Archimedi, deprehendendi furti sine fusione operis: quod quàm difficile esset non coniecturæ sed certitudini est, mixtura primorum metallorum. De hoc verò deprehenso furto, alibi luculentiùs; sufficiat nunc indicasse & à sua & familiari Sirene adeo demulcitum ὑπὸ οἰκείας δὴ καὶ συνοίκου πολλῶν σειρῆνων ὡς ἐλέλυτο καὶ οἷον ὑφ' ἡσυχίας σώματος ἐξέλιπεν. E quidem Sirenem rectè vocauit voluptatem quæ ex studio Philosophiæ, & maximè matheseos percipitur. Quippe si Deo canens, Siren Græco, intellectu valet, vt notat Macrobius, quidni Mathesin Sirenem non vocauerit quis? cùm ex quæ à Geometria, Astrologia, & Harmonica percipiuntur voluptates acres sint & variæ illecebræ, quibus nulla deest inescandi vis? Descriptionibus enim suis mathemata tanquam illicibus quibusdam ad se trahunt: quarum qui gustum percepit, siquidem rerum imperitus non sit, obambulat ista cantillans, μυσταγωγὸν δ' ἐλκφθεὶς δὴ καὶ πρὸ τοῦ πόθου ἔρχεσθαι δ' ἐκ λύρας ἐκ τε νόμου, scilicet quam regula, quam circinus, quam leges scientiæ. At licet tot aucupiis irretiant humanos animos disciplinæ illæ, & quamuis ob insciticm hominum imperitiamque neglectæ ὅμως βίᾳ ὑπὸ χρείας αὐξάνωνται, vt dicebat Plato, tamen vbi mentem inuenerint ad sapientiam pronam, qualis fuit potissimùm Archimedis, tot & tãtas in eam voluptates infundunt, vt ea cum Ioue de perenni gaudio decertauerit, sibique Deo Sirenem cantare crediderit. Porrò opera viri, adinuentionésque qualis, quantusque fuerit produnt. In duplici verò habentur discrimine; Quædam etenim sunt metæ contemplationis, scientiæ perfectæ & completæ demonstrationis, alienæ à materia subiecta. Quædam verò mechanicæ dicuntur, manuumque opera constant, in quibus etiamsi Archimedes præstantissimus esset & ingeniosissimus, contempsit tamen primò; quia crederet pulcherrimam diuinámque scientiam operibus diuulgatis prostitui: verùm iussus deinde ab Hierone rege, specimina artis tanta præbuit, vt ab intellectu in opera eductã, stupori & admirationi fuerint. Sed quia hæc tanquam ludens in Geometria edidit (παιδικαῖς δὲ παιζούσης ἐγκύμονι πάρεργα)

Plutarchus.

fontes primum inuisamus, vnde tam abundãtes riui dimanarunt. Trito quatuor partium numero Mathesin suam compleuit: nouit quippe & numerum tractare vt numerus est & item vt sonorus: nempe sub nomine cùm Arithmeticæ, tum Musicæ discretam quantitatem intellexit. Continuã verò cùm ratione quantitatis, tum indicio mobilitatis, scilicet sub notis vocabulis Geometriæ & Astronomiæ cõtemplatus est. Et tandem tam perspicaci mentis oculo vtramque rimatus est, vt vix vlla quantitatis passio, proprietas aut affectio eius obtutum effugerit. Et licet quantùm valuerit in numeris deprehendamus cùm ex libello qui μύστης τοῦ κύκλου dicitur, tum ex eo

Pro A. Cluentio.

φαμέλης nomen est, quo artem numerandi ea arte auxit, vt per excellentiam eloquentiæ princeps Romanæ, innuens corrumpendis 16. Iudicibus ex 640. nummis, cuique 40. ex æquo cessisse, dixerit Archimedẽ scilicet Arithmeticæ coriphæum, nõ meliùs potuisse describere. Tamen ex professo libros scripsit

Digitized by Google

de numeris ad Zeuxippum, de quibus ipsemet mentionem facit, qui si extarent ab ijs disceremus, quantum etiam Archimedes musicis numeris delectaretur. Quippe non est credibile partem hanc Mathematicarum disciplinarum spreuisse, quæ inter alias maxime rationi consona est, & vt ex Homero refertur εἰκειοτάτη τῇ ψυχῇ, tota rursus florida, putà sensibus exhibens pulchritudinem illam quam Zeno vocauit florem τὸ κάλλος τῆς φωνῆς ἄνθος, fortasse κατ' ἐξοχὴν τὸ ἄϊσον ἡδύ, vel potiùs κατ' ἐξοχὴν τῇς ψυχαῖς φέρον: effert enim & rapit præ dulcedine sua, in cœlum mentes & dijs consociat. Indicio verò Archimedem intactam partem hanc non reliquisse, sunt *hydraulica*, musica scilicet organa quæ ipsius memorantur. Nec enim μηχανικῶς quicquam tractauit quod priùs non sciuisset θεωρητικῶς. Tum verba Vitruuij id subolere censentur, qui vbi musicam pluribus attigisset, addit. *Archimedes & Scopinas ab Syracusis qui multas res organicas, & gnomonicas numero, naturalibusque rationibus inuentas, atque explicatas, posteris reliquerunt.* Numeris verò, & naturalibus rationibus Musica constat. Verum omne dubium soluit quod de huiusmodi hydraulicis musicis refert Tertullianus, *Portentosissimam* (inquit) *Archimedes munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia sonorum, tot commercia modorum, tot acies tibiarum, & vna moles erant omnia.* Hæc simul omnia concinnasse ad musicos sonos edendos, non potuit Archimedes, quin omnia musices genera, Diatonicum, Chromaticum, Enarmonicum, omnes consonantias, omnes modos, denique omnes sonorum & vocum flores, eorumque rationes perfectè tenuerit. A numeris verò transiens ad lineas Archimedis mens, inter eas summè extulit caput, *quæ per se aëru altiora prospicientes, memoriarum gradibus ad cælum elatæ, æuo immortali non modo sententias, sed etiam figuras eorum, posteris cogunt essenotas.* Quandoquidem vt lineas, vt superficies vt corpora meditatus est, vt sphæram dimensus est, vt circulum, vt parabolen, vt lineam elicam, denique vt propriis operibus quæ sequuntur hoc volumine tanquam diuinus Geometra tractauit, ea in gratiam cælestium speculationum operatus est. A terra quippe, post tot hic exanthlatos labores, in cœlum oculos conuertens angulum illum tot linguis decantatum efformauit, quo deprehendit τὸν ἐξ ἀρχῆς τῆ ἡλίου τελευτὴν τῆ μείζονι κύκλῳ μίαν ἴσον, ἡλίου τὴν φορὰν τῶν πατάρων ἐφ' ἕν, & hinc exactam solis magnitudinem: quo etiam aberrantes sensus correxit sapientum Philosophorum: *Hæc* (inquit Tullius) *cum vera esse concesserò, si adyciam iusiurandum, sapientemne prius, quam Archimedes eo instrectante rationes omnes descripserit, eas quibus efficitur, multis partibus solem maiorem esse quam terram, iuraturum putas?* In verbo itaque tanti artificis credit ac iurat sapiens, de quibus priùs oculi, interioresque sensus auocabant, & Geometricis rationibus, *quæ vim afferunt in docendo*, manus præbet. Hoc angulo totum nedum cœlum, sed mundum vniuersum, mundique partes mensus est, itinera cœlestia, interualla, modos, rationes, & proportiones, denique molem integram didicit, ac deinde cæteros docuit: & vt totius compaginis cœlestis speciem & imaginem hominibus sui sæculi exhiberet, qua à sensibus ad intellectum facilius supremi corporis notitia transiret, sphæram composuit, sphæræque componendæ librum: Et hoc instrumento omnes motus cœlestes, & quidquid est in suprema mole, ita affabrè imitatus erat, vt tota ne-

Iamblich. de numero c. 21.

Plutarch. in vita Homeri.

Laertius in Zenon l. 7.

Cap. 1 l. 1. Architect.

Lib. de Anima.

Vitruuius l. 9 cap. 3.

De Corpo mundi Purpurio. l. 8

Ex Cicero. l. 4 acad. quæst.

dum Græcia ſed pene orbe, artis miraculo exceptum fuerit, & operis induſtria quæ omnibus erat in confeſſo, vſus ſit Cicero ad comprimendum Epicureorum de prouidentia diuina turpiſſimũ errorem. *Hi*, inquit, *dubitant de mundo ex quo & oriuntur & fiunt omnia, caſúne ipſe ſit effectus, aut neceſſitate aliqua, an ratione, an mente diuina: & Archimedem plus valuiſſe arbitrantur in imitandis ſphæræ conuerſionibus, quàm naturam in efficiendis, præſertim cùm multis partibus ſint illa perfecta, quàm hæc ſimulata ſolertiùs.* Vitreum fuiſſe iſtud ἀστρολάβον Claudianus innuit ſingulari hac de ſphæra epigrammate. Tales duas vidiſſe ſe Lutetiæ refert Ramus. alteram bellicis Siciliæ rapinis allatam, alteram germanico ſimiliter bello direptam. Tibi vero (POTENTISSIME LVDOVICE) binæ ſunt allatæ ab magno tuo Μηχανοποιῷ Marino Burgeſio Normano à ſe hic in regno tuo fabrefactæ, raro ingenii ſui manúſque exemplari; prima quarum globi ſpeciem referens, ornamento eſt appenſa in inſigni Pergula tua orbis miraculo, Solis octauíque orbis ortus, occaſus, reliquáſque reuolutiones motu ſuo exactè adæquans: Altera è marmoreo laqueari dependens in ſuperbo illo atrio quod HENRICVS MAGNVS habendo conſilio deſignauerat, maior circulíſque æneis conflata, totque rotulis, & arcubus inſtructa vt Solis Lunæ, cæterorúmque aſtrorum diurnas, menſtruas, annuas, longioréſque periodos, circuitiones, configurationes, adumbrationes, occultationes, appariciones, cæteráque Phænomena ad vnguem adſimilet, vt ſi non Archimedi (*qui*, inquit Cicero, *cùm Lunæ, Solis, quinque errantium motus in ſphæram alligauit, effecit idem quod ille qui in Timæo Platonis, mundum ædificauit Deus, vt tarditate & celeritate diſſimillimos motus vna regeret conuerſio*) ſaltem Poſſidonio, qui tale quoque χρῆμα compoſuit, ſit tuus Burgeſius æquiparandus. Cæterum animi ſui ſpecimina dedit inuentis innumeris quæ propriis libris docuit, cuiuſmodi ſunt ὀχούμενα, & humido inſidentia, quæ hoc opere continentur, Συζυγα ſeu coniugata, Ισοπερίμετρα ſeu ambitu æqualia, quæ non extant, Πύρια ſeu comburentia de quibus Galenus mentionem fecit libris περὶ κεφάλων, quæque periere, niſi ea fortaſſe ſint quæ à Gogaua quodam emiſſa ſunt & paululum illuſtrata, mechanica demum quæ ſcripſerat libris περὶ ζυγῶν, & aliis quæ maximo noſtro damno non ſuperſunt. Nam licet contemplationi totum ſe dederit, Platonique plurimùm tribuerit, qui Eudoxum, Architam, & aliquot antiquos illuſtrantes Geometriam, & propoſitiones à demonſtratione quæ ratione & euidentia explicetur, remotas confirmantes ſuis obiectis organorum exemplis: ποικιλούσας τῇ γλαφυρῷ γεωμετρίαν, & λογικῇ & τοπικαῖς ἀποδείξεσιν εἰς ὑπογεγραμμένα πρόβλημα δι' ἀϊδιότητος & ὀργανικῶν παραδείγματος ἐφαρμόζοντας, (vt inquit Plutarchus,) reprehenderit, quaſi corrumpentes τὸ γεωμετρίας ἀγαθόν· denique, primùm crediderit diuinam ſcientiam operibus diuulgatis proſtitui: tamen Socrati fidem tandem adhibens, qui ſcientiarum eos demum fructus excellentiſſimos eſſe putauit, cùm in mediam hominum vitam, opus aliquod vtile ſeu coloniam deduxiſſent, ad machinamenta animum conuertit, quibus tandem effecit vt Briareus alter fuerit appellatus, & audenti ſcientia problemata illa emiſerit: mouere terram dato loco, quo pes figatur: Et qualibet, data vi, quodcunque pondus mouere. Δός μοι, inquiebat, πᾶ τῶδε, κἀγὼ τὰν γᾶν, Et rurſus τὴν δυνάμιν

δύναμιν

1.de Nat. Deor.

1. Tuſcul.

2. de Nat. Deor.

De temperam. lib. 3.

Perpam propoſ. 18.

Xenophon in memorabilibus.

δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι, δυνατὸν ἔφη. Cùm itaque hæc παντοδαπὰ ὄργανα ἑτοίμα τῆς ἐπιθέσεως, proposuisset Hiero rex, author illi fuit construendis machinis bellicis, elceticis, barulcis & istiusmodi, (de quibus ad librum Στερεῶν ἰσορροπίων, plura dicturi sumus) quibus tamen Hiero ipse parum vsus est, cum *ferè totam vitam in otio & summa fortunæ indulgentia traduxerit*, quoniam Romanorum erat vt amicissimus, sic charissimus. Verùm vt abiit è viuis, statim Hieronymus & ij quibus res iuuenis Principis demãdatæ fuerant, à Romanis rebellarunt, & cũ tanta animorũ iniquitate, *vt non plura per annos quinquaginta Beneficia Hieronis, quàm paucis annis maleficia eorum qui Syracusas tenuerũt, Hippocratis præcipuè & Epicidis fuerint*: vnde clades Syracusarum, in qua vir vnus instructus arte ad aliquod incœptum vti par est, probè accommodata, magnam atque admirabilem vim habere deprehensus est. Quamquam, si Rex Hiero qui sumptus præbuerat, industriam illam atque inuentionem Archimedis aduersus Romanos cõuertendas præstitisset, nunquam tantas machinas, Syracusanorum funestæ rebellioni præparasset. Multi authores maximi nominis obsidionem illam & giganteas Archimedis in illa obsidione operas descripserunt. Verùm inter alios Romanæ parens historiæ Liuius, his eas verbis ponit ob oculos. *Habuisset*, inquit, *tanto impetu cœpta res fortunam, nisi vnus homo Syracusis ea tempestate fuisset Archimedes. Is erat vnicus spectator, cœli syderúmque, mirabilior tamen inuentor ac machinator bellicorum tormentorum, operúmque quibus ea quæ hostes ingenti mole agerent, ipse perleui momento ludificaretur. Murum per inæquales ductum colles, præcipitáque alta & difficilia aditu, summissa quædam & quæ planis vallibus adiri possent, vt cuique aptum visum est loco, ita omni genere tormentorum instruxit. Aeradinæ murum, qui vt ante dictum est, mari alluitur ex Quinqueremibus Marcellus oppugnabat, ex cæteris nauibus sagittarij funditoréque & velites etiam quorum telum inhabile ad remittendum imperitis est, vix quemquam sine vulnere consistere in muro patiebantur. Hi, quia spatio missilibus opus est, procul muro tenebant naues, iunctæ aliæ binæ ad Quinqueremes, demptis interioribus remis vt latus lateri applicaretur: cum exteriore ordine remorum velut naues agerentur: turres contabulatas, machinamentáque alia quatiendis muris portabant. Aduersus hunc nauale apparatum, Archimedes variæ magnitudinis tormenta in muris disposuit: in eas quæ procul erant naues, saxa ingenti pondere emittebat: propiores lenioribus eóque magis crebris petebat telis. Postremò vt sui vulnere intacti tela in hostem ingererent, murum ab imò ad summum crebris cubitalibus fere cauis apparuit: per quæ caua pars sagittis, pars scorpionibus modicis ex occulto patebant hostem. Quæ propiùs quidem subibant naues, quo interioribus ictibus tormentorum essent, in eas tollenone super murum eminente, ferrea manu firmæ cathenæ illigatæ, cum iniecta prora esset, grauique libramento plumbi recelleret ad solum suspensa prora nauim in puppim statuebat, dein remissa subito velut ex muro cadentem nauim cum ingenti trepidatione nautarum ita vndæ affligebat, vt etiamsi recta recederet, aliquantum aquæ acciperet. Ita maritima oppugnatio est elusa, omnisque vis est auersa vt totis viribus terra aggrederentur. Sed ea quoque pars eodem omni apparatu tormentorum instructa erat: quæ non eminus tantum, sed & cominus tela mitterent*: Romani enim rati prælongis funibus vtendum esse Archimedi quibus explicandis amplum spatium requireretur, crediderunt tela, quod ex satis magno intervallo torquerentur, planè fore irrita. At experti sunt cùm propius accessissent Archimedem ad id

Liuius.

Liuius ab V. C. lib. 24.

Plutarch. Polibius.

Lib. 24. ab V.C.

Plutarchus.

accõmodata omni interuallo tormenta præparasse, tela quidé breuiora, sed quæ mitterét densiora, multáq; & crebra vulnera inferrét. Scorpiones quoq; modicos, σκορπίους βραχυτέρους instruxisse qui oculos fallerét hostũ: ita vt cùm Mœnibus successissent, iterum grando in eos missilium ingesta, saxa velut ad perpendiculum in capita oppugnantium prouoluta, sagittæ denique omni ex parte muri ingestæ fuerint. Vnde tanta strage obruti πολλοὺς ἐφόνευσαν εἰς Ῥωμαίων, μυρίων αὐτὸν κακῶν ἐξ ἀφανοῦς ἐπηγομένων. Mirum dictu quantam erga Marcellum Archimedes opinionem & sui ingenij, suæque scientiæ opinionem concitauerit, cùm Dux militum tantus ab oppugnatione coactus recedere, spem posuerit reliquam in longitudine obsidionis. Bellicorum quidem organorum & machinamentorum Hiero, vsum non habuerat: cæterorum verò quæ communi vsui esse possunt, vt quæ ferendis, deducendis, attrahendis, & omnino mouendis oneribus deseruiunt, vim & robur fuerat jampridem expertus: siue cùm nauis, principio Syracusana, deinde dicta Alexandrina cùm eam ad Ptolemæum, Hieron misisset, paucis instrumentis scilicet excogitata helice (τοῦτο γὰρ Ἀρχιμήδης εὗρε τηνικάδε τῆς χύτρας κατασκευήν) machina, in mare protracta est. Nauigium quippe istud tantæ molis erat (depingitur affabre ab Athenæo) vt omnis Sicilia ipsum in mare vix protrusisset, quibuscunque tandem puluinis vsa, nisi sua machina Archimedes juuisset Regem, effecisseque vt solus facillime tantum pondus mouisset. Helix autem, puto, machina fuit cochleata, clauiculatim spiratimque stricta, eius instar quam nos vulgò cochleam infinitam dicimus: cuius circunductu attolluntur, attrahuntur, efferuntur ingentia pondera. Quamquam helix à Cochlio distinguatur inuentionesque vtriusque separatim notet Athenæus cum ait Sentinam (σύντινας) licet profundissimam nauigij ab vno quidem homine exhaustam cochlio, (ἀφ' ἑνὸς κοχλίου Ἀρχιμήδους ἥλκυσε inquit) cùm tamen prius Archimedem reperisse helicem dixisset. Inuentionem quoque hanc notat Diodorus, & Archimedi tribuit degenti in Ægypto, λειπομένους κοχλίας, οὓς Ἀρχιμήδης ὁ συρακούσιος εὗρεν, inquit. Et certe siue vt disceret, siue vt doctrinam famamque suam toto mundo spargeret ad extraneas gentes se contulit, eas potissimum quæ scientiarum nomine illustres essent, totiusque suæ peregrinationis scripsit viaticum, in quod deinde commentarium edidit Theodosius Philosophus & Mathematicus. Porrò ne nos abducat longiùs machinalis hæc descriptio, cum Plinio concludemus, grande & Archimedi Geometricæ ac machinalis scientiæ testimonium M. Marcelli contigisse, interdicto cùm Syracusæ caperentur, ne violaretur vnus: sed fefellit imperium militaris impudentia. Quod cùm contigisset, audijsseque Marcellus hominem tanto ingenio ac disciplina, quemque curiosissime requisierat, interfectum, vehementer doluit. Internecionis vero modum quis elegantiùs, quis Archimedis famæ conuenientiùs Valerio Maximo ediderit? *Archimedis* (inquit) *fructuosam industriam fuisse dicerem, nisi eadem illi & dedisset vitam & abstulisset. Captis enim Syracusis Marcellus machinationibus eius multùm ac diù victoriam suam inhibitam senserat, eximia tamen hominis prudentia delectatus, vt capiti illius parceretur edixit pene tantum gloriæ in Archimede seruato, quantum in oppressis Syracusis reponens. At is dum animo & oculis in terram defixis formas describit, militi qui prædandi gratia domum irruperat, strictoque super caput gladio, quisnam*

Athenæus lib. 5. ca. 11.

Isidorus li. 19.

Diodorus hist. li. 5.

Suidas in vocabulo Archimed.

Lib. 7. cap. 37.

Lib. 8. c. 7.

esset interrogabat: propter nimiam cupiditatem inuestigandi quod requirebat, nomen suum indicare non potuit, sed protracto manibus puluere: noli (inquit) *obsecro, istum circulum disturbare, ac perinde quasi negligens imperij victoru, obtruncatus sanguine suo artus sue lineamenta confudit. Quo accidit vt propter idem studium modo donaretur vita, modo spoliaretur.* Nec tamen is modus sine controuersia est, cùm & alij velint Archimedem jussum non statim prosiliisse ad Marcellum & ideo occisum à furente milite. Alij demum sentiunt dum ferret ad Marcellum instrumenta Mathematica, horologia, sphæras, angulos, & alia, intercurrentes milites, quia aurum ferre eum in vasculo censerent, interemisse. Sine dubio verò est, eius mortem ęgerrime tulisse Marcellum, militémque qui interfecerat auersatum supplicio affecisse, propinquis sedulò inuestigatis honorem habuisse, & tandem mortuo monumentum erexisse, quod à longis deinde seculis Quæstor in Sicilia Cicero septum vndique & vestitum vepribus indagauit. *Tenebam*, inquit, *quosdam senariolos, quos in Archimedis monumento esse inscriptos acceperam, qui declarabant in summo sepulchro sphæram esse positam cum cylindro: cumque patefactus esset aditus, ad aduersam basim accessimus. Apparebat epigramma exesis posterioribus partibus versiculorum, dimidiatis fere. Ita nobilissima Græcia ciuitas, sui ciuis vnius acutissimi monumentum ignorasset, nisi ab homine Arpinate didicisset.* Omnes quidem conatus suos Archimedes eò contulerat præcipuè vt circularia & sphærica dignosceret: ita vt cùm diuinè in hac perquisitione egisset, petiit ab amicis & propinquis vt vita functi, cylindrum sphæram complectentem sepulchro imponerent, inscriberéntque proportionem quatenus solidum continens excedat contentum, secundum quòd demonstrauerat propositione 31. lib. 1. de sphæra & cylindro. Quod cum resciuisset Marcellus optatis demortui annuit. Hæc fuit fortuna tanti hominis: de quo superest, adnotemus qua lingua & qua demonstrandi methodo scripserit. Lingua igitur Dorica, ei fuit familiaris & ideo Eutocius τὸν Ἀρχιμήδους φίλου δωρίδα γλῶσσαν vocat: Et certè lingua hæc Dorica communis fuit priscis Siculis, qui Græcè omnes loquebantur antiquitùs. Et quamquam rudis sit & inuenusta si cùm Attica comparetur, tamen ἐξύμωρα & sententiæ ita acutè & affectatè annunciata vt fatua viderentur, hoc in idiomate probabantur. Hæc autem trita fuêre Siculis, qui cum non bene loquerentur, essent tamen acuto ingenio, miscentes non inuenustos sales cum rudi loquela, risum excitabant. Salsi verò fuêre, potissimum honestiores vt Dionysius, Hiero, Gelo & huiusmodi, adeò vt eorum ἀποφθέγματα memorię mandarit Plutarchus. Etiam recensentur lepidissimi oratores ex Siculis, inter quos Gorgias ille fuit omnium disciplinarum professor. Archimedes autem non semper Doricè loquutus est, sed aliquando Rhodius videtur sermone qui propius ad Atticismum accedebat. Libros de sphęra & cylindro, meliori lingua euulgauit quam reliquos, & videtur in singulis singulas ætates prodere, vt nunc elegantiùs nunc negligentiùs scriberet: adeo vt hic vocabula inueneris quæ alibi non legantur, accentus quoque suas sedes peruertant, & denique multa redoleant pessimum illum statum quo quondam in bibliotheca regia repositum est exemplar operum Archimedis, quod fuerat Georgij Vallæ sine accentibus vllis & spiritibus exaratum, præterea notulis quibusdam sparsum syllabarum & dictionum, quæ ne à Græcis quidem ipsis

Lib. 1 Tusc. qu. qæst.

In 4. lib 1. de sphæ & cylind.

Aristoxen.

Strabon in 1. de orat.

agnoſcerentur. Methodum quidem qua nobis ſua ſcripta dederit, & demonſtrandi rationem ſubjungeremus, niſi commodius in ſequentibus prolegomenis ad libros de Sphæra & Cylindro, reiiceretur: ad quæ lectorem interim remittimus, ſi tamen priùs nonnulla quæ pro Mathematicis hic addidimus, mente & oculis perlegerit, vt eius animus auidior ad Archimedem inuiſendum & alacrior perferatur, à quo omnia diuina prorſus communémque hominis captum excedentia expecta, (ô, beneuole lector) habe, poſſide.

NOBILIBVS GALLIS
PRO MATHEMATICIS,

Quod his disciplinis ferrum sit propriè symbolum Sapientiæ.

FERRVM sapientiæ symbolum fuisse antiquis Hebræis & Chaldæis, primis videlicet Mathematicis, nemo non centebit præter rationé & inconsulto factum qui præterito à paucis annis æuo, toto ferreo interisse ferè sapientiam animaduerterit: & mediusfidius literam illam hieroglyphicā perpetua delendam litura arbitrabitur, quicumque arma nostra, Nondum expiatis vncta cruoribus, Sapientiæ infestissima fuisse meminerit, His quippe exulem sapientiam solo nostro videmus & quam supremis seculis, quibus conticuerat armorum strepitus, aliquam retinueramus, vbi ferrum sæuiit νῦν ὀξαχάλκου πόλεμος nullam habuimus: ac nisi διοπετηθὲν rediens his olim suis sedibus iure quodam postliminij restituatur, firmissima suæ tyrannidis inter nos insipientia, inscitia, ignorantia, fundamenta iacient, ita enim feræ illæ sapientiæ hostes, in respublicas ferri præsidio non irrepere duntaxat solent, sed figere sedes: vt non nisi summa vi mentis emitti dehinc, expelli, eiici, possint. Idque eo fit difficilius, quò earum dominatione fatiscunt ingenia, grauedine, torpore, veterno iacent animi: tantámque spiritus ex diutina ferri contrectatione rubiginem contrahunt, vt ea exesi tantum abest, sufficiant exercendis summæ rationis actionibus quę prudentiam sapiunt, vt nequidem languentem fantasiam satis mouere possint, quo malum nostrum morbúmque aut sentiamus aut imaginemur: tantum abest, vt ratio resumat vires, suo maximo malo, scilicet ἀδηλῶ, contusa, attrita & pene extincta. Quippe grassante ferro furta, latrocinia, cędes, incendia, omnis denique pernicies pro ęquo & iusto admittuntur, súntque non solum τὸ δίκαιον illud ac ius scriptum, sed maximè τὸ ἔνσπλαχνον quod animis insidet, veluti scripti iuris & latarum legum ac sapientum decretorum humana regula. Aut si ex nuperrima sapientię diminutione, quemdam iam spiritum ducit, post aliquot annos quibus gratissimum suauissimumque pacis aërem exspiramus, & aliqua opera collocata est in expurganda publica sanie detergendóque ac delendo publico malo, hoc illud quantulumcunque sit operis, dandum est quieti ac cessationi ab armis, à gladiis, à ferro. Quid itaque ferro cum sapientia est, quid commune habent ensis & ingenij acies? Ironicúmne vel Antiphrasticum non censebimus Hebræorum symbolum? Nihilominus maxi-

mopere nobis ab impietate ne dum errore cauendum eſt, cum rigidiſſimos illos ſapientiæ anteceſſores inſcitię inſimulamus: Quippe tam ſeueros rerum ęſtimatores, non eſt ſimile verò lapſos eſſe ſuis decretis, aut ſapiętię characterem inſtituiſſe ferrum, quin magna fuerit inter ferrum & ſapientiam affinitas: Quę etſi vulgus lateat, acerrimis tamen oculis vtriúſque naturam contemplanti, affulgebit. Tum, qua ratione culpa vacabit, qui ferrum à ſapientia dicet alienum? cum non leui iniuria laceſſat honoris candidatos, qui mediis flammis, gladiis, & quibuſlibet periculis lethalia minitantibus vulnera, ferrea manu ferreóque pectore palmam & lauream quęritant? Nam circumſpecti ferrigeri non minori animi ſapientia, quam corporis robore conatus ſuos habent, nec deſipientes & efferi in iniuſtas cędes proruunt. Scopulum itaque tanti erroris vitantes, quomodo fieri poſsit, vt ferrum ſapientię conueniat, inueſtigabimus, oſtenſuri tandē cauſam diſſidij quodinter Martem & Mineruam viſum eſt, non aliundè quàm ex ſcientiarum prędipuè Mathematicarum, lugubri pœnitendóque contemptu, eſſe natam. Quod pro quantulacumque vi noſtra libentius ſuſcipimus, quò pauciores Athletę pro Mathematicis in campum prodeunt, & minus is quantumlibet imbellis, increpari poſſit audaciæ, qui ipſas pro virili defenſurus ſteterit in procinctu. Piam enim cauſam agenti nemo eſt qui non fauere debeat, ipſique συμμαχίαν σωτήριον. Oculata ergo gens Hebręa, cui ſingularis quondam oborta eſt diuinę prouidentiæ lux: quæque ob curam longis ſeculis apud ſe ſapientiam, ſupra cæteras nationes altiſſimè caput extulit: quæ docuit Ægyptios, illos ſcilicet quorum ſcholæ magiſter Soloni Græcos puerorum loco habuit, ob recens natam ἑλληνικὴν παιδείαν, ex qua prodiere Chaldæi: ij nimirum populi vnde oriundo Beroſo ob diuinas prædictiones (inquit Plinius) Athenienſes publicè in Gymnaſio ſtatuam inaurata lingua poſuēre, ex qua rurſus abiere Arabes, quorum ſcientia totum orbem peruagauit, vt hoc quoque æuo in ſubleuanda rei litterariæ penuria viris apprimè doctis maximè commendetur Arabicus ſermo, incipiátque omnibus ferè Europæ Academiis tanquam vagire in cunis, qui ſi adoleuerit mirum quantum hinc reſpublica literaria incrementi cœperit. Ex qua denique ſunt Iſmaëlitæ ſpurio nati, qui tamen fama Saracenorum bonam terrarum partem & armis & doctrina ſua infeſtarunt: durántque adhuc non exiguo nomine, ne in vanum cadat antiqua hæc Dei pollicitatio: *Filium ancillæ faciam in gentem magnam; quia ſemen tuum eſt*: Gens inquam Hebręa olim omnium ſcientiarum & prędipuè noſtrarum Mathematicarum parens, tot ſapientię titulis illuſtris, non equidem poteſt abs re ferro ſapientiam deſignaſſe: & quamquam vulgo, huius vetuſti conſilij cauſa non eſt obtutu facilis, tamen eam nos quibuſdam coniecturis fortaſſe conſequi poſſumus. An ſapientem ſimilitudinis anſam prębuiſſe potiùs, quam ſapientiam ipſam dicere eſt? ferrum enim rude & viſui ingratum, tritura pollitur, & manu artificis adeo explendeſcit, vt nihil videatur lucidius, vnde nomen ſortitum eſt inflammati, ardentis & luminoſi, quo nihil oculis pulchrius offeratur. Eodem prorſus modo homo natus rudis, tardus & limoſus, purgatur: & ſordibus mundatur perito docentis ingenio (vt ait Beatus Dionyſius) tum eruditur & maioribus ſubinde oborientibus illi ſapientiæ radiis illuſtratur, leuigatur, colitur: Totus demum fit pulcher eo

Genes 21. verſ 13. וגם את בן האמה לגוי אשימנו כי זרעך הוא׃

Hebræi לחם *vel* לחם

modo quo excupiuit Socrates, sic apud Platonē orans, ὦ φίλε τἀγάθὲ καὶ εἴ τι ἐγὼ ἔσω τοῦτ' ἔστι καλῷ γενέσθαι πάνδοξον τἄξωθεν δίοπτα εἶναι, τοῦτο ἔντος εἶναί μοι φίλια, vera scilicet, pulchritudine hominéque dignissima, cuius præcipua sedes mens est. Ideóque ea quę in homine exterius cernuntur, veram speciē pulchri prę se non ferunt, sed simulachrum quoddam & adumbratā effigiem eius quę in bene composita mente renidet formositatis, quęque si oculis cerneretur mirabiles amores excitaret sui. Etenim sapientia est igniculus ille candoris ęterni quo nostri animi accenduntur & quo non humana tantum regimus sed cœlestia etiam suspicimus, ac diuina aspiramus. flammea acies est & candens ferrum, quo non corpora duntaxat secantur, sed animi distribuuntur in substantias suas, qualitates & proprietates, omnia denique ita aperiuntur vt eos rimanti ingenio nihil occultetur. Hęc vero inuisibilis pulchritudo homini qui seipsum norit, satis supérque est vt propter eam, sapientiam depereat. nihilominus sicuti in ferro gladij acies suffuso oculis splendore significatur: ita latentis in anima sapientię etiam producunt se foras scintillę, quę corporeę pulchritudinis luminibus emicant, vt verissima sit sapientis Hebręorum sententia. *Sapientia hominis decorat faciem eius*, Socratisque haud absimilis interrogatio apud Platonem. Πῶς οὖ καὶ μάλα ὦ μακάριε τὸ σοφώτατον καλλίστου φαίνεσθαι; Nam sapientia hominis illustrat faciem ipsius & in exteriora membra diffundit se pulchra animę compositio, vt qualitercumque visibilis forma, inuisibilis & interna boni Idea illucescat. Quæ res mehercle digna contemplatione est: sed ne longiores simus, sufficiet animaduertamus vnumquodque ea potissimum ratione pulchrum esse, qua bonum; aut turpe, qua malum: tum solum sapientem bonum existimari ne fortè imprudens, barbarus, rudis, nomine Boni indignissime donetur: cum bonus solus sit diues antiquo receptissimoque sapientibus axiomate: nemo vero ignaro, imperito, improbo sit paupertor, & veri boni egentior: præterea virum bonum amore, familiaritate consortio nostro maxime dignum esse: à quibus amandari omnino debet pertinax & imperitus, quem vana delectant, tenuia & communiter impia: cui mens obscura est, animus imbecillis, rudis intellectus, misera memoria, grauis & molesta oratio: Denique maxime amabile nihil esse nisi solum pulchrum. Ex quibus solum sapientem, vt solum bonum, & solum amabilem, solum pulchrum dicamus oportet, non tantum interius, sed etiam foras cum speciosissimæ ipsius pulchritudinis flos, ὃ ἄνθος Zenoni, ex sapientia interius vigente, tanquam ex semine oculis exhibeatur, & in corporis membris, in facie, in cute exoriatur. Nam sapientia mentem moderatur, moderata mens vrget appetitum, cohibitus appetitus laudabilibus actionibus exercet corpus, quod interim tanquam ὄργανον accommodatam & dicentem ipsis proportionem acquirit: Sed maximè suauitatem coloris quæ nō minus ab anima temperata dependet, quam ab intemperie animæ excandescentis rubor, seu pertimescentis pallor ac liuiditas. Itaut optime Menander. Ὡς ἡδὺ κάλλος ὅταν ἔχῃ τὴν σώφρονα. Sic ferrum lumine & exteriori pulchritudine cum sapiente conuenit. At vero interius multo verior reperitur similitudo. Vti quippe ferrum quanto vetustius est, tanto sit maturius, scilicet malleo conductibilius, ita quoque vt Hebræa fert sententia, *in decrepitus sapientia præualet & intelligentia multitudine dierum perficitur.* Nec etenim

יש רוחם

האדם נסת האיר פניו Ecclesiast. cap. 8. v. 1.

vnius dici opus eſt, non vna vigilia, non paucorum annorum labore comparatur tam prætioſa animæ ſuppellex: ſed diuturnis curis longaque opera. Ac ſi quid dij nobis laboribus vendunt, certe venit apud ipſos longo ſudore ſapientia. Quid? magiſne ferrum dulceſcit, molleſcit-ve quo malleis tũditur, quàm exacuitur viri ſapientia qui humanæ vitæ caſibus aſſiduiſque ærumnis exercetur? At verò natura quædam, miraculo proxima, non auro, non argento, ſed ferro ineſt, cuius gratia non à Magnete tantum, ſed etiam ab Adamante gemmarum ſcilicet omnium pretioſiſſima huiuſque mundi re ſpecioſiſſima quæritur, allicitur, attrahitur. Quod ſi vnica & ſola ſimilitudine res inter ſe congruunt, innuit iſta amicitia attractioque naturalis latentes in ferro dignitates congruas & conſentientes virtutibus rei quæ ſplendidus naturæ ocellus dici poteſt. Recipitur quippe libentius æthereæ naturæ in vtroque conſortium, quàm Thaletis opinio, qui vt ſcribit Ariſtoteles, τὸ λίθον ἔφη ψυχὴν ἔχειν, niſi quoque dicamus, καὶ σίδηρον ψυχὴν ἔχειν. At verò virtutes illas in duritie-ne repoſitas cenſebimus? quam Adamanti cum ferro adeo cõmunem nouerint primum Hebræi vt ipſum שמיר vocauerint quaſi integritatis ſuæ perpetuum vindicem: Tum Arabes qui dicunt الماس etymo Hebræa quæ frangere eſt: quia cum non frangatur, cætera omnia imminuit, atterit, frangit: Demũ Græci quibus eſt Ἀδάμας, quia non dometur, num in ſplendore qui vtrique ſectionis & alleuigationis arte comparatur? An in pondere quod ambobus ineſt grauiſſimum? minime: iſta duntaxat emergunt ab illa natura quæ in vtraque communis, noſtros latet ſenſus, & ex qua non hæc ſolum aliis plurimis rebus communia adiuncta, ſed quoque profluunt mirabiles agendi vires quas ſagaciores Philoſophi reconditorum naturæ penetralium ſcrutatores experti ſunt, quęque fortaſſis referendæ ſunt vi illi propter quam Chlorites gemma ferro inſculpenda ſit non alio metallo, ad prodigioſa quę exerit miracula, vt perhibuerunt Antiqui ſapientes. Equidem hęc penitiſſime recondita eſſentia auro ipſo multo pretioſior, optime perſpecta Mecubalis illis antiquis, quibus clam fuit naturę nulla pars; merito viſa eſt quę ſapientiam interiorum bonorum facile principem, ſignificaret: ſed prętereа σιδήρου σῶμα & ſolida vis conſtantiam illam prę ſe fert, qua vir ſapiens nullis cedit aduerſis rebus, nullis ęgritudinibus, nulli dolori: qua integrum & immutabilem in omnibus caſibus animum gerit, imo eodem vultu, parique mentis robore ſingula bona & mala recipit: qua demum teſtatur ſe corde adamantino munitum, quod nulla fortuna quatitur, concutitur, quaſſatur. Duratio perſeuerantiam ſapientis ponit ob oculos qui non aliquot horis vel paucis diebus ſibi conſtat, non diuerſis fluctuat erroribus, non multiplici rapitur hinc inde opinione, ſed inconcuſſa ſententia ſtat, nec vlla vi tormentiſue à propoſito dmiouetur cum illi ſit ψυχὴ μέγας χαλκοῦς ὀκεῖ, victoriam denique & palmam conſequitur, ac ſummo honoris loco poſitus, non minori potitur gloria, quam qui alacri incenſus fortitudine ferro depugnauit, & lauream conſequutus eſt. His itaque ferri proprietatibus, quę prima eſſe poſſunt ſapientię σήματα, primo inducti ſunt Hebræorum magiſtri, ferro deſignare ſapientiam. Plurima quidem alia in ferro latent quæ ſapientiam affabre referant, quęque primis illis ſapientibus innotuere: Verum ingenij acies intimam duriſſimi metalli naturam

rimari profundius non poteſt, & idcirco tantum delibantur, ea quę ſenſui fiunt obuiam crebrius & frequentiora ſunt in hominum ſocietate quęque poſſunt ijs qui ferreos enſes lateri compoſitos perpetuo gerunt, continuo obuerſari ob oculos, vt nihil indignum coniunctione ferri cum ſapientia committant, nec abſonum quid ab vtriuſque oſtendant, ſimilitudine: cuius rurſus maximum argumentum dediſſe videtur communis vſus ferri ac ſapientiæ in publica rerum adminiſtratione, cui pro decore originis ac conditionis munere deſtinantur. Etenim ſiue exercitia ferri ac ſapientiæ, ſiue vtriuſque mutuam opem, ſiue finem conſideremus, miram vbique ἀναλογίαν, & proportionem agnoſcemus. Et mehercle cum honos vtrique ſtet in præmium, nullique currenti in republica ἡ ἅμιλλα βραβεῖόν τι alij quam ferro vel ſapientia inſtructo, omnibus conueniant ſymbolis æquiſſimum eſt. Vtriuſque artes pari labore comparantur, æqua cautione exercentur, eòdem publici boni referuntur. Veriſſima quidem eſt γνώμη: εἰ μυρίοις ἢ καλὸν ἀγωνίσασθαι πόνοις: & ſiquidem doctrina, prudentia, ſapientia, vt mox dicebamus tanto acquiruntur ſudore, tot vigilijs, vt Hebræorum ſapientiſſimo ſint confractiones ac diſſolutiones ſpiritus, vehiculi ſcilicet natiui caloris ipſiuſque vitæ, Haud aliter quaſcumque fert humana vita calamitates, pœnas, anguſtias ſufferre cogitur, quicumque Marti deuouetur. Λάκωνες, ait Ariſtoteles, θηρεύθρας ἀπαγαγόντες τοῖς πόνοις, εἰς τοῦτο τοῖς ἀνδρείοις μάλιστα συμφέρει. Verum non apud ipſos primum, vti fingit Megillus Spartacus, venatio excogitata eſt, aut doloris tolerantia pugnis & mutuis puerorum vulneribus inflicti, vel inceſſio in hieme nudis pedibus, nudo etiam ſæpe reliquo corpore, ſolitariaue diuagatio diu noctuque per omnem regionem, aut exercitationes nudorum adoleſcentum, vel denique perpeſſio caloris, frigoris, ſitis, famis: Quippe ſeculis ante plurimis Hebræi, Chaldæi, Perſæ, Ægyptij, ſed præcipue Galli Celtæque noſtri, incredibili tolerantia bella ſummo cum honore geſſerant. Nec enim qui delicijs ac voluptatibus indulſerunt, vnquam gloriam adepti ſunt: vt ſi quid laudis ferro comparetur, magna ex parte diligentiæ, operæ, inediæ, gelu ac æſtus perpeſſioni debeatur. Ideo Pericles apud Thucydidem Athenienſes monet ne quis laborem detrectet, niſi & honorem quoque aſpernetur, meritus ſcilicet honorem labore, vt is ſciat cui maior honoris pars ceſſura ſit, ſibi quoque magis eſſe laborandum. Neque enim Imperatorum quam militum leuior eſt pœna, niſi verum ſit quod ex Socratico Xenophōte laudabat Aphricanus, honorem videlicet labores facere leuiores Imperatorum. Porrò ſicuti fortitudo & doctrina labore comparantur, ſic ambę circumſpecta mente reguntur. Ὡς οὐδὲν ἡ μάθησις, ὦ μὴ νοῦς πάρῃ, ſine iudicio vana quælibet doctrina eſt, & vel in fucum vertitur inanem, vel craſſitudine corporis ſepulta iacet inutilis. Iudicium quippe pulchritudinem ſcientijs conciliat, vt vice verſa eo pulchriùs ac laudabiliùs operatur, quo maiori rerum agendarum cognitione illuſtratur: qua ſi fuerit deſtitutum, nec recte mouebit artis inſtrumenta quęcumque adſint, nec finem laudabiliter aſſequetur artificij. Similiter bellator cui pectus validum, animus infrangibilis, manus, viresque robuſtiſſimæ, quid ferro præſtabit ſi prudentia & circumſpectione ac mente vacat? Iram quidem laudant nonnulli, ſed eam quam dicunt cotem fortitudinis, non quæ efferum hominem reddat, &

רעות רוח.

Lib. 8 de repub. c. 6.

Apud Plutarchum de log. l. 2.

rorum extra se ponat. Quid enim ira ac furore homini cum belluis commu-
nius? honor vero soli homini proprius, eas solum actiones sequitur quæ so-
lius sunt hominis, & à virtute (quæ non cadit in belluas) proficiscuntur. Non
idcirco pugnacem continuo & fortem dicimus atque ὃ καλὸν μὴ ἡ ὃ θηριώδης
δεῖ παρεμπαίειν· οὐ γὰρ λύκος οὐδὲ τῶν ἄλλων θηρίων ἀγαπήσομεν αὐ τοιάδε καλὸν τι δρᾶσιν,
ἀλλὰ μᾶλλον αὐτὴν ἀγαθόν, inquit Politicus Aristoteles. Denique si disciplinæ ac
fortitudinis idem sit medium, tandem ferrigeri ac sapientis vnus est idem-
que actionum scopus, quies nimirum, salus & splendor reipublicæ. Bellum
quippe iustum illud scilicet & æquum (aliud enim omne verum latrocí-
nium est;) suscipitur vt nihil nisi pax quæri videatur. Tum felices habitæ
sunt respublicæ, in quibus regnarint sapientes. Quod luculentissime & Græ-
cis & Latinis aliorumque populorum monumentis significatur. Idemque
cum feliciter Hebræi norint, mirum non est si perinde habuerint ferro vel
sapientia agere. Quantò etenim diuinum in homines amorem perspectum
habuerint, tanto Deum nouerunt, & fortem & sapientem fortisque ac sa-
Isaiæ 9. vers. 6. pientis nomina affectantem. Iam etenim apud eos se admirabilem consilia-
rium: Iam Deum exercituum: Iam demum principem pacis prædicat. Qui-
bus non obscurè significat miro consilio intendere suas vires in pacem, e-
xemploque proprio Reges, Magnates, Magistratus, Nobiles viros, monuis-
se, arma ne capessant sine sagaci prudentia, neve ferrum diuellant vnquam
à consilio. Quod vt exemplo docerent Hebræi in sua politia sapientiæ simul
& ferro eisdem præfecerunt, scilicet condendis legibus aut interpretando
iuri & gerendo bello: ac indifferenter ⁊ seu manum cùm pro viribus cor-
poris, tùm pro animi industria vsurparunt, ac si vna eademque facultate v-
trumque moueretur. Doctores habuerunt eosdem milites ac militum ducto-
res. Et quamquam miles omnis Hebræus literas forsan nō erat edoctus, nul-
lus tamen qui scientias didiscisset à belli munere excipiebatur. Inter alios
Simeonitæ ac Nephtalitæ literas capesserāt, publicísque studiis præficiebán-
tur, neutiquam tamen armorum erant immunes. Sed sicuti cæteri Israëlitæ
dū res offerebatur, sacramēto militiæ addicebātur. Quin vix Leuitæ quidem,
diuinis rebus addicti, excusabātur à bellorum onere. Huiusmodi autem lite-
rarum simul & armorum, sapientiæ scilicet & ferri coniunctio non vtique
singularis fuit & propria Hebræorum, verum cæterarum quoque Orienta-
lium nationum, quæ præcipuam artis Regiæ, hoc est militaris, partem sapien-
tiam esse censuerunt & sapientes suos Regesque communi nomine vocarūt.
Diu quidem temporis Ægyptij reges suos assumpserunt è sacerdotum colle-
gio. Hinc euectus ad thronum est Trismegistus Hermes ὁ τὴν βασιλέων φιλοσο-
φοτάτης τὴν τῶν ἱερέων διασκέψατης. Indi neminem regno admiserunt nisi quàm
eruditissimum, vel talem qualis fuit Hiarchus ille quem throno docentem
aureo vidit & audiuit Appollonius Thyanæus. At ne se duntaxat reges
quinetiam Deos prædicabant Brachmanes, quia, inquiebant ἐσμὲν ἀγαθοί. Et
hercle sapienter & bene agere, & regiè, & diuinè agere est. Eodem Naturæ
nedum Gentium iure instructi nostri Druidæ, & sapientiæ fuere doctores, si-
mulque arma indixerunt & attrectarunt. Tum Græci è vita pyratica ad ci-
uiliores viuendi ritus adducti, doctrina partim ab Hebræis, Ægyptijs, &
Lectius. Indis, partim à Celtis nostris excepta, idem rursus armorum & litera-

rum munus conſtituerunt, neque cuiquam etiam literarum publico profeſſori pepercerunt in bellico labore. Quid commemorem Socratem, qui Athenis ſe numquam egreſſum gloriabatur niſi prælaturum, & ea clade qua iuxta Aulidem Bœotiæ Athenienſes deleti ſunt Xenophontem æquo delapſum, è mediis telis humeris ſublatum abſtulit & conſeruauit, obſidioni etiam adfuit Amphipoleos, & circa Potydeam nauali prælij, lauream conſequutus, facile Alcibiadi conceſſit, ſatis generoſo eſſe animo oſtendens, bene egiſſe? Quid Platonem qui in Tanagram, in Corinthum, in Delum militauit? Quid Xenophontem qui primum ſub Ageſilao Lacedæmoniorum rege armis initiatus, meruit, & in Græcia & in Perſia, & tandem ſummus militum Dux etiam inter exteros habitus eſt? Quid Antiphrontem? quid Bittacum qui Phrynonem ſingulari vicit certamine? Quid Pythagoram, Archytam Tarentinum, Epicurum ipſum, & exteros innumerabiles Philoſophos quos militaſſe literis proditum eſt? Quid item referam Poetas? Tyrtæum ſuppetiis præfectum, quas Lacedæmonijs miſerunt Athenienſes aduerſus Meſſenos: Sophoclem qui cum Pericle imperauit aduerſus Samios? Quid Oratores Calliſtratum ducem ab Athenienſibus ſæpe conſtitutum? Demoſthenem enſe lateri compoſito frequenter dicere ſolitum? Quid demum reliquos quorum nemini licuit arma refugere? Omittam Latinos, quorum ſoli Senatores fuere exercituum Imperatores, & fere omnes milites, docti: ſed omnes docti, milites. Hæc itaque fuit antiqua ferri & ſapientiæ compoſitio ratioque Hebraici ſymboli. Quod quandiu inualuit & ferro tanquam digno charactere ſapientia deſignata eſt, mirum quàm claruerint populi bellica gloria. Tunc non pluri ferro ſed pluri ſapientia deuictum eſt. Nã ferri & armorum anima ſapientia eſt, vt ſine ea ferrum ſit immobile põdus. Qui ergo fit vt iã ſolus qui pluri ferre valeat victoria potiatur? & laurea populoſiori acie ſolũ eximatur? ſapientia ſcilicet emortua eſt, vt iam non tam motu vincatur quam ponderе. Vel ſi ſapientia eſt, adulterina eſt & fucata vel nedum antiquæ larua, quæ recti primum & iuſti depoſita ſollicitudine, peſtilentiſsimo malo rempublicam depopulatur. Hinc ſequitur bellicæ fortitudinis corruptela. Nam exuta primum honeſti ſpecie, furor nullo conſilio, nulla diſciplina cohibitus, in turpia quæq; & ſceleratiſsima facinora proruit. Hinc latrocinia, hinc incendia, hinc cædes, hinc denique mala, in quibus eiulatus, flammæ, ſanguis & ruinæ paſsim obuerſantur auribus & oculis: ſed reſtituatur ſapientia, & mox experientia diſcemus, quàm merito Hebræi ſapientiam ferro ſignificarint, quamque iuſtè Ethnici armorum ac ſapientiæ vnicum numen, inſtituerint Palladem: quæ dum haſtam quatit, librum euoluit, nec ferrum ſeiungit à ſapientia, neque ſapientiam à ferro. Quid etenim ſunt leges, quid conſilia, quid ſapientia præterquam Aranearum telæ, eas niſi gladius tueatur, vel fontes puniat vel tardos coerceat? Verum quis eſt reſtituendi ſymboli modus? Heu! quis nobis tanti boni methodum δοίμεν ἀναθήσομαι. Equidem ſi mihi licuerit in tanta difficultate, qua ſe ægrè etiam peritiſſimus quilibet extricauerit, dicere quid ſentiam, contrariis puto cauſis ſapientiam renatam iri, iis quibus penè deleta eſt. Duabus ipſa partibus videtur abſolui πανοπλίᾳ καὶ βιοτείᾳ. Sapientem enim iure diceris eum qui clarus doctrina piis erit & laudatiſſimis moribus: non verò ille qui tanquam alter Margites πολλὰ μὲν

In 2. Alcib. ὄντως ἐπίσταται ἃ πράττει, κακῶς δ' ὄντως ἐπίσταται πράττει, vti ait Socrates, sapiens quippe nihil malè facit, tum omnes scientiæ reliquæ si absit scientia boni, magis obsunt quam prosint. Probitas ideo scientiæ iungenda est. Et hæc nomen sapientiæ, quæ mirè vbique prodest, mereatur. Neque is etiam qui vita quidem integerrima rerum est ignarus & agendi rudis sapiens est habendus: cum is neque quid iubeat, neque quomodo iussa exequatur intelligat: quorum vtrumque nouit sapiens. His itaque spretis duabus, quas animæ alas vspiam vocat Plato, aut ipsarum neglecta altera, sapientia haberi nullo modo potest. Intelligitur ergo cur defecerit sapientia seculo nostro quo perditis moribus infestissimis, nihil iis artibus quæ ingenuos homines decent inuenustius habetur quicquam, neque turpius. At si virtutes cum mirum tùm mentis, cœlo quò euolarint denuò rapuerimus & officinas Vulcani ac Martis depopulati etiam ab ipso Ioue ciuilem peritiam exorauerimus seculi reparabitur infelicitas. Verùm quę ars nos efficiet Prometheos & vt fert Apologus Mercurium huc accerset? fabulam non dicam, videar licet παραδοξολογεῖν, vnica Mathematica τὴν τῶν παιδίων καὶ τὴν ἀνδρείαν restituet. Quod quam verum sit permitte (nobilis lector) dicam paucis, ἵνα hanc meam qui inanem putauerit, futilem quoque arguat necesse est Platonicæ scholæ διαγραφὴν, οὐδὲν, ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Plato vtramque sapientiæ vel si mauis philosophiæ partem profitebatur & vtrique propterea Mathematicas artes necessarias ostendit, ὥσπερ λαβὰς τῆς φιλοσοφίας: quas rursus vt suos cogeret addiscere, vniuersam penè Philosophiam mathematicis figuris explicuit, Physicas scilicet res seu naturales, Geometricis puta materia constantes cui soli inest continua quantitas: Metaphysicas vero ac diuinas, Arithmeticis quæ licet abhorreant à linea, superficie, corpore, omni denique dimensione, numerari tamen possunt & vel vnitatis, vti summus omnipoténsque Deus, vel multitudinis & intelligentiæ subeunt rationem. Quæ vero ad mores pertinent, quoniam medio quodam genere stant inter suprema & infera, diuinum & terrestre, Animum demum & corpus, vsumque corporeorum describant moderatum, ac temperatum, eas ideo nunc continuis nunc discretis speciebus præbuit. Physicas γενέσεις idæis, figuris diceret continuis, tradidit: Animæ vero σύνταξιν, numeris composuit. At verò ἀρετὰς puta δικαιοσύνην, δικαίωμα καὶ δικαιοπραγίαν nunc γεωμετρικὴ nunc ἀριθμητικὴ ἀναλογία exercuit: quamquam qui ex virtutibus aut vitiis voluptatis vel tristitiæ prouentus Animæ cedunt, numeris potissimum metitus est. Iniusti Tyranni facinora, cum legitimi regis actionibus comparans, tandem subducto vtriusque delitiarum & miserię calculo, Tyrannum concludit à Rege superari vitę dulcedine, Regem verò à Tyráno vinci amaritudine vitę secundum numerum septingentorum viginti nouem. Verùm enimuero vt totam Philosophiam ad viuum resecaret eam Mathematicè partitus est hoc pacto. Cum omne quod anima comprehendit visibile sit aut intelligibile: vtrumque sumpsit tanquam duas inęquales lineas cásque diuisit proportionaliter secúdum claritatem & obscuritatem visibilis & intelligibilis. Prima autem sectione scilicet obscuriore visibilium ea comprehendit quę simulachra appellamus, siue in speculis sint, siue in aquis & similibus referantur. At secunda videlicet clariore eas res complexus est quę imaginibus illisque repręsentantur simulachris, quæque etiam seipsis videntur

Lib 9 de repubi.

Quadrato finitori cubo primus numerus impar. Lib 6 de Repubi.

& co-

& cognoſcuntur. Iam intelligibilių obſcuriori portione res ſignificauit quæ ſuppoſitionibus vtuntur pro principiis, quibus tandem medius veræ de illis propoſitiones edicuntur. Clariori demum ſegmento ea mentis eſt intelligibilia, quorum ſpecies ſpeciebus ipſis comprehenduntur, quæque ſuppoſitionibus non indigent, niſi inſtar graduum quibus Anima aſcendit. Ita ordine ſubiecta protulit Opticæ, Phyſicæ, Mathematicæ, Metaphyſicæ. Atque Animæ quatuor explicuit facultates, imaginationem, fidem, cogitationem, intelligentiam, totámque Philoſophiæ & Animæ πρόοδον Mathematicis tribuit. Quod demum luculentiſſime declarat, cum ait, εἰμὴ δι' τῦτο μᾶλλον ἐπιδέησι τῦ ἀγαθῦ ἰδία μάχιμον μάθημα, πολλάκις ἀκήκοας. Idea autem illa boni qua ſcientiæ habentur nedum ſcientia, ſed principium illud eſt, quod alias ita commendat, vt ſi principium hominibus inſitum conuenienti ſibi honore afficiatur, omnia ſeruet: ac ſi vis imaginatrix ſpecierumque effectrix à natura hominibus inſita conſeruetur, rerum omnium ſcientiam humanæ menti tueatur, conuenientiſſimè reminiſcentiæ loquutus. At vero quæ ars, quæ doctrina principium illud, chariùs fouere & locupletius ditare poteſt, quàm Mathematica, cuius eſt & abſtrahere & machinari figuras? Idem quod Plato, Ariſtoteles effecit in explicatione totius Philoſophiæ. Nihil quippe in Logicis, nihil in Phyſicis, nihil in Theologicis vel Ethicis reperias, quod non ſit veluti editum Mathematicis typis: & vix niſi Mathematicus Ariſtoteleas demonſtrationes nedum exempla pene omnia eęperit, intellexerit. Quis pręter Geometram accretionem fieri poſſe ſine alteratione intelliget ex quadrato cui gnomon additur in poſt-prædicamętis? Quis præter eundem diſtinctionem capiet Phyſicarum definitionum, quæ tetragoniſmo illuſtratur libro de Anima ſecundo, ſiue τετραγωνισμὸν dicatur ὃ ἐστιν ὑπερμήκη φθογγὴν τῇ ἰσοπλευρῳ, ſiue idem dixeris μίαν φύσιν? Larionum pluralitatem (verbis parcite ſignificantiſſimis) ex peculiariſſima Philoſophia Mathematicarum ſcientiarum, puta Aſtrologia conſiderandam eſſe ipſemet fatetur in Metaphyſicis lib. 12. Denique τὴν ἡχὼ, καὶ τὰς πολιτείας καὶ τὰς οἰκονομίας harmoniam tum communibus, tum ſonoris numeris perpendit, vt de ea ſoli Arithmeticus & Muſicus, idonei iudices eſſe poſſint. Ita vt neceſſe ſit eos perpetuo caligare in Philoſophia qui ἀγεωμέτρητοι ipſam profitentur, omninóque eos abeſſe à ſcopo Philoſophico, ac ſanctum eſſe etiam Ariſtoteleæ ſcholæ decretum ἀγεωμέτρητος εἰσίτω. Hic etenim venit ſapientia ζυγῷ καὶ ἡμιζυγίῳ Mathematico ἀναφορίοις Arithmeticis, & Agina Geometrica, & niſi huiuſmodi trutina inſtructus, peripateticam ſapientiam nullus tutò emere poſſit. Neque eſt quod alibi matheſeos ignari ſapientiam quærant. Quid? ad Stoicos aut Academicos confugient? At ipſi omnino Platoni in Philoſophandi modo addicti ſunt. Quid ad Pythagoricos? Procul, ò procul eſte prophani. Etenim Pythagorica ſymbola Mathematicis obſerata clauſtris, haudquaquam vobis aperientur. Primus Philoſophus Pythagoras antequam de ſapientia aliquid ederet, in eo opere quod πολιτικὸν appellauit, aliud in lucem emiſit παιδευτικῶν, opus, in quo quicquid dici poterat de numeris, figuris & harmoniis explanauit: Nam ſuos ita Mathematicos eſſe volebat vt lingua pure Mathematica loquerentur, figuris ſcilicet Geometricis, Arithmeticis & muſicis vterentur tanquam literis hieroglyficis, quoties de natura vel naturæ authore age-

Lib. 6. de Repub.

rent. Hinc eſt cur in Pythagorica Phyſica habeatur, ex tetragono naſci cubum ſolidiſſimum & ſtabile corpus: Pyramidem & cubum ex eodem tetragono prodijſſe, cuius idea ſit πυραμίς: pyramidis & cubi accidiſſe coniugium: Dodecahedro in mundi compoſitione, Deum eſſe vſum, ſexcentaque ſimilia, quorum rationes haudquaquam intelligentur ab eo qui figurarum naturas ignorauerit. Pendet etenim ab earumdem proprietatibus vt pyramis forma, cubus materia, Dodecahedrum compoſitum dicatur. Iam à mundo ſenſibili ad inſenſibilem ſi cõuertamur totam Pythagoreorũ Metaphyſicam Mathematicis decoram ornamentis, intuebimur: moralia quoque ſymbola ſi percenſeamus, cortice velata apparebunt, ex qua erui niſi à Mathematico nucleus nullo modo poterit. Sed vno verbo concludam: omnia reduxiſſe Pythagoram ad Mathematicas proportiones. Et ſapientiam quidem quæ in Republica vſui eſt trigono, quæ in priuata re tetragono menſurauit. Sed quę in diuinis adhibetur, cubo adfirmauit. Ergo Ariſtippe vel Mathematum hoſtis, Pythagorica ſapientia interdicêris. An ad Ephecticos te conferes? At illi omnia in dubio habent, & tamen tanta dubitationis aura fluctuantes, nihil magis quam Mathematica probant: Et ſi quę apud eos σκεπτικὴ vel dubitans habetur ſapientia, ſola Mathematica arte percipitur. Epicurum quidem ſi conſulas, mentemque tuam ſubeat tanta ſocordia, à diſcipulis audies falſam Geometriam & demum totam matheſim inanem: ſed ipſi inaniter quoque & impiè ἀγεωμέτρητοι Philoſophati ſunt. Tum à pręceptore Epicuro, nihil te ejuſmodi percepturum exiſtima, puta cuius doctrinam dextra traditam, ſiniſtra manu auditores acceperunt. Vt enim vita continentiſſima, tenuiſſimóque victu longè aliam quam ſui voluptatem probauit, ſic Philoſophatus aſſiduè & theatrales muſicos compitatim ſequutus, ſuorum προσέλκυσιν ἐπὶ τὸν μυστικὸν καὶ ἀθῷον πλοῦτον μαθημάτων exploſit. Talis verò ſi fuerit etiam ipſe magiſter pretioſiſſimæ artis ſpurcator vti vulgus putat: pro decore ac veritate Mathematum actum eſſe puto, vt ſpurciſſimi impiíque hominis ſcholam nuſquam ingreſſæſint diſciplinæ. Et mehercle Epicurus Mathemata ſi contempſerit, mirum non eſt ſi Deum nõ agnouerit. Etenim Deum ſuſpicere, confiteri, colere nemo poteſt, niſi qui mentem à terrenis ad cœleſtia extulerit. At vero ab infimis ſtatim ad ſuprema, à caducis ad æterna. à naturalibus ad diuina euehi non poteſt intellectus, niſi media quadam via deducatur, ſcilicet Mathematica, quæ cum Phyſicis materiam quadam ratione agnoſcit, cum incorporeis quodammodo deſpicit. Ideo qui laudabilius naturæ ſphæram contemplando egreſſi ſunt, læta mente primum, auidóque ſtudio his artibus incubuerunt, vt paulatim aſſuefacti fieri leuiores & à terris in lucidiorem aërem Mathematicæ abſtractionis pennis euolare, tandem Aquilis perniciores in ſummum æthera irrumperent. Quò veteres Hebręi; licet diuinæ lucis fulgore coruſci, vt felicius aſcenderent, Deíque reuelationes quas habebant naturę lumine aſſequerentur, ſapientiam denique perfectam ſibi compararent, fundamenta ſeu ſtramenta, quę vocant, primum didicerunt: Dialecticam ſcilicet Phyſicam & diſciplinas. Rati enim erant, vt docet director dubitantium Moſes Ægyptius, neceſſe eſſe ſibi accipere vera & fidelia antecedentia, pręuia ſpiritualium rationum. *Nam (inquit) antecedentia ſumpta ex ſcientiis Geometria & Arithmetica inducunt de-*

Cic. 4. Tuſc.

monſtrationes eorum quæ remouent à Deo, neceſſarias ad acquirendam notitiam reg-
minis Dei, & ad agnoſcendum quia ipſe verè eſt: inanis qui ſpeculatur ſtramentorum
expers, ſimilis ſit properanti alicubi, qui currendo incidit in profundam foueam vnde
exire nequeat. Equidem qui ſapientiam quęrit ſine anſis (docti viri verbo vtar) Philoſophię, in perplexas paſſim incidit anxietates & obſcuros difficultatum gyros, quibus eximere ſe non poteſt. Ideo autem ſcientias illas ſtramenta vocant, quia ſterni videntur oboriętibus in via difficultatibus, vt ipſis animus incedat mollius, & vt à labore contemplationis mens releuetur, & recreetur: vel etiam quia ſint veluti ſtrata fundamenta exſurrecturæ in anima ſapientię. Quo ſenſu partes Mathematicę quatuor, Rabi Salomon magni doctor nominis, radices ſapientię vocat. Verum ne longiùs excurramus in antiquos illos & multis inuios teſtimoniorum receſſus, correctionem quam ſapiens commendat interpretabor Mathematicas. Nam hę nuo calculo & menſura omnia emendant, corrigunt, prouerbiúmque vturpabo. *Audi conſilium & addiſce Mathematicas vt ſis ſapiens in nouiſſimis tuis.* Quod mihi concluſionis vice aſſumerem, niſi interim breuiſſimè monendum eſſet quantum omni artifice Mathematica ipſa digna ſit: Theologo primum qui cœlum aſſiduè intuetur & ardenti ſtudio intelligibilia aucupatur. Nam homo eſt qui ſe à terrenis auellere non poteſt, vt in ſedes aſcendat ęthereas, niſi ſtramenta Hebręorum habeat, ſeu μαθήματα Gręcorum: neceſſaria rurſus ob cognitionem præſertim temporum, quorum ignoratione, multę irrepere in religionem diſcordię ſolent. Et multis ſeculis Orientalis Eccleſia ex vnico temporis apice, aſtronomico ſphęromate non ſatis perpenſo, ab Occidentali deſciuit in rebus grauiſsimis, & in erroris periculoſiſſimos ſcopulos impegit: qui potuiſſent Mathematica arte vitari. Cõſulamus viros illos graues & ſeueros humanę ſapientię vindices, & videamus num Iuriſprudentia vacare Matheſi poſsit? Ecce controuerſia quacumque propoſita, ſpatia temporum & locorum, quibus quęque res acta, pacta, conſtituta, locata eſt, dicundo iuri ſciri debent; hæc vero Aſtrologiam, Cosmographiam, Chronologiam, Geometriam omnino & Arithmeticam requirunt, quæ difficultates quoque natas ex diſſoluenda vorſura, æſtimanda noxia, conſtituendo prætio, compenſandis fructibus, partiundis bonis, diſtribuendo lucro, & huiuſmodi dirimendis litibus conſilio ſunt, imo ius dicunt. Quid? nonne agri metiendi, diuidendæ hęreditates, adiudicandæ fluuiaticæ inſulæ & alueo enatæ, partiendi fructus arboris in confinio ſtantis, pondera appendenda, vaſa menſuranda, imo menſurarum tum liquidorum, tum aridorum emendenda æquitas, Mathematicarum rationum momentis? Denique Aſtræa ipſa pro Tribunali ſedens, & diſtributiuæ & commutatiuæ iuſtitiæ Matheſim neceſſariam adiudicat, ratumque habet antiquum illud Diocletiani Imperatoris edictum, quo ſanciuit intereſſe reipublicæ vt Geometria publicè doceretur & exerceretur. Cęterum Oratoria ars quæ iuris iuſtitięque miniſtro non decus ſolum & verborum ornatum, ac lenocinium profert, ſed animorum æquanimitatem & indagandę veritatis artificium præbet, ſuplex orat vt non parui fiat Muſica, ea ſcilicet ſcientia, ſine qua tribunalia obmutescerent & fora ſilerent. Refert ex Plutarcho μουσικὴ στωϊκῶν ὁ πάνυ: Tum μουσικὴ Mathematica ſignificatione comprehende-

פרדסים vel פרצים.

שרשים מקצת sciolus ſua ſapientia. Prouerb. 19. לסוף ח

re proportionis cuiuſlibet ordinem, tam in ſermone, cantu, ſono, ſaltu, quam in omni gymnaſtici ludi genere: ſed potiſſimum in temperandis animis. Quæ ratio fuerit antiquis vt myſtico ſenſu Muſicæ numina coluerint Muſas, Apollinem, Bacchum: quoniam à Muſis haberetur motionis animorum conſonantia, ab Apolline concentum in verbis & cantilenis: A Baccho demum decora in membrorum tripudio feſtiuitas. Iungitque illa facundia, bellicæ quoque artis ornamentum, aliunde ſe non mutuari in dicendis ſeriem, in voce modeſtiam, in caſu rythmum, in geſtu denique & actione decus: imo iudices tam forenſes quam caſtrenſes non alia quam muſicæ ſymphonia ſibi temperare animos, cum vel ira, vel miſericordia impetuntur: adeo vt ſi Muſica juris ſubſellijs eliminetur, nulla patrono dicendi, nulla iudici ex æquo ſententiam ferendi, vis relinquatur. Quis ergo muſicæ neceſſitatem ſuo calculo non comprobauerit? Atque hoc ſenatuſconſulto emendata eſt hoſpitis ſententia qui apud Platonem in politico, ita de Mathematicis ſentit; ἆρ' οὖν οὐκ Αἰσθόμενοί γε καὶ ἄλλοι ἕτεραι ταύτης συγγνώμης τύχαι, φαῦλαι τὴν προσῆξιν εἶσι, ὃ δὲ γνῶναι πάντως μέτεστιν. Nihil enim impedit poſtquam excepta ſunt mathemata, & abſtractionis beneficio, mentem ſubierunt, quominus ad corpora referantur denuò, à quibus primum deducta ſunt: ſed ad ea eo diſcrimine redeunt, vt cum ipſis prius immergerentur, & mutationi ac errori eſſent obnoxia, iam materia ſingularique imbecillitate mancipata, intellectum perficiant, rationem illuſtrent, & facultates omnes agendo corroborent. Quamquam non inficior formas illas natura quidem corporeas, vbi ſpiritales factæ ſunt & mole liberæ, ſurſum cõſcendere, & diuina ac æterna fieri alacrius. (τῷ γὰρ ἀεὶ ὄντος ἡ γεωμετρικὴ γνῶσίς ἐστιν) quam ex æternis & vniuerſis, ſingularia, qualia ſunt in operibus externis & machinamentis, ad quæ propterea non niſi vi detruduntur, quando ſuperiores hominis potentiæ, Ratio & intellectus, inferioribus negotijs peragendis occupantur. Itaque γνῶναι μὲν πάντως μέτεστιν, ἀλλὰ μὴ μάνθ. Quinimo meritiſſimo iure Plato legem tulit, qua iubebantur pueri, partes omnes Matheſeos addiſcere, ſi quid vnquam honoris & laudis eſſent adepturi: Honos vero non contemplando ſolùm, ſed agendo quoque inter arma potiſſimum, comparatur. Tum vt honeſtiores reipublicæ ciues hortaretur ad diſciplinas facilius diſcendas, intereſſe omnino ait Geometriam: imò multo rationum pondere & verborum elegantia, totam matheſim vſui eſſe aſſerit militibus, ducibus ac omni omnino magiſtratui. Μαθήματα οὖν αἰσθητὰ πολεμικῷ ἀνδρὶ θήσομεν, μᾶλλον δ' οὐ λογίσασθαί τι καὶ ῥᾳθυμῆσαι δυνάσθαι. Παίτων γ' ἕνα μάλιστα, εἰ καὶ ὀπιοῦν μικρὰ πάξεων ἐπαΐειν, μᾶλλον δ' εἰ καὶ Αἰγύπτιος εἶναι· sic de Arithmetica. At de Geometria paulo poſt ταῦτ' γὰρ τοὺ τραπεζοειδοῦς, καὶ καταλήψεις χωρίων, καὶ στερεομετρίας, καὶ ἐκπάσεις τραπέζης, καὶ ὅσα δὴ ἄλλα σχηματίσαι τὰ τραπέζια· τὸ αὐτῆς τε τοῖς μάχαις, καὶ πορείαις ἁφαρμόττειν αὖ αὐτὸς ἑαυτῷ γεωμετρικός τε καὶ μὰ ὢν. Multis tandem perſequutus, quam ſint Muſica & Aſtronomia neceſſariæ homini inter arma vitam degenti, tandem mathematica inſtrumenta, communia eſſe ferri & ſapientiæ arma, concludit: ὧν ζητοῦμεν ἆρα ὡς ἔοικε μαθημάτων αὖ εἰσὶ· πολεμικῷ μὲν γὰρ ἁφὴ τοῦ τάξεις αἰσθητὸν μαθὼν τοῦτο· Φιλοσόφῳ δ' ἁφὴ ὅ τῆς οὐσίας ἀπτόμενον εἶναι γνώστως ἐξαναδύσῃ ἢ μηδέποτε λογιστικῷ γένηται. Verum præter ſummi Platonis authoritatem & totius Græciæ, imo magnanimæ Romanorum Gentis qui ſuis mi-

Plato.

Lib. 7. de legib.

Lib. 7. de Repub.

litibus nedum ducibus, Vegetij & Polybij teſtimonio, Mathematicarum politiorumque literarum cognitionem requirebat: ex eorum quoque qui ſe vltimi belli & communis noſtri mali participes eſſe voluerunt, recenti memoria repetere poſſumus quantum Mathematica in bello ſubſidio eſt, quodque præſtet in caſtrorum munitione, immenſorum ponderum aduectione, vrbium obſidione, cuniculis ducendis, explicandis turmis, diſtribuendo milite, ordinandis aciebus, commeatibus porrigendis, & ſexcentis huiuſmodi, in quibus exercitiunt duces & artifices, niſi artium numerandi dimetiendique periti ſint. Componendis autem magni mundi tumultibus, vt multum operæ & ſtudij nauant Mathematicæ artes, ſic (adeo ſe diffundit lata harum ſcientiarum neceſſitas) non deſunt medendis parui mundi morbis, & ex Hippocratis, Galeni cæterorumque cum antiquorum tum recentium medicorum experientia notius eſt quam vt dici debeat. Artibus vero quæ manu tractantur metallicis, nummularijs, fabrilibus textorijs, ædificatricibus, cæteriſque, quibus magna humani animi vis renidet, mirum dictu quantum matheſis induſtriæ contulerit, non tam illuſtris quidem diſciplinæ contemptu, quam vberrimi prouentus teſtimonio: ne quis idcirco eam deturpatam cenſeat: quin potius miretur quomodo prudentiæ humanæ nulla pars, ſiue contemplatione definiatur, ſiue actione perficiatur, Mathematicis vacare queat. Atque tandem deſinant Epicurei canino dente rodere artem, ſine qua non conſtaret vita noſtra. Quin & diſcant Ariſtippi in Rhodiorum quondã littus tempeſtate deiecti, teſtimonio, Geometricas figuras vera eſſe hominum veſtigia: mecum denique reputent id cauſę fuiſſe cur oraculo Græci iuſſi fuerint duplicare cubum. Vt ſcilicet pacatis rebus monerẽtur luci reſtituere jacentes humi & puluere ſquallidas artes, quibus mores cõponuntur, & ſapientia perficitur. Tunc ſęuiebant arma crudelíque & ſęuo marte iura omnia ſuſque dęque ferebantur: quę mala vt deſinerent aliquando, Græci vocati ſunt ad Mathematicas. Galli diutino & funeſtiſſimo bello ſupremis annis fracti, quaſſati, ſtupefacti, languentis vires animi reparabunt Mathematico ſtudio, & tãdem efficient vt ferrũ reſtituto ſibi priſtino ſplendore, verum fiat nobis vti quondam Hebræis, ſapientiæ ſymbolum. His enim excultis artibus quæ tam in humanis quam in diuinis rebus philoſophandi λαβαί præbent, quæ moribus rationis frænum peræqua proportione tribuunt, quæ dicundo iuri regulas tradunt, quæ arma tractare docent, quæ denique omnes humanæ vitæ partes ordine ac debita ſerie complent: animis noſtris veritas oborietur, iuſte, candide, honeſte quiſque aget: imo extinctis ſimultatibus & diſcordiarum fomitibus, nemo iam inter nos ſcelus anhelabit, furet audacia, ferrum flammámique minitabitur. Atque ſi denuo vel ob iniuſtam occupationem, vel pertinacem detenſionem aliámque acceptam iniuriam imminénſve periculum Principis, nutu, penes quem ſolum arma ſunt, bellum gerendum ſit, ea ſapientia Galli metientur iram, furorem, cędes & incendia: tùm eo furore ſtudium & ſapientiam accendent, vt armati cenſeantur philoſophari & contemplantes armari. Quo modo quondam Græci, felicius Romani orbe potiti ſunt, & immortali gloria. Cęterum hoc addam, non parui momenti ad promouendas has artes, quod ex antiquo doctiſſimo Varrone Equite Romano, retulit Au-

cap 18. lib. 16. Ius Gellius; *Mathematicas aut omnino non discimus, aut prius desistimus quàm intelligamus, cur discendæ sint. Voluptas autem aut vtilitas talium disciplinarum in post-principiis existit, cum perfectæ absolutæque sunt: in principiis vero ipsis ineptæ & insuaues videntur.* Hinc malum harum scientiarum: quas vix vllus perfectè sciuit: quod autem imperfectum est nulli esse vtui potest: has vero si quis feliciter nouerit, nec difficultas eum deterruerit, facilia sibi omnia reddiderit: *Quis ignorat* (inquit sapientissimus Consul & Imperator Romanus) *ij qui Mathematici vocantur, quanta in obscuritate rerum, & quam recondita in arte & multiplici subtilique versentur? quo tamen in genere ita multi perfecti homines exstiterunt, vt nemo fere studuisse ei scientiæ vehementius videatur, quin quod voluerit consequutus sit.* Consequi autem quod in votis, nonne summo honori est? Viam ergo ad honorem quæris? Confer te ad Mathematicas.

Cicero lib 3. de Orator.

IN ARCHIMEDEM COMMENTARIIS
ILLVSTRIS VIRI D. D. FLVRANTII, REGIS A SANCTIORIBVS CONSILIIS, SAPIENTISSIMIQUE Prçceptoris, locupletatum.

INTENTVS formis deſcriptis puluere, captâ
Vrbe ſenex Siculus militis enſe cadit:
Nobilis, Illuſtri FLVRANTIVS arte Matheſis
Clarus, ab interitu vindicat artificem.
Roma Geometram perimit, dat Francia vitam,
Sic Româ armatâ plus, LODOICE, potes.

Ioannes Baptiſta de Machault Patricius
Pariſienſis, atque Senat.

AD ARCHIMEDEM A CLARISSIMO VIRO FLVRANTIO, REGI CHRISTIANISSIMO à Conſilijs & Inſtitutis, explanatum & illuſtratum, FED. MORELLI Profeſſorum Reg. Decani, Senarij Iambici.

O Magne vir, Mathematum primum decus,
Summe Archimedes, fabricarum autor potens:
Te Sphæra, te Cylindrus agnoſcunt ſuum
Et vindicem atque illuminatorem optimum:
Te arena numeri ſuſpicit gnarum ſui:
Romana virtus ceſſit ingenio tuo.
An tu ſtupendam non putas induſtriam
Flurantij Clariſſimi Galli viri?
Qui Galliarum Regis animum Lodoici
Præceptionibus imbuit pulcherrimis:
Et ſcripta tua, quæ iure fiunt plurimi,
Luce Meridici clariora reddidit,
Sua beatus ſorte, felix publica:
Dum profuturas alteri ſeclo arbores
Noſtróque ſerit, & diſciplinas Principi
Omneſque virtutes amicas efficit.

ΕΙΣ ΤΑ

ΔΑΒΙΔΟΣ ΡΙΒΑΛΤΟΥ ΦΛΥΡΑΝΖΙΟΥ

Ανδρὸς ἐπισήμου, Συμβούλου τῆ βασιλικῶν, καὶ τῆς
τῦ Βασιλέως παιδείας Καθηγητῦ,
εἰς Αρχιμήδεω ἐπομνήματα.

ΛΗΜΜΑΤΑ σιγαλόεντα Συρηκοσίοιο γέροντος,
Αθλα γεωμετείης καὶ ἀφαμάρτοιο σοφῆς,
Κείμηλα σπουδερῆσι πάλαι κλυτὰ δόγματα βίβλοις,
Λυγρὸν ἀμηχανίης ἀμφεκάλυψε νέφος.
Αλλὰ διοτρεφέος ΦΛΥΡΑΝΖΙΟΣ ὄζος Αθήνης,
Φροντίδος ἀργαλέης φωτὶ καθηλίασεν·
Δείξατο δ' ἀτρεκέως σφαίρας λόγον ἠδὲ κυλίνδρου,
Αντυγα τ' ὀξυτέος ἐμβαδὸν ἠδὲ κύκλου·
Κωνοϊδῶν θ', ἑλίκων τε δυσαύλακα συρμὸν ἐλάσας,
Θεσμοθέτης ῥοπικῶν ἔπλετο βελτοσυνῶν·
Υγροβαφὲς μέτρησε βαρὸς μέρος ὑδροβατοῦντος·
Ψαμμίτῃ ῥηθὲν πλῆθος ἐφεύρε λόγῳ.
Ζηνὸς γὰρ Γαλάτου βυληφόρος ἠδ' ὁαριστὴς,
Βασιλικῶν αἴγλης κηδόμενος πεφαδῶν,
Γυθαγόρου νοερῆσιν ἀγαλλόμενος πότ' ἀώτοις
Ρῖμφα μαθημαλικλεὼ χερσὶν ὄρεφρε κόνιν·
Λειριόεσσι λόγοισι κλυτὸν Βασιλῆα διδάσκων
Μήδεα κοιρανίης, ἔργα γεωμετείης.
Ακρόπολιν πολέμοιο διηνεκὲς ἔρκος ἐγείρων,
Ηδὲ κερασυνοβρόμοις χώματ' ἄφαυσα βόλοις,
Καὶ τυφόεσσι νίτρῳ πολεμηΐῳ ἄσυ δαΐζειν
Νέρθιν ὑποχθονίοις σκαπέεσσι ἠδὲ πόροις·
Γυροδρόμους ἱππῶνας ἐφ' εὖ τίφος ξυναλίζειν,
Εἴ, τι διαπύστειν ἱλαδὸν εὖ πεδίῳ,
Εἴ, τι φαλαγγηδὸν πεζῶν στρατὸν αἰχμητάων,
Η ἀστερηδὸν ἄγλην καὶ κατ' ἄγμα χερειῶν.
Καὶ, ΒΑΣΙΛΕΥ, σύ γε δουρὶ, γεωμετείῃ τε πεποιθώς,
Ιχνεσιν εὖ πατερηοῖς ἐμπεδὸν ἰσάμενος,
Κομπώδες σφέλεμα πόλεμον, Αρηΐῳ ἔργον,
Γαῖαν ὅλεσσ' ὅπλοις κινυμένους σφετέροις.

ΕΙΣ ΤΑ ΤΟΥ
ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΣΩΖΟΜΕΝΑ ΕΓΑΝΟΡΘΩ-
θέντα & ἐξηρμηνευθέντα ἀκριβεστάτως, ὑπὸ τοῦ ΔΑΟΥΙΔ
ΡΙΟΥΑΛΤΟΥ ΦΛΥΡΑΝΣΣΟΥ τοῦ
ΛΟΔΟΙΚΟΥ τῆς Φραγκίας βασιλέως,
διδασκάλου εὐδοξοτάτου.

Ξεῖνε Συρακοσίου, ἐελκυσθοῦς λαβόντε γέροντος,
ὅττι δίμας μορέων, ἀλλὰ χάραγμα τόου;
Ἄμβροτα ῥ' ἔργα νόοιο, τὰ μὴ λύε Μαρκέλου ἔγχος,
πλεῖστα κυλινδομένων, μηδ' ἀφανιστ' ἐτέων.
Καὶ πολὺ τοῦθ' ἥσσον θελήσειε παμφάγος αἰών,
νιν τῇ Φλυρέντου λαμπάδι λαμπόμενα.

Στέφανος Σίμων ἰηζής.

Eiuſdem in Eadem.

Longis die ſenex jacuerunt jam obſita ſeclis,
Præclara ingenii tot monimenta tui.
Quinetiam mendis paſsim conciſa jacerent,
Et cinis obrueret dilacerata ſuus;
Hæc niſi RIVALTVS tandem Podalyrius alter,
Docta ſanaſſet vulnera tanta manu.

AD CLARISSIMVM VIRVM D.
DAVIDEM RIVALTVM DE FLVRANCE,
Archimedis interpretem & illu-
ſtratorem eximium.

EPIGRAMMA.

Vaſta Syracuſio quod debuit Æolis antè
Inſula, RIVALTO nonne Syracuſius?
Artibus ille, ſuis hoſtes, mortémque fugabat;
Vindicat hic ſcriptis morte Syracuſium.

Pontius Priuatus Tharaſconenſis.
Φιλιατρὸς καὶ Φιλομαθηματικός.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΟΥ
ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ.

ARCHIMEDIS DE
SPHÆRA ET CYLINDRO.

ΠΡΟΛΕΓΟΜΕΝΑ.

Multa sunt de quibus admonitum vehementer cupimus lectorem horum operum Archimedu, antequam ad hoc discrimen subeundum accingatur; rati ex illis aliquantum ad rerum quæ sequuntur intelligentiam, lucu accessurum, tum fore vt alacrior & à dubijs securior, etiam animo propensior laborem hunc suscipiat, qui tanti viri nomini faueat scientiámque aucupetur. Dicamne? malum quo non velocius vllum Mobilitate viget, virésque acquirit eundo: famam nempe, nomen quidem Archimedu ad astra tulisse: sed adeo incredibilem occupare hominum aures, vt vix multi sentiant nos vllum huiusce hominis posidere opus: & tantum Authori tribuisse vt operibus detrahas. Equidem sunt qui nullo modo sibi vnquam persuaserint libros qui passim Archimedu nomine manibus teruntur, tanti viri esse, & id pertinacissime negant: verùm duo sunt quæ eos euidentissima insciti conuincant: antiquorum testimonium, & horum librorum opera. Multi veteres etiam non Mathematici agnoscunt, sæpissimeque citant Archimedu scripta, Pappus, Proclus, Strabo, Eutocius, alique, & quanquam solus Plutarchus velut nihil in Mechanicis edidisse Archimedem, eundem tamen testatur in speculatiuis plurimum studium collocasse, ἀλλὰ τὸν, (inquit) ἐπὶ τὰ μηχανικὰ θεωρήματα καὶ πάσῃ ὅλως τέχνῃ χρείᾳ ἐφαπτόμενον, ἀλλήτῳ βαίαυσον ὑπεσάλφρες, ἐκεῖνα καταλιπόντας μόνα τῆ αὐτῆ φιλοκαλίας, ἃς ὁ κάλλει καὶ σεμνότητι ἀμήχανος τὸ ἀναγκαίῳ θεσίσιν, ἀσυγκρίτα μὲν ὄντα τοῖς ἄλλοις, ἕως δὲ πρόσεστα τοῖς ὕλαις τῆ ἀποδείξῃ, τοῖς μὲν τὸ μεγέθος καὶ τὸ κάλλος, τοῖς δὲ τὸ ἀκριβείας καὶ τὸ δύναμιν ὑπερφυᾶ παρέχοντας. Speculatiua quidem æterna & immutabilis veritatis, præposuit rebus inuentionibúsque materia constantibus, non tamen ab his abhorruit & mechanicas dici censuit potiùs, quia manu tractantur & in vsum educuntur, quam propterea quod nullis regulis aut arte nulla effectus suos exerant. Etenim sua etiam infallibilia præcepta habent, suáque certa principia, quibus tota τεχνικὴ scientia stabilita conclusiones perpetuæ certitudinis elicit, quarum gratia non dubitarim Archimedem de Mechanicis etiam scripsisse libros, maximè cum eos ipsemet suis speculatiuis non vno solo loco citet: & quamquam non supersint, magnóque hominum dispendio perierint,

Amid. 4.

Prolog. 6. & 10. lib. de quadra. parabo.

Chil. 2 hyſtor. 35. tamen legiſſe Ioannes Zetzes videtur inſinuare his verbis.

Ἐξ ὧνπερ ἀπεγράψατο κατοπτρικὰς ἐξάλλας.
Καὶ πάσην ἄλλην μάθησιν τῆς μηχανικωτάτην
Βαρυλκὸν, πνευματικὸν, ὑδροστατικάς τε
Καὶ τούτου ἡ τῶν γλεφυρῶν τῆς βίβλου Ἀρχιμήδης.

τῶν βίβλων, inquit, καὶ ἀπεγράψατο, profert. Et certè non ad aliam Matheſeos partem quam ad mechanicam pertinent libri quos habemus de æquiponderantibus, & de inſidentibus humido, tum alij qui deſiderantur περὶ ζυγῶν, περὶ σφαιροειδέων, περὶ πυρίων, περὶ ὑδροστατικῶν & alij quos ἐξαλλὰς poſtea dicemus. Cæterum opera & contexturа horum librorum, genius denique qui totis ipſis illucet, Archimedis fama ſuper aſtra noti ingenium ita redolent, vt quando nomen vultu non circumferrent, ipſius tamen eſſe non alius cuiuſquam agnoſcerentur. Vt enim ſenex ille Geometra eò famam eximiæ virtutis opere, extulit; quò nullius alius antiquorum, ſic hu libru incomparabile mentis acumen, viſque impar cæteris, imò ſeries omnino alia & inconſuetum demonſtrandi robur cerni poſſunt, quibus Archimedei animi certa veſtigia apparent. Animæ cuiuſquam facies eſt quæ lineamenta ſua nunc oculis aliorum, nunc auribus, nunc menti offert, & pulchritudinem ſuam vel bene compoſita partium corporis ſerie colorúmque ſuauitate, vel concinna ſonorum mixtione vocúmque flore, vel delicato, aut robuſto, ſubtili, acutóque loquendi & ſcribendi ſtylo, patefacit. Primis duobus modis quam pulcher fuerit Archimedes, haud nobis innoteſcit, cum eum nec videamus nec audiamus: ſed tertio non minus eum aut intuemur aut auſcultamus, denique cognoſcimus, quam ſi vel coram alloqueretur vel audientiam nobis faceret, vt dicere eum non eſſe qui ſcripſerit aut enarrauerit, ſenſui & intellectui omnino ſuis inficias, indicióque rationis contradicere. Tum ſermo Doricus & Syracuſanus penitúſque Siculis familiaris, eum prodit: quamquam aliquibus magis, alius vero minus Dorice loquatur. Certe libris de Sphæra & Cylindro purior eſt ſermo, quam reliquis, puta qui non primus ſcriptus ſit, licet primo prodeat. Quod ſtatim proœmio oſtendit, cum antequam ſcriberet de Sphæra & Cylindro, propoſitionéſque demonſtraſſet imò inueniſſet, quæ hoc opere edita ſunt, iam de portione comprehenſa ſub recta linea & rectanguli Coni ſectione edixerat: quod nempe ſeſquitertia eſſet trianguli habentis eandem baſin ac portio, eandemque altitudinem; Hoc vero habetur demonſtratum libro de lineis ſpiralibus propoſ. 17. & 24. Et certè, cum aliquid tentare animo definimus, non quod ordine naturæ primum eſt prius aggredimur, ſed quod nobis eſt facilius: At cum hoc deprehenderimus ad ea quæ difficiliora ſint progredimur, & gradibus veluti quibuſdam aſperitatis emenſis, ad altiora paulatim euehimur. Eiuſmodi eſt doctrinæ methodus, eáque rectè & feliciter inueniendi ratio. Scopus autem Archimedis fuerat Sphæram ſcrutari, Cylindrúmque rimari oculus mentis: quod vt facilius perficeret & feliciori euentu, multa emiſit priùs quorum velitatione, errorum pericula vitaret hoſtiúmque difficiles impetus obtunderet & tandem victoria potiretur, qua tandem parta triumpho ordine procedente, ſingula prodeũt ſuo loco. Primo educũtur quæ de Sphæra & Cylindro edomuit, tum quæ de circuli dimenſione, ſine qua nec ſphæram ipſam cognoſceremus, poſtea ponderum grauitas perpenditur & ponderandi ſeu æſtimandi ratio, qua ignorata multa de dignitate ſolidorum clã nobis eſſent. His ſubiunguntur quæ de Conoidibus & ſphæroidibus mira ingenio Archimedes inuenit, quæ etiam pertinent ad naturam ſphæricæ figuræ quam potiſſimum venabatur: Cui quoniam adſtipulatur plurimum linea ſpiralis ſeu Helix, locus illi quintus tribuitur; vt ſextus parabolæ, cuius hic ingenioſiſſime qua-

dratura prius μηχανικὸς tùm θεωρημικῶς docetur: vt ineptè Ramus librum hunc ad stereometriam pertinere dicat. Hanc sequitur Arenarius & ars mira numerandi ac numeru exprimendi quancunque multitudinem propositam. Iam quæ præcedunt paulo deficiunt ab illa syncera ac pura geometria quæ præcedentia nitent, sed ad materiam humidi paululũ degenerant, attamen certissimarum demonstrationum nitore splendent. Verum quæ deinceps veluti gregatim obueniunt, exotica dicuntur, quæ licet nõ indigna sint quæ triumpho deferantur, tamen postremo loco collocantur, vt μηχανικὰ. quorum est ancillari, non propter se expeti. Veruntamen decentissimè hic adiunguntur, quia sphæricam figuram vel saltem circularem præ se ferũt, ac si omnia sphærica edidisset, & hoc opere sola orbicularis forma contineretur. Corona sphærica est, Cochlium, helice, trochlea trispasti, circulares sunt, tollenones & omnino machinamenta bellica sphærica specula vltoria sectionu conicæ figura deformantur, tubi demum & canaliculi quibus constant pneumatica & hydraulica, rotundi sunt: ac demum sphæræ materialu cõfectione labor totus desinit, vt à sphæra Archimedes initium ducat & finem. Caterum hu libru de Sphæra & Cylindro clariùs & elegantiùs animum suum protulit quam quibuslibet alius, siue materiam de qua hu agitur spectes difficilem & arduam, siue conclusiones quæ de corporibus sphæricis eruuntur considereres, è penitissimis nempe latebris obscurissimarum figurarum petitas, quæ salebrosas & penè inuias proprietates habent, quas multi ante Archimedem quæsierant, sed non consequuti erant. Adeo vero feliciter in eis operam suam contulit, vt ratus se nullo alio inuento æquum honorem promeruisse, quam eo quo sphæræ & Cylindri rationes & analogiam ostenderat, petierit ab amicu & propinquu vt vita functo, cylindrum sphæram complectentem sepulchro imponerent, inscriberentque proportionem quatenus solidum continens excedit contentum. Verba Plutarchi sunt, πολλῶν δ' οἱ καλῶν ἀριθμῶν γεγενημένων λέγεται τὸν φίλον Proem. in Mathe. Plutar. in Marcello.

δεηθῆναι καὶ συγχωρῆσαι, ὅπως αὐτοῦ μὲν τὸν τελευτήσαντος τοῦ τάφου τὸ σχῆμα βαστάζοντα τὸν σφαῖραν ἐστὶς κύλινδρον, ἐπιγράψωσι τὸν λόγον τῆς ὑπεροχῆς τῷ περιέχοντι πρὸς τὸ περιεχόμενον. Hanc verò proportionem quam monumento adscribi rogasse Archimedes, demonstrauit propositione 31. lib. 1. huius operis sequentéque manifesto quod libri nonum est. Atque huiusmodi inuentum rationis cylindri & sphæræ, nempe sesquialteræ cylindri bases æquales habentis maximo qui in sphæra circulo & altitudinem parem diametro eiusdem sphæræ, eo nomine tanti fecit Archimedes, quia sit hæc ratio non tantum solidi ad solidum, sed superficiei ad superficiem. Etenim vt cylindricum corpus sphæricum sesquialterũ est, καὶ ἡ ἐπιφάνεια κυλίνδρου μετὰ τῶν βάσεων, ἡμιολία ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. Quod certè in Geometria rarum admodum est: vix enim rationem solidorum sequuntur superficies Hoc libro insigne theorema demonstrauerat Archimedes, nimirum quod πᾶσα σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ: verum adsolam sphæram pertinebat, nec quippiam erat in rem cylindri: propterea non tanti fecit, quia sphæram & cylindrum simul hic cõtemplatur: Methodus autem qua nobis sua scripta dederit, & demonstrandi ratio, non caruerunt Aristippu & reprehensoribus qui eas seuerè carperent. Methodo tamen (*dicebat Ramus*) & tota docendi via perobscurus Archimedes, licet inuentione iudicióque rerum singularum summus fuerit, & Plutarchus valdè facilem iudicet, libris tamẽ ipsis obscuritas arguitur. *Profecto de rebus sublimibus & natura sua abstrusis, seiunctisque à communi hominum captu, non potest quisquam quicquam præcipere, quod perobscurũ non sit, scilicet si statim obuiũ vno aut altero verbo excipiatur. Sensus ad insolita horrent, imaginatio hebescit, intellectus obtunditur, & iudicium* Manif. 3. lib. 1. Prop. 33. Proemio Math.

difficilè assentitur, vnde obscuritas æstimatur. Præterea res eximiæ, propria methodo tradi debent, ne si faciliùs quam par sit offerantur, contemptui sint. Raritas rerũ, & acquirendi difficultas illis pretio sunt, vt meritissimo iure præstantes viri diuinas suas adinuentiones & Archimedeis similes, emittant decora quadam & venerabili facie, tamen seuera, quæ primo intuitu honorem sibi & reuerentiam conciliet, ne sperneantur. Quantum vero attinet ad modum demonstrandi, nemo præteritis sæculis tam iniquus fuerat aduersus Archimedem, quàm nostro ævo sese gesserit, summus alioqui vir ac de bonis literis meritissimus, Iosephus Scaliger, qui nunc eum erroris accusat, nunc eius conuellit demonstrationes. Et quoniam pluribus in hominem inuehitur singula persequi, & omnibus respondere quæ effutiit in eum superuacaneum esse iudico, satisque fieri Archimedeæ doctrinæ & simul scientiis Mathematicis si ostendero Scaligerum prauo judicio vocasse Archimedis θαλοιστικὴν τὴν εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγήν, *quæ & vsi sunt omnes prisci & recentiores Mathematici potioris nominis, & quam analysis dialectica maximè commendat. Artificium deductionis ad impossibile adstruitur tota Dialectica & ratiocinandi scientia, cuius duo sunt potissima instrumẽta, syllogismus ostensiuus, & is quo aduersarius ad absurdum deducitur. Vterque autem hoc innititur fundamento, hoc inquam, quod & Aristoteles demonstrationis cuiuscunque basim statuit,* πᾶσα διδασκαλία, καὶ πᾶσα μάθησις διανοητικὴ ἐκ προϋπαρχούσης γίνεται γνώσεως. *Non enim iam intuitiuè & in instanti cognoscimus res, sed quamdiu anima nostra, immortale scilicet animal, in hoc mortali ergastulo detinetur,* ὁ θνητῷ, *ait Plato,* φρονεῖν καθείρκται, *causas rerum videt earúmque progressus, anteceßiones inquirit, similitudines comparat, rebúsque præsentibus adiungit atque annectit futuras; demum conclusiones colligit, ex antecedenti cognitione, & veritatem ignotam ex nota deducit arte analytica. Et hoc potissimum in Mathematicis:* οὗτι γὰρ μαθηματικαὶ τῶν ἀποδεικτῶν ἀφ' ἑκάστου τοῦτο τὸ ἕκαστον ἀποδέχονται, *inquit Aristoteles, qui proinde vult nos cum ratiocinamur partim conclusiones scire, partim nescire: quod interpretantur Philosophi, nos intellectiua virtute qua pollemus, & discendi auiditate quæ in nobis est, quodámodo scire quæ syllogismo inuestigamus, formaliter tamen & perfectè nescire. Primæ autem veritates ex quibus abstrusiores mutuamur, induntur nobis vel a natura quæ scientiarum omnium igniculos inseuit animabus nostris, vel à sensibus qui primi vt externi in cognoscendo nobis vsui sunt. Mathematicæ autem disciplinæ primas illas veritates statim objiciunt, & vel naturales apprehensiones, vel sensibiles notiones proponunt pro axiomatis & dignitatibus quibus non assentiri inanis est esse iudicij, qualis fuit fortassis pertinax ille Carneades, qui ne illud quidem quod est omnium euidentissimum concessit esse credendum, quod magnitudines vni cuipiam æquales sint etiam inter se æquales. Positis itaque primis veritatibus, artis est logisticæ eruere conclusiones quæ scientiam pariant. Nec enim Dialectica egemus vt intelligamus* γραμμῆς πέρατα, σημεῖα εἶναι. *vt fert terminorum lineæ definitio: vel* ὅτι τὸ ὅλον τοῦ μέρους μεῖζόν ἐστι: *Lumine enim naturæ statim percipimus partem nõ esse æqualem toti. At vero deducere cum ex terminis, tũ ex ratione totius ad partem, lineam propositam alia proposita maiorem esse, id verò à ratiocinatione est: quod vel ostensiuè* καὶ δεικτικῶς, *efficit, vel deductione ad absurdum seu ad impossibile,* τὴν εἰς ἀδύνατον ἀπαγωγήν. *Discrimen vero quod est inter vtrumque syllogismum, tale statuitur ab Aristotele* ὅτι ἐν μὲν τῷ δεικτικῷ κατ' ἀλήθειαν ἀμφότεραι τίθενται αἱ προτάσεις, ἐν δὲ τῷ εἰς τὸ ἀδύνατον ψευδὴς ἡ μία. *In ostensiuo quippe, Conclusio est vera & gignit scientiam, nempe certam & æternam. At in syllogismo deducente ad absurdum, falsum concluditur. At vero ea vis est & natura veritatis, vt mediante proba*

Galli 1 prolegom. elemẽt. 2. cyclor

2. cap lib 1. poster. anal.

In axiocho.

Themistius in hunc locum Arist.

Galenus de optimo docendi genere.

Ibidem.

analysi, ex ea nihil consequatur nisi verum. Ex mendacio vero & falso, verum quidem sequi possit, sed etiam falsum: Ἐξ ἀληθοῦς μὲν οὐκ ἔστι ψεῦδος συλλογίσασθαι, ἐκ ψεύδους δ' ἔστιν ἀληθές, *inquit dialectica parens, qui proinde, si quid absurdi deducatur ex syllogismo vel ex enthymemate ψεῦδος τὸ ἐναντίον concludit. Imo scepticis ipsi & Pyrrhoniarum Hypotyposeωn defensores potiùs Diodoro assentiunt (si cuiquam illis fuerit assentiendum) qui incipientem à vero non posse desinere in falsum autumabat, quam Philoni qui minimè vitiosum asserebat esse connexum quod à vero incipiens desineret in falsum. Quis enim lumini naturæ contrarium admitteret? Cum itaque proposuisset, verbi gratia, Archimedes circulum æqualem esse triangulo rectangulo, cuius radius est par vni eorum quæ sunt circa rectum angulum: circumferentia verò basi, & hoc sibi negato supposuisset triangulum exposito circulo minorem: tum fuisset argumentatus, ea vi vt figuram inscriptam circulo concluserit maiorem simul & minorem dato triangulo: Quis increpauerit eum quod cum hoc sit absurdum, & naturæ repugnans, collegerit ipse falsam hypothesim qua supposuerat triangulum circulo minorem? Hoc enim consequutus est ex ratiocinationis legibus, iis scilicet quibus homines humanitus viuimus, & sine quibus figurã hominum solam retinemus, cæterum vt bruta animãtia hoc ævo fruimur. Porrò vim argumenti deducentis ad impossibile, hinc cõfectari possumus, quod argumenta ostensiua in omnibus figuris confirmentur deductione ad impossibile, vt si quid lucis maioris ineſſe debeat in iis quibus probamus, quam sit in his quæ probantur, certum quoddã lumen naturæ nostræ conuenientibus necesse sit illucescat ei τῷ διὰ ἀδυνάτου ἀπαγαγόντι tantum abest vt paralogistica sit & sophistica. Ista autẽ confirmatio quæ fit in tribus Dialectica figuris docetur Philosopho cap. 11., 12. & 13. lib 2 ἀναλυτικῶν πρότερον & inde ait lib prioric. 29. ὅ γὰρ δείκνυται δεικτικὸς ὢν ἀφ' τοῦ ἀδυνάτου ὅτι συλλογίσασθαι, καὶ ἀφ' ἁπλῶν ὅρων, ὃ δ' ἀφ' τοῦ ἀδυνάτου καὶ δεικτικός. Quid ergo intercedit discriminis inter vtramque probationem, cum vnumquodque & ostensiuè & per impossibile possit demonstrari, imò iisdem terminis? Tantum non reducimus ad impossibile vt clarius fiat, quod ex hypothesi euincitur, quoniam non tam velut ex syllogismo quàm ex conuentione & consensu fit probatio. In confesso autem adeò euidens est conclusio vt clarior dari nequeat. Vt si quis sectionem parabolicam efficere lineam rectam in superficie coni putauerit, erroris conuincetur ex hypothesi cui assentietur duas lineas rectas spatium non comprehendere. Sectionem enim parabolicam aut aliam conicam animaduertens comprehendi recta linea tanquam basi, & linea quæ in coni superficie deformatur, concedet statim sectionem eiusmodi non esse rectilineam figuram. Et nihilominus videtur huius probationis tota vis ex absurdi indecoro dependere. Nec enim hoc in dubio mens conquiescit aliam ob rationem, quàm ne in absurdum incidat, ac ne cogatur indecore & absurdè hypothesi contradicere, qua concesserat duas lineas rectas spatium non comprehendere. Hinc est cur ait Aristoteles,* ἴσως δὲ καὶ περὶ ἕκαστα τούτων, συγχωρῆσαι, ἀφ' τὸ φανερὸν εἶναι τὸ ψεῦδος. *Cæterum ibidem distinguit inter syllogismos qui per impossibile concludunt, & deducentes ad impossibile: & certè longa est eorum ars & alius loci. Verum hæc de ambobus dicere possumus, vtrosque familiarius & nobis accommodatius confirmare, quàm ostensiuos: Tum eos saltem qui per impossibile concludunt rationem subire illorum qui dicti sunt per hypothesim, quod propter claritatem illis conceditur. Certè qui tantum deducunt ad absurdum resolui possunt ad impossibile, quia (inquit Aristoteles) syllogismo probantur: sed eo propius accedunt ad lumen hypotheseos, quo magis conuenit inter homines, nihil absurdi aut falsi fateri: & quo minus ambigimus de iis quæ primo vel sensibus*

cap 2 lib. 1. poster. analyt.

ibi cap. 11.

S. vtrum Philosophi Pyrrhoniorum Hypotyposeωn lib. 2. capite 11.

cap 44. 1. anal.

vel primis ſcientiarum axiomatibus contraria ſunt. Conuerſionem autem in Mathematicis & reſolutionem facilem tres ob cauſas Philoſophi norunt. Primam quia ſemper vera concluſio ex veris deducitur, ex axiomate Dialectico & Metaphyſico: ſecundam, quia vtitur ex his quæ conuertuntur per ſe & propter quod vnumquodque hoc ipſum eſt: tertiam quæ eſt Auerrois, quia Mathematicæ concluſiones ſunt ex ſibi proportionatis. Porro, propterea demonſtrationes oſtenſiuæ in Mathematicis non cenſentur potiores quàm deducentes ad abſurdum, quia non vtuntur illæ diſciplinæ cauſis rei, ſed cauſis cognitionis rei. Cum exempli cauſa, probat Archimedes ὅτι πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ, *conſcribit & inſcribit figuras ſolidas extra & intra ſphæram, quarum artificio concludit ſuperficiem expoſitæ ſphæræ æqualem eſſe quater maximo eorum qui ſunt in ea circulo. Hæ vero deſcriptæ figuræ non ſunt cauſæ cur illa æqualitas ſuperficierum ſit, ſed rationes ſunt, quibus illa cognoſcatur. Vnde fit vt quodcumque cognitioni fuerit magis conſentaneum, Mathematicis magis conueniat. At cognoſcimus facilius quæ abſurda ſunt impoſsibilia, falſa, & rationi repugnantia, quam quæ vera: adeo veritates abſtruſæ ſunt & errores ex aduerſo paſsim obuij, & abſurda perceptibilia vt putà hypotheſibus & ſententiis communibus facillimis & veritatis apertiſsimæ, contraria. Qua ergo fronte, quo iudicio errori verterit Scaliger Archimedi, quod vſus fuerit deductionibus ad abſurdum, viderint ſcientiarum & veritatis amantiſsimi. Verum ne qua deinceps ratio apud Archimedem dubiè vel detur vel ſumatur, ſupereſt animaduertamus num veritati ſit conſentaneum, omne quod aliquo nec maius eſt nec minus, ſit illi æquale. Nec enim hoc Scaliger indubitãter admittit. Equidem omnes quæ ſenſus aut cogitatio recipere poteſt penes quantitatem habitudines, ſunt à maiori vel minori vel æquali. Præter has differentias nullas alias quiſquam vnquam agnouit. Et ſiquidem A. non fuerit æquale B. erit illi inæquale: atqui inæqualitas à maiori vel minori eſt. Et ſi fuerit A. maius vel minus quàm B. certè erit ipſi inæquale. Nec enim maius aut minus quicquam quoquam eſt, quin ſit inæquale, ne ſimul æquale & inæquale idem eidem ſit, & tandem ne quid ſimul ſit & non ſit quod à natura rerum abhorret. Quare ergo ſi circulus nec excedat triangulum rectangulum cuius baſis ſit æqualis periferiæ circuli & cáthetus par ſemidiametro eiuſdem, nec ab eo excedatur, hoc eſt nec maior ſit eo nec minor, Archimedes æqualem circulo triangulum non concluſerit? Quia ſi circulus triangulo non eſt æqualis, eſt in alterutro aliquid quo inæqualitas nitatur. Illud ergo excedit in alterutro, & in altero deficit. Ergo alteruter maior eſt, alter minor. Quod enim excedit aliud, eo alio maius illud agnoſcimus naturali lumine, cui nemo prudens inficias ierit. Cum & hoc negare ſit principijs obſiſtere, quod deſipientis eſt & à mente alieni, virgiſque potius cedendi, quàm rationibus oppugnandi. Dixerit vero aliquis: angulo contactus ſeu contactus quem vocant, non dari angulum rectilineum æqualem, licet maior ipſo itidémque minor dentur; propterea quidem triangulum maiorem circulo dato minorémque aſsignari poſſe, æqualem vero non poſſe. Tum poſſe hac argumentandi formula Archimedis commissi in Euclidem: demonſtrari angulum rectum angulo ſemicirculi æqualem eſſe.* Si enim non ſit *(inquit Mathematicorum qui fuit noſtro tempore Coryphæus illuſtris Vieta)* æqualis, aut erit maior aut minor. Sit primum maior, & ſumatur angulus rectilineus minor quidem recto, ſed maior angulo ſemicirculi, & ſtatim deprehendet id fieri non poſſe. Eſſe enim adſumpto quoque rectilineo maiorem angulum ſemicirculi, demonſtrabit. Sit autem minor, & ſumatur angulus rectilineus, maior quidem recto, ſed minor angulo ſemicirculi: & ſtatim quoque deprehendet id fieri non poſſe. Eſſe

Propoſ. 10. lib. 1. de Sphær. & Cyl.

Scholio ad 4. Libri 8. reſponſ.

enim adſumpto quocumque obtuſo minorem angulum ſemicirculi demonſtrabit. Itaque concludet tandem ſecundum propoſitum aduerſus Euclidem Euclideorumve ſententiam. *Verum qui hanc argumentationem obiecerit Archimedi, & inde concluſerit omnes ipſius demonſtrationes non minus hac quæ eſt aduerſus Euclidu oſtenſa, inanes eſſe, habet Archimedes vnde ſe tueatur. Etenim multo diſpar ratio eſt. Hic enim incidit comparatio quantitatis ad quantitatem, cum qua nulla illi proportio eſt. Etenim ea quantitates nullam inter ſe rationem habent ſecundum Euclidem, quarum altera quantolibet numero ſibi ipſi addita, numquam alteram excedit. Angulus vero cornuum ſeu contactus qui hic intercidit, quantacumque multitudine ſibi ipſi additus, numquam excedet vel minimum angulum rectilineum, vt nec angulus ſemicirculi ſua figura manens, angulum rectum. Nulla ergo ratione ſunt inter ſe angulus contactus & rectilineus, vt nec angulus ſemicirculi & angulus rectus. Non ergo conferri inter ſe poſſunt, nec illic valet argumentatio Archimedea. At vero numquam Archimedes contulit inter ſe quantitates quæ vacarent proportione, & quarum altera alteram non poſſet excedere. Triangulus quippe rectilineus quicumque dari poſſit minimus, multoties ſibi ipſi additus, quemcumque circulum exſuperabit. Rurſus quæcumque recta linea minima, quamcumque curuam, finitam additione ſui ipſius excedet, vt nemo dicere poſſit curuam & rectam lineas ſiue iiſdem definiantur terminis, ſiue diuerſis, nulla eſſe inter ſe analogia. Inter eas itaque valet ratiocinatio Archimedea, quamuis illegitima ſit inter angulos rectilineum, & κερατοειδῆ, ſeu ſemicirculi, & rectum. Stent ergo ſartæ tectaque Archimedu ratiocinatio, & fama, nec quu incomparabili viro quicquam inuidioſè detrahat. Et certè nemo in Archimedem inuehetur qui Dialectice agere ſcierit; quod vel homines primi nominis non ſatis norint, quia dum negligunt quæ vulgò requiruntur & veluti omnibus obuia ſunt, vix fundamenta ſcientiarum ſibi comparant: vnde illu tot deinde errores, in quos ne pueri quidem impingerent; & dum giganteas operas moliuntur, vel minutiſſimi ſoricu ſubſtructione ſubuerſas ſuas ſentiunt moles. Quid? illu Dialectica nimis trita eſt, eam ideo cenſent minus decentem tantos viros: non animaduertentes ſcientiam eſſe tanto ſummis ingeniis digniorem quanto verior eſt cæteras ſciendi modus, imo apex & finis, ſi Plato ſit audiendus* ἀρ' ὧν (inquit) δεῖ ζητεῖν ἡμᾶς, ὅταν περ ἐγχειρῇ τις μανθάνειν ὁτιοῦν ἐν ὁτῳοῦν, ταῦτα μανθάνειν ἡμῖν ἐπιτρέπειν καὶ ζητεῖν, εἰ οἷόν τ' ἄλλο τοῦτο μαθήματι αἰωτέρῳ ὀρθῶς ἂν ὑπηρετεῖσθαι, ἀλλ' ἤδη τέλος τὸ πρὸς μαθήματων. *Spernentes itaque ſcientiarum habendarum methodum, nullam habent cum omnes habere ſe putent, aut ſi poſſideant, tamen modo habendi, experiundi vtendi, carentes, etiamſi, v.g.* ἀλογιστησίας, *vix committant, tam frequenter* ἀδιάλεκτοι *videntur vt mali geometræ cenſeantur: adeo nullus in ſcientiis laudandus artifex qui Dialectica vacet. Ratio hinc eſt: quia* ἀκατάληπτα γενέται ὁ τῶν ὀλίγων διαφέρων (*ait Platonicus* Φαῖδρος) *at rerum vel exiguæ differentiæ arte Dialectica internoſcuntur. Cæterum tam perfecta eſt in Archimedis operibus Dialectica, & tam ſagax vbique ratiocinatio, vt licet* διάβολος *fuiſſet Geometra, non Geometrarum facile princeps, nunquam inſcius in Geometria erraſſet. Nam felicius, qui Dialectica præmunitus eſt. licet ſit* ἀλογιστητος, *quàm Geometriæ peritiſſimus ſed* ἀδιαλεκτος, *Geometriam tractauerit. Verum cum Archimedes in vtraque fuerit perfectiſſimus, ab eo neque* παραλογισμὸν, *neque* ἀλογιστησίαν *ſuſpicare, imo validiſſimas rationes & concluſiones veriſimas expecta. Equidem fatebor Archimedem aſſumpſiſſe multa quæ Geometricè nondum inuenta eſſent, cuiuſmodi eſt inuentio duarum linearum media ratione proportionalium inter duas datas, ſeu cubi duplicationem, propoſitione*

Præfat. 10. lib. 3 Eutoc.

lib. 5 elem. definit. 5

Plato in Phædro.

1. lib. 2. ſequentis operis : tum à puncto dato lineam ducere, itaut pars ductæ interceptæ duabus propoſitis lineis, altera curua, altera recta, ſit æqualis propoſitæ, nempe propoſit. 5. libri de ſpiralibus & huiuſmodi. Hæc verò etſi Geometricè non perficiantur, ſed mechanicè tantum & organis quibuſdã alienis à pura Geometria, vti locis illis oſtendemus, nihilominùs hoc veru dedecori ſummo viro non poteſt, cùm non tam velit docere quomodo hæc problemata abſoluerentur, quæ nemini Geometrarũ adhuc innotuerant, quàm quæ ex ipſis notis ſequerentur, & quo promoueretur Geometria, ſi quodam felici ſcitiæ fato hæc inuenirentur. Equidem aſſerere nollemus Archimedem nouiſſe ſolutionem Deliaci problematis, (de quo deinde agemus,) nec quemquam alium antiquorum, cùm fuerit huc vſque profundiſsimu ignorantiæ tenebris offuſum : nihilominus auſus fuerim dicere multa quæ nos lineis Conchoide, Ciſſoide, ſeu hederacea & ſimilibus conficimus, ipſum Geometricè abſoluiſſe, nec pauca nobis inuidiſſe tempus, quæ illi diuinum ingenium ſuppeditauerat ; quæque cùm ſcripſiſſet fortaſſe mandauiſſet, periere cum lemmatibus, Iſoperimetris, Coniugatis, Mechanicis, Spharopæia, & alijs plurimis quæ poſteritati reliquerat, vt nobis fideliſsima monumenta teſtantur. Deinde omnes eius conatus potius nos in theoremata & in rei cuiuſdam cognitionem, in qua animus conquieſcat, quam in problemata vel confectiones quarundam figurarum quas perficere quæramus. In Theorematibus autem multò libentius aliquid ſupponi poteſt & admitti tãquam ex hypotheſi, potiſsimum ſi quacumque via non impoſsibile oſtendatur (cùm Mathematicus tantum cauſis vtatur cognitionis) quàm in problematibus. In ſcientiis enim abſtrahentem vel quod poſsibile eſt ſupponentem, non contingit propterea errare aut in abſurdum labi : at problemata conficere non poſſumus, ſi quid in eorum κατασκευὴ impoſsibile cecideris : nec eſt recipienda ὑπόθεσις quæ quid ἀδυνάτου, ἄγνωστον, ἄδηλον καὶ ἀδιόριστον ſupponit, quando ſcilicet in confectione problematis quieſcere nec vltra progredi eſt animus. Archimedes vt cæteri antiqui in ſoluendis problematis, cum in hos difficultatum ſcopulos, incidit quadruplici via eos vitare nititur, vel analyſi ſeu reſolutione, vel compoſitione, vel mechanico experimento, vel linearum inuentione per organa. Reſolutio eſt cum poſito iam factum eſſe problema, ex hac hypotheſi fit ſagax perquiſitio eorum quæ ſequuntur, vt his deinde poſitis tanquam principijs, ſcopulum vitando, ſcopus attingatur. Hac ratiocinatione vtitur multis propoſitionibus lib. 2. de ſphæra & cylind. vt illic annotabimus. Compoſitio non differt à reſolutione, niſi in eo quod cum in analyſi, diuidendo deducebatur aliquid ab aliquo ; hic componendo & ex conſequentibus ſimul iunctis, tanquam ex antecedentibus, aliquid cõcludendo viam nobis aperimus ſoluẽdi quod proponitur. Vix autem has vias ſeiunctas inueneris nec ſimul non mixtas. Experimentum mechanicum eſt à materiali quadam executione, cùm ſiue rem numerando, ſiue appendendo, ſiue reſecando ſiue coniungendo, aut quodam alio modo rem ſubiectam attrectando mechanicè, experimur propoſitum. Hoc pacto Archimedes primùm inuenit quadraturam paraboles, & hoc experimento tanquam prævia face accenſus, deinde Geometricè rem demonſtrauit. Tandem organis inueniuntur lineæ Helica, Quadrataria, Parabolica, Hyperbolica, Elliptica, Conchois, Ciſſois, & huiuſmodi quibus tandem, ἀδιόριστα γεωμετρικῶς problemata ſoluuntur μηχανικῶς. De his lineis poſtea acturi ſumus. Equidem eas non inuenimus in libris Archimedis : verùm quia antiqui his vſi ſunt, hunc virum ab earum vſu nõ abhorruiſſe cenſemus. Porro ex aſſumptione harum linearum multiplici, problemata dicta ſunt antiquis quadam γραμμικὰ & linearia, quædam πλανὰ & ſuperficialia, demum quædam στερεὰ, & ſolida. Prima ſunt in quibus ſoluendis lineæ aſſumuntur, quæ varium & tranſmutabilem ortum habẽt : tamen ex

1 prop. lib. 2 de Sphæ. & Cyl.

Ad 1 lib. 2. de Sphæ & Cyl. vel prom. de æquip. ac de Conoid. & Sphæ & alibi paſſim.

ſolo linearum ductu naſcuntur: cuiuſmodi ſunt Helix, quadrataria ſeu τετραγωνίζουσα, Conchois, Ciſſois & ſimiles. Secunda ſunt quæ vt ſoluantur egent ſimul lineis diuerſis, vt linea recta & circuli circumferentia, cum hæ in plano ortum habeant & planum comprehendant. Tertia requirunt lineas quæ ex corporum ſectione naſcuntur, quales ſunt parabole, hyperbole, Ellipſis, quas in plano deſignare difficile aſſerit Pappus. Et certè ex Coni ſectionibus oriuntur. Hinc veteres difficile problema offerentes vt ſolueretur, addere ſolebant cuiuſnam generis eſſet, an lineare, an planum, an ſolidum: quamquam multa hac ratione varia eſſent, cum variis lineis ſoluerentur. Sciendũ verò priores Geometras, plurima Elementorum vice ſcripſiſſe, licet alijs nominibus putà Euclidis δεδομένων ἐν τῷ τόπῳ Apollonij, λόγου ſeu χωρίου ἀποτομῆς ἐν ἐπαφαῖς καὶ τόποις διττοῖς, & huiuſmodi, quę Archimedes habens ſuo tempore, multa reticuit, aut tanquam demonſtrata paſſim aſſumpſit. Verum cum hæc noſtro ævo lateant, oportuit ea lemmatum appellatione reſtituere, ne demonſtrationes mancæ & imperfectæ remanerent. Eiuſmodi multa hic & illic poſuimus vel à nobis vel ab alijs, quæ lucem demonſtrationi ſequenti prębent. Equidem multa adiunximus quę fortaſſe trita videbuntur, nihilominus, pauca quæ alibi legantur: quæ non duximus omittenda cum Elementa hæc Archimedis velimus clara & aperta omnibus, non dicam doctis, ſed rudibus in Geometria & diſcentibus relinquere, vti officij illuſtratoris eſſe videtur. Dico Elementa Archimedis, Proclum imitatus qui libro 2. cum inter Elementarios numeras, τοὺς (inquit) περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου. Verùm non tantum Elementa propoſuit Archimedes Sphæræ & Cylindri, ſed magis æquiponderãtium, magis Conoeidęum & Sphæroideum, magis etiam ſpiralium, imo & cæterorum quæ contemplatus eſt.

Porrò tædet nos errorum qui negligentiſſimè acciderunt extypis: cum vix pagina ſit qua non erretur, vt niſi lector beneuolus ignoſcat, & ferat patientiſſimè, à primis ſtatim foliis animum deſpondeat, & abeat malè erga nos affectus. Qui ſponaneè agit, aut culpa vacet oportet, aut ſi lapſus fuerit indecore veniam deprecatur, puta qui potuit abſtinendo à propoſito non peccare. Attamen currentem in alterius opem, ſi exciderit, irridere aut dãnare nimis crudele eſt, licet libere cucurrerit. Patria enim & amicus, imo humano generi non ſolis nobis nati ſumus, & qui neminem iuuare ſtudet, non meretur vt quis ipſi opituletur: at quis alterius auxilio deſtitutus vixerit? Archimedis opera vt primum legimus, difficultatibus plurimis quibus aſpera ſunt, deterruiſſent nos primùm, & vultu quidem rigido abegiſſent à ſe, niſi nos tanti hominis fama plurimum mouiſſet. Cumque celebre adeo nomen ad laborem adegiſſet, etiam in prima adoleſcentia, mens fuit amicis manum ſi qui eguiſſent prębere, & propriis vigilijs ferre opem. Non enim vt iã diximus doctis ſcribimus, quibus ſi loquuti eſſemus, multa reliquiſſemus quæ illis futilia ſunt aut ſaltem inutilia, quæque eorum doctrina facillimè ſupplet: ſed Mathematicarum artium rudibus, iiſque qui ſummo animo incipiunt colere has ſcientias, aliquid lucis afferre nitimur, ne fortaſſe tam grauem authorem præ moleſtia intelligendi deſerant, vel ne in eo excolendo longum tempus impendant. Porrigentes itaque dexteram, & hoc noſtro iuuenili labore quas poſſumus ferentes ſuppetias, ſi naui exciderint, excudendo operi, eo minus noſtra culpa eſt, quominus alio auocati, intereſſe prælis potuimus. Omnia etenim reponere in alio coacti & correctori fidem habere, qui mentem noſtram ſæpiſſimè non cæperit, poſt abſolutum opus vt maculis conſperſum, tamque fœdum partum edidiſſe grauiſſimè doluimus. Hinc Græca peruerſa peſſimèque ſuis notata accentibus, illinc Latina pueriliter deturpata: multa etiam aut negligenter relicta, aut inutiliter addita, legeris. Male quidem deſcriptum exemplar noſtrum excuſa-

Ad prop. 4. lib. 3. vndè mundi positionem lib. 7.

tioni locum artifici præbuit, quod prototypum fuit nec ſecundo exſcriptum, cum tempus nec otium ſupereſſet, ideóque plurimis literis & diſtinctionibus ſcatebat, futuriſque difficilibus concinnabatur, quibus falli fuit facillimum. Demum potuimus adhuc expectare, & tempus occaſionémque præſtolari: verum quidam pruritus qui ingenia ſollicitat, vicit: quod precor æqui bonique conſulas: & ſi nos ac teipſum ames, quia mendorum ordinem digeſſimus,

Antequam legeris, emenda.

ERRORES TYPOGRAPHICI.

Pag. 7. figura vltima duc lineam E. C. quæ deeſt.
Pag. 13. lin. 1. Græca μογίων, lege μογίου & multis aliis deinceps locis.
Pag. 46. in textu propoſitionis Latino, *altera ſubtendens minimas dimidiarum* lege, *ſubtendens dimidium vnius ex minimis.*
Pag. 51. in figura adde B. ad lineam A. B.
Pag. 54. in centro figuræ adde X.
Pag. 74. in figura duc ab A. ad I. lineam.
Pag. 91. lin. 34. *quadratum G. H.* lege *quadratum C. D. ad quadratum G. H.*
Pag. 92. lin. 11. *Geometria* lege *Geometra.*
Ibid. lin. 16 ἐστὶν, lege ἐστὶ.
Pag. 93. lin. 24. dele *interuallum.*
Pag. 94. in figura eſt B. pro R. & L. pro V.
Pag. 95. lin. 17. F. H. A. lege, F. H. M.
Pag. 96. lin. 19. *&*, lege *vt.*
Pag. 102. lin. 1. *Non*, lege *Nam.*
Pag. 105. lin. 29 *vt rationes*, lege *vt rationi.*
Pag. 106. lin. 18. *& tranſuerſim*, lege *vt tranſuerſum.*
Pag 115. in ſecunda figura adde C. è regione A.
Pag. 122. *efferes laudibus* τῶν τὸ ὄρθιον, lege *efferres laudibus* τῶν τὸ ὄρθιμα.
Pag. 126. lin. 20. *in opinione*, lege *ſui opinione.*
Pag. 128. lin. 5. τῷ, lege τῶν
Pag. 130. lin. 49. A. D. lege B. D.
Pag. 131. in figura ad lineam Q. A. C. M. D. adde B. T. Tum in lineis 17. à, lege *ita.* 28. *triangulus*, lege *triangulos*: 54. *ſegmentibus* lege *ſequentibus.*
Pag. 132. lin. 30. A. C. D. B. lege E. F. H. G.
Pag. 139. lin. 18. σεσταίαι, lege σεσταία.
Pag. 143. lin. 49. παραρτιεκαὶ συνδιαγοὺν, lege ἴσων παραλλαγοὺν.
Pag. 145. lin. 20. ταυμάζοντες, lege θαυμάζοντες, & in margine, *in Mathematicis*, lege *in Mechanicis.*
Pag. 146. lin. 4. *manium*, lege *nauium*: lin. 22. ὑδροτίοντα, lege ὑδροστατικῶν, lin. 24. διαγεάμμια, lege διαγράμματα, lin. 29. σεσταὶ lege σεσταται.
Pag. 147. ἰσορροπίαν tribus locis, lege ἰσορροπιῶν.
Pag. 152. in 2. petitione *tendet*, lege *pendet*: in Græco μάκιος, lege μάλιος.
Pag. 155. in 4. petitione ἀφαιρῶν, lege ἀφαιρῶ.
Pag. 170. lin. 4. idem emenda.
Pag. 172. linea Græca 1. ἐφαπτόμενον, lege ἐφαπτομένων.
Pag. 205. deeſt in figura linea F. ſeorſim ducenda aut æqualis aut paulo minor quam ſit linea H. E.
Pag 248. linea 22 *definitionis* lege *ſectionis.*
Pag. 259. lin. 31. *A. D. ad diametrum E. F.* lege *E. F. ad diametrum A. D.*
Pag. 260. lin. 35. *maior quia*, lege *maiorem, quia*: & linea ſequenti *minor*, lege *minorem.*
Pag 313. linea 20. *Hyperbole*, lege *Parabole.*
Pag 314. linea 5. adde hæc verba. *Cæterum non quidem ex ſimilitudine Conoidum colligitur æqualitas, verum ex ſimilitudine cum axium æqualitate, qualem ſuppoſuimus.*
Pag. 335. lin. 41. & 42. pro M. ſubſtitue P.
Pag. 344. lin. 26 *duplam*, lege *duplicatam.*
Pag. 349. lin. 1 *linea* lege *linea*: & lin. 35. *pertranſerit* lege *pertranſierit.*
Pag. 353 lin. 29. *æqualia*, lege *inæqualia.*
Pag. 361. lin. 24. *Arietem*, lege *Aquarium.*
Pag. 363. lin. 25. *quadrato*, lege *cum quadrato.*
Pag. 364. lin. 3. *ad C. F.* lege *ad C. D.* & in maxima figuræ linea, vbi D. pinge B.
Pag. 389. in figura pro Q. pone G.
Pag. 402. in figuræ linea A. B. adpinge G. in ſectione interioris circuli.
Pag. 403. lin. 1. A. B. lege A. D.: item linea 33. *facere*, lege *facile.*
Pag. 404. lin. 16. pro 51. lege *ſi.*
Pag 415. in figuræ linea K. L. pinge literam H. vbi ſecat parabolam.
Pag. 416. vltima linea lemmatis *incluſum*, lege *incluſam*: atque in figura lemmatis, vbi eſt ω fac π, ſicuti vbicumq; eadem figura repetitur.
Pag. 418. lin. 25. ad *H. E.* lege ad ω. ξ.
Pag. 421. in figuræ linea punctulis notata, quæ in ſuperiori linea habet D., debet habere in fine N.
Pag. 422. lin. 43. lege iam non parallela ſed perpendicularis.
Pag. 485. lin. 52. Λκάδα, lege Λκάδι: & linea ſequenti ἐκκαιδεκάδι, lege ἐκκαιδέδι.
Pag. 491. lin. 3. *in aqua*, ſubſtitue *in humido.*

Hæc ſunt quæ primo intuitu apparuerunt: cætera quæ inuenies, æqui bonique conſulas, precor. Cæterum quidem alij errores, qui acciderunt in libro cui titulus ψαμμίτης, vna cum aliquibus notis, reijciuntur ad finem commentariorum in hunc ipſum librum, pag. 486.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΟΥ
ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ.

ARCHIMEDIS DE
SPHÆRA, ET CYLINDRO.

ΤΟ ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ ΛΕΙΠΕΙ.

Η μεφότη γὰρ σελὶς τᾶ αὐτογράφου ἀφανὴς γέγωνε, ὡς ὁρᾷς.

PROOEMIVM DEFICIT.

Prima etenim pagina exemplaris imperfecta extat, vt vides.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩΙ ΕΥ ΠΡΑΤΤΕΙΝ.

ARCHIMEDES DOSITHEO BENE AGERE.

ΠΡΟΤΕΡΟΝ μὲν ἀπέσταλκα τοὺς παρ' ἐμοῦ γεγραμμένα, γράψας αὐτοῖς ἀποδείξεις· ὡς ὅπαν τμῆμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἐπίπεδον ἴσον ἐστὶ τριγώνου τοῦ ἔχοντος βάσιν τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον· νῦν δὲ πάλιν τῶν προαποδεδειγμένων θεωρημάτων πεπραγματεύμεθα τὰς ἀποδείξεις, ἃ δὲ ταῦτα τοιαῦτα. πρῶτον μὲν ὅτι σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτᾷ. δεύτερον δὲ ὅτι παντὸς τμήματος

ANTEA QVIDEM ad te misi *quædam à nobis animaduersa, quorum scripsimus demonstrationes: veluti* quod omnis portio [a] comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione sesquitertia est trianguli habentis eandem basim ac portio, eandemque altitudinem: *nunc quorundam* occurrentium theorematũ fecimus demonstrationes, *cuiusmodi sunt hæc. Primum quidem quod* [b] Superficies sphæræ quadrupla sit maximi circuli eorum qui in ipsa sunt. *Secundum vero quod* [c] cuiuscumque portionis

[a] *propos. 17 & 24. libri de lineis spiralibus.*

[b] *propositione 33. huius libri.*

[c] *prop. 40. huius libri.*

ſphæræ ſuperficiei æqualis fuerit circulus, cuius radius par ſit rectæ lineæ ductæ à vertice in ſuperficiem circuli, qui baſis ſit ipſius portionis. Adhæc quòd [a] omnis ſphæræ, cylindrus ſeſquialter ſit, qui baſim quidem habet maximo qui ſit in ſphæra circulo, altitudinem vero æqualem diametro ſphæræ: [b] Superficies vero ipſius cylindri ſeſquialtera ſuperficiei ſphæræ. Hæc *quidem demonſtrata natura* præceſſerant circa dictas figuras, *non tamen fuerant ab his qui* ante nos circa Geometriam verſati erant, *animadverſa*. Quia harum figurarum *nondum fuerat exculta ſcientia*, *& qui* contulerit iſta *cum antiquis, nondum ea reperiet* conſiderata. Quamquam demonſtrata plurima *fuerint eorum* quæ ab Eudoxo circa ſolida contemplata ſunt: *veluti* [c]: Quòd omnis pyramis tertia pars ſit priſmatis baſim habentis eandem cum pyramide, parémque altitudinem [d]. Et quod omnis conus tertia pars ſit Cylindri baſim eandem habentis cum cono, & eandem altitudinem. Hæc etenim natura præexiſtentia in his figuris, non vnidumtaxat ſed multis qui ab Eudoxo extiterunt, præſtantibus Geometris, nouiſſe contigit. Licebit verò iis qui potuerint, eadem diligentius ſcrutari. Tum debemus Conone viuente ipſa emittere in vulgus. Hunc enim accepimus talia potiſſimùm poſſe deprehendere, & ipſis accommodatam profetre demonſtra-

[a] prop 32. hanus lib.

[b] corollario 33. huius libri deducto.

[c] pro 7. lib. 12. Elementorum.

[d] pro 10. lib. 12.

σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, τὸ δὲ ἀπὸ τῆς ἐφαπτομένης τοῦ τμήματος ἀχθεῖσα ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὅς ἐστι βάσις τοῦ τμήματος. πρὸς δὲ τούτοις, ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν αὐτὸν τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῷ ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτὸς μὲν ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας ἡμιολία. ταῦτα μὲν πεπραγματευμένα τῇ φύσει προϋπῆρχεν, ἀλλὰ τοῖς ἐμπροσθεν οὐ μέντοι τισὶ γε τῶν πρὸ ἡμῶν περὶ γεωμετρίαν ἀσκησαμένων γενομένοις, ὅταν τούτων τῶν σχημάτων ταῖς ἀποδείξεσιν αὐτὸς προσβάλλει αὐτὰ τὰ πεπραγματευμένα. καίπερ τὰ δόξαντα πολλὰ τῷ ὑπὸ τῆς Εὐδόξου περὶ τὰ στερεὰ πεπραγματευμένων, οἷς· ὅτι πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ πρίσματος τὸν αὐτὸν βάσιν ἔχοντος τῇ πυραμίδι, καὶ ὕψος ἴσον. καὶ ὅτι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ τοῦ κυλίνδρου τὴν βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ κώνῳ, καὶ ὕψος ἴσον. καὶ γὰρ τούτων τοῖς ἐμπροσθεν φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν τοῖς τῆς Εὐδόξου μεμψιμοίρων ἀξίων λόγου γεωμέτρων συνέβαινεν τὸ πάντων εἶναι, μηδὲ ὑφ' ἑνὸς καταπονηθῆναι. ἔξεστι γὰρ τοῖς τούτων ἐπισκέψασθαι τοῖς δυναμένοις. ὤφειλε μὲν οὖν Κόνωνος ζῶντος ἐκδιδόσθαι. ταῦτα τοίνυν γε ὑπολαμβάνομεν που μάλιστα δύνασθαι καταπονῆσαι. ταῦτα δὲ τινὲς ἀρμόζουσαν ὑπ' αὐτῶν δόξαν φασὶν ποιή-

σαθαι. δοκιμάζοντες δὲ καλῶς ἔχειν μεταδιδόναι τοῖς αὐτοῖς οἰκείοις τῶν μαθημάτων, ἀπόστελλομέν τοι τὰς ἀποδείξεις ἀναγράψαντες, ἐφ' ὧν ἔξεσται τοῖς περὶ τὰ μαθήματα ἀναστρεφομένοις ἐπισκέψασθαι. ἔρρωσο.

Γεγράφονται πρῶτον τὰ τε αἰτήματα, καὶ τὰ λαμβανόμενα εἰς τὰς ἀποδείξεις αὐτῶν.

tionem. Arbitrati itaque rectè se habere, si hæc inuenta imperitus fuerim iis, qui colunt mathemata, mittimus tibi quas scripsimus demonstrationes, quasque licebit omnibus qui in Mathematicis versantur, perpendere. Vale.

Scribuntur autem primùm axiomata & hypotheses quæ conueniunt sequentibus demonstrationibus.

ΟΡΟΙ.

Α.

Εἰσί τινες αἱ ἐπιπέδῳ καμπύλαι γραμμαὶ πεπερασμέναι, αἱ τῶν τὰ πέρατα ἐπιζευγνυουσῶν αὐτῶν εὐθειῶν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ εἰσὶν, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

Β.

Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ κοίλην καλῶ τὴν τοιαύτην γραμμήν· ἐν ᾗ ἐὰν δύο σημείων λαμβανομένων ὁποιωνοῦν αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσιν τῆς γραμμῆς, ἢ τινες μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ, τινὲς δὲ κατ' αὐτῆς, ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδαμῆ.

DEFINITIONES.

I.

SI fuerint aliquot in plano curuæ lineæ determinatæ, quarum extrema iungant rectæ lineæ, aut sunt totæ in easdem partes, aut nihil habent in alias.

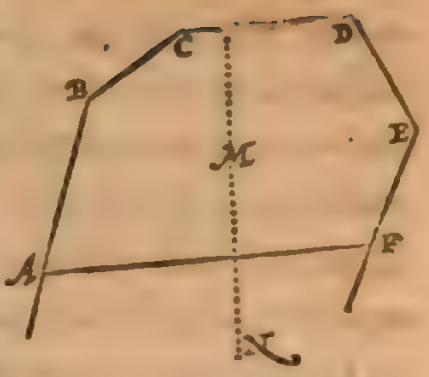
II.

Voco autem lineam cauam in easdem partes: in qua duobus quibuslibet assumptis punctis, quæ sunt rectæ inter assumpta puncta, vel omnis in easdem partes lineæ puncta iungentis cadunt, aut aliquæ quidem in easdem partes, quædam secus rectam lineam iungentem puncta, nulla vero in alias partes.

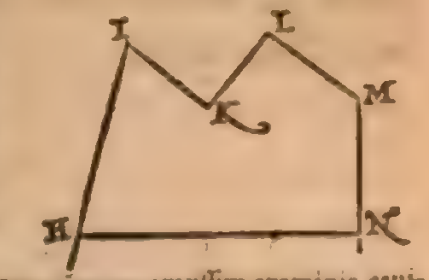
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedi hic cum de cauis lineis loquitur, minimè tantum sermo est de lineis circularibus: sed de figuris potissimum rectilineis, quæ cauitatem quandam angularem componunt. Quod latis intelligitur ex lineis, quas esse vult inter assumpta puncta rectas. Habet enim αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι. Si quippe de circularibus loqueretur, non occurrerent rectæ omnes inter assumpta puncta. Sit itaque lu-

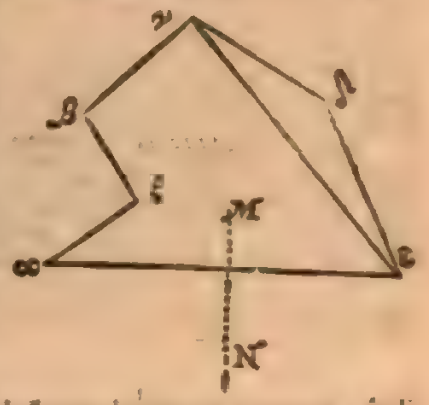
cis gratia linea caua A. B. C. D. E. F. in qua assumantur puncta A. & F. quæ iungantur recta A. F. & huius rectæ notentur partes læuæ puncto M. dextræ signo N. Cum enim rectæ A B, B C. C D, D E, E F. comprehensæ inter assumpta puncta A. F. ferantur omnes versus M. seu in læuam partem lineæ A. F. dicetur assumpta linea caua in eadem partes.



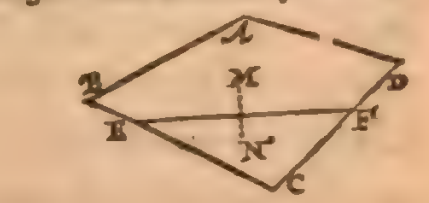
At proponatur linea caua hæc alia H. I. K. L. M. N. in eáque rursus excepta puncta H. N. iungantur recta H. N. In læuam quidem lineæ H. N. ferentur H. I. N. M. M. L. verum I. K. L. K. in dextram & aduersam partem tendent. Propterea non dicetur proposita hæc linea caua in eadem partes. Denique in eadem partes caua linea est, quando anguli omnes, & linearum inclinationes intra cauitatem sunt, vt in expolitarum prima. At vbi est angulus externus, vt in exposita secunda, cauitas non dicitur esse in eadem partes. Cæterum si fuerit quæpiam ex intermedijs lineis parallela lineæ iungenti assumpta puncta, quæ nec in alterutram ipsius partem tendat: non efficiet quominus tota proposita linea in eadem partes caua dicatur. Nec enim C. D. in exposita prima, ducta ἐφαπτομένη iungenti A. B. speciem cauæ in eadem partes totí expositæ detrahit. Et hic sensus est verborum ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη, quæ secunda definitione habentur.

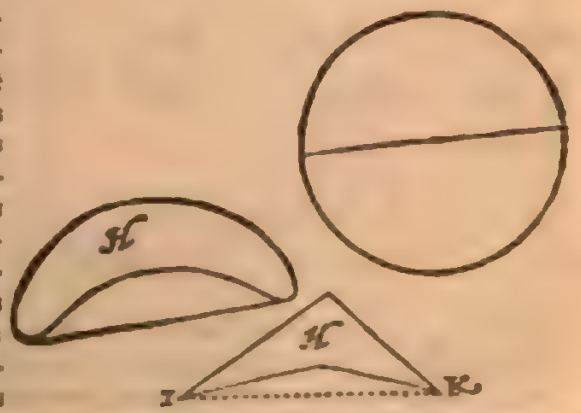


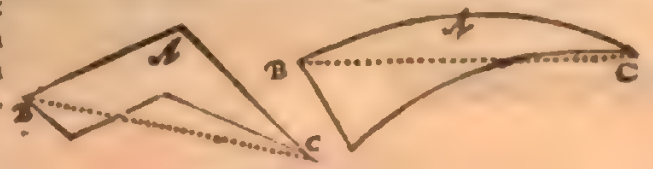
Cæterum Archimedes quando duo puncta proponit, & lineam tãquam amussim examinis cauitatis in eadem partes, non intelligit satis esse examen absoluì à duobus quibusdam punctis, sed præterea requirit vt quibuslibet assumptis punctis cauitas tentetur. Etenim sit linea α. ξ. β. γ. δ. ε. Et iungantur puncta α. & ε. linea, α. ε: ratione huius rectæ α. ε. tota illa linea in eadem partes caua est: omnes etenim partes ipsius recedũt hinc inde ab ipsa versus partem M. quousque pertigerint punctum γ. At vero si cœperimus puncta γ. & ε. lineámque addamus γ. ε. tunc excurret ε. ξ. ad vnas partes ipsius, & ξ. α. ad alteras: & inde patefiet defectus. Si itaque in aliqua linea notari possunt puncta quomodolibet constituta, & hæc iungenti rectæ quædam illius portiunculæ abeant hinc, quædam vero illinc, non dicitur linea in eadem partes caua porrò & simpliciter, quamuis respectu cuiusdam lineæ talis dici queat.



Normam vero nostram si addideris, statim quid non conueniat deprehenderis. Etenim vbi minimum conspexeris à recta deflexum in partem externam, iudicabis cauitatem non esse ad eadem partes: vt quia deflexus est externus in puncto ξ. propositam lineam in eadem partes esse cauam primo intuitu inficiaberis. Hac demum norma celerius quam perpendiculo Authoris experieris num ambitus cuiuscumque figuræ fuerit in eadem partes cauus, necne. Hic enim tentare non videtur lineas in se redeuntes vel extremitatibus coniunctas: alioqui hoc ipsius examine nulla linea in eadem partes caua diceretur. Non hæc A. B. C. D. cuius si iungantur assumpta puncta E. & F. recta E. F. partes E. B. A. D. F. abeunt in partem ipsius M. reliquæ in contrariam N. Non circuli periferia, cuius semissis altera hinc diametri est, altera illinc. Et nihilominus vtraque linea, & vterque ambitus in eadem partes cauus est quia nullus est in ipsis ad extra deflexus. Tũ è contrario quædam lineæ dicerentur ad eadẽ partes cauæ, quæ tamen longè ab hoc situ absunt. In lineis H. extrema puncta I. K. iungantur recta I. K. videbuntur omnes partes illarum cauæ, ad eadẽ partes rectę I. K. Atque equidem in his libris de lineis cauis tantũ agit quæ resectæ sunt à toto ambitu figuræ. At libris de æquiponderantibus, de ambitibus figurarum in eadem partes cauis acturus est. Quos tãdem statim experieris ex angulis externis vel externo deflexu. Etiam tentare poteris, recta à duobus vbicumque assumptis punctis ducta. Si enim quædam ipsius particula extra figuram inciderit, non est ambitus in eadẽ partes cauus. Contra sic est cauus, si tota infra figuram fuerit. Figurarum A. ambitus non est vniformiter cauus. Nam linea iungens B. C. partim extra figuram cadit.







Hoc expressum est Gordo-Vbaldo.

Γ

Ὁμοίως δὴ καὶ ἐπιφάνειαί τινές εἰσι πεπερασμέναι, αἱ μὲν οὐκ ἐπὶ πέδου, τὰ δὲ πέρατα ἔχουσιν ἐπὶ πέδου. Καὶ τοῦ πέδου ἐφ' ᾧ τὰ πέρατα ἔχουσιν, ἤτοι ὅλαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἔσονται, ἢ οὐδὲν ἔχουσιν ἐπὶ τὰ ἕτερα.

III.

Similiter etiam ſuperficies quædam ſunt terminatæ, non quidem in plano, ſed terminos habent in plano. Et plani in quo terminos habent, aut tota vergunt in eaſdem partes, aut nihil habent in alteras.

Δ.

Ἐπὶ τὰ αὐτὰ δὲ κοίλας καλῶ τὰς τοιαύτας ἐπιφανείας, ἐφ' αἷς αἱ δύο σημείων λαμβανομένων, αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι, ἤτοι πᾶσαι ἐπὶ τὰ αὐτὰ πίπτουσι τῆς ἐπιφανείας, ἢ τινὲς μὲν ἐπὶ τὰ αὐτά, τινὲς δὲ κατ' αὐτὴν ἐπὶ τὰ ἕτερα δὲ μηδαμοῦ.

IV.

In eaſdem vero partes cauas ſuperficies voco, in quibus ſi duo ſumantur puncta: rectæ lineæ inter puncta mediæ, aut omnes cadunt in eaſdem partes ſuperficiei, aut quædam in eaſdem partes, quædam vero ſecus eandem partem: nulla vero in partes contrarias.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quæ dicta ſunt de lineis in eaſdem partes cauis, intelligenda ſunt itidem de ſuperficiebus. Dicuntur quippe cauæ in eaſdem partes, quando concauitas ſuperficialis terminatur planis, quæ omnia & tota in eandem partem lineæ tangentis concepta puncta, abeant: aut ſaltem parallela ſint dictæ tangenti lineæ, angulóſque planos interiores efficient omnes, nullum exteriorem: loquitur autem Archimedes de concauitatibus etiam quæ planis continentur, non dumtaxat de ſphæricis. Eius enim verba ſunt, quæ ſuperius αἱ μεταξὺ τῶν σημείων εὐθεῖαι. Rectæ vero lineæ non in ſphæricis ſuperficiebus, ſed in planis tantum duci poſſunt.

E.

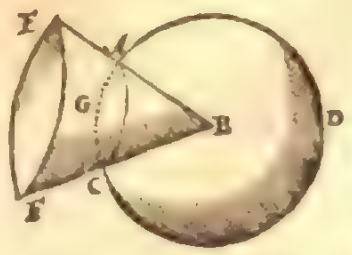
Τομέα δὲ στερεὸν καλῶ, ὅταν εἰς σφαῖραν κώνου πέμνει, κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, τὸ ἀπολαμβανόμενον χῆμα ὑπό τε τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας εἰντὸς τοῦ κώνου.

V.

Fruſtum ſolidum appello figuram, quæ vbi ſphæram Conus ſecuerit habens verticem in centro ſphæræ, comprehendetur tàm à ſuperficie Coni intra ſphæram demerſa, quàm à ſuperficie ſphæræ intra conum contenta.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit ſphæra A. C. D. quam ſecet Conus E. B. F. κορυφὴν habens, ſeu verticem in centro B. ſphæræ, lateráque producens extra ſphæram vſque ad baſim E. F. : τομεὺς στερεὸς ſeu fruſtum ſolidum vocat A. G. C. B. contentum partim ſuperficie Coni A. B. C. demerſa intra ſphæram, partim ſuperficie ſphæræ A. G. C. intra conum excepta. Ita vt huiuſmodi fruſtum componatur ex cono & ſphæræ portione. Siquidem intellige planum agi recto per puncta A. C. Hinc fiet Conus A. B. C. a cuius baſi erit circulus deſcriptus diametro A. C. Illinc vero ſectio ſphæræ A. G. C.



a per 1. lib. Sphær. Theodoſij.

VI.

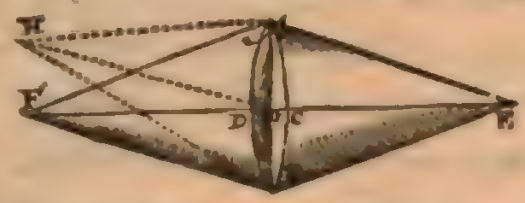
Rhombum vero ſolidum appello figuram ex duobus conis (Iſoſcelibus) deformatam, quando habuerint ambo eandem baſim, conuerſos vero vertices in contrarias partes plani baſis: ita ut eorum axes iaceát in rectam lineam.

ε.

Ῥόμβον δὲ καλῶ στερεόν, ὅταν δύο κῶνοι τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντες τὰς κορυφὰς ἔχωσιν, ἐφ' ἑκάτερα τῆς ἐπιπέδου τῆς βάσεως, ὅπως οἱ ἄξονες αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ὦσι κείμενοι· τὸ ἐξ ἀμφοῖν τοῖν κώνοιν συγκείμενον στερεὸν σχῆμα.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit quidam circulus A. C. B. D. cui tamquam communi baſi innitantur ambo Coni A. E. B. & A. B. F. vertices proiicientes in partes contrarias plani A. C. B. D. alter quidem ad læuam, alter ad dextram, ita ut amborum axes G. E, G. F. linea recta producantur: Erit figura ambobus deformata conis ῥόμβος τυπὸς, ſeu rhombus ſolidus. Requiritur vero vt Coni ſint ambo Iſoſceles, aliter axes non abirent in rectam lineam. Sit enim ſcalenus conus A. H. B. eandem baſim habens A. B. axem vero G. H. qui cum diametro baſis ex definitione ſcaleni coni angulum conſtituat H. G. A. acutum: Non erit linea E. G. H. recta, ne committatur contra 13. τῶ πρώτου στοιχείου. His autem definitionibus hanc addere neceſſe eſt.



VII.

Sphærarum portiones ſimiles ſunt quæ ex ſimilibus circulorum portionibus naſcuntur.

Aſſumo autem iſta. Λαμβάνω δὲ τοῦτα.

HYPOTHESES.

I.

Omnium linearum eadem puncta ſeu terminos habentium minimam eſſe rectam.

ΥΠΟΘΕΣΕΙΣ.

A.

Τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν γραμμῶν, ἐλαχίστην εἶναι τὴν εὐθεῖαν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Plutarchus lineas rectas priores fuiſſe curuis probat a. Quod ſi res ſimpliciores minoréſque præceſſerint compoſitiores, maioreſque: bene ſequitur, rectam lineam minorem eſſe curua quæ eaſdem cum ipſa ſimiles habet. Hinc ἡ ὑπεροχὴ ἀρίστη: quæ rurſus incidit in 4. definitionem primi Στοιχείων, quæ eſt quoque Platonis b. Cæterum velle hoc ſuppoſitum probare αἰτιοπραγμοσύνη puto, quoniam peccetur neceſſe eſt ὡ τῷ αἰτήματι ἡ ἀρχῇ, cum fiat probatio à poſterioribus.

a in quæſtionibus Platonicis, quæſt. 4.

b in Parmenide.

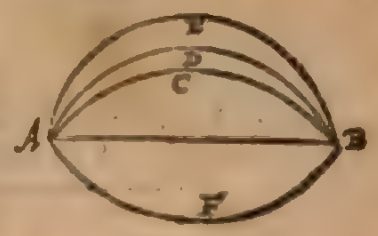
II.

Aliarum vero linearum in plano exiſtentium ſi iiſdem terminentur punctis, eaſdem eſſe inæquales.

B.

Τῶν δὲ ἄλλων γραμμῶν ἐὰν ἐπὶ ἐπιπέδου ὦσαι τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχωσιν, αἴσους εἶναι τὰς τοιαύτας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Sint puncta A.B. termini aliquot linearum quarum sola A.B. sit recta omniumque brevissima, per præcedentem hypothesin. Reliquæ A.C. B, A. D. B. A. E. B. dicuntur hic inæquales. Vnde patet subintelligendum esse, loqui Archimedem de curuis in easdem partes. Quippe in diuersas ductæ A.C. B. & A.F. B. iisdemque terminatæ punctis A. & B. possunt contingere æquales.

Γ.

Ἐπὶ δὲ αὖσιν ἀμφότερα ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλα, καὶ ἡ ὅλη περιλαμβάνηται, ἢ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τῆς βάσιος τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχέσης αὐτῇ, ἢ ἔνια μὲν περιλαμβάνηται, ἔνια δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα ἐστὶ τὰ περιλαμβανόμενα.

III.

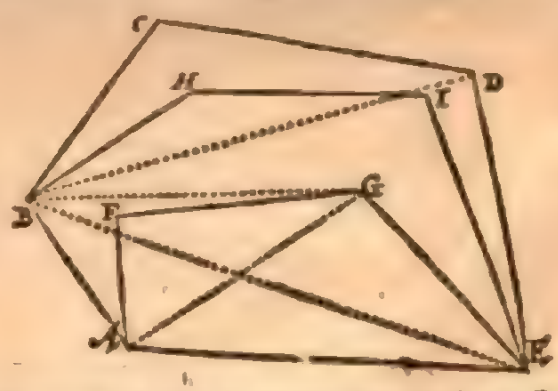
Quando vero duæ extiterint vtræque in easdem partes cauæ, & vel altera tota comprehensa fuerit [vel altera ipsarum] ab alterius • superficie & recta linea eosdem cum ipsa fines habente: vel aliquæ quidem ipsius partes complexæ fuerint, aut aliquas habuerit communes: minorem esse comprehensam.

• περιφερείας ambitu.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Multa in hoc textu subreptitia, quædam mutata censeo. Etenim ab re sunt ista, ἡ ἑτέρα αὐτῶν, & sensum interturbant: tum pro περιφερείας & latitudine, cuiusmodi non reperitur in lineis, legendum potius περιφερείας & ambitum. Ita ut hoc assumptum his concipias verbis: Quando vero duæ extiterint vtræque in eadem partes cauæ, vel altera earum tota cõprehensa fuerit ab alterius ambitu & recta linea, eoldẽ cum ipsa fines habente, vel aliquæ quidem ipsius partes cõplexæ fuerint: aut aliquas habuerit cõmunes, minorem esse comprehẽsam. Sic assumpto exposito, exhibeantur duæ lineæ in easdẽ partes a cauæ A.B.C.D.E. & A.F.G.E. binis isdemque punctis A. & B. terminatæ, quarũ prima secundam comprehendat: Supponit Archimedes inclusam A.F.G.E. minorem esse includente A.B.C.D.E. Siquidem ducantur lineæ quæ punctis formantur: Erunt b A.F, F.G. minores A.B, B.G: vtrisque iungatur G.E. fient rursus A.F, F.G, G.E. minores quam A.B, B.G, G.E. Atqui B.G, G.E. c deficiunt à duabus B.D, D.E. Tum B.D. d superatur à binis B.C, C.D. Igitur B.G, G.E. minores sunt tribus B.C, C.D. D.E. Et ex consequenti linea A.F.G.E. minor est alia A.B.C.D.E. vti supponitur. Eadem ratione A.B.H.I.E. cuius solæ partes B.H.I.E. includuntur, portioque B.A. communis est includenti, minor ostendetur quàm eadem A.B.C.D.E. includens. Oportet autem ambas lineas isdem terminari punctis, vt supponit hic Archimedes, & proponit Euclides vigesima prima propositione Elementi primi. Aliàs inclusa posset esse maior includente, vt demonstrat Eustochius hoc modo. Includat A.B.C. linea aliquod spatium cum basi A.C. quæ includentem terminet punctis A. & C. Et agatur B.D. quæ subtendens angulum A. ex hypothesi obtusum, maior e sit quam B.A. excessu B.F. Bifariam dirimatur excessus in E. ducatúrque E.C. Etenim includetur D.E.C. maior includente A.B.C. Nam C.E, E.B. seu C.E, E.F. f maiores sunt, latere B.C. vtrique parti addamus æquales, nempe duabus B.E,

a per 4 dofinitionem huius.



b per 21. lib. 1.

c per eandem.

d per 20. lib. 1.

e per 19. lib. 1.

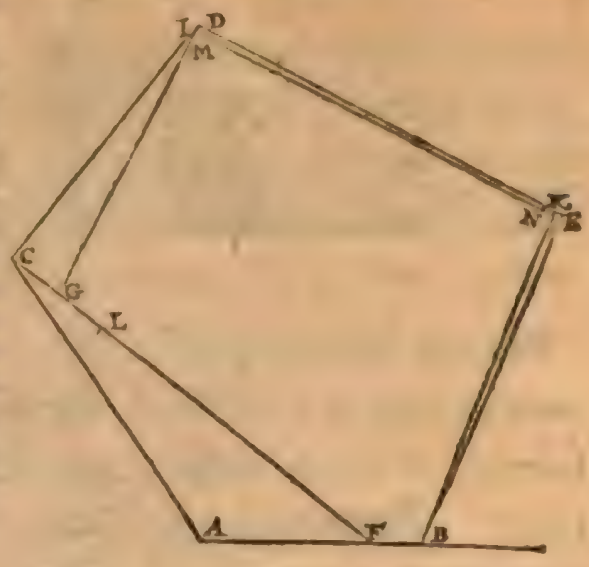
f per 20. lib. 1.

E. C. reliquum F. D, lateri vero B. C. aliud B. A. superetit rursus inclusa D. E, E. C. maior includente A. B. C. Idem contingere potest si pluribus ambæ constent lineis. Sit enim angulus B. A. C. obtusus, quem subtendat F. C. maior quàm A. C. quantitate C. L. Diuidatur C. L. bifariam in G. vt sit F. G. maior eadem A. C. a Agatur perpendicularis C D. & rectum angulum subtendat G. D. cui rursus in puncto D. ad normam sit D. E. b Et quia G. D. excedit C. D, sit excessus M. D. qui sectus æqualiter in I. relinquat G. I. adhuc maiorem quam C. D. Et à puncto I. producatur ἰσονινον I. E. maior D. E. tota N. E. quæ bifariam secta in K. exhibet I. K. longiorem adiuncta D. E. Denique à puncto E. ducatur E. B. ὀρθὴ ἰσῇ ad I. E. & angulum rectum subtendat K. B. excedatque propterea perpendicularem E. B. c Sic enim inclusa F. G. I. K. B. gignitur maior includente A. C. D. E. B. quia diuerso eiusdem lineæ A. B. puncto terminatur.

a per 19. lib. 1.

b per 47. lib. 1.

c per eandem 47.



IV.

Similiter & superficierum eosdem habentium limites, si in plano fines habuerint, minorem esse planam.

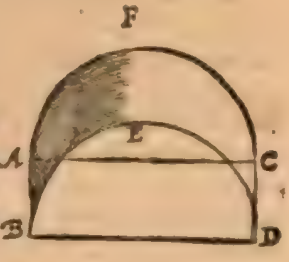
Δ.

Ομοίως καὶ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν αἱ ἐπίπεδοι τὰ πέρατα ἔχωσιν, ἐλάσσονα ἐστὶ τὴν ἐπίπεδον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

d Ex definit. 6. l. 1.

Sint duæ superficies, altera A. B. C. D. plana, quæque d ἐξ ἴσου κεῖται ἐφ' ἑαυτῆς ἐκβολαῖς αὐτῶν: altera curua B. E. D, C. F. A. quæque ex æquo non iaceat intra suas rectas, habeantque ambæ eosdem limites nempe, lineas rectas A. B. & C. D. Curua erit maior quam plana ex simplici elementarique definitione.



V.

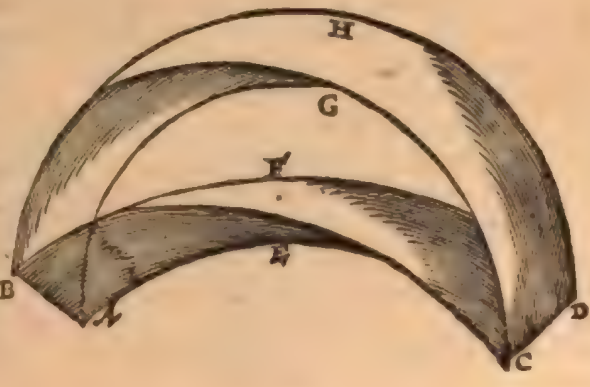
Alias vero superficies habentes eosdem fines, si in plano terminantur, omnes esse inæquales.

E.

Τῶν δὲ ἄλλων ἐπιφανειῶν καὶ τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχουσῶν, ἐὰν αἱ ἐπίπεδοι τὰ πέρατα ᾖ, ἀνίσους εἶναι τὰς ἑαυτῶν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Definiantur binis lineis A. B. C. D. & à lateribus parallelis planis ambæ superficies curuæ E. F, G. H. in easdem partes cauæ: Assumit Archimedes eas esse inæquales. Possumus subiungere includentem maiorem esse inclusa, vt latepatentem. Quod longiori probatione velle statuere, simpedit simplex nudaque σαφήνεια. Vide autem ne intelligas suppositum de superficiebus in contrarias partes cauis: Etenim posset contingere vt B duæ essent æquales, sicuti de lineis diximus.



VI.

Si quãdo vero fuerint ambæ in

ς.

Επιδὰν ὦσιν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ

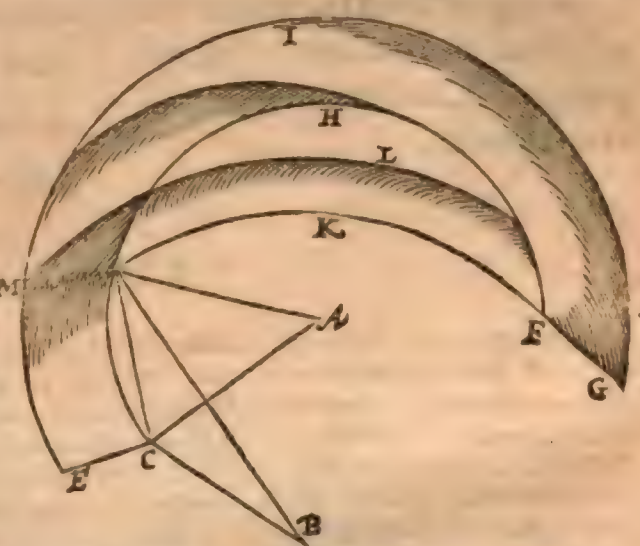
αὐτὰ κοῖλαι, καὶ ἤτοι ὅλη περιλαμβάνηται ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἑτέρα ἐπιφάνεια, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ, ἢ τινὰ μὲν περιλαμβάνηται, τινὰ δὲ κοινὰ ἔχῃ, καὶ ἐλάσσονα εἶναι τὴν περιλαμβανομένην.

eaſdem partes cauæ, & vel altera ſuperficies comprehenſa tota ab altera, & plano habente cum ipſa eoſdem limites, vel aliquæ partes contentæ, aut aliquas habuerit communes: minorem eſſe contentam.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

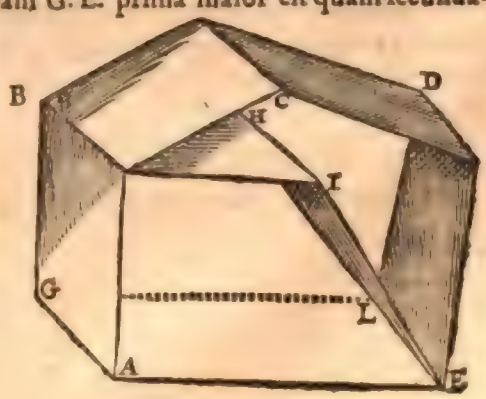
Hæc hypotheſis non poteſt intelligi de ſphæricis ſeu globoſis aut perfecte circularibus ſuperficiebus. Etenim hæ nullas partes communes habere poſſunt: Si etenim duarum huiuſmodi ſuperficierum partes aliquæ eſſent communes, in vnam ambæ totæ recíderent. Se itaque duntaxat ſecare poſſunt.

Sint verbi gratia Superficies ſphæricæ aut cylindricæ E. M. I. G. F. H. C. & E. M. I. G. F. K. D. C. terminatæ linea F. G. ijſdemque à lateribus parallelíſque planis, partemque habeant, ſi fieri poteſt M. E. C. D. communem. Prioris centrum ſit A. Poſterioris B. Tum ducantur à centris lineæ ad partem communem A. D, A. C, B. D, B. C. Erunt etenim A. D. A. C. æquales, a iunctaque D. C. angulus A. D. C. b par angulo A. C. D. proindeque minor angulo D. C. B. At vero eadem ratione angulus B. C. D. æqualis eſt angulo B. D. C. & minor ideo angulo A. D. C. Vnus ergo idemque A. D. C. angulus eſt, & minor & major eodem B. C. D. quod eſt rationi omnino diſſentaneum. De alijs ergo ſuperficiebus curuis loquitur Archimedes, nimirum de planis potiſſimum, quæ ſibi inuicem inclinatæ, cauitatem comprehendunt: cuiuſmodi ſunt includens A. G. C. D. E. & incluſa A. G. I. F. quibus pars eſt communis A. B. quæque cum tendant in eandem partem terminantis plani G. E. prima maior eſt quam ſecunda. Quod eodem prorſus argumento probari poteſt, quo tertio ſuppoſito demonſtrauimus lineas includentes maiores eſſe incluſis. Lineæ ſiquidem metiuntur longitudines ſuperficierum. Intellige igitur per lineas diagrammatis hypotheſis tertiæ, duci plana, & eadem oſtendes de ipſis quæ de lineis: ſcilicet requiri vt ambæ eodem terminentur plano, alioqui poſſe fieri vt incluſa excedat includentem.



a Ex 15. definit. lib. 1.

b Per 5. lib. 1.



Σ.

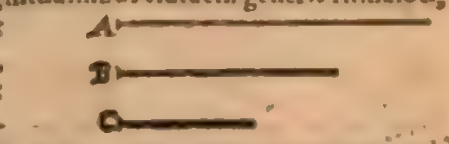
Ἐπὶ δὲ τῶν ἀνίσων γραμμῶν καὶ τῶν ἀνίσων ἐπιφανειῶν, καὶ τῶν ἀνίσων στερεῶν, τὸ μεταξὺ τῆς ἐλάσσονος ὑπερέχειν τοιούτῳ, ὃ συντιθέμενον ἑαυτὸ ἑαυτῷ δυνατόν ἐστι ὑπερέχειν παντὸς τοῦ προτεθέντος ὧν πρὸς ἄλληλα λεγομένων.

VII.

Adhuc verò & inæqualium linearum, & inæqualium ſuperficierum, imparium denique ſolidorum maius excedere minus, eo quod ſibi ipſi ſæpius additum poſſit ſuperare quamcumque dictarum, & inter ſe collatarum magnitudinem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc patet ex conuerſa primæ τῶ λαττονος αρχήν. Additionis etenim & detractionis contrariæ ſunt conſequentiæ. Siquidem propoſitis duabus inæqualibus magnitudinibus eiuſdem generis A. maiori, B. minori: toties detrahi poteſt ab A. dimidium ſui (proponit tamen Euclides pluſquam dimidium, ὃ ἐστὶ τῶ μείζονος ἢ τὸ ἥμισυ, inquit: ac de dimidio etiam probatur additis corollarijs) vt pars remaneat minor minore B. Notetur ergo exceſſus maioris A. ſupra minorem B, ſitque C. poteſt ſibi ipſi C. toties addi, vt quamcumque congeneam magnitudinem exſuperare valeat. Etenim A. ſi ponatur maior C. poteſt a per tot biſectiones minui, vt reliquum tandem minus fiat ipſo C. Quot ergo contigerint biſectiones, totiesaddatur C. ſibi ipſi: productum maius erit A. Vt enim quælibet pars maioris A. fuerit ad totam A. b ſic erit C. ad productum, & c vicißim vt pars totius A. defecerit à C. ſic A. à producto deficiet.



a Per 1 lib. 10 & corol. eius
b Per 5 lib. 5.
c Per 6. lib. 5.

VIII.

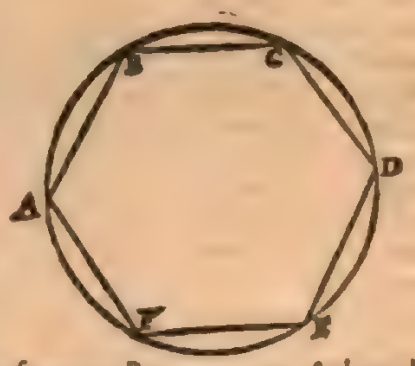
His ſuppoſitis, ſi circulo inſcribatur figura multangularis: manifeſtum eſt, ambitum inſcripti poligoni minorem eſſe circúferentia circuli.

H.

Τύπων ὑποκειμένων, ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγραφῇ, φανερὸν ὅτι ἡ περίμετρος τῆς ἐγγραφέντος πολυγώνου ἐλάττων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vnaquæque enim (ſubiungit Archimedes) figuræ coſta minor eſt parte circumferentiæ quam reſecat. ἑκάστη γὰρ τῶν τοῦ πολυγώνου πλευρῶν ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας τῆς ὑπὸ τὴν αὐτὴν ὑποτεινούσης. In circulo itaq; ἐχόντων ἐγγεγράφθω A. B. C. D. E. F. a Quodlibet latus, quia recta linea eſt, vt A. B. minus eſt arcu quem ſubtendit. b Totus ideo ambitus quadrati deficit à circuli periferia, vt ſupponitur.



a Per 5. lib. 2.
b Per 2. hypotheſin huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic addere poſſumus non tantum τὸ περίμετρον, ſed etiam τὸ χωρίον circuli maius eſſe plano inſcriptæ figuræ: continens enim maius eſſe contento æquè notum eſt, ac totum eſſe maius ſua parte. Ponamus ergo & hanc hypotheſin pro ſequentibus.

IX.

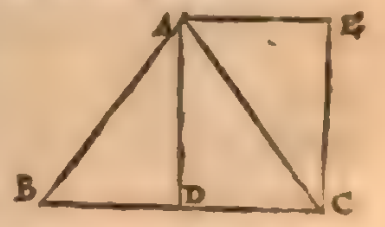
Continens planum maius eſt contento.

Θ.

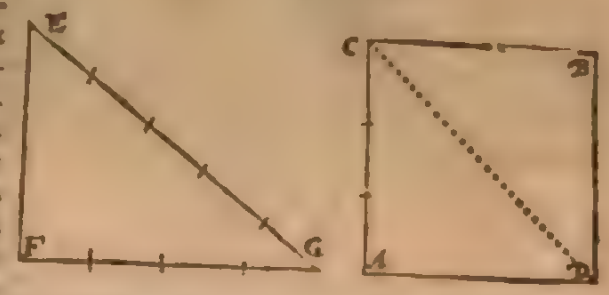
Τὸ περιέχον χωρίον μεῖζον ἐστὶ τοῦ περιεχομένου.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod quidem ita tandem admitti debet, ſi continentis ambitus contenti ambitum involuat & complectatur. Nec enim, ſi proponantur duo plana inæqualis ambitus, ſtatim ſequitur maius eſſe illud cuius maior ambitus fuerit. Sit etenim Iſoſceles triangulus A. B. C. quem diuidat κάθετος A. D. Et ex A. D. D. C. perficiatur rectangulum D. E. d Manifeſtum. Cum enim anguli B. & A. D. B. duobus D. C. A. & A. D. B. æquales ſint, e reliqui in A. ſunt æquales. Et propterea vt A. B. f æquale eſt lateri A. C. ſic baſis B. D. eſt æqualis baſi D. C. Atqui ſunt D. C. & A. E. g æqualia: duobus proinde D. C. & A. F. baſis tota B. C. æqualis. Sed quodlibet reliquorum A. D. E. C. rectanguli quolibet aliorum A. B. A. C. trianguli minus h eſt. Ambitus ergo trianguli B A. C. maior eſt ambitu rectanguli D. E. Et nihilominus i ἴσον δὴ τὸ περιεχόμενον τῷ περιέχοντι nec maior eſt triangulus quadrangulo. Rurſus ὁ αὐτὸς ἀποδείξεως vulgare eſt triangulum minus eſſe quadrangulo. Sit quadratum A. B. iſoperimetrum



c Per 5. lib. 1.
d Per coroll. 32. lib. 1.
e Per 4. lib. 6. & 16. lib. 5.
f Per 34. lib. 1.
g Per 47. lib. 1.
h Per 41. & 42. lib. 1.



triangulí rectanguli E. F. G. ſitque latus quadrati v. g. 3. qualium E. F. eſt 3. F. G. 4. & ex conſequenti 1 E. G. 5. Biſecetur vero quadratum dimetente C. D. Ἀναλήμματι. Erit E. F. G. ad C. A. D. vt F. G. ad A. D. m quia altitudines E. F. & C. A. ſunt æquales, At F. G. minor eſt quam dupla baſis A. D. Ergo triangulus E. F. G. minor eſt quam duplus trianguli C. A. D. cuius tamen duplum eſt quadratum. n Proinde quadratum maius eſt triangulo. Denique & illud notum eſt, non eſſe rationem eandem ſuperficiei ad ſuperficiem quæ lateris ad latus: quinimo in ſimilibus figuris dupla ratio o eſt plani ad planum quæ coſtæ ad coſtam. Intellige ergo hypotheſim de ijs, quorum ambitus vnius ambitum alterius complectitur, vt omnis tollatur ambiguitas.

i Pro 47. lib. 1.

l Pro 34. lib. 1.

m Pro 1. lib. 6.

n Pro 41. lib. 1.

o Pro 19 & 20. lib. 6.

ARCHIMEDIS DE SPHÆRA ET CYLINDRO *LIBER I.*

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΒΙΒΛΙΟΝ Α.

PROPOSITIO I. THEOREMA I.

SI figura multorum angulorũ circulo conſcribatur: ambitus conſcriptæ figuræ maior erit periferia circuli.

ΠΡΟΤΑΣΙΣ Α. ΘΕΩΡΗΜΑ Α.

ΕΑΝ περὶ κύκλον πολύγωνον περιγραφῇ, ἡ τῆς περιγραφέντος πολυγώνου περίμετρος μείζων ἐστὶ τῆς περιμέτρου τοῦ κύκλου.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Detur circulus M. ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ. conſcribatur ipſi verbi gratia Pentagonum [a] A. C. E. G. I. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ: Dico ambitum Pentagoni conſcripti, aut cuiuſuis alius figuræ multorum angulorum circulo dato conſcriptæ, maiorem eſſe circumferentia circuli. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Inter duos quoſlibet contactus puta H. & B. continetur pars circumferẽtiæ circuli, minor duabus lineis rectis vt H. A, B. A. quæ eandem includunt. [b] Nam ex hypotheſi figura cõſcribitur, & ideò comprehendit circulum. Idem eſt de reliquis circuli & figuræ conſcriptæ partibus. Ergo totus Pentagoni ambitus [c] maior eſt circumferentia circuli, vt propoſitum fuit.

[a] Per 12. lib. 4.

[b] Per 3. hypotheſin huius.

[c] Per 1. & 12. lib. 5.

PROP. II. PROBLEMA I.

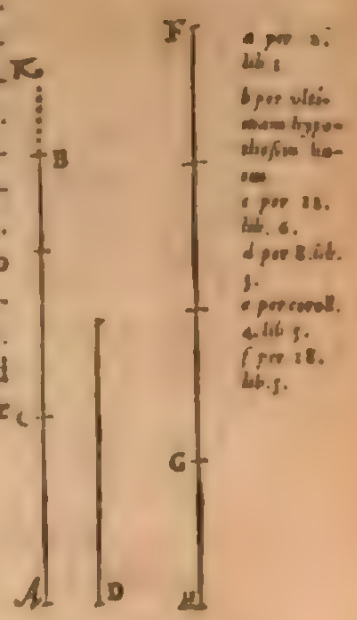
DVABVS magnitudinibus inequalibus datis, poſſibile eſt duas rectas lineas inuenire, quarum maior habeat ad minorem rationem minorem, quàm maior datarum quantitatum ad minorem.

ΠΡΟΤ. Β. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α.

ΔΥΟ μεγέθων ἀνίσων δοθέντων, δυνατὸν ἐστὶν εὑρεῖν δύο εὐθείας ἀνίσους, ὥστε τὴν μείζονα εὐθεῖαν πρὸς τὴν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἐλάσσονα ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ΥΠΟΘ.

προθ. Dentur magnitudines A. B. maior, & D. minor. κατασ. Ex maiori A. B. pono secetur [a] æqualis minori, quæ sit C. B. multiplicetur deinde reliquum A.C. per tantum numerum, sibique toties addatur vt producatur A. K. maior [b] D. seu B C. Demum vt [c] A. K. ad A. C. sic ponatur F.G. ad G.H. συμπερασμα. Dico quantitates seu lineas petitas esse F.H. & F.G. αποδειξις. A C. [d] maiorem habet rationem ad D. vel ad B.C. æqualem, quam habeat ad A. K. maiorem Est verò F.G. ad G. H. vt A. K. ad A.C. [e] conuertendo G.H. est ad G. F. vt A.C. ad A.K. Proinde G. H. est ad G.F. in maiori ratione quàm sit A. C. ad D. vel ad C. B. & [f] coniungendo F. H. minorem habet rationem ad G. F. quam A. B. ad C. B. vel ad D. scilicet quàm maior datarum ad minorem. Sunt ergo petitæ quantitates F. H. & G.F. quas inuenisse fuerit operæ pretium.



a per 2. lib. 1
b per vltimam hypothesim huius
c per 18. lib. 6.
d per 8. lib. 5.
e per coroll. 4. lib 5.
f per 18. lib. 5.

ΓΡΟΤΑ. Γ. PROPO. III.

ΠΡΟΒΛ. Β. PROBL. II.

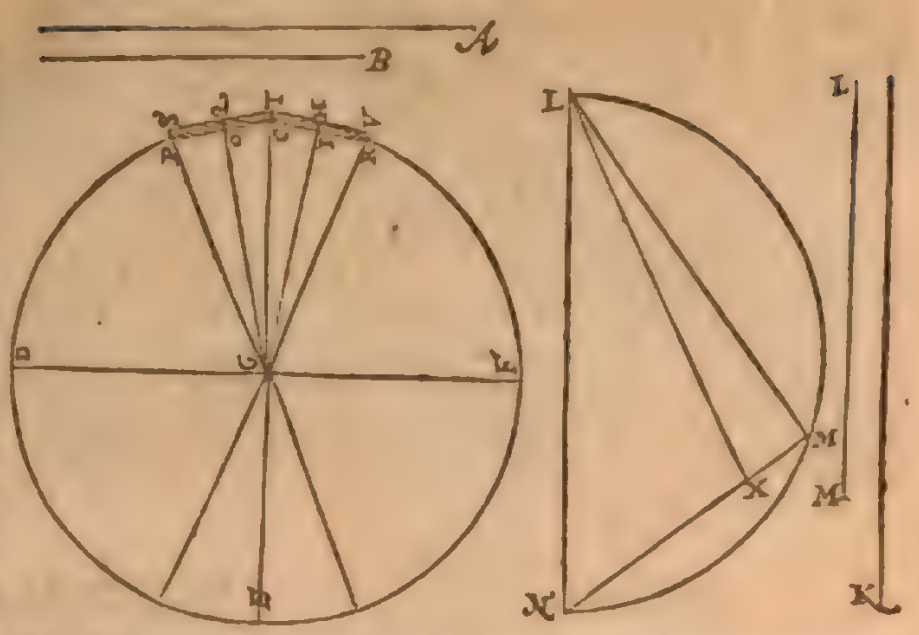
Δυο μεγέθων ἀνίσων δοθέντων καὶ κύκλου; δυνατόν ἐστιν εἰς τὸν κύκλον πολύγωνον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι, ὅπως τὸ περιγραφόμενον πλευρὰ πρὸς τὴν τοῦ ἐγγραφομένου πλευρὰν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

DATIS binis magnitudinibus inæqualibus & circulo, possibile est in ipso figuram multilateram, sed æquilateram, inscribere, eidemque aliam conscribere, ita ut latus conscriptæ minorem habeat rationem ad inscriptæ latus, quàm maior datarum magnitudinum ad minorem.

προθ. Exponantur magnitudines A. maior, B. minor, & circulus E.D. C.F. κατασ. Habeat [g] K. maior ad M. L. minorem, minorem rationem quàm A. ad B. Tum diametro K. vel æquali L. N. semicirculus describatur, cui accommodetur L. M. [h] & iungatur M. N. Ducantur postea dimetientes C. E, D. F. dirimentes se normaliter in centro [i] G. Adhæc secetur angulus C. G. D. bifariam, [k] tum semissis bifariam, & rursus quarta bifariam, sequaturque huiusmodi partium aliquotarum, & cum toto commensurabilium bisectio, quoad inueniatur angulus, cuius semissis [m] minor sit angulo N.L.M. sitque C.G. P. Agatur demum C. P. in quam perpendiculari acta [n] G. O. & peracta ad vsque circumferentiam in Q. tangat [o] T. S. circulum in Q. eamque secent in T. & S. productæ G.P, G. C. Denique capiatur C.R. arcum æqualem arcui C.P. eumque subtendat C.R. tangatque in H. incidens T.V. in G.R. productam puncto V. & addatur G.H. συμπε. Aio S.T. latus conscriptæ figuræ ad C.P. alius figuræ inscriptæ, minorem habere rationem, quàm habeat A. ad B. αποδειξ. Quoniam angulus C.G.P. rectum C.G D. commensurat, etiam arcus C.P. quadranti C.D. commensurabilis est: [p] & ideo [q] toti circumferentiæ cui quadrans commensuratur. Linea ergo C.P. latus est figuræ quæ inscribi posset circulo, vti T. S. [r] alius quæ posset circumscribi, essentque hæc & illa æqualium quæque laterum & angulorum; [s] Nam arcus quos latera inscriptæ subtendunt, & anguli ad basim triangulorum, in quos figura diuiditur, sunt [t] æquales vt Hoscelium. Deinde triangulorum O. C. G, I.C G. latera O.C, C.G. sunt æqualia lateribus I C, C.G cum I.C, C O. sint æqua-

g per præcedentem.
h per 1. lib. 4.
i per 1. lib. 3
k per 12. lib. 1
l per 9. lib. 1
m per coroll. prop. 1. lib. 10.
n per 11. l. 1
o per 17. l. 3.
p per 13. lib. 6. & 10. lib. 10.
q per 12. lib. 10.
r per 1. & 2. prop. lib. 4.
s per 29. l. 3
t per 5. lib. 1

lium P. C. C.R. semisses : [a] tum O. G. & I. G. ex 47. τῶν πρώτων στοιχείων ostendentur pares: & proinde angulus O.C.G. æqualis angulo G. C. I. Sic demum omnes demonstrabuntur æquales ad bases triangulorum, in quas figura inscripta dispescitur, & proinde bini binis æquabuntur, & tendem anguli



figuræ cuiusmodi est P. C. R. æquales inter se videbuntur, conscriptæ autem latera erunt æqualia. Cum enim ad O. & Q. anguli sint recti, [b] parallelæ sunt S. T, P. C. [c] & triangulí G. S. Q, G. Q. T. sunt æquianguli inter se cum sint duobus æquiangulis G. P. O, G. O. C. æquianguli. Latera ergo S.Q. Q.T. sunt æqualia: [d] Deinde triāguli Q. G. T. & G. T. H. latus T. G. habent commune, à quorum quadrato (cum sint rectanguli) si tollas quadratum Q. G. superest [e] quadratum Q. T. Vel si auferas quadratum G. H. remanet quadratum T. H. Vt igitur quadrata radiorum Q. G. & H. G. sunt æqualia, sic paria sunt quadrata duarum Q. T, T. H. [f] Lineæ ergo Q. T, T. H. sunt pares. & proinde totum latus S. T. toti latori T. V. æquatur. Anguli vero probabuntur æquales eodem prorsus argumento, quo in inscripta vsi sumus. Similes autem esse conscriptam & inscriptam patet Nam cum sint O. C. G, Q. T. G. anguli pares, [g] tum alij I. C. G, H. T. G. toti Q. T. H. & O. C. I. supersunt æquales. Idem de reliquis esto iudicium. Latus autem S. T. est ad P. C. vt T. V. ad C. R. scilicet æqualia, ad æqualia & vicissim. Cæterum ex fabrica anguli C. G. P. semissis minor est angulo N. L. M. hoc est angulus C. G. O. posituque est X.L.M. ipsi C.G.O. æqualis: cumque anguli L. M. X. & G O. C. sint recti, manent reliqui M. X. L. & G. C. O. pares. Vt est igitur L. X. ad L. M sic est C. G. seu Q. G. ad O. G. At vero L. N. maior quàm L. X. [m] maiorem habet rationem ad L. M. quàm habeat L. X. ad eandem L. M. sequitur ergo E. G. habere ad O.G. hoc est S. T. [n] latus conscriptæ ad P. C. latus inscriptæ, minorem rationem quàm habeat L. N. seu K. ad L. M. multoque minor quàm A. ad B. quod fuit Πρῶτον seu iussum, vt ait Archimedes.

[a] Per 2. lib. 3.
[b] Per 2. & 28 lib 3.
[c] Per 28 lib. 1.
[d] Per 29. lib. 1.
[d] Per 4. lib. 6.
[e] Per 47. lib. 1.
[f] Per 3 com. sent. lib. 1.
[g] Per 29. lib. 1.
[h] Per 32. lib. 1.
[i] Per 4. lib. 6.
[m] Per 19. lib. 2. & per 8 lib 5.
[n] Per 4 lib 6.

ΣΚΟΛΙΟΝ.

Videtur autem idem posse exequi, si primo vtamur datis A. B. sicuti duabus K. L. M. vt enim cōcludimus S. T. esse ad P. C. in minori ratione quàm sit K. ad M. L. sic statim consequeremur latus conscriptæ ad inscriptæ latus minorem habere rationem quam A. ad B. Verum vestigijs Archimedis quantum poterimus insistemus.

COROLLARIVM I.

Hinc nobis facillimum fuminus, circulo cuius dato vel circuli sectioni inscribere & conscribere figuram æquilateram & æquiangulam, cuius latera quaternario numero mensurentur. Nam diuiso primum circulo duobus diametientibus normaliter; tum vnoquoque quadrante in quotlibet [o] partes & arcus æquales ipsis: aut diuiso primum arcu portionis circuli bifariam, tunc partes bifariam singulas, & ita consequenter, inscribemus vel conscribemus latera, vt in superiori structura factum est, quæ similiter omnia demonstrabimus æqualia, tum angulos æquales. Deinde quaternarius qui primum diuisit circulum, aut secundo arcum portionis totum laterum numerum metietur, per numerum in quem singuli quadrantes diuisi sunt, vel singulos arcus portionis quartæ

[o] Per 30. lib. 3.

COROLLARIVM II.

Hinc quoque manifestum est: quod si duæ similes figuræ planæ fuerint circulo eademde circuli

portioni altera circumſcripta, altera inſcripta, latus circumſcriptæ eſſe ad latus inſcriptæ vt eſt diameter circuli ad perpendicularem ductam a centro circuli in latus inſcriptæ. Oſtendimus enim ex p triangulorum G. Q. T. & G. O. C. p ſimilitudine, Q. T. eſſe ad O. C. hoc eſt S. T. ad P. C. vt Q. G. ad O. G.

p Pro 4. lib. 6.

ΠΡΟΤΑ. Δ.

ΓΡΟΒΛ. Γ.

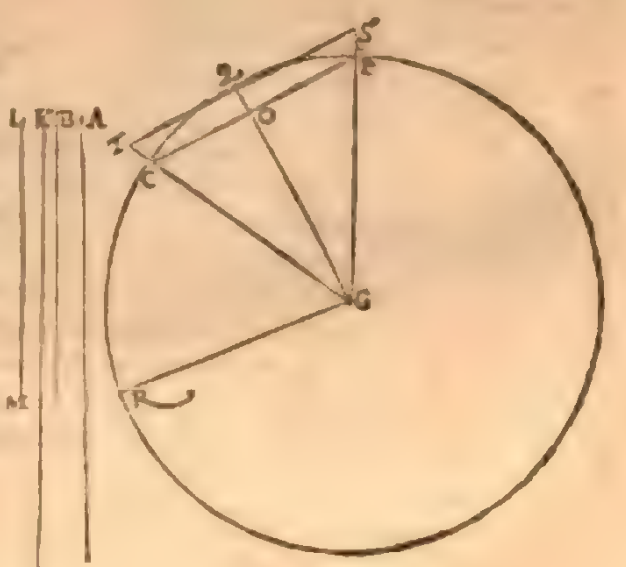
Γάλιν δύο μεγέθων ἀνίσων ὄντων καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι τῷ τομεῖ τὸν τομέα πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ ἰσογώνιον ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο ἐπιγράψαι, ὥστε πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πλευρὰν, τοῦ τὸν ἐγγεγραμμένου πλευρὰν, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος τοῦ ἐλάσσονος.

PROPOS. IV.

PROBLE. III.

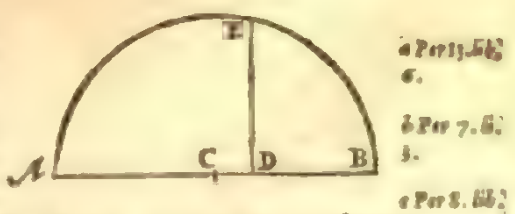
Rurſus duabus datis inæqualibus quantitatibus & ſectore: poſſibile eſt figuram multilateram & æquilateram conſcribere, & aliam inſcribere ſectori, ita vt latus conſcriptæ lateri inſcriptæ ſit in minori ratione, quàm maior quantitatum datarum, earundem minori.

ΥΠΟΘ. Dentur A. maior, B. minor, homogeneæ & inæquales quantitates & ſector cuiuſque circuli R. G. P. ΚΑΤΑΣ. Fiant eadem quæ in ſuperiori propoſitione, exerceanturque biſectiones in ſectore, quæ vſui fuere illic in circulo. Sintque latera C. P. inſcriptæ, & T. S. conſcriptæ ſectori. ΣΥΜΠ. Concluſio erit, latus T. S. in minore ratione eſſe ad latus C. P. quam ſit A. ad B. Demonſtrabiturque paribus omnino argumentis, vt non ſit opus ea repetere.



LEMMA. I.

Inter duas inæquales quantitates media proportionalis neutri æqualis eſt: Et ratio primæ ad tertiam vt dupla, maior eſt ratione primæ ad ſecundam vt ſimplici.



ΥΠΟΘ. Inter A. D, D. B. media ſit proportionalis D. E. a ΣΥΜΠ. D. E. neutri ambarum A. D. D. B. æqualis eſt: haberque A. D. ad D. B. maiorem rationem quã A. D. ad D. E. ΑΠΟΔ. Quoniam D. non eſt centrum circuli ſed C. b eſt D. E. minor quàm A. D. ſed maior quam D B. ideoque neutri æqualis. Et propterea A. D. maiorem habet rationem ad minorem D. B. quàm ad maiorem D. E. Verum ratio A. D. ad D. B. dupla eſt eius quam habet eadem A. D. ad D. E. c Proinde ratio dupla maior eſt ſimplice.

a Per 13. lib. 6.

b Per 7. lib. 5.

c Per 8. lib. 5.

d Per 10. defin. 5. lib.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

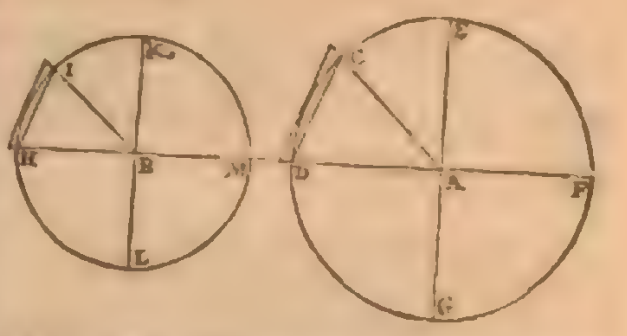
Lemmata Archimedis si extarent præ manibus, (& habentur Romæ lingua Persica in bibliotheca Medicea: eaque vidi apud Ioannem Baptistam Raymundum linguarum dum viueret orientalium studiosissimum, quorum etiam vt mihi copiam faceret, idem quod penderent auri pondus obtuli, sed negauit) plurimum mihi vsui essent in sequentibus propositionibus. At quia denegantur, ea supplere operæ pretium est, si demonstrationes constare velimus.

LEMMA II.

Si circulo figura multorum laterum & æqualium vel conscripta vel inscripta fuerit: possibile est alij circulo aliam figuram vel conscribere vel inscribere, parium numero laterum, & præcedenti similem.

ΥΠΟΘ. Proponantur duo circuli A.B. inæquales binis diametris, ambo quadrifariam diuisi: in quorum primo A. inscripta sit figura, cuius latus D. C. æqualium laterũ & angulorũ. K. A. T. Quantus fuerit angulus D. A. C. tantus ponatur [a] H. B. I. & ducatur H. I.

[a] Per 23. li. 1.



ΣΥΜΠ. Erit H. I. latus inscribendæ figuræ circulo B. simili inscriptæ in circulo A. ΑΠΟΔ. Anguli 4. recti ad A. sunt æquales quatuor rectis qui ad B. Vt igitur [b] D. A. C. metitur 4. illos, etiam angulus H. B. I. æqualis, hos quatuor metietur, & pari numero. & præterea arcuum D. C, H. I. suam quisque metietur circumferentiam pari quoque numero. Sunt igitur D. C. & H. I latera figurarum parium numero laterum. Sunt autem anguli H B. I. & D. A. C. æquales ex fabrica, qui proinde reliquunt binos A. C. D, A. D. C. æquales binis B. H. I. & B. I. H. proindeque singuli singulis, [d] cum trianguli sint Isosceles. Qui ex consequenti erunt laterum proportionalium. [e] Quod cum probari possit de reliquis triangulis, in quos ambæ figuræ diuiduntur, sequitur totam figuram toti figuræ esse similem. [f] Idem prorsus de conscripta & conscribenda figura demonstrabitur.

[b] Per 13. li. 6.
[c] Per coroll. prop 32 li. 1
[d] Per 5 lib. 1.
[e] Per 4. lib. 6.
[f] Per. def. lib. 6.

PROPO. V.
PROB. IV.

Dato circulo, duabusque magnitudinibus inæqualibus, poligonum conscribere circulo, eidemque aliud inscribere, ita vt conscriptum habeat ad inscriptum minorem rationem, quàm maior magnitudo ad minorem.

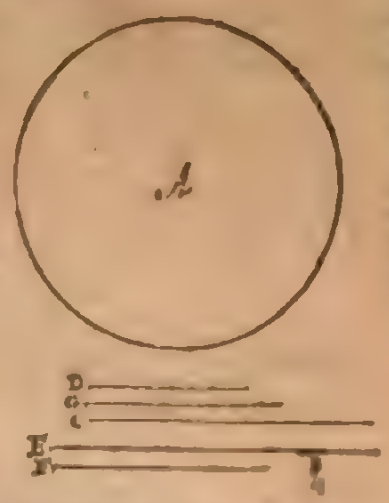
ΠΡΟΤ. Ε.
ΠΡΟΒ. Δ.

Κύκλῳ δοθέντι καὶ δύο μεγεθῶν ἀνίσων, ἐγγράψαι καὶ περιγράψαι περὶ τὸν κύκλον πολύγωνον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι· ὥστε τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχειν, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

ΥΠΟΘ. Detur circulus A. detur & magnitudines E. maior, F. minor. ΚΑΤΑΣ. Fiat C. ad D. [g] in minori ratione quam E. ad F. & G. inueniatur media proportionalis inter C. & D. Tum circulo [i] conscribatur figura, aliaque inscribatur, ita vt conscriptæ latus ad inscriptæ latus minorem habeat rationem quam C. ad G. ΣΥΜΠΕ. Dico conscriptam fore ad inscriptam in minori ratione quam sit E. ad F. ΑΠΟΔΕΙ. Ra-

[g] Per 12 huius.
[h] Per 13. lib. 6
[i] Per 3 huius.

tio C. ad D. minor eſt quam E. ad F.[m] ergo ratio C. ad G. ſimplex[a] & minor[b] quàm ſui dupla, quæ eſt C. ad D. eſt quoque minor quàm E. ad F. Atqui latus conſcriptæ figuræ ad latus inſcriptæ eſt rurſus minor quàm C. ad G.[c] Tota vero figura conſcripta eſt ad totam inſcriptam in ratione dupla[b] lateris conſcriptæ ad inſcriptæ latus. Ergo rurſus in minori quàm ſit C. ad D. Si fuerit quippe ſimplex minor ſimplice dupla minor dupla, erit.[c] Ergo & in multo minore quàm ſit E. ad F. quod fuit probandum.



m Per 8 ſcho. defin. lib. 5
a Per 10. huius.
b Per 2. huius.
c Per 8. huius.
a Ex fabrica.
b Per 10. lib. 6.
c Per 15 lib 5

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Rurſus ſi inter datas magnitudines E. & F. media proportionalis poneretur, tum fabricæ reliquum perageretur abſque C. D. aliarumque quantitatum inuentione, pollet erui concluſio.

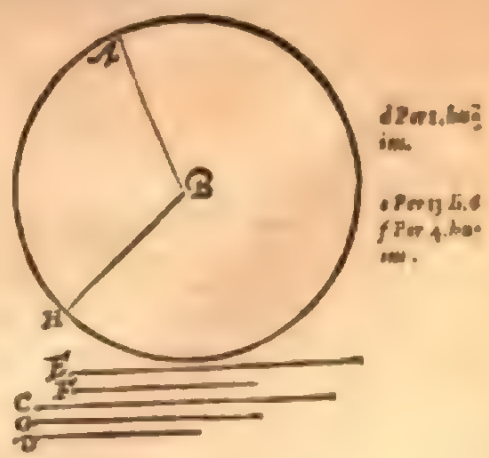
ΦΑΝΕΡΟΝ Α.

Ομοίως δὴ δείξομεν, ὅτι δύο μεγεθῶν ἀνίσων δοθέντων καὶ τομέως, δυνατόν ἐστι περὶ τὸν τομέα πολύγωνον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ὅμοιον αὐτῷ, ἵνα τὸ περιγραφὲν πρὸς τὸ ἐγγραφὲν ἐλάσσονα λόγον ἔχῃ, ἢ τὸ μεῖζον μέγεθος πρὸς τὸ ἔλασσον.

MANIFESTVM I.

Similiter oſtendemus: quòd duabus magnitudinibus inæqualibus datis & ſectore, poſſibile eſt circa ſectorem multangularem figuram conſcribere, & aliam ſimilem eidem inſcribere, ita vt conſcripta ad inſcriptam minorem habeat rationem, quàm maior magnitudo ad minorem.

ΠΡΟΘ. Dentur duæ magnitudines inæquales E. F. Et ſector circuli A. B. H. ΚΑΤΑΣ. Habeat[d] C. ad D. minorem rationem quam maior E. ad minorem F. Sitque G. media proportionalis inter C. & D. Tum ſectori[f] conſcribatur figura alia que inſcribatur. Itavt latus exterioris ſit ad latus interioris in minori ratione quàm C. ad D. ΑΠΟΔ. Conſcripta figura demõſtrabitur eſſe ad inſcriptã in minori ratione quàm ſit E. ad F. per eandem prorſus argumentationem, qua in ſuperiore propoſitione vſi ſumus.



d Per 1. huius.
e Per 13 l. 6
f Per 4. huius.

ΦΑΝΕΡΟΝ Β.

Φάνερον δὲ καὶ τοῦτο ὅτι ἐὰν δοθῇ κύκλος, ἢ τομεὺς καὶ χωρίον τι, δυνατόν ἐστι ἐγγράφοντα εἰς τὸν κύκλον ἢ τὸν τομέα πολύγωνα ἰσόπλευρα, καὶ ἔτι ἀεὶ εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα, λείπειν τινὰ τμήματα τοῦ κύκλου ἢ τομέως, ἅπερ ἔσται

MANIFESTVM II.

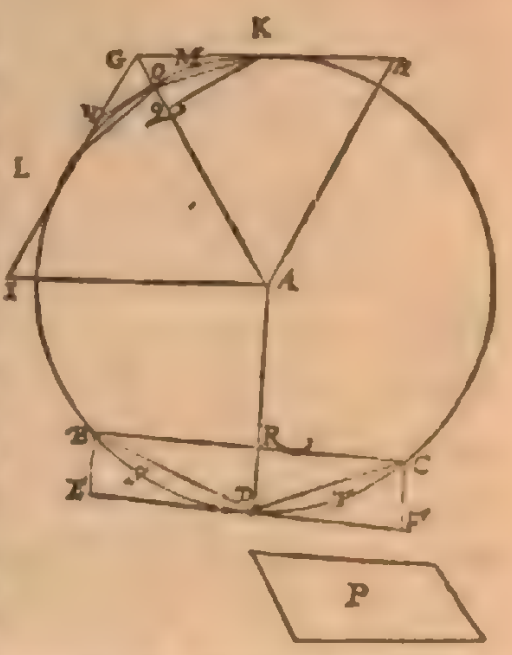
Manifeſtum & illud eſt, quòd ſi detur circulus vel ſector, & aliquod ſpatium: poſſibile ſit inſcriptas haberi & conſcriptas figuras circulo vel ſectori æquilateras, tum reliquis partibus ſemper alias, donec ſegmenta ſuperſint circuli vel ſectoris, quæ ſint

minora ſubiecto plano. Hæc enim in Elementis tradita ſunt.

ἐλάσσονα τοῦ προκειμένου χωρίου. ταῦτα γὰρ ἐν τοῖς στοιχείοις ἀποδέδοται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

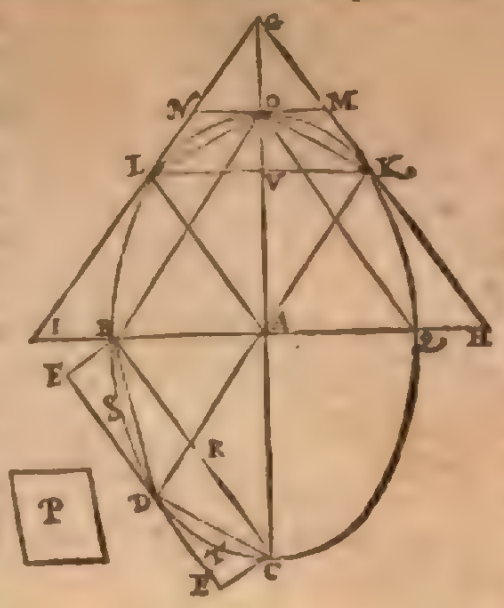
Illud quidem directè non habetur apud Euclidem: verum deduci poteſt ex I. decimi Elementi, hoc pacto:



Τυθήτω. Detur circulus A. ſectorue & ſpatium P. Συμπεραίνω. Dico poſſe inſcribi circulo vel ſectori dato figuram tot quidem laterum, vt circulus vel ſector minoribus ſimul particulis ſuperet figurã inſcriptam, quam ſit ſpatium P. Rurſus aliam poſſe conſcribi tot etiam lateribus contentam, vt figura ſuperet circulum minoribus ſui ſegmentis, quàm ſit idem planum P. Κατασκευή. Etenim ſit latus inſcriptæ cuiuſdam figuræ B. C. Verbi gratia quadrati, ſitque ſegmentum ſub circumferentia B.D.C. & recta B. C. vnum ex quatuor reſiduis. Illa quippe 4. erunt minora plano P. vel maiora aut æqualia. Si minora, conſequimur optatum. Alias diuidatur arcus B. D. C. bifariam [a] linea A. D. bifariam ſecante B. C. & rectò, & iungantur lineæ B. D. D. C. Et per punctum D. [b] agatur tangens E. F. parallelaque ipſi B. C. e cum efficiat d rectos ad lineam A.D. perficianturque parallelogramma rectangula E.R, R.F. Sint rurſus conſcriptæ figuræ duo latera G.H, G.I. quæ tangant in K. & L. circulum. Diuidatur deinde arcus L. O. K. bifariam linea A.G. incidente in G. quia laterum partes L.G, G.K. ſunt æquales, vt probare poſſumus eodem argumento, quo oſtendimus propoſit. 3. huius lineas, Q.T. T.H. eſſe pares: per punctum verò O. ducatur adhuc tangens N. M. & ſecans latera G.H, G.I. in punctis N.M. Ἀναλύσις, Triangulus B.D.C. eſt dimidium parallelogrammi B.F. e maioris ſegmento B.S.D.T.C. vt includentis, & proinde maior eſt dimidio eiuſdem ſegmenti B.S D.T.C. Ipſum ergo auferendo ex ſegmento, abſtulerimus plus quàm dimidium. Simili modo poſſumus auferre pluſquam dimidium ex reſiduis ſegmentis B. S.D. & D.T.C. Hac itaque relectione maioris dimidio partis reliquorum ſegmentorum, deueniemus tandem ad partem reſiduam minorem, quantitate [f] P. Lineæ verò quibus ſectiones fiunt vt B.D. & D.C. [g] ſunt æquales: ſicque figura fit interius parium laterum, quam circulus reſiduis ſuperat minoribus quàm ſit propoſitum planum P. Similiter à ſegmentis quibus conſcripta ſuperat circulum, auferri quoque poteſt pluſquam dimidium. Exempli cauſa, ex figura mixta L. G. K. O. L. linea N.M. aufert pluſquam dimidium. Nam O.M. M.k. rurſus probabuntur æquales ſuperiori argumento propoſitionis tertiæ huius. Sed G.M. eſt maior quàm O.M. [h] & ideo maior quàm M.k. vel ſic probabimus G.M. maiorem quam M.k. ſi intellexerimus à puncto k. demitti perpendicularem in ſemidiametrum O. A. quæ ſit k. Q. Etenim parallela erit [i] ipſi O. M. Tum A.G. erit [k] ad G.O. vt A.O. ad O.Q. & proinde G.O. maior foret ipſa O.Q. Vnde ſequetur G.M. maiorem eſſe quàm M.k. Itaque triangulus G. O. M. excedit [m] triangulum M.O.k. multoque magis mixtam figuram contentam arcu O.k. & rectis O.M. M.k. Idem probabitur de N.O.G. quod ſcilicet excedat mixtam figuram L.N.O. & proinde triangulus N.G. M totus maior eſt quam dimidium ſegmenti L.O.k.G. Eodem modo auferetur magis quàm dimidium a reliquis ſegmentis O.M.k. & O.L.N. & ex reliquis, donec venerimus ad particellas reliquas minores plano propoſito P. [n] Lineæ autem quibus relectiones fient qualis eſt N. O.M. omnes ſunt æquales, vt dicta ſuperiori ratione demonſtratur. Circulo ergo vel ſectori conſcribi & inſcribi poſſunt figuræ, ita vt reſidua partes de maiori, minores ſuperſint plano propoſito. quod Archimedes repetebat ex Elementis.

[a] per 3. & 29. lib. 1.
[b] per 17. lib. 3.
[c] per 28. li. 1.
[d] per 18. lib. 3.
[e] per. 32. lib. 1.
[f] per 1 lib. 10.
[g] per 29. li. 6.
[h] per 47. li. 1.
[i] per 28 lib 6
[k] per eiidem 1. lib 10.
[m] per 18. li 3 & 29. lib. 1.
[n] per 37 li. 1. conic. Apollo.

Cæterum hoc manifestum, non tantum de Circulo vel circuli sectore, sed etiam de quauis alia figura, cuius ambitus sit linea obliqua, in eadem tamen partes caua, demonstrabitur, si tamen excipias æqualitatem laterum figuræ conscriptæ vel inscriptæ, quæ equidem in alijs figuris præter circulum seruari vix potest. Τὸ ὅτι. Offerantur ergo v. g. Ellipsis seu acutianguli cons sectio O.B.C.k. & parabole seu rectanguli consectio C. O. X (de ijs fusissime agemus [a] suo loco. Κατασκ. Ducatur in vtraque primùm B. C. latus figuræ quadrilateræ, quæ bifariam diuidatur in R. Et à centro Ellipseos A. cadat in sectionem A.D. per R. Ducta [a] enim per D. linea E.F. tangens, sectionem parallela erit [bb] ipsi B.C. In parabola verò diuidatur C.B. bifariam in R. ducaturque Diameter sectionis [b] R.D. & tangens E.D.F. quæ parallela sit [cc] ipsi B. C. Perficiatur in vtraque parallelog. E.C. iungunturque lineæ B. D, C.D. Ἀπόδειξις. Rectang. E.C. maius est [cc] segmento B.S.D.T.C.R. Atqui triangulus B. D.C. dimidium est [k] rectanguli E. C. Ergo plusquam dimidium est segmenti. Hoc pacto à reliquis rursus segmentis auferetur plusquam dimidium. Et proinde fient tandem reliquæ ex tota sectione partes minores propolito plano P. Quantum autem attinet ad figuras circumscriptas, tangant [ee] figuras lineæ G.L, G. k. angulum G. continentes ad diametrum. Et quoniam rursus quadrilaterum ex hypothesi circumscribimus, tactus fiant [m] in k. & L. apicibus portionum parabolæ B L. O. & O. k. Q. quos ostendunt diametri A. L, A. k. ditimentes bifariam bases B O. & O.Q. seu latera quadratæ figuræ inscriptæ. Iungantur tandem lineæ L. O, O. k. & à punctis L. & k. cadãt ordinatim lineæ in sectionum diametros. Harum vna sit L. V. Nam in parabola V. O. est [e] æqualis ipsi O. G. sed linea quoque cadens à k. secat rursus partem diametri æqualem ipsi G.O. Ergo cadunt ab ambobus punctis L. & k, lineæ ordinatim in idem punctum V. & proinde est [d] L.k. recta linea. & sunt L. V. V. k. æquales ex definitione diametri: Idem est de Ellipsi, cùm semper lineæ illæ ordinatim ductæ resecent [e] partes in A. O. quæ ad O.G. habent eandem rationem. Denique per punctum O. ducatur N.M. parallela ipsi L. k. Ἀπόδειξις. Quoniam in Ellipsi vt A.G. ad G. O. ita [f] A.O. ad O. V. sequitur [g] G.O. esse maiorem quam O.V. proinde G. N. maior est quam N.L. & triangulus G.N.O. maior triangulo L.N.O. & ergo multo maior quam mixta figura contenta arcu L.O. & lineis L.N.N.O. Similiter G.O.M. maior est mixta figura O.K.M. Idcirco sublato triangulo N.G.M. ex mixta figura L.G. K. O. tollitur ex hac mixta figura plusquam dimidium. Idem sequetur in parabola, quia licet G.O, O.V. sint æquales tum lineæ [h] G. N, N.L. & triangulus [i] G.N.O. N O.L. tamen N.O.G. maior est mixta figura L.O.N. & totus N.M. G. maior mixta figura contenta sub arcu L.O.K. & lineis tangentibus G.L, G.K. Possumus ergo à circumscripta figura his sectionibus tollere semper plusquam dimidium, & proinde minuere [l] quousque minus ex illis remaneat, quàm sit planum propositum. Quod fuit probandum. Imo hoc de hyperbola etiam probabitur, & alijs figuris quibuslibet.

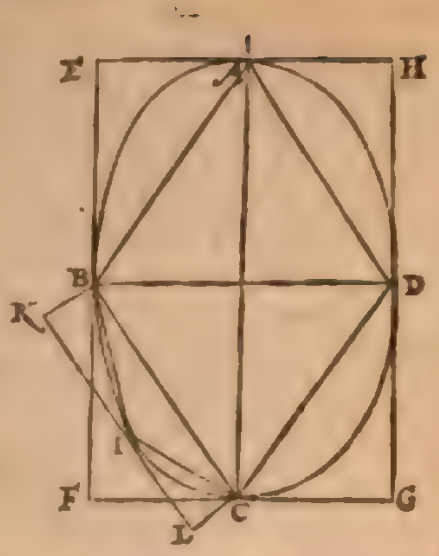


[a] 21. Lib. de Conoidibus & sphæroidibus.
[a] per 34. li. 1. Conic.
[bb] per 6 li. 2. Conic.
[b] per 33. l. 2. Conic.
[cc] per 7 li 2.
[cc] per 9 eorum sint.
[k] per 34 l. 1
[ee] per 49 l. 2. Conic.
[m] per 33. definit. 2b 1 Conic.
[e] per 13. l. 1 Conic.
[d] per 14 l.
[e] per 36. l. 1. Conic.
[f] Demonstratur 17. l. 1. Geometr.
[g] per 14 l. 5
[h] per 2. l. 6.
[i] per 1. l. 6.
[l] per 1. l. 10.

COROLLARIVM.

Hinc verò tanquam Corollarium deducimus ab Ellipsi tolli posse plusquam dimidium, & semper à residuis tolli plusquam dimidium. Κατασκ. inscribatur Ellipsi figura quadrata A.B.C.D. aliaque circumscribatur E. F. G. H. Tum in segmento B. I. C. triangulus habeatur B. I. C. & per I. ducatur K.L. parallela ipsi B. perficiaturque parallelogramum B. L. Ἀπόδειξις. Conscripta figura E.G. maior est Ellipsi. Atqui ipsius dimidia est inscripta B. A. C.D. Ergo B. A. C.D. maior est quàm dimidia Ellipseos. Tum rectangulum K.C. maius est residuo ex Ellipsi B.I.C. Verum triangulus B.I. C. dimidius est parallelogrammi k. C. Ergo maior est dimidio residui B.I. C. ita esset de reliquis triangulis in residuis ab Ellipsi inscriptis.

Etiam deducimus, conſcriptæ Ellipſi figuræ dimidio maiorem eſſe Ellipſim. Nam Ellipſis inſcripta ſibi figura A. B.C.D. maior eſt: ſed hæc eſt ſemiſſis circumſcriptæ. Ergo Ellipſis maior eſt dimidio circumſcriptæ ſibi figuræ. Huic demum figurarum deſcriptioni hoc etiam Lemma ſubijciemus.



ΛΗΜΜΑ.

In data Ellipſi figuram deſcribere ſimilem alij in alia Ellipſi deſcriptæ. Hoc eſt, quæ ad ſuam Ellipſim eandem habeat rationem quàm prima ad ſuam Ellipſim.

ΥΠΟΘ. In Ellipſi A.B.C.D. deſcribatur primo quadrangulũ parallelogrammum A. B.C.D. ductis lineis ad diametrorum ſeſe rectò ſecantium extremitates: Huius latera ſecentur bifariam in punctis T.V.X.Y. per quæ & centrum E. agantur lineæ quæ ſectionis axes diametri fiant, [a] qui rurſus cum præcedentibus iungantur lineis, ita vt figura Ellipſi inſcribatur A.L.B.N.C.O.D.M. quæ rurſus augeatur ſimiliter, ſi requiratur. Eodem modo in alia Ellipſi inſcribatur figura F.P.G.S.H.R.I.Q. ΣΥΜΠΕΡ. Dico figuras eſſe ſimiles, ſeu eſſe figuram ad ſuam Ellipſim, vt figura eſt ad ſuam. ΚΑΤΑΣ. Fiant rectangula ſub Diametris Ellipſium, vel ſub ſemidiametris E.D. ♪. A. & K. H. ♦. I. ducanturque ſemidiametri E.D. & K. ♦. Cùm enim lineæ E.M. & k.R. ſecent bifariam diametros rectangulorum A.D. & I.H. erunt & ipſæ diametri eorundem rectangulorum: Lineæ denique tangentes ducantur [b] à punctis M. & R. quæ incidant in diametros productas punctis α. γ. & υ. χ. ΑΠΟΔ. Quoniam vt rectangulum ſub Diametris A.B C.D. ſeu [c] ſemidiametris A E E.D. hoc eſt rectang. A.D. eſt [d] ad rectang. H. I. vt Ellipſis A.B.C.D. ad Ellipſim F.G.H.I. ſic quoque triangulus A.E. D. ad k. H. I. Et ergo quadrata figura A.B.C.D. quadrupla triãgli A.E.D. eſt ad quadratam F. G.H.I. quadrupla quoque trianguli F.k.I. vt Ellipſis ad Ellipſim. Iam quia E. ♪. eſt [e] ad ♪. M. vt M. E. ad M. V. erit [f] dividendo E. M. ad M.D. vt E.V. ad V.M. & triangulus [g] A.E.M. ad triangulum A.M. ♪. vt A.E.V. ad A. V.M. Eodem argumento probabimus triang. k. R.I. eſſe ad I.R. ♪. vt k. ♭. I. ad I. ♭. R. Similiter ergo trianguli A.V. ♪. & I. ♭. ♪. dirimuntur lineis M.D. & I.R. ita vt quæ pars ſit A.V.M. trianguli A.E.V. vel A.V. ♪. eadem ſit pars I. ♭. R. trianguli k. B.I. ſeu I. ♭. ♪. Vt igitur eſt A. E.V. ad k. ♭. I. hoc eſt vt Ellipſis ad Ellipſim, ſic A.V.M. ad I. ♭. R. Et ſic [h] totus A E.M. ad k I. R. ſeu tota figura A.M.D.O.C.N.B.L. ad aliam & vicißim figura eſt ad Ellipſim ſuam, vt alia ad ſuam. Cæterum de conſcribenda ſimili idem erit iudicium: nam triangulus α. ♦ γ. eſt [i] æqualis quadrangulo A.E. D. ♪. quia triangulus M ♪. & A ♦. α. ſunt [k] æquales: vtrique addatur trapezium A.V.M. [l] erit quadrangulum α V. æquale triangulo A.V. ♪ ſic erit æquale M V.D. γ triangulo ♪. V.D. & proinde totus triãgulus α. E γ. eſt æqualis rectãgulo A. E. D. ♪. Ergo ſic conſcripta eſt ad conſcriptã, vt Ellipſis ad Ellipſim Et rurſus probabũtur aliæ eſſe in eadẽ ratione eo argumẽto, quo vſi ſumus in inſcriptis. Notabis verò ſimilitudinẽ hic eſſe tãtũ penes eãdẽ rationẽ, nõ penes angulorũ æqualitatẽ & laterũ proportionalitatẽ vt in figuris regulari-

[a] per 47. & 47. ab 2. Comm.

[b] per 49. li. 2. Conic.

[c] per 15. li 5

[d] per 1. & 2. Conicã. & Sphær.

[e] per 36. li. 1. Conic.

[f] per 8 li. 5. & per 1. li. 6.

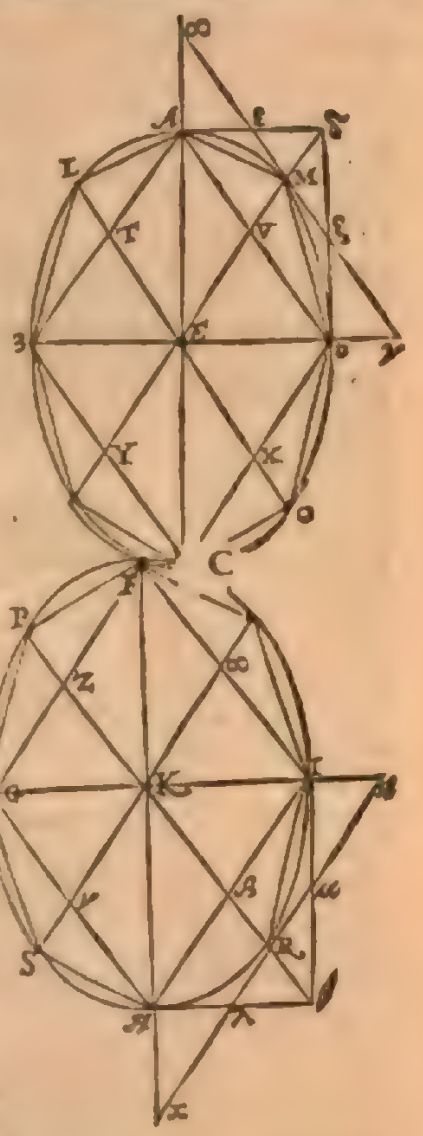
[g] per 24 li 5

[h] per 1. li 3. Conic.

[i] per 41. li. 1. Elem.

[k] per 36. li. 1.

[l] per 3. li. 1.



bus, nisi fuerint Ellipses similes, habuerintq; diametri inter se parem rationẽ. Sit enim A. C. ad B. D. vt F. H. ad G. I. erit [a] A. E. ad E. D. vt H. K. ad K. I. & quia anguli ad E. & K. sunt recti, trianguli A. E. D. & F. K. I. sunt æquianguli, laterumque reliquorum proportionalium: quod cum possit ostendi de reliquis triangulis, quia quadrilateras figuras constituunt, sequitur similes esse æquiangulas & laterum proportionalium figuras A. B. C. D. & F. G. H. I. Deinde vt A. E. ad A. D. sic K. H. ad H. I. Tum A. D. est ad A. V. vt H. I. ad H. ß. Ergo vt [m] A. E. ad A. V sic K. H. ad H. ß. vt autem A. V. ad V. E æquales ad æqualem sic H. ß. ad ß. x. Et proinde rursus A. E. est ad E. V. æqualẽ ipsi A. V vt & H. K. ad x ß. parem ipsi H. ß triangulí ergo A. E. V. & K. H. ß. sunt [n] laterum proportionalium, & inde æqualium angulorum: ita vt sint æqui A. V. E. & K. ß. H. aliique ad verticem D. V. M. & I. ϵ. R. Atqui iam ostendimus E. V. vel æqualem ipsi D. V. esse ad V. M. vt K. ϵ. seu vt I. ϵ. ad ϵ R. Trianguli itaque M. V. D. [o] & I. ß. R. sunt [p] æquianguli laterumque ideo proportionalium, nempe D. M. ad M. V. vt I. R. ad R. ß. Verum eodem argumento probabimus æquiangulos esse A. M. V. & H. B. R. esseque V. M. ad M. A. vt ϵ. R. ad R. H. Idcirco ex æquo erit D. M. ad M. A. vt I. R. ad R. H. cumq; anguli bini ad M. & R. ostensi sint æquales, ambo A. M. D. & I. R. H. toti sunt æquales. De reliquis figurarum angulis & lateribus idemesto iudicium. Figuræ ergo sunt æquiangulæ, laterumque proportionalium.

[a] 1 pars 15 lib.
[b] 1 pars 6 lib.
[m] 5 pars 22 lib.
[n] 5 Pars 5. & 6
[o] 6 Pars lib.
[p] 6 Pars lib.

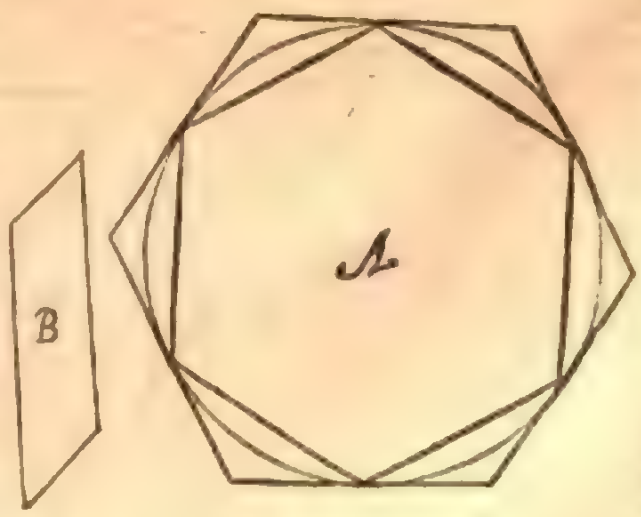
ΓΡΟΤ. Σ.
ΓΡΟΒΛ. Ε.

PROP. VI.
PROBL. V.

Δεικτέον δὲ ὅτι καὶ κύκλου δοθέντος, ἢ τομέως τοῦ χωρίου, δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἰσόπλευρον καὶ ἀρτιόπλευρον ἐγγράψαι εἰς τὸν κύκλον ἢ τομέα, ὥστε τὰ περιλειπόμενα τῆς ἐγγραφῆς τμήματα ἐλάσσονα εἶναι τοῦ δοθέντος χωρίου.

Demonstrandum est, quod dato circulo vel sectore & plano: possibile sit circulo vel sectori conscribere figuram, ita vt circumsepta à circumscripta & circulo segmenta, minora sint plano dato.

ΥΠΟΘ. Detur circulus A. & planum B. ΚΑΤΑΣ. Intra circulum [a] figura æquilatera inscribatur, circa vero circulum alia conscribatur, ita vt conscripta ad inscriptam minorem habeat rationem quam circulus & planum B. simul, ad circulum. ΣΥΜΠΕ. Segmenta circumsepta circulo & figura conscripta minora erũt plano B. complebitúrque propositio. ΑΠΟΔΕΙ. Vt conscripta figura maior est circulo, sic & minor est inscripta: [b] Continens etenim contento maior est: Proinde conscripta minorem habet [c] rationem ad circulum quàm ad inscriptam figuram: Atqui conscripta ad inscriptam minorem habet rationem quàm circulus cum plano B. simul ad circulum. Ergo conscripta ad circulum multò minorem habebit rationem quàm circulus simul cum B. ad circulum. Et ideo diuidendo [d] partes seu segmenta circumsepta circulo & conscripto poligono, sunt ad circulum in minori ratione quàm B ad eundem circulum. Vnde patet dicta segmenta minora esse plano B. ἐν δὲ τούτῳ δείκνυται, μεζονος τινος ἐπιπέδου τοῦ ὅλου κύκλου ἐστὶ τὸ ἐγγραφόμενον, inquit Archimedes. Quæ etenim de circulo demonstrata sunt, eadem de sectore pa-



[a] Per 5 hui.
[b] Per 9. hyp. posbesin adiutam huius
[c] Per 8. li. 5.
[d] per 1 li. 12.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Obijciet quispiam rationem circuli simul cum plano ad circulum non cognosci, nec obrem posse quemquam κατὰ τὸ ἐπίπεδον. Verum sciat oportet, Archimedem hoc duntaxat enitι, vt ostendat non repugnare a parte rei quin id fiat, sectionesque suppetere, quibus tam exigua fiant relidua segmenta, vt minora sint plano proposito. Ex his etenim quorum præscio nulla est, scopum tamen intendens collimat, conclusionesque certas & euidentissimas colligit. Deinde nihil impedit, quominus ratione hic proposita non perspecta, alia tamen cognoscatur minor. Etenim κατὰ τὸ καθόλου τῆς δοθείσης ποσότητος, propositis duabus magnitudinibus circulo cum plano simul & circulo solo, a maiori potest auferri minor, nempe circulus à circulo & plano, reliduumque nempe B. planum toties multiplicari, vt exuperet circulum seu minorem ex magnitudinibus datis, scilicet si fiat v. g. æquale quadrato diametri circuli. Tandem potest haberi tertia quantitas, quæ sit ad aliam quartam, vt foret illa producta seu quadratum illud diametri, ad planum B. His autem datis tertia & quarta quantitatibus, complebuntur quinta propositio huius & corollarium sequens, Et sic κατὰ τὸ ἐπίπεδον. Atque hæc tandem ratio est, cur Archimedes in tertia & quinta præcedentibus curauerit duas alias inueniri quantitates, quæ in minori ratione essent quam primæ propositæ, cum sine his potuisset hoc præsens problema nonnihil facessere laboris.

PROP. VII.

THEOREMA II.

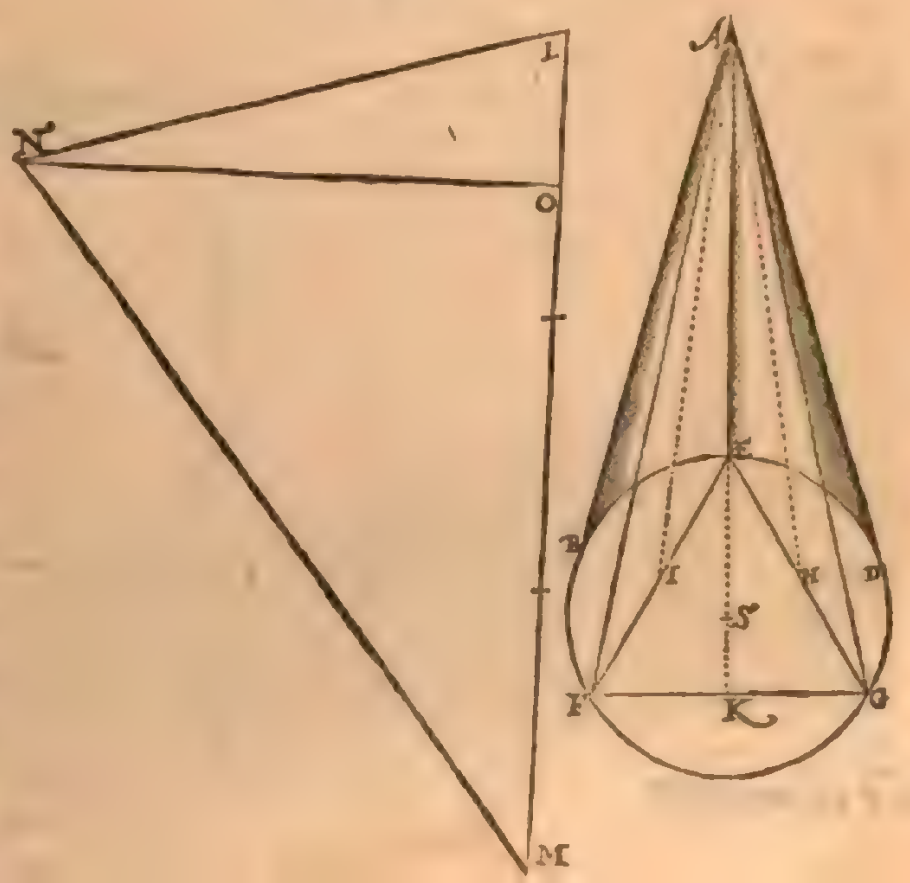
Si in cono Isosceles pyramis inscribatur, æquilateram habens basim: superficies ipsius sine base, æqualis est triangulo basim quidem habenti æqualem ambitui basis, altitudinem vero perpendiculari demissæ à vertice in vnum ex lateribus basis.

ΠΡΟΤ. Ζ.

ΘΕΩΡ. Β.

Ἐὰν εἰς ἰσοσκελῆ κώνου πυραμὶς ἐγγραφῇ, ἰσόπλευρον ἔχουσα βάσιν, ἡ ἐπιφάνεια αὐτῆς χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ, βάσιν μὲν ἐχόντι ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ μίαν πλευρὰν τῆς βάσεως καθετὸν ἀγομένην.

ΥΠΟΘ. Sit Conus cuius basis B. G. D. E. circulus, altitudo A. S. nempe acta perpendicularis ab acumine coni in centrum basis: circulo inscriptus sit triãgulus æquilater G. E. F qui sit basis pyramidis triangularis, eandemque cum cono altitudinem habentis. Trium pyramidis cono inscriptæ facierum altitudines sint perpẽdiculares A. K. A. I. & A. H. Sit denique triangulus L. M. N. cu-



ius basis L. M. tribus lateribus trianguli E. F. G. sit æqualis, altitudo vero N. O. par communi altitudini vt A. I. ΣΤΜΠ. Dico triangulum L. M. N. æquale esse superficiei inscriptæ pyramidis excepta basi E. F. G. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Superficies pyramidis sine basi tribus constat triangulis. F. A. G, F. A. E. & A. E. G. quorum altitudines sunt æquales. Etenim cum pyramis sit æquilatera, A. F, & A. E. sunt pares. Et proinde tria latera A. F, F. I, I. A. sunt æqualia tribus A. I, I. E, E. A, ideoque anguli ad I. recti: similiter anguli ad H, probabuntur recti. Sunt ergo trianguli A I, E. A. E. H. rectanguli: cumque duo latera I. E, E. A. duobus H. E, E. A. æquentur, illorum etiam quadrata paria sunt eorum quadratis. Et proinde quadratum I A. [a] æquale est quadrato A. H. & linea I. A. lineæ A. H. Idem probabitur de A. K. & A. I. ita vt altitudines trium triangulorum pyramidis demonstrentur æquales. Cum itaque basis L. M. æqualis sit tribus basibus illorum trium triangulorum, & N. O. altitudo par altitudini singulorum, sequitur triangulum N. L. M. æquiualere illis tribus, [b] quod fuit probandum.

[a] Ex hypothesi ponitur enim eorum latus I A. æquale.

[a] Per 47. I. 1.

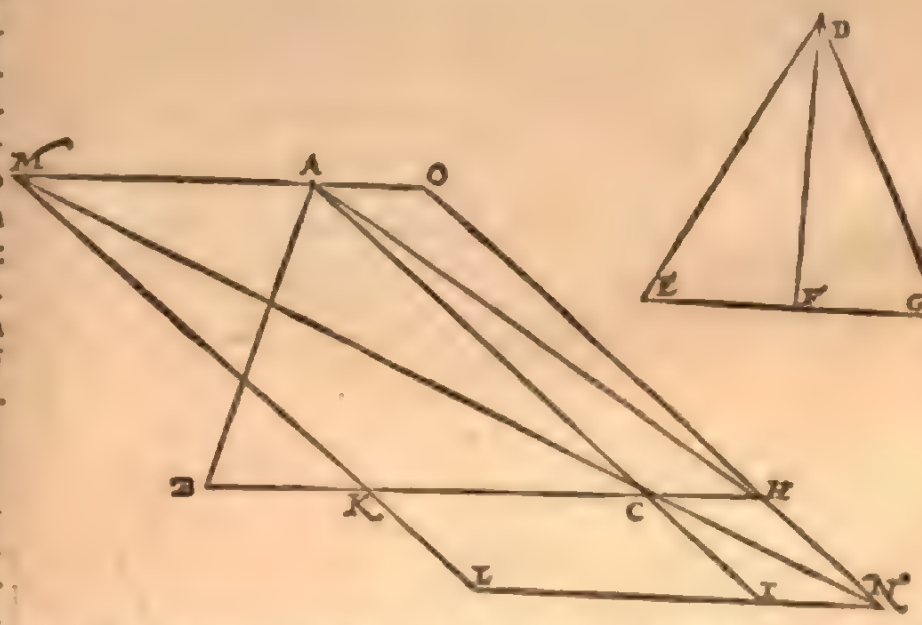
[b] Per 1. 6. & 38. lib. 11.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

En vides hoc pacto triangulum haberi posse æqualem non modo superficiei pyramidis quæcũque tandem fuerit trilatera, quadrilatera, vel alia, tum æqualium laterum vel inæqualium regularis vel irregularis: sed etiam basi ipsius: Quid enim impedit triangulo triangulum addi, nempe trigono L. N. M. basim B. F. G. etiam remanente trianguli altitudine, basique protracta.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ

Sit enim triangulo A. B. C. triangulus D. E. F. addendus. ΚΑΤ. facio F. G. æqualem basi E. F. & triãgulum D. E. G. duplum trigoni D. E. F. [c] Tum produco B. C. in H. & A. C. in I. Atque in angulo B. C. I. pono [d] rectangulum k. I. æquale triangulo D. E. G. & denique ad lineam A. C. in angulo A. C. H. æquali ei qui [e] ad punctum C. est B. C. I pono rectangulum A. H eidem trigono D. E. G. æquale, & duco dimetientem A. H. ΑΠΟΔ. Siquidem A. C. H. [f] triangulus æqualis est triangulo D. E. F: nam duorum æqualium æquales sunt semisses. Et proinde triangulo A. B. C. additus est triangulus D. E. F. protracta basi B. C. sed manente eadem trianguli altitudine. Ex vtroque fieri æquale vtrique quadratum, notius est, quàm vt dici queat. Deinde si trianguli similitudo fuerit necessario seruanda, in promptu est ex 25. Elementi sexti, triangulo A. B. C. similem, & alteri A. B. H. æqualem triangulo constituere.



[c] Per 1. 6.

[d] Per 45. lib. 1.

[e] Per 44. lib. 1.

[f] Per 34. lib. 1. & 15. lib. 5.

MANIFESTIOR ALIA ΣΑΦΕΣΤΕΡΟΝ ΑΛΛΩΣ DEMONSTRATIO. Η ΔΕΙΞΙΣ.

Archimedes secundam hanc subiungit demonstrationem. Perpendiculares A. I, A. H, A k. sunt æquales (hoc demonstrauimus.) Deinde quod continetur rectangulum sub F. E & A. I. duplum est trianguli A. F. E. [a] Idem est de rectangulo sub E. G. & A. H. quod etiam duplum est trianguli A. E. G. Demum quod sub F. G, A. k. bis

[a] Per 41. lib. 1.

continet triangulum A.F G. Ergo quod fiet rectangulum ex linea æquali ambitui trigoni E.F.G. & altitudine A.I. hoc est, ex L.M & N.O, duplum erit trium triangulorum F A E, E.A.G, & F.A G. Atqui duplum quoque est trianguli L.N.M Ergo illa tria trigona, simul huic sunt æqualia, vt vult propositio.

ΠΡΟΤΑ. Η. PROPO. VIII.

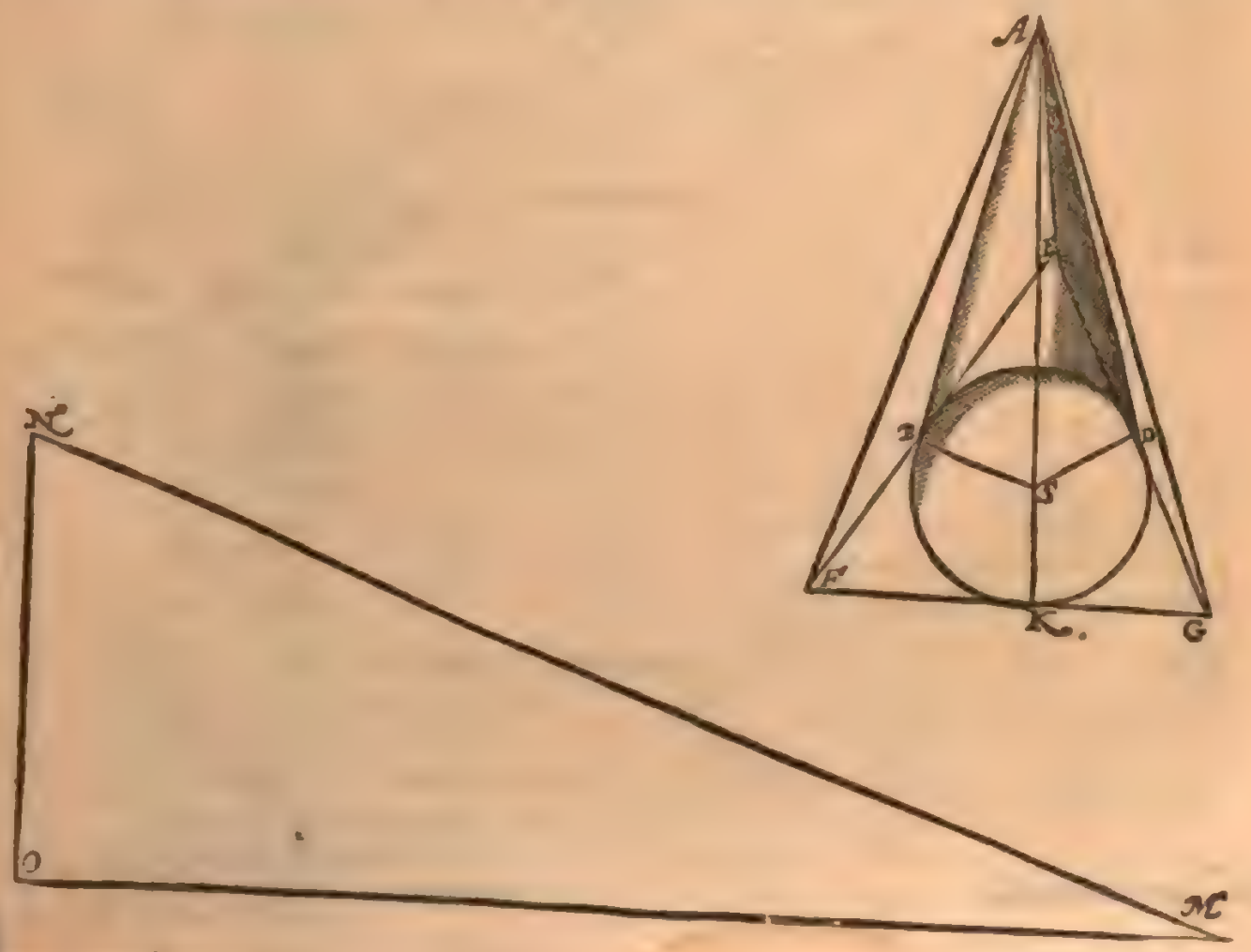
ΘΕΩΡ. Γ. THEO. III.

Ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως, ἴση ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἔχοντι τὴν ἴσην τῇ περιμέτρῳ τῆς βάσεως ὕψος δὲ τὴν πλευρὰν τοῦ κώνου.

Si circa Conum Isosceles Pyramis conscribatur: superficies Pyramidis sine base, æqualis est trigono, basim quidem habenti æqualem ambitui basis, altitudinem verò lateri coni.

ΠΡΟΘ. Sit Conus Isosceles A. B.K.D. à cuius vertice decidant duo latera in circumferentiam basis A.B, A D. æqualia ex hypothesi Isosceles coni. Circa hunc conum descripta ponatur A.F.E.G. pyramis, cuius latera basis tangant basim coni in punctis B.K.D. Sit denique triangulus N.O.M. cuius basis O.M. sit par ambitui basis pyramidis, altitudo verò N.O. æqualis lateri Coni A.B. ΣΥΜΠΕΡ. Dico triangulum N.O.M. æqualem esse superficiei pyramidis, si basim subtuleris. ΚΑΤΑΣ. A centro S. basis coni agantur rectæ S.B, S.D. perpendiculares [b] ad E.F, E.G. ΑΠΟΔ. Quoniam Isosceles est Conus, Axis ipsius A.S. est perpendicularis ad basim: nam latera A.B, B.S. cùm sint æqualia lateribus A. D, D.S, & sit S.A, communes anguli ad S. [c] sunt æquales & recti.

[b] per 18. lib. 3.
[c] per 8. lib. 3. & defin. 10.



Et sunt plana in quibus trianguli A. B. S, A. D. S. consistunt perpendicularia, *a* ad bases tàm coni quàm pyramidis, proinde B. A. ad lineam E. F. tum A. D. ad lineam E. G perpendiculares sunt. *b* Etiam concludi potest lineam A. K. incidere [illegible] in F. G. Latera ergo coni sunt altitudines laterum pyramidis. Eadem idcirco ratione qua superiùs, sequitur triangulum N. O. M. æqualem esse superficiei pyramidis excepta basi: quod fuit probandum. Idem omnino sequetur de quadrangulari pyramide, & quacumque alia circa conum conscripta.

a Per 18. 11.

b per 4. hu. 11.

ΓΡΟΤΑ. Θ.

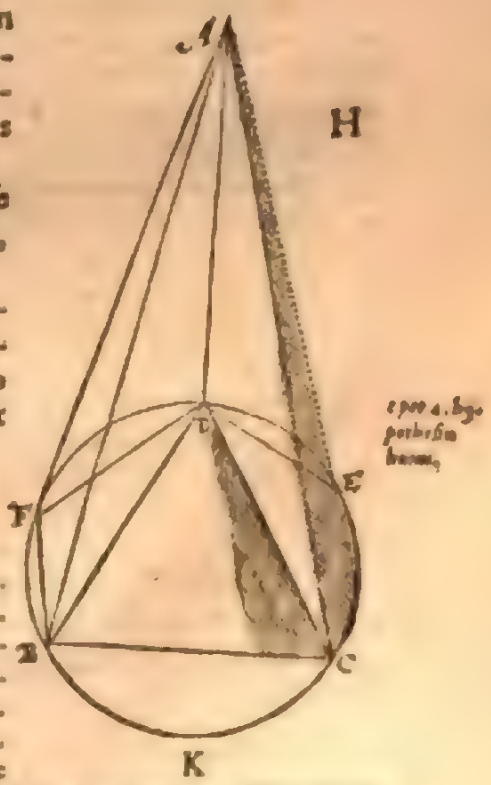
ΘΕΩΡ. Δ.

Εὰν κώνου πινὸς ἰσοσκελοῦς εἰς τὸν κύκλον, ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου, εὐθεῖα γραμμὴ ἐμπίπτῃ, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων αὐτῆς εὐθεῖαι γραμμαὶ ἀχθῶσιν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου, τὸ ὑπὸ τῶν ἐλαχίστων τε ἐγγωνον ἀπὸ τε τῆς ἐκπιπτούσης καὶ τῶν ἐπιζευχθεισῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν, ἔλαττον ἔσται τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου.

PROP. IX.

THEOR. IV.

Si in coni cuiusdam Isosceli circulum, qui coni sit basis, ceciderit linea recta, à cuius extremitatibus protrahantur lineæ rectæ ad verticem coni: triangulus definitus & ab incidente & à lineis actis ad verticem, minor est superficie coni, quæ est à vertice inter protractas.



a per 4. hypothesin hanc.

ΥΠΟΘ. Sit Isosceles conus A. B. C. D. per cuius basim trahatur linea B. C. à cuius extremis punctis B. & C. iungantur lineæ B. A, C. A. ad verticem A. super coni superficie: Per has rectas A. B, A. C. agatur planum constituens triangulum A. B. C.

ΣΥΜΠ. Proponitur triangulum A. B. C. minorem esse conica superficie comprehensa exterius inter lineas A. B, A. C. & basis circumferentiam B. D. C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Triangulus, cum sectione B. D. C. nempe superficies plana, eosdem limites habet cum superficie conica quæ non plana est & sectione B. D. C. *a* Ergo sublata hinc & inde sectione basis B. D. C. remanebit triangulus minor dicta conica superficie.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Aduersus hanc demonstrationẽ opponi potest, triangulum A. B. C. & contĩ superficiem nõ habere eosdem limites vt fert hypothesis 4. sed inter vtramque superficiem, repertri sectionem B. D. C. Et propterea longiori apparatu propositionem demonstrat Archimedes. Diuidit arcum B. D. C. in duo æqua & ducit lineas B. D., D. C. & B. A., D. A, C. A. vt fiant trianguli, actis per lineas planis, B. A. D. & D. A. C. maiores triangulo B. A. C. scilicet superficie H. supposita. Quæ quidem H. superficies, aut minor erit sectionibus basis B. F, D, & D. E. C. eõprehensis rectis B. D D. C. & arcubus B. F. D. & D. E. C. aut non minor, si primo ponatur non minor: cum sit triangulus B. A. D. minor quam conica superficies B. A. D. cum sectione B. F. D. tum triangulus A. D. C. minor conica superficie D. A. C. cum alia sectione D. E. C., sequetur dictas conicas superficies B. A. D. & D. A. C. hoc est totam B. A. C. cum superficie H., maiorem esse triangulis B, A. D. & D. A. C. hoc est triangulo B. A. C. cum H. & proinde sublata H. vndiquaque, remanere conicam superficiem triangulo B. A. C. maiorem. Si secundo H. ponatur minor sectionibus, diuidit arcus in F. & E. & facit sectiones B F, F. D, D E., E. C. & rursus alias, quoutque sint sectiones minores H. Sic etenim (ait) cum trianguli B. A. F, F. A. D, D. A. E, E. A. C. minores sint superficiebus conicis seu Tota B. A. C. cum sectionibus comprehensis lineis B. F., F. D, D. E., E. C. & arcu B. D. C. sequitur eandem conicam superficiem cum H, loco sectionum maiorem esse triangulis 4. prædictis, & multo maiorem

duobus B. A. D, D. A. C. hoc eſt triangulo B. A. C. cum H. Et tandem H. vndiquaque ſublata Conicam ſuperficiem manere maiorem triangulo B. A. C. Quod ſi fuerit hoc oſtendendum ex conica ſuperficie contenta lineis A. B., A. C. & baſis arcu B. K. C, ſectiones debent fieri in parte baſis B. K. C.

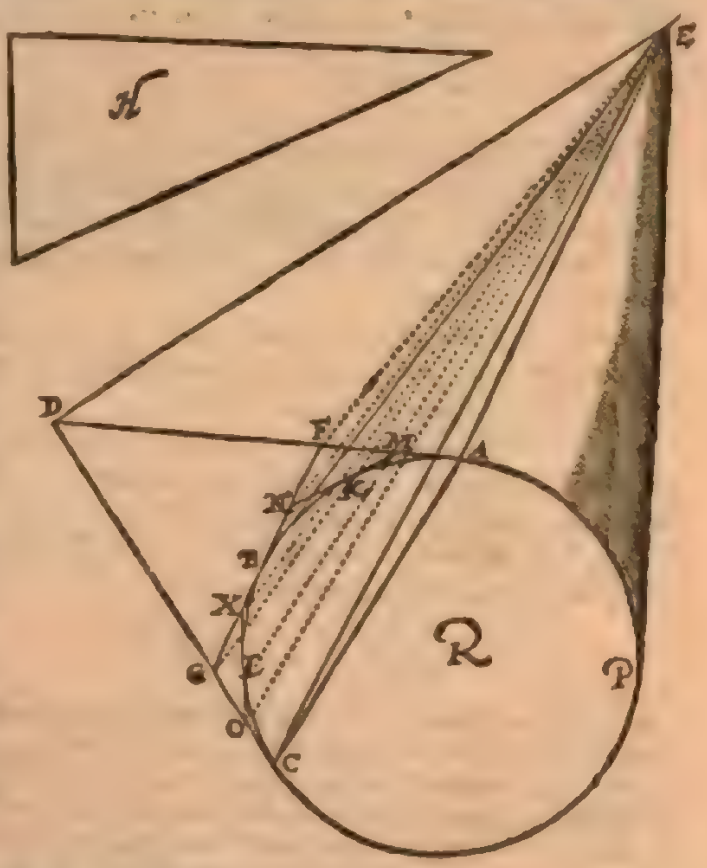
PROB. X. THEO. V.

Si ducantur tangentes circulum qui ſit baſis coni, & quidem in eodem quo circulus plano exiſtant, & in ſe mutuo incidant, à punctis vero contactuum & mutuæ interſectionis ad coni verticem lineę protrahantur: comprehenſa triangula à tangentibus & lineis ad verticem coni protractis, maiora ſunt ſuperficie conica inter ipſa comprehenſa.

ΠΡΟΤ. I. ΘΕΩΡ. Ε.

Ἐὰν ἐπιφάνειαν ἀχθῶσιν τῆς κύκλου ὅς ἐστι βάσις τοῦ κώνου ἐν τῷ αὐτῷ ἐπιπέδῳ οὖσαι τῷ κύκλῳ, καὶ συμπίπτωσαι ἀλλήλαις. ἀπὸ δὲ τῶν ἁφῶν καὶ τῆς συμπτώσεως ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου εὐθεῖαι ἀχθῶσι. τὰ περιεχόμενα τρίγωνα ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν καὶ τῶν ἐπὶ τὴν κορυφὴν τοῦ κώνου ἐπιζευχθεισῶν εὐθειῶν, μείζονα ἐστὶ τοῦ κώνου ἐπιφανείας, τῆς περιλαμβανομένης ὑπ' αὐτῶν.

ΥΠΟΘ. Sit coni A. P. C. B. E baſis circulus cuius centrum R. quem lineæ D. A, D. C. ab eodem productæ puncto D. & in eodem exiſtentes plano cum circulo R. tangãt in punctis A. & C. poſtmodum intelligantur actæ C. E, A. E, D. E. ad verticem, quarum duæ primæ in ſuperficie ſunt coni, vltima vero extra ſuperficiem.



ΣΥΜΠ. Triangula duo D. E. A. & D. E. C. maiora erunt ab ijſdem incluſa conica ſuperficie C. E. A. B.

ΑΠΟΔ. Triangula prædicta coſdem cum ipſa ſuperficie conica limites habent, poſita baſi, comprehenſa ſub lineis C. D, D. A. & arcu C. B. A., communi, includuntque conicam ſuperficiem. Ergo maiora [a] ſunt conica ſuperficie, vndiquaque baſi ſublata.

[a] Per 6. Hypotheſim huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Haud aliter quam in præcedenti longiori ſermone adſtruit demonſtrationem Archimedes.

ΚΑΤΑΣ. Diuidit arcum A. B. C. [b] bifariam in B. lineamque tangentem ducit [c] G. F. & à punctis G. B. F. rectas producit ad E. Tum rurſus arcus B. A, B. C. biſſecat agitque tangentes in ſectionum punctis K. L. lineas X O. N. M. & demum à punctis O. X. N. M. ad verticem E. tendit lineas.

[b] Per 30. lib. 1.
[c] Per 17 l. 4.

ΑΠΟΔ. Hinc factum vult, vt cum baſes D. C D. A. maiores ſint baſibus C. G. G. F, F. A (nam G. F. minor eſt duabus G. D, D. F. [d] proinde ſi vtrique parti iungantur communes G. C, F. A. adhuc manebunt D. C, D. A. maiores tribus C. G, G. F, F. A.) triangula duo C. E. D, D. E. A. maiora ſint tribus C. E. G.

[d] Per 20. l. 1.

C. E. F, F. E. A. Nam altitudo communis est latus coni, vt supra ostendimus: & ideo trigona sunt vt bases. [a] Excessum ponit esse H. ita vt duo maiora trigona, tribus minoribus cũ H. æquentur. Deinceps sic ratiocinatur. quantitas H. minor est aut nõ minor partibus cõprehensis rectis lineis C. G, G. B, B. F, F. A, & arcu C. B. A. Primo ponatur nõ minor. Sic enim erũt duę superficies, prima nimirũ pyramidis, cuius basis fuerit quadrãgulum C. G, F. A, vertex vero in E. & secunda, nẽpe conica ijdem limitibus cõprehensa. Illa quoniam comprehendit hanc, maior est etiam sine triangulo C. E. A. qui intra conum est: δῆλον (inquit) ὡς ἡ ὑπερκεῖσα τῆς πυραμίδος χωρὶς τοῦ [b] α. ε. γ. τοσοῦτον μείζων ἐστὶ τῆς πρώτης ὑπερκειμένης ᾗ τὸ τρίγωνον τὸ [c] α. ε. β. γ. (huc recurrit ad præcedentem hypothesim, [d] hinc-que fundamentum statuit suæ demonstrationis, quod a principio potuisse æque iustum est.) Tum sic persequitur. Communis tollatur sectio A. B. C. erunt reliqua triangula A. E. F, F. E. G, G. E. C. cum residuis A F. B, B. G. C. contentis sub rectis lineis & circuli arcu A. B. C. maiora conica superficie quæ est inter E. A. & E. C. lineas. His autem residuis non minus est H. planum. Proinde eadem triangula A. E. F, F. E. G, G. E. C. cum H. maiora sunt eadem conica superficie inter A. E, E. C. contenta At eadem triangula cum H. sunt æqualia duobus A. E. D. & D. E. C. triangulis: hæc ergo duo maiora sunt dicta superficie conica. Iam sit H. minus residuis A. F. B, & B. G. C. describaturque circa sectionem A. B. C. tale poligonum sectis [e] bifariam arcubus, & ductis tangentibus, vt residua minora sint plano H. Sint eius latera A. M, M. N, N. X, X. O, O. C. à quorum extremis ad E. lineæ ducantur. Simili modo vt superius erit superficies poligonæ pyramidis maior conica superficie: tandémque concludit Archimedes eodem artificio, τοίνυν τὸ α. ε. δ, δ. ε. ε. μείζονα ἔσται τῆς πρώτης ὑπερκειμένης τῆς μεταξὺ τῶν α. ε. ε. εὐθειῶν. quod vult propositio.

[a] Per 1. h. 5

[b] Hoc est A. E. C

[c] Hoc est A. B. C.

[d] Nempe 5. huius.

[e] Per coroll. 2. prop. 5. huius.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.

ΠΡΟΒ. ϛ.

PROPO. XI.

THEOR. VI.

Ἐὰν εἰς ἐπιφανείᾳ ὀρθοῦ κυλίνδρου δύο εὐθεῖαι ὦσιν, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ κυλίνδρου μεταξὺ τῶν εὐθειῶν, μείζων ἐστὶ τοῦ παραλληλογράμμου τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῶν εἰς τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου εὐθειῶν, καὶ τῶν ἐπιζευγνυουσῶν τὰ πέρατα αὐτῶν.

Si in superficie recti cylindri duæ rectæ lineæ fuerint; superficies cylindri inter duas rectas, maior est parallelogrammo comprehenso duabus rectis lineis in superficie cylindri ductis, & lineis earum extrema iungentibus.

ΠΡΟΘ. Sit rectus cylindrus A. B. D. C. in cuius superficie duæ rectæ sunt A. C, B. D. per quas agatur planum constituens rectangulum A. C. D. B. ΣΥΜΠ. Rectangulo huiusmodi maior est superficies, cylindrica comprehensa ijsdem lineis A. C, D B. & circumferentijs basium C. F. D. & A. E. B. ΑΠΟΔ. Rectangulum A. D. planum eosdem limites habet ac cylindrica superficies, nempe duo plana circulorum C. D. F, A. B. E. & lineas A. C, D. B: ergo cylindrica superficies [f] maior est plano rectangulo, vt vult propositio.

[f] Per 4. hypothes. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vt in superioribus, Archimedes ampliori argumentatione vtitur.

ΚΑΤΑΣ. Diuidit arcus A. E. B, C. F. D. bifariã in F. & E. ductisq; lineis A. E, E. B.

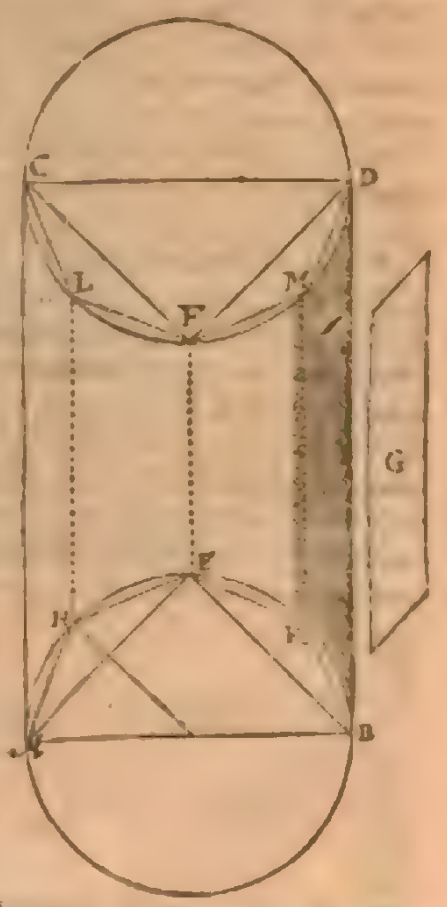
C. F, F. D, tum diuisis reliquis arcubus bifariam in H. K, L M, ducit adhuc lineas, A. H, H. E, E. K, K. B. D. M, M. F, F. L, L. C, rursusque easdem arcuum sectiones lineasque productiones alias heri consentit, si opus sit. ANOAEI. Inde sic ratiocinatur: rectangula C. E, E. D, minora sunt [a] rectangulo C. B, quia bases A. E, E. B. sunt maiores basi A. B. & altitudo est omnium eadem, nempe ea quæ cylindri.

[a] prop. 6

Excessus sit G. planum, quod minus vel non minus erit segmentis C. L. F, F. M. D. & A. H. E, E. K. B. Sit primo non minus. Nam quia rectangula C. E, E. D. in eandem partem cava sunt, ac superficies conica lineis C. A, D. B. definita, & illa ab hac comprehenduntur, hæc illis maior est; & ἴσως (inquit) τὸν ἴσον ἐξαντλοῦσιν. & ἀμήχανον δὲ τὸ μεῖζον πλῆθος ἐν ἔλασσονι μεγέθει ἀπολειφθῆναι τοιούτῳ ἐστὶν ἑκάστῳ τῶν ἐξαρχῆς μεγεθῶν. Quod æque verè à principio concluderet. Ergo superficies cylindrica cum segmentis A. E, E. B, C. F, F. D, maior est rectangulis A. F, F. B, cum ijsdem segmentis. Tollantur segmenta communia, ab vtraque parte, remanebit sola cylindrica superficies, maior solis rectangulis A. F. F. B. Sed his ipsis rectangulis minus est rectangulum A. D, toto plano G. Ergo multo maior erit dicta cylindrica superficies, rectangulo A. D. Iam ponatur G. minor dictis segmentis sub A. E, E. B, C. F, F. D. & basium arcubus A. E, B. C, F. D, totiesque auferatur ab ipsis plus quam dimidium, vt residua segmenta minora sint plano G. continentúrque sub lineis A. H, H. E, E. K, K. B, & C. L, L. F, F. M, M. D. sic probabuntur rectangula C. H, H. F, E. M, M. B. cum segmentis, minora cylindrica superficie cum ijsdem segmentis. Et hic vtrinque ablutis segmentis, remanebit rursus cylindrica superficies maior dictis 4. rectangulis. Atqui hæc 4. rectangula maiora sunt duobus A. F, F. B, & hæc duo solo A. D. hoc itaque solo A. D. multo maior est cylindrica superficies, quod fuit probandum.

[b] per 6. hypoth. huius.

[c] per coroll. 2. prop. 5. huius.



LEMMA.

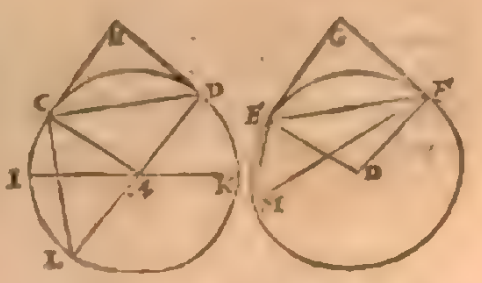
In duobus circulis æqualibus si duæ lineæ agantur æquales, diametris minores, à quarum extremis punctis lineæ ducantur tangentes circulos, ab eodem latere concurrent, & erunt tangentes vnius circuli æquales tangentibus alterius. Ab extremitatibus vero diametri non possunt duci tangentes quæ concurrent.

ΠΡΟΒ. Sint circuli quorum centra A. B. æquales, in quibus duæ ducantur pares lineæ C. D, E. F. & à quarum terminis agantur tangentes [f] C. H, H. D, E. G, G. F. ΣΥΜΠ. Dico tangentes concurrere ab eodem latere, & esse inter se æquales. ΚΑΤΑΣ. Agantur lineæ A. C, A. D, & B. E, B. F, à centris. ΑΠΟΔ. Etenim cum sint anguli A. C. H, A. D. H, recti, [g] minores sunt duobus rectis, duo D. C. H, H. D. C, proinde concurrent C. H, D. H. [h] Eodem argumento occurret E. G. ipsi F G. Deinde anguli C. A. D, E. B. F. sunt

[f] per 17. l. 3.

[g] per 1. comm. sent. lib. 2.

[h] per eiusdem comm. sent. lib. 1



æquales [a] quia arcus C. D, E. F. æquales lineæ pares C. D, E. F. subtendunt: [b] proinde reliqui duo æquales ad basim [c] C. D. reliquis duobus æqualibus ad basim E. F. æquantur: & proinde singuli singulis. Si ergo a rectis A. C. H, B E. G. tollantur pares A. C. D, B. E. F. remanebunt quoque pares D. C. H. & F. E. G. Similiter ostenduntur æquales C. D. H. & E F. G Et tandem reliquus H. reliquo G. [d] basis C. D. sit æqualis basi E. F. erit quoque C. H. æqualis ipsi E. G. [e] & reliqua D. H. reliquæ G. F. Denique si ab extremitatibus diametri I. K. tangentes duxeris, eas secans diameter angulos vtrinque interiores faciet duobus rectis æquales: [f] nunquam proinde concurrent sectæ tangentes, vt vult Lemma.

[a] per 27. lib. 3.
[b] Per 28. lib. 3.
[c] Per 5 lib. 1
[d] Per 3 16. mm. sent.
[e] per 32 lib. 1.
[f] Per 4. lib. 6.
[g] Per 28. lib. 3.

ΑΛΛΩΣ.

ΚΑΤΑΣ. Fiant anguli C. L. D, E. M. F. æquales [h] in æqualibus portionibus. ; ΑΠΟΔ. Quoniam anguli æquales C. L. D, & E. M. F. sunt pares [i] duobus C. D. H. & E. F. G. alter alteri: hi quoque sunt inter se æquales. [m] similiter ambo H. C D, G. E. F. iisdem ad L. & M. æquales [n] sunt. Proinde bini H. C. D, & H. D. C. sunt pares inter se sicuti alij G. E. F, & G. F E. & illorum alter horum alteri æquatur: Latera vero C. D, E F æqualia sunt: proinde reliqua latera sunt identidem paria, [o] quod vult lemma.

[h] per 29. lib. 1.
[i] per 27. lib. 3.
[l] Per 28 lib. 1
[m] Per 32. lib. 3
[n] per 1 com. sent lib 1.
[o] per 29. lib. 3.

ΠΡΟΤ. ΙΒ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Ἐὰν ἐν ἐπιφανείᾳ κυλίνδρου πυὸς ὀρθὰς δύο διάμετροι ὦσιν, ἀπὸ δὲ τῶν περάτων τῶν διαμέτρων ἀχθῶσιν πυὲς ἐπιφάνειαν τῶν κύκλων, αἱ εἰσι βάσεις τοῦ κυλίνδρου ἐν τῷ ἐπιπέδῳ αὐτῶν οὖσαι, καὶ συμπίπτωσι, τὸ παραλληλόγραμμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῶν ἐπιφαυσῶν καὶ τῶν πλευρῶν τοῦ κυλίνδρου, μείζονά ἐστι τοῦ ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου τοῦ μεταξὺ τῶν διαμέτρων τῶν ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κυλίνδρου.

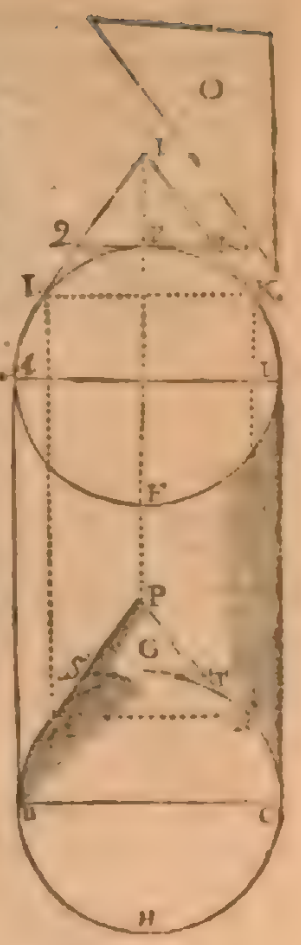
PROP. XII.

THEOR. VII.

Si in superficie cuiusdam cylindri recti capiantur duæ lineæ rectæ, à quorum extremis punctis educantur lineæ tangentes circulos qui bases sunt cylindri, existantque in eodem cum circulo plano, & simul concurrant: parallelogramma comprehensa sub tangentibus & cylindri lateribus, maiora sunt cylindrica superficie, quæ est inter rectas ductas in superficie cylindri.

ΠΡΟΤ. Sit cylindrus A. B. C. D. rectus, in cuius superficie sumantur duæ rectæ L. M, K. N perpendiculares ad bases, & ideo inter se parallelæ & æquales. Illas iungant lineæ M. N, L. K. minores diametris, vt possit compleri hypothesis propositionis. Etenim ab extremitatibus diametri non possunt duci duæ lineæ circulum tangentes, quæ vnquam concurrant. [b] à punctis ergo I. k. actæ sint [c] tangentes L. I, k I. occurrentes sibi inuicem in I, [d] in eodem scilicet plano, in quo tangitur A. E. D. circulus: tum à punctis M. N. aliæ duę tangentes æqualē circulū B. H. C. concurrentes in P. etiā in plano tacti circuli. Et quia hæ tangentes illis tāgentibus sunt æquales & parallelæ, scilicet in planis parallelis, ductæ lineæ ipsas iungentes L. M, I. P, k. N. constituent parallelogramma M. I, I. N. ΣΥΜΠ. Hæc duo parallelogramma maiora sunt conica superficie definita lineis L. M, k. N. & arcubus L. E. k, M. G. N. ΑΠΟΔ. Duo parallelogramma & conica superficies eosdem prorsus limites habēt, nempe lineas I. M, N. D. & plana in quibus sunt vertex & basis cylindri, & in eādem partem cauæ sunt, illáque hanc comprehendunt. Ergo illa sunt [e] hac maiores.

[a] Per 18. & 34. vel 1.
[b] Per lemma præcedens.
[c] Per 17. huius.
[d] Per lemma præcedens.
[e] Per 6. hypoth. huius.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Qui volet longiorem argumentationem, ratiocinetur eodem prorsus modo quo fecimus scholio decimæ huius.

MANIFESTVM III.

His ergo demonstratis, ex dictis patet, quod si in isosceles cono pyramis inscribatur, superficies pyramidis sine base minor erit conica superficie.

ΦΑΝΕΡΟΝ Γ.

Φανερὸν ὅτι μὲν τῶν εἰρημένων, ὅτι ἐὰν εἰς κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς ἐγγραφῆ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως ἐλάσσων ἐστὶ τῆς κωνικῆς ἐπιφανείας.

ΑΠΟΔ. Vnaquæque enim pars superficiei conicæ subtensa cuilibet lateri pyramidis, latere maior erit. [f] Et proinde tota simul conica superficies omnibus simul pyramidis lateribus, seu tota pyramidis superficie etiam maior erit. Sed vide vt semper bases excipias.

[f] Per 9. huius.

MANIFESTVM IV.

Et quod si circa conum Isoscelem pyramis conscribatur: superficies pyramidis sine base maior est superficie coni sine base quæ illi contermina est.

ΦΑΝΕΡ. Δ.

Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κῶνον ἰσοσκελῆ πυραμὶς περιγραφῆ, ἡ ἐπιφάνεια τῆς πυραμίδος χωρὶς τῆς βάσεως μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κώνου χωρὶς τῆς βάσεως ἧς τὸ συνεχὲς ἐκείνῳ.

ΑΠΟΔ. Ratio pendet ex 10. huius, vt non sit opus maiori demonstratione.

ΦΑΝΕΡ. Ε.

Φανερὸν δὴ καὶ τῶν ἀποδεδειγμένων, ὅτι τε ἐὰν εἰς κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα ἐγγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη, ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

MANIFEST. V.

Ex iisdem demonstratis manifestũ, quod si in recto cylindro prisma inscribatur, superficies prismatis ex parallelogrammis composita minor est superficie cylindri sine base.

ΑΠΟΔ. Vnumquodque siquidem parallelogrammorum ex quibus constat superficies[a] prismatis, minor est subtensa[b] sibi cylindrica superficie excepta basi. Proinde omnia simul, hoc est, tota prismatis superficies minor est tota cylindri superficio.

[a] 4. primi Archimedis de sphæra & cylindro.

[b] Hoc est, quæ basi cylindri opponitur.

ΦΑΝΕ. ς.

Καὶ ὅτι ἐὰν περὶ κύλινδρον ὀρθὸν πρίσμα περιγραφῇ, ἡ ἐπιφάνεια τοῦ πρίσματος ἡ ἐκ τῶν παραλληλογράμμων συγκειμένη μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ κυλίνδρου χωρὶς τῆς βάσεως.

MAN. VI.

Etiam, si circa rectum cylindrum prisma conscribatur, superficies prismatis quæ constat parallelogrammis, maior est cylindrica superficie sine base.

ΑΠΟΔΕΙ. Hoc rursus constat: quia quælibet prismatis bina dimidia parallelogramma[c] superficie sibi respondente cylindri maiora sunt, & proinde omnia simul absque base, totam cylindri superficiem excedunt.

[c] 5. primi Archimedis de sphæra & cylindro.

ΠΡΟΤΑ. ΙΓ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Παντὸς κυλίνδρου ὀρθοῦ ἡ ἐπιφάνεια χωρὶς τῆς βάσεως ἴση ἐστὶ κύκλῳ ᾧ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κυλίνδρου, καὶ τῆς διαμέτρου τῆς βάσεως τοῦ κυλίνδρου.

PROPOS. XIII.

THEO. VII.

Omnis cylindri recti superficies sine base, æqualis est circulo cuius ea, quæ ex centro, media proportionalis est inter latus & diametrum basis cylindri.

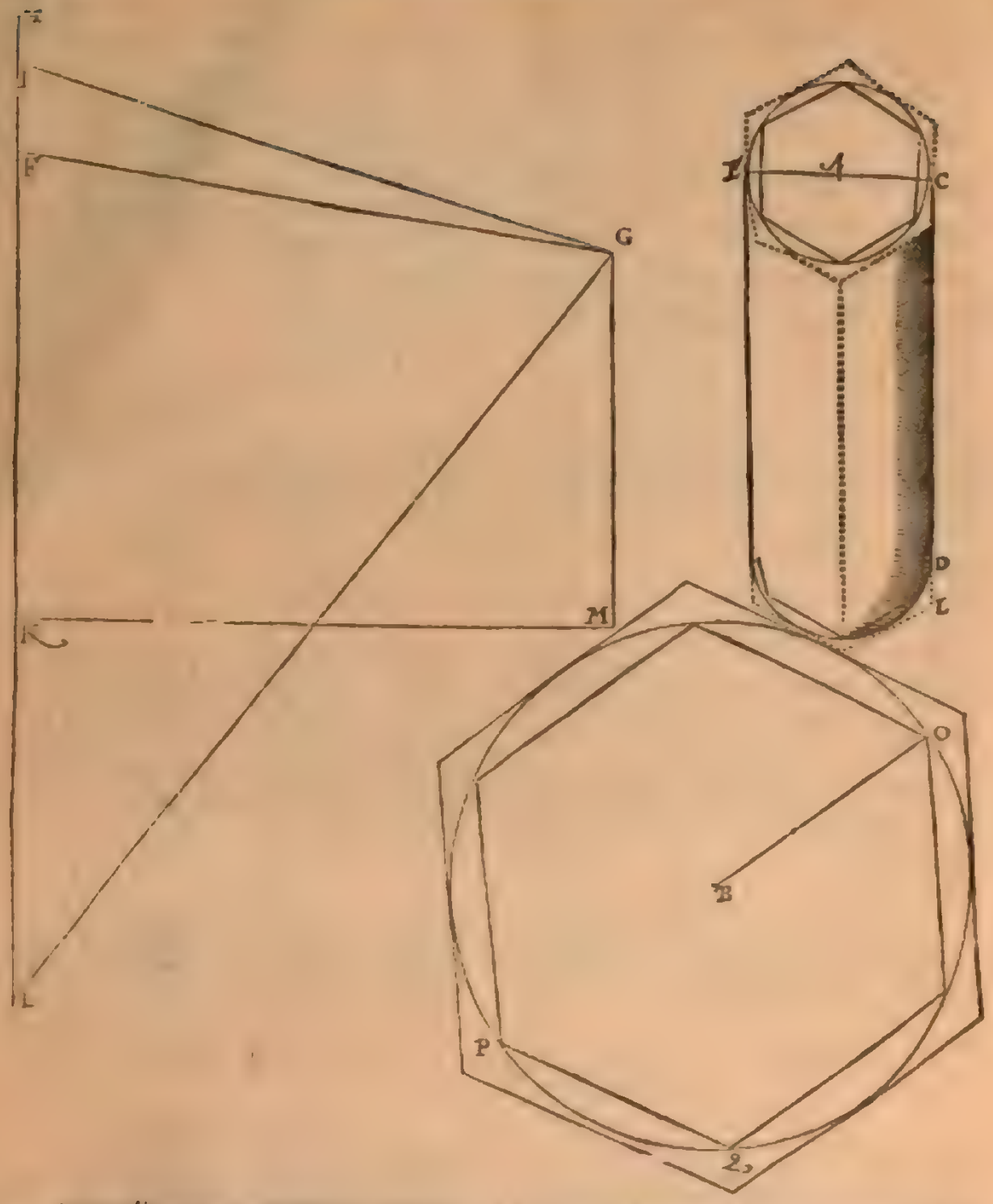
ΠΡΟΘΕ. Sit cylindrus E.D. altitudinis C.D. & basis cuius diameter E.C. Inter C.D. & E.C. medius sit proportionalis radius B.O.[d] cuius interuallo describatur circulus O.P.Q. qui deinceps dicetur B.

[d] 13. primi Archimedis de sphæra & cylindro.

ΣΥΜΠΕ. Dicit Archimedes circulo B. æqualem esse cylindri E.D. superficiem excepta base.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam si proposita cylindrica superficies non est æqualis circulo B. maior sit aut minor necesse est: politoque primo circulo minore, inscribamus[e] ipsi figu-

[e] 2. primi Archimedis de sphæra & cylindro.



ram, aliamque conſcribamus ſimilem, ita ut conſcripta ad inſcriptam minorem habeat rationem, quàm ſuperficies cylindrica, extremis vertice & baſe exceptis, ad circulum B. Tum circa verticem cylindri & circulum A. conſcribatur [a] ſimilis figura præcedentibus, à cuius angulis demittantur perpendiculares in planum baſis, [b] per quas plana acta deſcribant circa cylindrum priſma parallelogrammis conſtans. Præterea ſumatur linea F.G. æqualis omnibus lateribus figuræ circulo A. conſcriptæ, cui ad angulos rectos erigatur [c] F.H æqualis diametro E.C. diuidaturque [d] bifariam in I. vt I.F. radio A.C. æquualeat, & iungatur I.G. qui conſtituat triangulum I.F.G. æqualem conſcriptæ figuræ circulo A. [e] cum baſim habeat ambitui ipſius æqualem, [f] verò I F parem altitudini triangulorum, in quos figura diuidi poteſt. Rurſus eidem F.G. iungatur [g] ad F.K. æqualis altitudini C.D. cylindri perficiaturque parallelogrammum k.G. vel duplicetur F k. in L. agaturque linea L.G. quæ triangulum F. L. G. [h] componat parem rectangulo k.G. & ideò priſmatis ſuperficiei, cylindro conſcripti. Nam plinet ſuperficiem rectangulum k.G. æquale eſt, [i] cum baſim habeat F.G. æqualem baſibus omnium parallelogrammorum, quibus priſma conſtat, & altitudinem parem ipſi [k] altitudini, hoc eſt cylindri.

[a] per 1. huius. [b] per 12. huius. [c] per 11. huius. [d] per 10. huius. [e] per 1. huius. [f] per 41. primi. [g] per 44. primi. [h] per 41. primi. [i] per 1. huius. [k] per 34. primi.

ANOA. Linea H.F. bifariam secta est in I. tum F. L. bifariam diuisa in k. proinde est H.F. ad I.F. sicuti F.L. ad F k. & ideo rectangulum sub H.F, F.k. [a] æquale erit rectangulo sub I.F, F L. Atqui rectangulum sub H F, F.k. æquale est quadrato B O. [b] Ergo eidem quadrato B.C. par est rectangulum sub I.F, F.L.. Et ideo I F. est [c] ad B O. vt radius B O. ad F.L. & quadratum I.F. ad quadratum B.O. vt linea I F ad tertiam proportionalem F.L. [d] hoc est in ratione dupla lineæ I.F. ad lineam B O. At vero figuræ circum duos circulos A. & B, descriptæ sunt similes, & earum latera sunt sicut A.C. hoc est I.. F. ad B. O. Ergo figura conscripta circulo A. seu triangulus I.F.G figuræ æqualis est ad figurã conscriptã circulo B in ratione dupla I.F. ad B. O. hoc est in ratione lineæ I.F. ad F.L. seu vt triangulus I.F.G. ad triangulum F.L G. [f] Eandem ergo rationem habet triangulus I.F.G. ad figuram circulo B. conscriptam, quam ad triangulum F.L.G. Est [g] proinde conscripta circulo B. æqualis triangulo F.L G. hoc est quadrangulo k.G. seu prismati circa cylindrum descripto, quod æquale est ostensum dicto rectangulo k. G exceptis vertice & basi. Atqui figura conscripta circulo B. est inscriptæ eodem B. circulo in minori ratione quàm cylindrica superficies (basi semper & vertice exceptis) circulo B. ex fabrica: Ergo etiam prisma conscriptum cylindro in minori ratione est inscriptæ circulo B. quàm cylindrica superficies circulo B. Ergo rursus idem prisma eidem circulo B. vt [h] maiori quàm sit dicto circulo B inscripta figura, in minori ratione est quàm eadem cylindrica superficies ipsi circulo B. Sed prisma maius est cylindrica superficie, [i] vtrobique sublatis vertice & base. Ergo maior quantitas ad eandem minorem rationem haberet, quam minor, contra Geometriæ decreta [k] Absurdum itaque est dicere cylindrica superficie circulum esse minorem.

Iam ponatur maior circulus B. conica superficie. KATAΣ. Circulo B. conscribatur figura, aliaque similis inscribatur, [l] ita vt maior ad minorem rationem minorem habeat quam circulus B. ad cylindricam superficiem. Tum cylindri vertici A. similis præcedentibus [m] inscribatur quoque figura, à cuius angulis ducantur perpendiculares in basim cylindri, [n] per quas & latera inscriptæ figuræ acta, plana describant intra cylindrum prisma rectangulis planis constans. Huius figuræ vertici A. cylindri inscriptæ, perimetro æqualis ponatur F.G, vt reliquis manentibus quæ superius acta sunt, probetur triangulus I.F.G. maior inscripta [o] circulo A. figura, quia altitudo triangulorum in quæ dirimetur, minor est radio A.C seu linea I. F. æquali: tum k. G. seu triangulus F.L. G. æqualis quoque inscripto prismati intra cylindrum, basi & vertice exceptis, cum bases & altitudines sunt æquales. ΑΠΟΔΕΙ. Nam quia inscriptæ & conscriptæ figuræ tam circulo A. quàm circulo B sunt similes, inscripta circulo A. est inscriptæ circulo B. in ratione dupla radij circuli [q] A. hoc est I.F. ad radium B.O. seu lateris illius ad latus huius. Sed prius ostendimus I.F. esse ad B.O. vt B.O. ad F.L. Proinde I.F. erit ad F. L. hoc est [r] triangulus I.F.G. ad triangulum F.G.L. in ratione dupla lineæ I.F. ad radium B. O. & proinde vt [s] inscripta circulo A. ad inscriptam circulo B Ergo vt triangulus I. F. G. maior est inscripta figura circulo A. [t] ita triangulus F. L. G. maior erit inscripta figura circulo B Atqui conscripta figura circulo B. inscriptæ eidem B. minorem habet [u] rationem, quàm circulus B ad cylindricam superficiem. Et cum circulus B. minor [x] sit quàm sibi conscripta figura, minorem rursus [y] rationem habet B. ad inscriptam sibi figuram, quàm conscripta sibi ad eandem sibi inscriptam. Ergo multo minorem rationem habet circulus B. ad sibi figuram inscriptam, quàm ipsemet B. habeat ad cylindricam superficiem Figura proinde circulo B. inscripta maior est cylindrica superficie. Est autem prius ostensum figuram inscriptam circulo B. minorem esse triangulo F L. G. cui prisma cylindro inscriptum æquale demonstrauimus. Ergo idem prisma (basi semper & vertice exceptis) multo maius est cylindrica superficie: quod est rursus absurdum [z] Igitur omnino inconuenies est & rationi dissentaneum, dicere circulum B. minorem esse vel maiorem cylindrica superficie, quod fuit demonstrandum.

[a] per 16. l. 6
[b] per 17 l. 6.
[c] per 17 l. 6. & corum. similium.
[d] per 20 def. 5 & 20. prop. l. 6.
[e] per 4 & 6. [f] per 1 l. 6.
[g] per 7 l. 5.
[h] per 8 l 5
[i] per 5 hypothesim huius & corollarium
[k] prop 12. huius & contra 8. l. 5.
[l] per 12. huius
[m] per 5 huius.
[n] per 2 huius & 2. ad 5. huius.
[o] per 11 l. 11
[p] per 2 l. 6.
[q] per 20. l. 6.
[r] per 1 6 [s] per 11. l. 5
[t] per 24 l. 5.
[u] per subtractam.
[x] per additam hypothesim.
[y] per 8. l. 5.
[z] per 4. corolli prop. 11. huius.

ΠΡΟΤΑ. ΙΔ. ΘΕΩΡ. Θ.

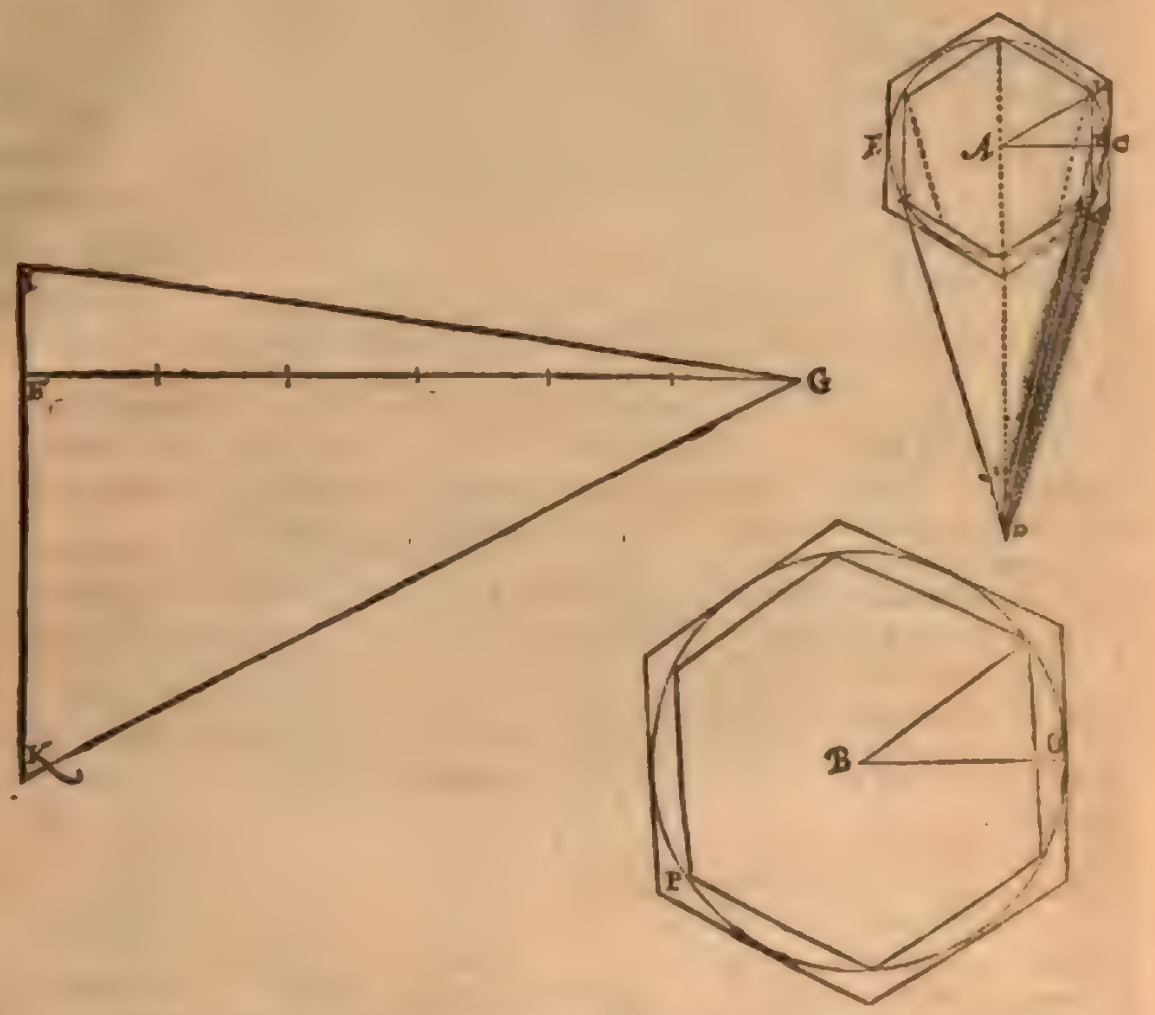
Παντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς χωρὶς τῆς

PROPO. XIIII. THEO. IX.

Omnis coni Isosceli superficies

sine base, æqualis est circulo, cuius radius medius est proportionalis inter latus Coni & radium circuli, qui est coni basis.

βάσεως ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς πλευρᾶς τοῦ κώνου, καὶ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου.



ΤΠΟΘΕ. Sit Conus E.D.C. cuius vertex D. Basis circulus A. cuius radius A.C. Inter quem & latus Coni D.C. media sit proportionalis B.O. [a] cuius interuallo describatur circulus O.P.Q. quod in posterum dicetur circulus B.

[a] per 13. lib. 6.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico circulum B. æqualem esse superficiei conicæ excepta basi.

ΚΑΤΑΣ. Si non sit B. æqualis conicæ superficiei, minor erit aut maior. Primò ponatur minor. Ac intra & circa circulos B. & A. describantur [b] figuræ similes, sitque conscripta circulo B. figuræ eidem B. inscriptæ in minori ratione quàm conica superficies excepta basi ad circulum B. Tum ab angulis conscriptæ & inscriptæ circulo A. demittantur rectæ ad apicem Coni D. vt tam extra quàm intra conum habeantur pyramides. Præterea capiatur F G æqualis [illegible] figuræ circulo A. conscriptæ, cui rectò stet F.I. [c] æqualis radio A.C. altitudini nimirum omnium triangulorum, in quæ figura circulo A. conscripta dirimitur. Ita vt triangulus I.F.G. ponatur [d] æqualis toti figuræ circulo A. conscriptæ. Rursus producatur I.F. recto in K. & fiat F.K. æqualis lateri cylindri E.D. nimirum altitudini triangularium superficierum, quibus circumscripta cylindro Pyramis constat. Ita vt trigonus F.K.G constituatur par toti superficiei pyramidis externæ, semper basi excepta.

[b] per 5. huius & lemma 2. ipsi propositum.

[c] per 12. l. 1. [d] per 1. l. 2.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam figuræ circulis A. & B. conscriptæ, sunt similes, in duplicata sunt ratione laterum homologorum, [e] & conscripta circulo A est ad conscriptam circulo B. in duplicata ratione radij A. [f] C. seu I.F. ad radium B O. Atqui duplicata ratio I. F. ad B. O. est I F. ad C.D. latus cylindri seu ad ipsi æqualem F K. Ergo cou-

[e] per 20. lib. 6. [f] per 4 l. 6.

ſcripta A. eſt ad conſcriptam B. vt I. F. ad F. K. hoc eſt vt triangulus I. F. G. *a* ad triangulus F. k. G. Vt ergo conſcripta A. eſt æqualis triangulo I. F. G. ita eſt *b* conſcripta B. æqualis triangulo F. k. G. hoc eſt pyramidi conſcriptæ cylindro, baſe excepta. Atqui conſcripta B minorem habet *c* rationem ad inſcriptam B. quàm ſuperficies coni ad circulum B. Ergo pyramidis ſuperficies habet ad inſcriptam B. minorem rationem quàm conica ſuperficies ad circulum B. Eſt autem eadem pyramidis ſuperficies ad circulum B. vt ad maiorem *d* in minori ratione *c* quàm ad inſcriptam B. minorem circulo. Ergo multo minorem rationem habet pyramidis ſuperficies ad circulum B. quàm conica ſuperficies ad eundem circulum B. quamquam maior eſt pyramidis ſuperficies conica ſuperficie: Ergo maior ad eundem circulum B. minorem rationem haberet, quàm minor, contra auguſtiſſima decreta Geometriæ. Iam ponatur circulus B. maior conica ſuperficie.

a per 11. l. 5.
b per 10. l. 5.
c per ſabelo cam.
d per 9 hypotheſim horum.
e per 8. l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Et intelligatur conſcripta ad inſcriptam circulo B. in minori ratione quàm ſit circulus B. ad conicam ſuperficiem: ſimiliſque ponatur inſcripta circulo A. quæ ſit baſis pyramidis intra conum deſcriptæ. Inſcriptæ A. latus ſit L. R. in quod perpendicularis decidat A. N. à quo puncto N. ducantur primùm N. D. nempè perpendicularis & altitudo ſuperficierum triangularium, quibus conſtat interior pyramis, tum N. M. parallela lateri coni C. D. decidens in axem coni A. D. Exiſtimetur demum F. G. æqualis ambitui inſcriptæ figuræ A. E. tùm I. F. æqualis altitudini A. N. & F. K. altitudini N. D. vt triangulus I. F. G. æquetur inſcriptæ figuræ circulo A. tum F. K. G. ſuperficiei pyramidis cono inſcriptæ A.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Sic enim figura rurſus inſcripta circulo A. eſt *f* ad figuram inſcriptam circulo B. in ratione duplicata A. L. ſeu A. C. ad B. O. ſed ratio duplicata A. L. ad B. O. eſt *g* A. C. ad C. D. nam B. O. eſt media proportionalis inter A. L vel A. C. & C. D. Ergo inſcripta circulo A. ad inſcriptam circulo B. eſt vt A. C. ad C. D. Atqui A. C. eſt ad C. D. vt A. N. ad N. M. *h* & A. N. ad N. M. in maiori ratione, quàm eadem A N. ad N. D. *i* maiorem ipſa N. M. vt ſubtendentem angulum obtuſum N. M. D. Ergo A. C. eſt ad C. D. in maiori ratione quàm ſit A. N. ad N. D. ſeu quàm I. F. ad F. K. vel demum quàm *m* triangulus I. F. G ad triangulum F. K. G. vel denique quàm inſcripta circulo A. figura, ad ſuperficiem inſcriptæ cono Pyramidis. Idcirco demum inſcripta circulo A. figura, ad inſcriptam circulo B. figuram, maiorem rationem habet quàm ad ſuperficiem inſcriptæ cono Pyramidis. Et propterea inſcripta circulo B. figura, minor eſt ſuperficie inſcriptæ cono Pyramidis. Eſt autem conſcripta B. ad inſcriptam B. *n* in minori ratione quàm circulus B. ad ſuperficiem conicam. Ergo conſcripta B. erit *o* ad minorem nempè ſuperficiem Pyramidis cono inſcriptæ in multo adhuc minori ratione quàm ſit circulus B. ad conicam ſuperficiem. Atqui circulus B. ad ſuperficiem inſcriptæ pyramidis vt ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad conicam ſuperficiem quæ maior eſt. Ergo rurſus conſcripta circulo B. in minori ratione eſt ad ſuperficiem inſcriptæ cono pyramidis, quàm circulus B. ad eandem pyramidis ſuperficiem. At verò circulus B. minor eſt ſibi conſcripta figura. *p* Et proinde maior quantitas ad eandem quàm minor, minorem haberet rationem, contra κοινὴν τῶν γεωμετρίας ἀξιωμάτων. Circulus itaque B. nec minor eſt nec maior propoſita conica ſuperficie, ſed æqualis: quod fuit oſtendendum.

f per 10. l. 6.
g per 10. Lemm. l. 5.
h per 2. l. 6.
i per 8. l. 5.
per 19. l. 1.
m per 1. l. 6.
n per ſabricam
o per 8. l. 5.
p per additam hypot. quæ 9. eſt.

ΓΡΟΤΑ. ΙΕ.

PROPOS. XV.

ΘΕΩΡ. Ι.

THEO. X.

Γαντὸς κώνου ἰσοσκελοῦς ἡ πρὸς τῇ βάσει τῶν αὐτῶν ἔχει λόγον, ὃν ἡ πλευρὰ τοῦ κώνου πρὸς τὴν τοῦ κύκλου τῆς βάσεως τοῦ κώνου.

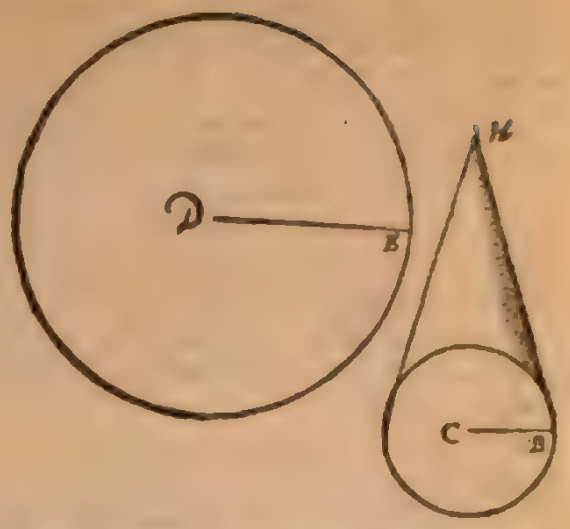
Cuiuſcumque coni Iſoſcelis ſuperficies ad baſim, eam habet rationem, quam latus Coni ad radium circuli qui baſis eſt coni.

ΥΠΟΘ. Sit Conus H.B.C.

ΣΥΜΠ. Dico superficiem coni esse ad basim, cuius centrum C. vt H. B. latus Coni ad B.C. radium basis.

ΚΑΤΑΣ. Inter H.B. & B.C. media reperiatur *a* proportionalis D.E. cuius interuallo describatur circulus.

a per 13. l. 6.



ΑΠΟΔ. Circulus cuius centrum C. seu basis coni, se habet *b* ad circulum cuius centrum D. vt quadratum C. B. ad quadratum D.E. hoc est *c* in ratione duplicata C. B. ad D. E. Sed ratio duplicata C. B. ad D. E. est *d* C. B. ad tertiam B. H. Ergo circulus basis se habet ad circulum D. hoc est ad superficiem Coni circulo D. *e* æqualem, vt C. B. ad B. H. Ergo inuertendo *f* superficies Coni est ad basim vt latus H.B. ad radium B.C. quod fuit demonstrandum.

b per 2. l. 12.
c per 20. l. 6.
d per 10. defin. l. 5.
e per præcedentem.
f per coroll. 4. lib 5.

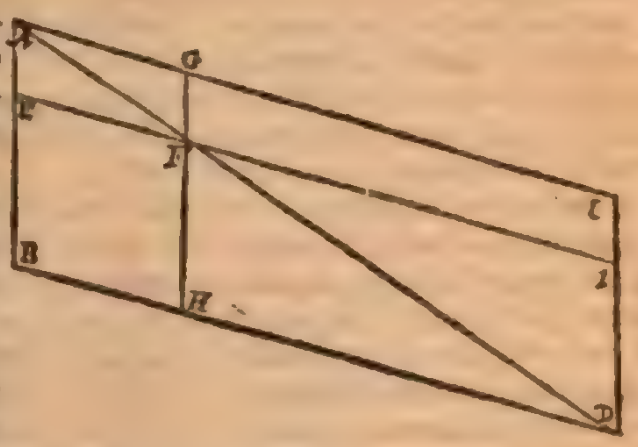
LEMMA I.

Si duæ rectæ prima & secunda secentur: rectangulum comprehensum sub vtraque, æquale erit tribus rectangulis, primo sub prima parte primæ, & prima parte secundæ: secundo sub secunda parte primæ, & eadem prima secundæ: tertio sub secunda parte primæ & tota secunda.

ΥΠΟΘ. Sint duæ lineæ, prima A.B. secunda A.C. diuisæ in E. & G. ex his sit rectangulum A. D. *g*

g per 1. defin. l. 1.

ΣΥΜΠ. Dico rectangulum A.D. esse æquale tribus: nimirum primo sub A. E. & A. G. secundo sub E. B. & eadem A. G. Tertio sub E. B. & tota A.C.



ΚΑΤΑΣ. A punctis E. & G. sectionum agantur parallelæ *h* oppositis lateribus E. I. & G. H. dimetientesque A. D. *i*

h per 17. l. 3.
i per 26. l. 1.

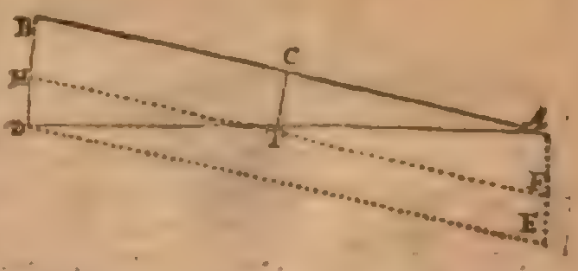
ΑΠΟΔΕΙ. Rectangulum A.D. *si* intelligatur sola A. B. secta, componitur ex duobus rectangulis E. C. sub E. A. & A. C. & E. D. sub E.B, B. D. seu A C. Atqui rectangulum E.C. componitur rursus ex duobus, nimirum ex E.G. comprehenso sub A. E. prima parte primæ, & A. G. prima parte secundæ: & ex G. I. æquali *m* alteri complemento E. H. quod continetur sub E. B. secunda parte primæ, & E. F. seu A. G. prima etiam parte secundæ. Tum demum rectangulum E. D. comprehenditur sub E. B. secunda parte primæ & B. D. seu A. C. tota secunda. Ergo rectangulum A. D. æquale est tribus E. G, E. H. seu F. C. & E. D. quod fuit probandum.

m per 43. l. 1.

COROL.

COROLLARIVM.

Hinc deduco, dati trianguli A.B.D. secti linea C.P. basi B.D. parallela, ita se habere latera vt rectangulum sub A.B, B.D. æquale sit rectangulo sub A.C, C.P. & rectangulo comprehenso sub C.B. lineaque composita ex B.D, C.P.



ΚΑΤΑΣ. Perficiatur ex A B, B.D. rectangulum, producaturque C.P. in G. & ducatur H.F. per P. parallela ipsi B.A.

ΑΠΟΔ. A.B, & B.D, secantur in C. & H. Ergo rectangulum A.D. æquatur[a] tribus A.P, E.P. seu B.P. & E.H. sumpta A E. linea pro prima, & A.B. pro secunda. Atqui rectangulum A.D. continetur sub A.B, B D. Tum F.C, sub A.C, C.P. & gnomon C.D. F. æquale est rectangulo sub C.B. & linea conflata ex duabus C.P. & B.D. Nam rectangulum sub C.B. bis & duabus partibus B. D. ac C.P. æquale est[b] rectangulo sub C.B. & conflata ex duabus simul B.D. & C.P. Atqui rectangulum sub C.B. & B.D. est C.D. tum aliud rectangulum sub C.B. & C.P. est C.H hoc est[c] P.E. amboque simul gnomonem complent. Ergo rectangulum sub A.B, B.D. æquale est duobus, primo sub A. C, C.P. secundo sub B. C. & linea composita ex duabus B.D, C.P, quod fuit probandum.

[a] per lem. 1 præmiss.
[b] per 1. l. 2.
[c] per 43. l. 1.

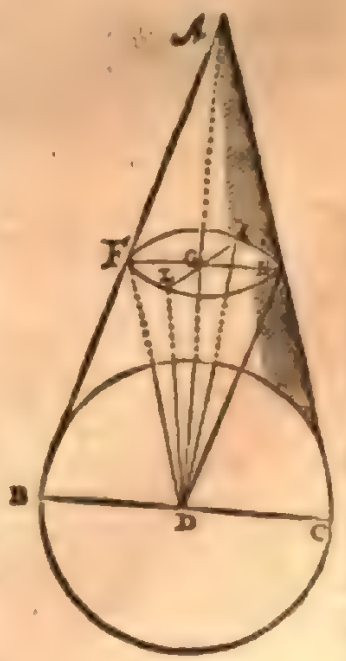
LEMMA II.

Si conus Isosceles plano secatur basi parallelo, intersectione fit circulus.

ΤΗΟΡ. Sit Conus Isosceles A. B. C. qui secetur in F.E. plano parallelo basi B.C.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico F.I.E.L. esse circulum.

ΚΑΤΑΣ. A centro D. per planum F.I.E.L. axis ducatur D. G. A. qui sit necessario perpendicularis, cum conus sit Isosceles, & facile probentur trianguli A.B.D & A.D.C. æquianguli. [d] Per ipsum proinde axem agatur planum, quod secet conum bifariam secundum latera A.B, & A.C. planumque F.I.E.L. secundum rectam lineam [e] F. E. quæ cum sit in plano secante, in quo est axis A. D. [f] secet ipsum axem. Producantur rursus D.F, D.E, D.L, D.I.



ΑΠΟΔΕΙ. Anguli A.B.C, A.C.B. trianguli Isosceles A.B.C. sunt æquales, [g] & ijsdem pares sunt A.F.E, A.E.F [h] quia F.E. basi B.C. est parallela, scilicet quisque cuique, & propterea inter se sunt pares, ac latera [i] A.F, A.E paria. Sublata proinde ex A.B, A.C. relinquent F. B, E C. æqualia. [k] Atqui B.D. & D.C. sunt radij [l] æquales. Basis ergo F. D. [m] basi D.E. est æqualis. Et triangulus F.D.E. Isosceles, augulique D. F.E, F.E. D. sunt pares. [n] Sunt verò anguli ad G. recti. [o] Cùm enim G. D. ad alterum duorum planorum parallelorum sit perpendicularis, nempe ad basim, ad reliquum F.E. quoque perpendicularis erit. Ergo F.G, G.E sunt æquales. Similiter L G, G.I. ostendentur æquales. Itaque punctus [p] G. est centrum circuli & circulus F.I.E.L. quod fuit probandum. [q]

[d] per 4. l. 11.
[e] per 3. l. 11. & 16. eiusdem.
[f] per 2. l. 11.
[g] per 5. l. 1.
[h] per 29. l. 1.
[i] per 6. l. 1.
[k] per 3. cõm. sent.
[l] per 10. definit. l. 1.
[m] per 4. l. 1.
[n] per 5. l. 1.
[o] per coroll. 14. l. 11.
[p] per 9. l. 3.
[q] per 9. l. 3.

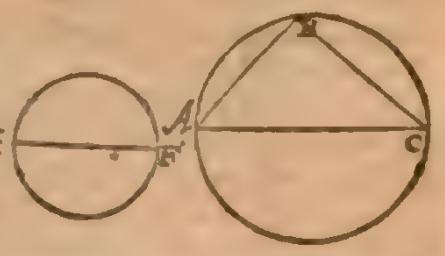
LEMMA III.

Circulum ex circulo auferre vt remaneat circulus.

ΥΠΟΘ. Sit minor circulus E. F. auferendus ex maiori A.B.C. vt remaneat circulus.

ΚΑΤΑΣ. A puncto A. maioris circuli accommodo[a] intra circulum diametrum E.F. minoris, & sit A.B. tum duco B.C.

[a] per 1. lemma 4.



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Circulus quippe descriptus diametro B.C. erit differentia circuli A.B.C. supra minorem E.F.

ΑΠΟΔ. Angulus A.B.C. est rectus in semicirculo:[b] proinde excessus quadrati A.C. supra quadratum A.B. seu E.F. est[c] quadratum B.C. Atqui linearum vt se habent quadrata, ita[d] se habent ab ijsdem tanquam diametris descripti circuli. Ergo circulus cuius diameter B.C. est excessus circuli A.B.C. supra circulum E.F. qui fuit inueniendus.

[b] per 31. l. 3.
[c] per 47. l. 1.
[d] per 2. lem.

PROPO. XVI.

THEO. XI.

Si conus Isosceles plano secatur basi parallelo: superficiei coni mediæ inter plana parallela, æqualis est circulus, cuius radius medius est proportionalis inter partem lateris coni comprehensam parallelis planis, & lineam æqualem radijs duorum circulorum, qui habentur in planis parallelis.

ΠΡΟΤΑ. Ις.

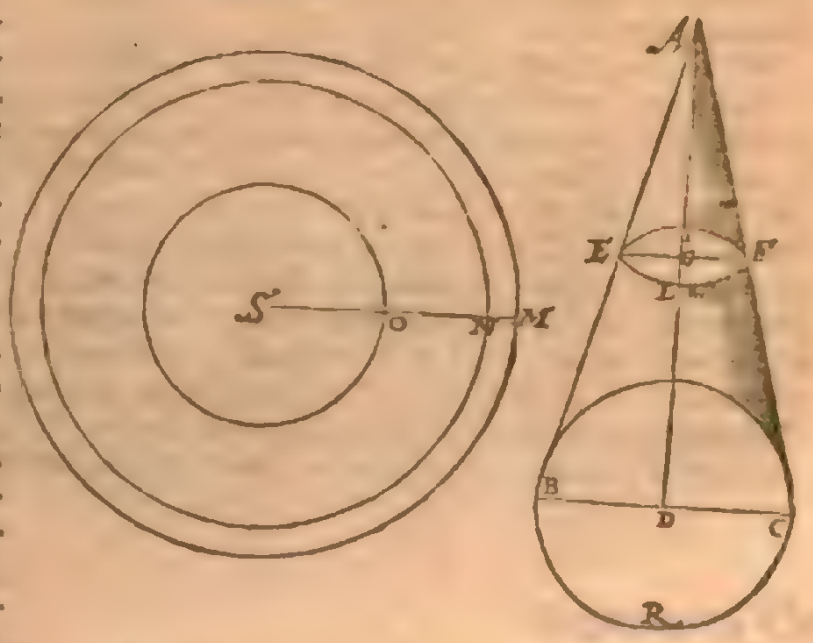
ΘΕΩΡ. ΙΑ.

Ἐὰν κώνου ἰσοσκελὴς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου ἴσος ἐστὶ κύκλος, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου μέσον λόγον ἔχει τῆς τε πλευρᾶς τοῦ κώνου, τῆς μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, καὶ τῆς ἴσης ἀμφοτέραις ταῖς ἐκ τῶν κέντρων τῶν κύκλων, ὧν ἐν τοῖς παραλλήλοις ἐπιπέδοις.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Sit conus Isosceles A.B.C. sectus plano E.F. parallelo basi B.C. cuius ideo sectione fiat circulus:[e] Axis coni sit A.D. per quem agatur planum findens conum secundum triangulum Isosceles A.B.C. circulumque E.I.F.L. per lineam E.F. parallelam diametro basis B.C.

[e] per 1. lemma præmissum.

[f] per 16. l. 12.



ΣΥΜΠ. Dicitur partem conicæ superficiei comprehensam duobus circulis planis basi B.R.C. & E.I.F.L. esse æqualem circulo, cuius radius medius fuerit proportionalis inter lineam E.B. & lineam conflatam ex duabus E.G.B.D.

ΚΑΤΑΣ. Inueniatur media [a] proportionalis inter A E, E.G. quæ sit S.O. cuius radio circulus describatur S.O. Rursus inueniatur media proportionalis inter E.B. & compositam ex B.D, E.G. sitque radius circuli S.N. Denique reperiatur media secundum rationem inter A.B & B D. qua tanquam radio fiat circulus S.M. [a] per 13. 6.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim cum sit circulus E. I. F. L. parallelus basi B R. C. conus est Isosceles A.E.F. cuius ideò superficiei [b] æqualis est circulus S.O. semper base excepta. Etiam superficiei coni A.B.C. æqualis est circulus S.M. Si ergo tollatur circulus S.O. ex circulo S.M. remanebit pars conicæ superficiei comprehensæ inter duo plana parallela. Sed remanebit circulus S.N. Nam rectangulum sub A.B, B.D. hoc est [c] quadratum S.M. est [d] æquale duobus rectangulis sub A.E, E.G. & sub E.B. lineaque conflata ex duabus E.G, B.D. hoc est æquale est duobus quadratis ex S.O & S.N. medijs proportionalibus, inter latera horum rectangulorum. Ergo si ex quadrato S. M. quadratum substuleris lineæ S O remanebit quadratum lineæ S.N. Atqui vt se habent quadrata linearum, ita se habent [e] & circuli ab ijsdem lineis descripti. Ergo circulo S. O. sublato ex circulo S.M. remanet circulus ex S.N. & hic proinde æqualis est parti conicæ superficiei contentæ inter parallela plana, quod fuit demonstrandum. [b] per 14. huius. [c] per 17. 6. & per corollarium lemmatis superioris. [d] per 2. 12. [e] per 2. 12.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod si contigerit sectio secundum lineam E.F. tam prope basim, vt superficies media inter basim & planum secans minor fuerit superficie coni A.E.F. excepta base, accidet circulus S.N. minor circulo S.O. Sed nihilominus procedet demonstratio secundum propositionem.

ΛΗΜΜΑΤΑ.

Α.

Οἱ κῶνοι οἱ ἴσον ὕψος ἔχοντες, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς βάσεσι.

LEMMATA.

I.

Coni æqualem habentes altitudinem eam inter se rationem habent, quàm bases.

Hoc demonstratur ab Euclide propositione 11. & 12. lib. 12.

Β.

Κῶνοι ὑπὸ ἴσας ἔχοντες βάσεις, τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον ταῖς ὑψεσι.

II.

Coni verò habentes æquales bases, eam inter se rationem habent quàm altitudines.

Hoc ibidem operis demonstratur ab Euclide propos. 14.

Γ.

Ἐὰν κύλινδρος ἐπιπέδῳ τμηθῇ παρὰ τὴν βάσιν, ἔστιν ὁ κύλινδρος πρὸς τὸν κύλινδρον, ὡς ὁ ἄξων πρὸς τὸν ἄξονα.

III.

Si Cylindrus plano secatur parallelo ad basim: cylindrus est ad cylindrum, vt axis ad axem.

Hoc habetur demonstratum apud Euclidem eodem elemento 2. propos. item 14.

IV.

Coni qui eaſdem baſes habent (& altitudines) cum cylindris, in eadem ſunt ratione quàm cylindri.

Δ.

Τοῖς δὲ κυλίνδροις ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ εἰσὶν οἱ κῶνοι, οἱ ἔχοντες τὰς αὐτὰς βάσεις, (καὶ τὰ αὐτὰ ὕψη) τοῖς κυλίνδροις.

Duplex eſſe poteſt ſenſus huius lemmatis. Etenim ſi non addideris ἴσα τὰ ὕψη, quæ non addit Archimedes, ſenſus erit, conos ſe habere ſicuti altitudines, & recidit in 14. propoſ. lib. 12. Elementorum. Si verò & altitudines iunxeris, intelligitur conum eſſe ad conum, vt cylindrus ad cylindrum, quod demonſtratur ex 10. lib. eiuſdem 12 Element. & 15. lib. 5.

V.

Et æqualium conorum reciprocæ ſunt baſes altitudinibus: Atque quorum reciprocæ fuerint baſes altitudinibus, ipſi æquales ſunt.

E.

Καὶ τῶν ἴσων κώνων ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν· καὶ ὧν ἀντιπεπόνθασιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσιν, ἴσοι εἰσί.

Conſule Euclidem ibidem duodecimi Elementi propoſ. 15.

VI.

Et Coni quorum diametri baſium eandem rationem habent, quàm axes, ſeu quàm altitudines: ſe habent inter ſe in triplicata ratione dimetientium quæ in baſibus.

ς.

Καὶ οἱ κῶνοι ὧν αἱ διάμετροι τῶν βάσεων τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι τοῖς ἄξοσι, τουτέστι τοῖς ὕψεσι, πρὸς ἀλλήλας ἐν τριπλασίονι λόγῳ εἰσὶ τῶν ἐν ταῖς βάσεσι διαμέτρων.

Hoc eſt, ſimiles coni iuxta 24 definit. lib. 11. Elemento, ſunt in triplicata ratione dimetientium quæ in baſibus, per 12. lib. 12. eorumdem Elementorum: Hæc autem ſolum proponit Archimedes quia vt ipſe ait, τοῦτο πολλοὶ ἤδη τῶν πρότερον ἀπέδειξαν, & antiquiores Archimede Geometræ hæc demonſtrauerant.

PROPO. XVII.

THEO. XII.

Si fuerint duo Coni Iſoſceles, & fuerit alterius ſuperficies æqualis baſi alterius; linea verò à centro baſis educta perpendiculariter in latus coni, altitudini exſtiterit æqualis: coni erunt æquales.

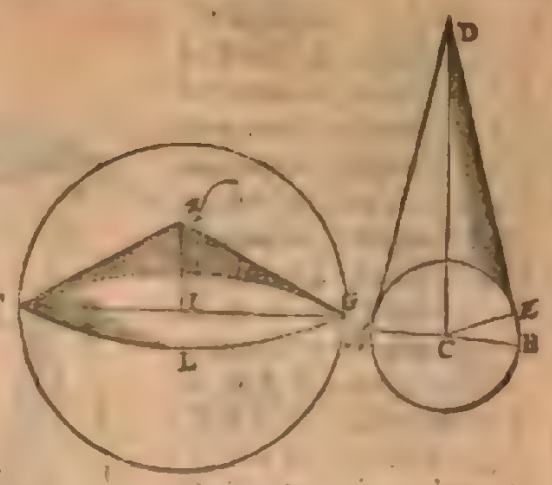
ΠΡΟΤΑ. ΙΖ.

ΘΕΩΡ. ΙΒ.

Ἐὰν ὦσι δύο κῶνοι ἰσοσκελεῖς· ἡ δὲ τῆς ἑτέρου κώνου ἐπιφάνεια ἴση ᾖ τῇ τῆς ἑτέρου βάσει· ἡ δὲ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τῆς βάσεως ἐπὶ τὸν πλευρὰν τοῦ κώνου κάθετος ἀγομένη, τῷ ὕψει ἴση ᾖ, ἴσοι ἔσονται οἱ κῶνοι.

ΠΡΟΘ. Sit conus A.B.D. Isosceles inter cuius latus A.D. & radium basis A.C. medius sit [a] proportionalis I.G. quo interuallo descriptus sit circulus æqualis conicæ [b] superficiei A.B.D. qui basis sit coni F.H.G. cuius rursus altitudo I.H. æqualis sit perpendiculari C.E. demissa à centro basis alterius coni in eiusdem latus.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Dico ambos conos esse æquales. ΑΝΑΛΥ. Quoniam basis F.L.G. est æqualis conicæ superficiei A.D.B. ambæ ad eandem basim [c] A.E.B. eandem rationem habent: Atqui superficies conicæ A.D.B. ad basim suam est, [d] vt latus D.B. ad radium B.C. hoc est vt D.C. ad C.E. [e] seu ad I.H. æqualem. Ergo basis F.L.G. est ad basim A.E.B. vt altitudo C.D. ad altitudinem H.I. reciprocè. Coni proinde sunt [f] æquales, vt proponebatur.



a per 13 l. 6.

b per 14 huius.

c per 7 l. 5.

d per 15. huius

e per coroll. 2 l. 6

f per 5 huius collat. propositum 13 l. 12.

ΓΡΟΤΑ. ΙΗ.
ΘΕΩΡ. ΙΓ.

Παντὸς ῥόμβου ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένου, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἑτέρου κώνου τῶν συνεχόντων τὸν ῥόμβον, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἀγομένῃ ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου.

PROPO. XVIII.
THEO. XIII.

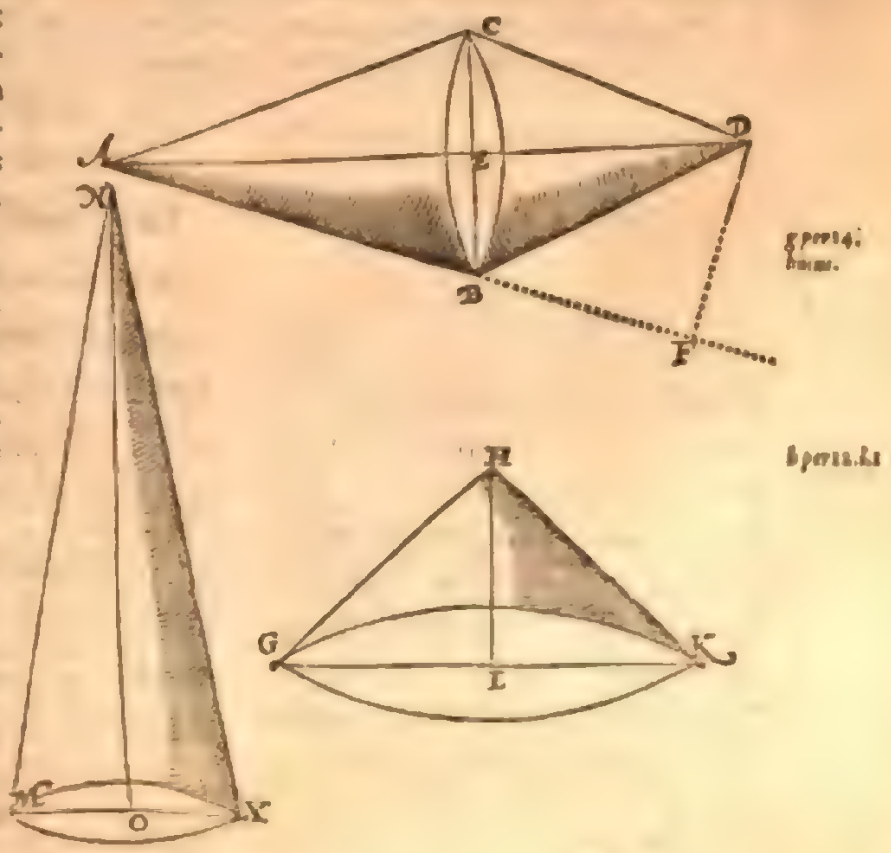
Cuilibet rhombo ex Isosceli-bus conis composito, æqualis est conus, qui basim habeat æqualem superficiei alterius coni eorum qui rhombum componunt: altitudinem verò æqualem perpendiculari à vertice alterius coni, in vnum latus primi illius deductæ.

ΠΡΟΘ. Sit Rhombus ex binis conis constans æquicruris A.B.C.D. quorum communis basis sit B.C. altitudo A.D. Sit item alius conus H.G.K. cuius basis sit æqualis [g] superficiei vnius ex conis Rhombum componẽtibus, scilicet coni A.B.C. altitudo verò æqualis perpendiculari D.F. demissæ [h] à vertice alterius coni B.D.C. in A.B. Latus primi A.B.C. recto productum.

ΕΚΘΕΣ. Proponitur H.G.K. æqualis rhombo A.B.D.C.

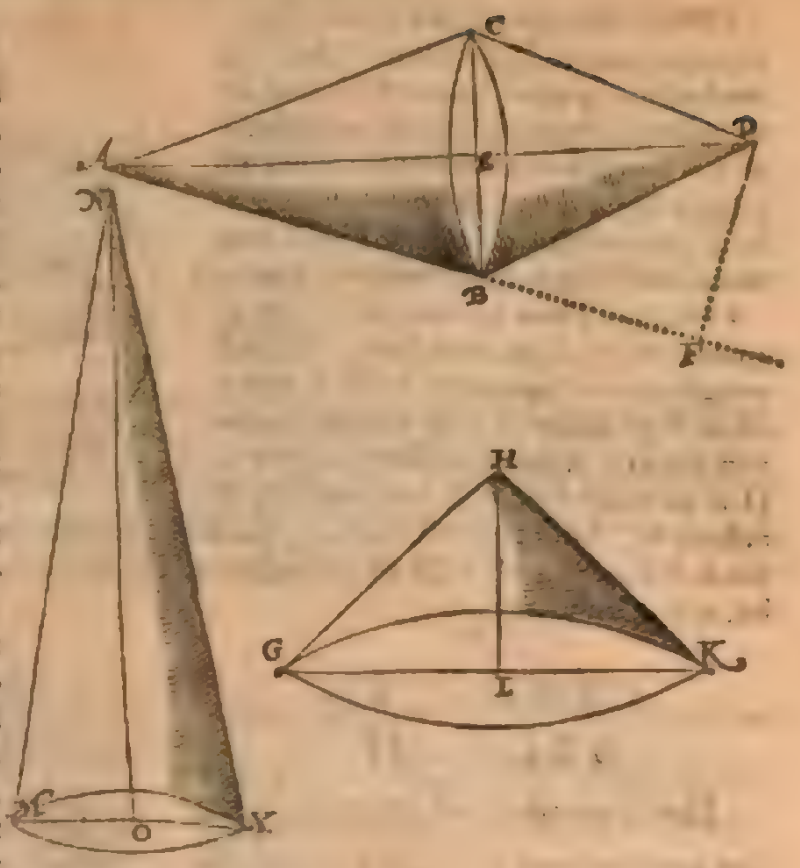
ΚΑΤΑΣ. Ponatur conus M.N.X. basi & altitudine æqualis Rhombo.

ΑΠΟΔ. Quoniam N.O. & A.D. sunt æquales, vt est



g per 14. huius.

h per 12. l. 11.



[a] per 7 5. A.D. ad A.E. ita est, N.O. ad A.E. atqui A. D. est ad A.E. vt Rhombus totus ad A.C. B. conum (nam quia coni rhombum componentes sunt in eadem basi, vt est conus B.D.C. ad conum B. A. C. sic est [b] altitudo E. D. ad altitudinem E. A. Et componendo [c] vt rhombus totus ad conum B. A.C. sic altitudo tota A.D. ad A.E.) Ergo N.O. est ad A.E. vt Rhombus ad conum A.C. B. Verùm bases M.O.X. & B.E. C. sunt ex fabrica æquales: proinde conus N. M. X. cono A.B.C. est vt N.O. ad A.E. Et sic Rhombus & conus M.N. X. ad eundem conum A. C. B. eandem habent rationem, nempe N.O. ad A.E. Sunt itaque [d] æquales. Iam sunt duo trianguli A.B E & A F.D. quorum anguli ad E. & F. ex fabrica sunt recti, angulus D.A.F. vtrique communis est: reliqui proinde A.B.E. & A.D.F. sunt [e] æquales. Propterea recte [f] inferimus, A.B esse ad B E vt est A.D. ad D F. seu N.O. ad H.L. Demum quoniam basis G L.K. posita est æqua superficiei coni A.B.C. & sunt rursus bases M. X C B. æquales: Est basis vicissim G.L.k. ad basim M X. vt superficies coni A B.C. ad basim B.C. atqui vt conica superficies ad basim, sic est [h] A.B. ad B E hoc est [i] A.D. ad D.F. seu N.O. æqualis ipsi A. D. ad H.L. æqualem ipsi D.F. Ergo basis S.k. est ad basim M.X. vt reciprocè N.O. altitudo ad altitudinem H.L. Quidni itaque conos S.H. k. & M N. X. quorum [k] bases sunt æquales? Quidni rursus rhombum, quem demonstrauimus parem cono N.M.X. etiam cono S.H.k. æqualem [m] prædicauerimus? Hoc verò vult propositio.

[b] 2. lemmate præcedini & 14 prop. lib. 12.
[c] per 18. l. 5.
[d] per 7. l. 5.
[e] per 32. l. 1.
[f] per 4. l. 6.
[g] per 6. l. 5. & per 15. huius.
[h] per 21. l. 5
[i] per 2. & 4. lib. 12. & 2 lemma præced.
[k] per 5 comm. sent.
[m] per 5 comm. sent.

PROPOS. XIX.

THEO. XIV.

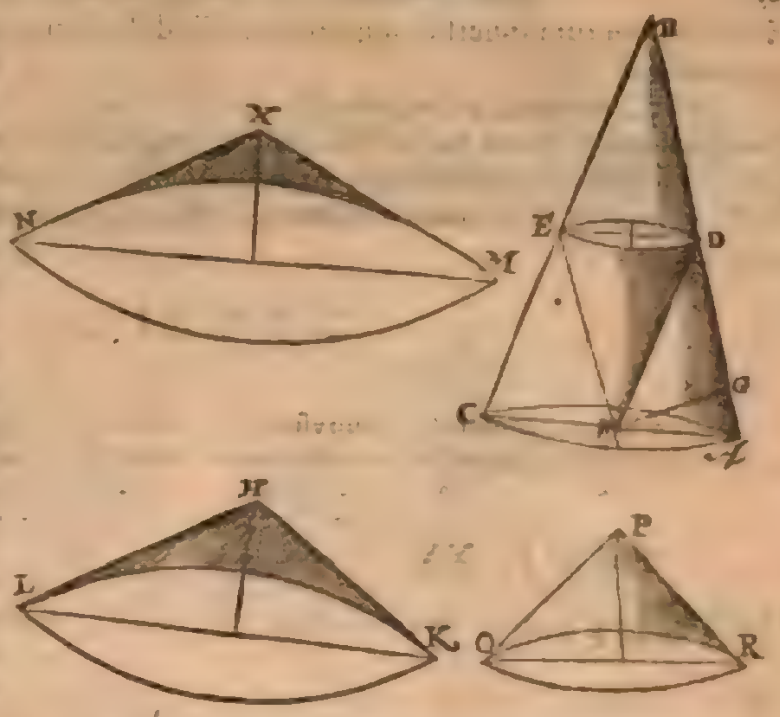
Si conus æquicrurius plano æquidistanti basi secetur: tum à circulo facto conus contrascribatur, verticem habens centrum basis, factusque rhombus auferatur à toto Cono: residuo æqualis est conus qui basim habeat æqualem superficiei coni mediæ inter parallela plana: altitudinem verò æqualem perpendiculari ductæ à centro basis in vnum latus.

ΠΡΟΤΑ. ΙΘ.

ΘΕΩΡ. ΙΔ.

Ἐαν κώνου ἰσοσκελοῦς ἐπιπέδῳ τμηθῇ παραλλήλῳ τῇ βάσει. ἀπὸ δὲ τοῦ γενομένου κύκλου κώνου ἀναγραφῇ κορυφὴν ἔχων τὸ κέντρον τῆς βάσεως· ὁ δὲ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ ἀπὸ τοῦ ὅλου κώνου, τῷ καταλειμμένῳ ἴσος ἔσται κώνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς βάσεως ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ κώνου καθήκοντι τῇ μείῃ.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit conus A. B. C. qui secetur plano E. D. basi C. A. parallelo, cui proinde fiat circulus intra coni superficiem. [a] Intelligatur vero huiusmodi circulus radijs vndiquaque diffluere in centrum F. quo diffluxu nascatur conus E. F. D. verticem nactus in F. Iungatur hic conus superiori E. B. D socia basi E. D. & fiat rhombus ex æquicrurijs conis B. E, F. D. Diuellatur hic rhombus à toto cono A. B. C. Habeatur vero conus L. H. K. cuius basis sit æquales conicæ superficiei, contentæ inter parallela plana A. C, D. E. altitudo vero perpendicularis F. G. à centro propositi coni in latus demissæ.



[a] per 2. lemma propositum ad 16. huius.

[a] Per 16. huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico conum hunc L. H. K. esse æqualem residuo ex cono A. B. C. deducto Rhombo B. E, E. D.

ΚΑΤ. Sit basis coni N. X. M. æqualis coni A. B. C. superficiei: tum basis O. P. R. par conicæ superficiei B. E. D. altitudo vero vtriusque sit rursus æqualis perpendiculari F. G.

[b] Per 14. huius per fabricam.

ΑΠΟΔ. Basis coni O. P. R. æquatur superficiei coni B. E. D. [d] tum basis coni L. H. K. residuæ superficiei mediæ inter plana parallela C. A, E. D. [e] est etiam æqualis. Proinde ambæ bases conorum L. H. K. & O. P. R. superficiei coni A. B. C. sunt pares. Et ideo quoque æquales sunt [f] basi N. M. eidem conicæ superficiei A. B. C. æquali. Atqui tres coni N. X. M, L. H. K, O. P. R. sunt in eadem altitudine. [g] Sunt ergo sicuti bases inter se. Atque vt basis N M. æquiualet basibus L. K, O. R. sic conus N. X. M. æqualis est duobus conis L. H. K, O. P. R. Est autem N. X. M. conus par cono A. B. C. [f] Ergo coni similiter L. H. K. O. P. R sunt cono A. B. C. pares. Sed O. P. R. conus æqualis est rhombo B. E. F. D. [g] Ergo reliquis L. H K. residuo quod ex A. B. C. cono supereſt, post rhombi B. E. F. D. auulsionem æqualis est, quod proponebatur.

[d] per 1. cum. sens.

[e] per 11 lib. 12. & lemma proximum.

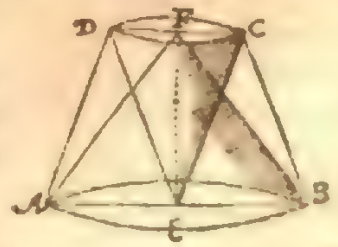
[f] per 17. huius.

[g] per propoſitionem.

ΛΗΜΜΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΙΚΟΝ. LEMMA PROBLEMATICVM.

Duorum conorum inuersim sumptorum in trunco Coni secto plano parallelo basi, eandemque habentium cum trunco altitudinem, differentiam notare.

ΥΠΟΘ. Sit truncus coni A. B. C. D. plano D. C. parallelo basi A. B. secto: in quo sumantur inuersim duo coni D. E. C. & F. A. B. habentes inuersas bases parallela plana.



ΚΑΤΑΣ. Sumatur G. H. linea æqualis diametro A. B. qua rursus diametro semicirculus fiat G I. H. in quo accommodetur diameter D. C. minor ex hypothesi ipsa A. B. Et ducatur I. H.

ΣΥΜΠΕ. Dico conum qui basin habuerit descriptam diametro I. H. & altitudinem F. E. tam trunci quàm

duorum conorum inuersim sumptorum esse differentiam qua conus A. F. B superat conum D. E. C.

a 5. huius. b 12. huius. ΑΠΟΔ. Circulus G. H. æqualis est [a] circulis G. I. & I. H. Ergo si eadem altitudine tres coni describantur his basibus, [b] erit descriptus super circulo G. H. hoc est conus A. F. B. æqualis duobus reliquis. Atqui qui fit super circulo G. I. æqualis est cono D. E. C. Ergo conus I. H. duorum conorum vniuersim sumptorum in trunco differentia est.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Cæterum horum conorum si quando vsus fuerit, alter nempe F. A. B. dicetur conus F. ad basim, alter nimirum D. E. C. appellabitur nobis conus ad verticem, vt pluribus verbis parcatur.

PROP. XX.

THEOR. XV.

Si rhombi ex æquicrurijs conis compositi alter conus plano secetur parallelo basi: à circulo verò sic facto conus deorsum describatur verticem habens eandem quam alter conus: à toto verò rhombo diuellatur factus rhombus: residuo æqualis erit conus habens basim æqualem superficiei coni, mediæ inter parallela plana: altitudinem verò parem perpendiculari à vertice huius coni in illius coni latas demissæ.

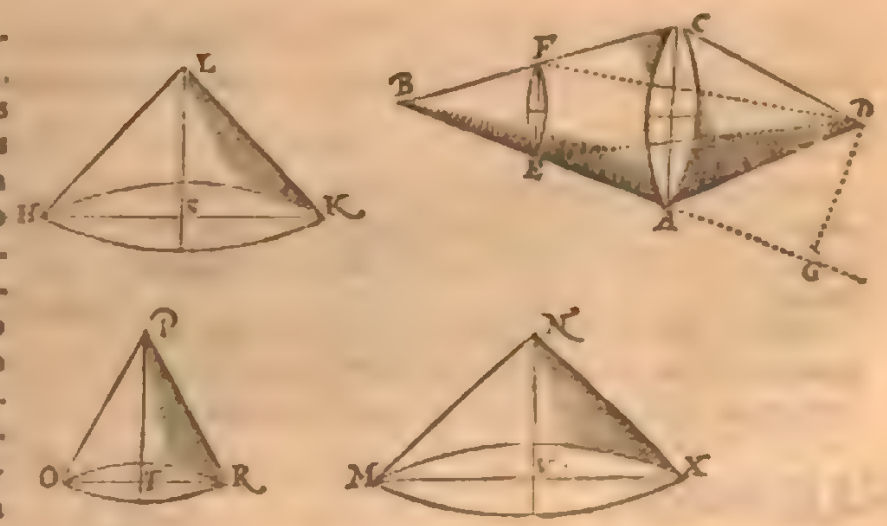
ΠΡΟΤ. Κ.

ΘΕΩΡ. ΙΕ.

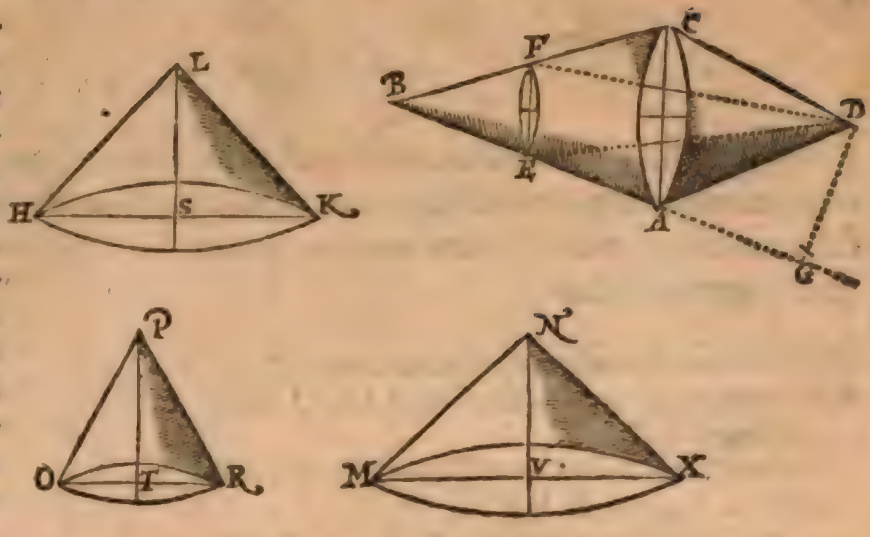
Ἐὰν ῥόμβος ἐξ ἰσοσκελῶν κώνων συγκειμένος, ὁ ἕτερος κῶνος ἐπιπέδῳ τινὶ παραλλήλῳ τῇ βάσει· ἀπὸ δὲ τοῦ γινομένου κύκλου κῶνος ἀναγραφῇ, κορυφὴν ἔχων τὸ αὐτὸ τῷ ἑτέρῳ κώνῳ· ἀπὸ δὲ τοῦ ὅλου ῥόμβου ὁ γενόμενος ῥόμβος ἀφαιρεθῇ, τῷ λειπομένῳ ἴσος ἔσται ὁ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ κώνου, τῇ μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἑτέρου κώνου ἐπὶ τὸ πλευρὰν τοῦ ἑτέρου κώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.

ΥΠΟΘ. Proponatur rhombus A. B. C. D. ex duobus æquicrurijs conis conflatus, quorum alter A. B. C. plano E. F. parallelo communi basi c A. secetur: Et quia sectio circulus est, [c] ab eo intelligatur in apicem superficiei fluxum fieri, in punctum D. verticem

c prius. huius.



alterius coni, vt generetur conus F. E. D. rhōbusque fiat E. B, F. D. qui diuellatur à toto rhōbo A. B. C. D. Sit rursus conus H. L. K. cuius basis æqualis sit [a] superficiei conicæ inter bases seu parallela plana F. E, C. A. contentæ: altitudo vero perpendiculari demissæ à vertice D. in latus B. A. productum.



[a] Per 16. huius.

ΣΥΜΠ. Conus H. L. K. æqualis est parti rhombi A. B. C. D. residuæ ab eo postquā rhombus E. B, F. D. fuerit auulsus.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [b] M. N. X. conus basi æquali superficiei coni A. B. C. altitudine vero pari D. G. Tum O. P. R. constituatur, qui basim habeat æqualem conicæ superficiei B. E. F. altitudinem vero eidem perpendiculari G. D. [b] Per 14. huius.

ΑΠΟΔ. Hoc pacto M. N. X. æqualis est, [c] rhombo A. B. C. D. & O. P. R. rhombo E. B, F. D. Deinde basis M. X. æqualis est duabus O. R. & H. K. quia hæ æquales sunt simul toti superficiei conicæ A. B. C. cui etiam par est basis M. X. Atque altitudines horum trium nempe L. S, P. T. & N. V. sunt æquales, singulæ scilicet pares vni D. G. perpendiculari. Se habent [d] ergo coni vt bases: & sicuti basis M. X. est æqualis duabus H. K. & O. R. etiam conus M. N. X. est æqualis duobus H. L. K. & O P. R. Hi ergo duo sunt quoque pares rhombo A. B. C. D. Itaque si ab vtraque parte tollantur æquales, nempe hinc rhombus E. B, F. D. illinc vero conus O. P. R. residuum ex rhombo A. B. C. D. æquabitur cono H. L. K. quod fuit probandum. [c] Per 18. huius. [d] per 1. lemma præcedentium, & 11. lib. 12.

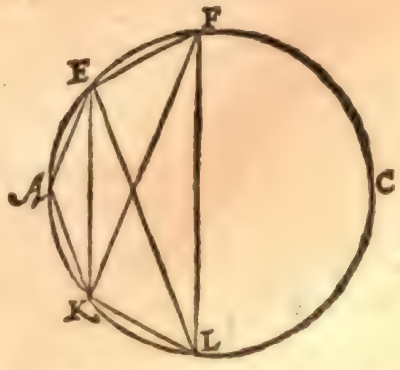
LEMMA I.

Binæ quælibet rectæ lineæ circulo descriptæ, quarum extrema distant æqualibus arcubus, sunt inter se parallelæ.

ΥΠΟΘ. Sint duæ rectæ E. K. & F. L. in circulo A. F, C. L. quarum extrema iungant arcus æquales E. F, K. L.

ΣΥΜΠ. Dico ambas esse parallelas.

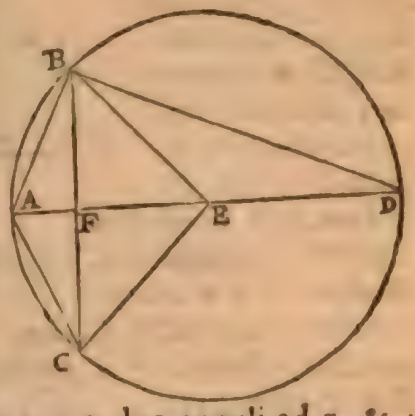
ΚΑΤΑΣ. Ducantur E. F, K. L. lineæ, tum K. F, E. L.



ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam arcus E. F, K. L. sunt æquales, vtrique iungamus E. A. k fient [e] ambo arcus F. E. k, E. k. L. æquales. Et proinde lineæ F. k. E. L. patefient [f] æquales sicuti duæ E. F, k. L. arcubus paribus subtensæ in triāgulis E. F. k, E. L. k. Sic duo latera vnius E. F, F. k. æqualia erunt duobus k. L L. E. alterius: Cum ergo E k. sit vtriq; commune, anguli amborum [g] singuli singulis sunt pares. scilicet E. k. L. æqualis est alteri F. E. k. Atqui duo oppositi anguli E. k L. & E. F. L. quadranguli E. k. L. F. duobus rectis æquiualent. [h] Ambo proinde k. E. F, E. F. L. etiam duobus rectis æquantur, nempe interiores ad easdem partes. Vnde monet lineas E k. & F. L. esse parallelas, [i] quod fuit probandum. Similiter demonstrabuntur lineæ A. E, k. F. parallelæ, & quælibet aliæ æqualibus arcubus distinctæ. [e] per 2. com. sentent. [f] per 29. lib. 3. [g] per 8. lib. 1. [h] per 32. li. [i] per 28. lib. 1.

LEMMA II.

Si à puncto in circumferentia circuli capiantur duo arcus æquales, quorum extrema iungantur recta linea: diameter à puncto sumpto ducta per centrum circuli, hanc lineam iungentem arcuum extrema bifariam diuidet & ad angulos rectos.



ΥΠΟΘ. In circumferentia circuli capiatur punctus A. & vtrinque arcus æquales sint A. B, A. C. quos iungat linea B. C.

ΣΥΜΠΕ. Dico diametrũ A. D. diuidere bifariã B. C.

ΚΑΤΑΣ. Agantur B. E, C. E.

ΑΠΟΔ. Arcubus æqualibus A. B, A. C. subtenduntur, [a] anguli æquales A. E. B. & A. E. C. sunt que [b] latera B. E, E. A. æqualia lateribus A. E, E. C. Proinde reliqui anguli vt B. A. E, & C. A. E. triangulorum B. A. E. & B. C. E. sunt [c] æquales. Sed rursus A. B. C. æqualis est [d] angulo A. C. B. cum A. C, A. B. tam arcus quàm lineæ sunt æquales. Ergo in triangulo B. A. F. duo anguli ad B. & A. sunt æqui duobus ad A. & C. trianguli A. F. C. proinde reliquus A. F. B. est æqualis reliquo A. F. C. Atque A. F. D. secat perpendiculariter lineam B. C. & ideo bifariam, [e] quod fuit demonstrandum.

[a] Per 21. lib 3 & 33. lib. 6.
[b] Per defin 10. lib 1
[c] Per coroll 32. lib. 1.
[d] Per 21. & 29 lib 3 & 5. lib. 1.
[e] per 3 lib. 3.

COROLLARIVM

Perfecto triangulo ex A. B, A. D. ductaque linea B. D. erit [e] B. D ad B. A. vt B. F. ad F. A. scilicet semissis lineæ iungentis ad partem diametri inter punctum sumptum & lineæ sectionem. Quod ex triangulorum A. B. D. & A. B. F. similitudine conuincitur [f]

[e] per 4 lib. 6
[f] per 8. lib. 6.

PROP. XXI.

THEO. XVI.

Si circulo multangularis, parilatera, & æquilatera figura inscribatur: atque agantur rectæ iungentes latera figuræ, ita vt parallelæ sunt vni ex his quæ duobus figuræ lateribus subtenduntur: omnes iungentes, ad circuli diametrum eam habẽt rationem, quam altera subtendens minimas dimidiarum, habet ad multangularis figuræ latus.

ΠΡΟΤ. ΑΚ.

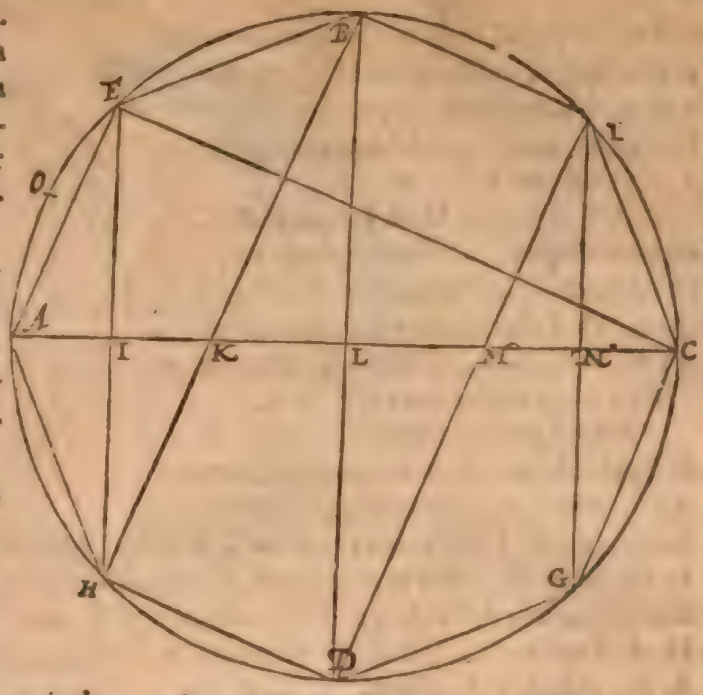
ΘΕΩΡ. Ις.

Ἐὰν εἰς κύκλον πολύγωνον ἐγγεγραφῇ ἀρτιόπλευρον τε καὶ ἰσόπλευρον, ᾗ διαχθῶσιν ἀπό τινων ἐπιζευγνύουσαι τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὡς τε αὐτὰς παραλλήλους εἶναι μιᾷ ὁποιᾳοῦν τῶν ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν, αἱ ἐπιζευγνύουσαι πᾶσαι πρὸς τὴν τοῦ κύκλου διάμετρον τοῦτον ἔχουσι τὸν λόγον, ὃν ἔχει ἡ ὑποτείνουσα τὰς μιᾶ ἐλάσσονας τῶν ἡμίσεων πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου.

προ. In circulo A.B.C.D. describatur figura multorum angulorum & laterum parium parique numero, quæ deinde lineis rectis bina iungantur, inter se parallelis ὡς ἐφεξῆς: sitque figura A.E, B.F, C.G, D.H.

συμπ. Dico lineas iungentes latera figuræ, nempe E.H, B.D, F.G. esse ad diametrum A.C. vt est E.C. subtendens alteram semissem minimam E.I. ad E.A. figuræ latus.

κατασ. Ducantur H.B, D.F.



αποδ. Lineæ E.H, B.D, F.G. sunt inter se parallelæ,[b] sicut duæ B.H & F.D. sunt inter se. Tum A.C. diameter diuidit[c] E.H, B.D, F.G. bifariam & recto: proinde anguli A.I.E,[d] & I.E.A.[e] trianguli A.I.E. sunt æquales angulis H.I.K, & I.H.K. trianguli I.H.K. Et proinde reliquus I.A.E. reliquo I.K.H. æqualis quoque est.[f] Idem probabitur & ijsdem rationibus de triangulis I.H.k, k.B.L. Tum de k.B.L. & L.D.M. denique de L.D.M, M.F.N. ac N.G.C. Itaque latera sunt proportionalia:[g] & vt est E.I. ad I.A. sic est H I. ad I.k. vtque H.I. ad I.k. sic B.L. ad L.κ. & sic D.L. ad L.M. Et F.N. ad N.M. Et demum G.N. ad N.C. Ergo omnes[h] antecedentes E.H, B.D, F.G. sunt ad omnes consequentes quæ in A.C. vt vna antecedens E.I. ad vnam consequentem I.A. Atqui vt E.I. ad I.A. sic est[i] E.C. ad E.A. latus. Ergo omnes coniungentes E.H, B.D, F.G. ad diametrum A.C. sic[l] E.C. subtendens E.I. vnum ex minimis dimidijs ad latus E.A. quod fuit probandum.

a Per lemma 1 proximum.

b per lemma 1. proximè. c Per 2 lemma proximum.

d per 15 li. 1 e Per 29 li. 1.

f Per 32 lib. 1.

g Per 4. li. 6

h per 12. li. 5 i per coroll. proximum.

l per 11. li. 5.

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

ΘΕΟΡ. ΙΖ.

Ἐὰν εἰς τμῆμα κύκλου πολύγωνον ἐγγραφῇ τὰς πλευρὰς ἔχον χωρὶς τῆς βάσεως ἴσας καὶ ἀρτίους· ἀχθῶσιν δὲ διῆσαι παρὰ τὴν βάσιν τοῦ τμήματος, τὰς πλευρὰς ἀπιζευγνύουσαι τοῦ πολυγώνου· αἱ ἀχθεῖσαι πᾶσαι καὶ ἡμίσεια τῆς βάσεως πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσιν, ὃν ἀπὸ τῆς διαμέτρου τοῦ κύκλου ἀπὶ τὴν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου ἀπιζευγνυμένη, πρὸς τὴν τοῦ πολυγώνου πλευράν.

PROP. XXII.

THEOR. XVII.

Si in sectione circuli poligonum inscribatur, latera habens sine basi æqualia, & numero pari: agantur vero rectæ parallelæ basi, coniungentes figuræ latera: omnes hæ ductæ lineæ cum dimidio basis ad altitudinem sectionis, eandem rationem habebunt quam habet linea ducta ab extremitate diametri in figuræ latus, ad ipsum figuræ latus.

ΠΡΟΘ. Sit ſectio A. B. C. D. E. circuli A. B. F. E. in qua multangularis figura C. B. H. A. G. E. D. æqualium & pari numero laterum deſcripta ſit, cuius latera iungant H G. B. E. parallelæ [a] baſi C. D.

[a per 28 primi praecedentis prafixum.]

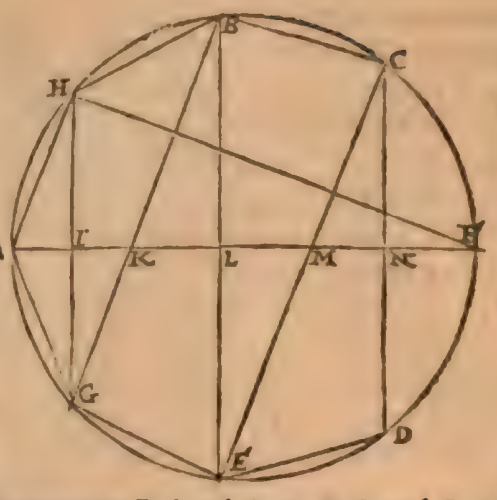
ΣΥΜΠ. Dico H. G, B. E. vna cùm C. N. dimidio baſis C. D. ſe habere ad A. N. altitudinem ſectionis (nam A.N. eſt perpendicularis) [b] ductæ ab extremitate F. diametri, in latus A. H. ad idem latus A. H.

[b per 3. lemma proximum.]

ΚΑΤΑΣ. Iungantur G. B, E. C.

ΑΠΟΔ. Quoniam ſunt parallelæ H. G, B. E, C. D. [c] & perpendiculares diametro A. F. ſimili argumento quo ſuperius vſi ſumus, eſt H. I. ad I. A. vt G. I. ad I. k. Et ſic quoque B. L. ad L. k, E. L. ad L. M. & C. N. ad N. M. Et ex conſequenti [d] omnes antecedentes H. G, B. E, C. N. ad omnes conſequentes A. N. vt vna H. I. ad vnam I. A. Atqui vt H. I. ad I. A. ſic eſt [e] F. H. ad H. A. Ergo vt H. G, B. E, C. N. ad N. A. altitudinem ſectionis, ſic eſt [f] F. H. ad H. A. quod fuit probandum.

[c per praecedentis lemmata.]
[d per 12. li. 5.]
[e per proximum lemma.]
[f per 11. li. 5.]

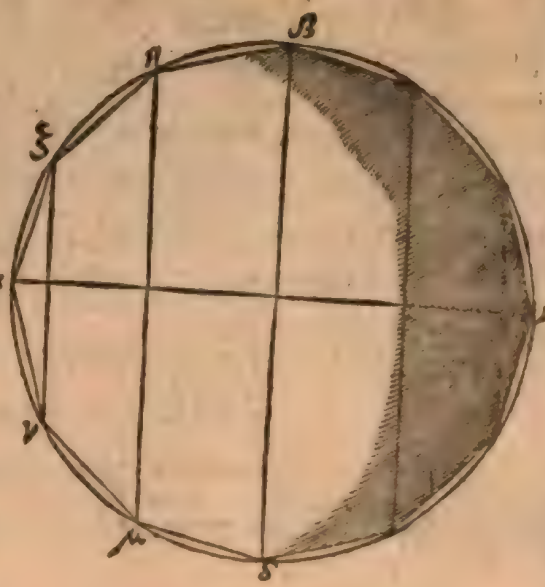


COROLLARIVM.

SIT in ſphæra maximus circulus α. β. γ. δ. & inſcribatur in ipſo polygonum æquilaterum; multitudinem verò laterum ipſius menſuret quaternarius. Diametri ſunt α. γ, β. δ. Si igitur manente α. γ. diametro conuoluatur circulus α. β. γ. δ. habens multangularem figuram: manifeſtum quòd circumferentia ipſius ſecundum ſphæræ ſuperficiem feretur: anguli vero polygoni, ijs exceptis qui ſunt ad puncta α. γ. ſecundum circulos circumuolutos ferentur in ſuperficie ſphæræ deſcriptos rectóſque ad circulum α. β. γ. δ. Diametri autem ipſorum erunt rectæ lineæ, quæ iungunt angulos polygoni, parallelæ exiſtentes ipſi β. δ. Polygoni verò latera ſecundum quoſdam conos efferentur. Et quidem hæc α. ζ, α. ν. ſecus ſuperficiem coni, cuius ſanè baſis eſt circulus deſcriptus diametro

ΠΟΡΙΣΜΑ.

ΕΣΤΩ σφαῖρα μέγιστος κύκλος ὁ α. β. γ. δ. καὶ ἐγγεγράφθω εἰς αὐτὸν πολύγωνον ἰσόπλευρον τὸ ὃ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μεζέι-θω ὑπὸ τετράδος· αἱ δὲ α. γ, β. δ. διάμετροι ἔστωσαν. ἐὰν δὴ μένουσης τῆς α. γ. διαμέτρου, περιενεχθῇ ὁ α. β. γ. δ. κύκλος, ἔχων τὸ πολύγωνον· δῆλον ὅτι τὰ μὲν περιφέρεια αὐτοῦ κατὰ τὴν ἐπιφάνειαν τῆς σφαίρας ἐνεχθήσεται· αἱ δὲ τῶ πολυγώνου γωνίαι χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς α. γ. σημείοις κατὰ κύκλον περιφερῶν ἐνεχθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας γεγραμμένων καὶ ὀρθῶν πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον. Διάμετροι δὲ αὐτῶν ἔσονται, αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, παρὰ πλευρὰν β. δ. οὖσαι· αἱ δὲ τοῦ πολυγώνου πλευραὶ κατὰ τινῶν κώνων ἐνεχθήσονται· αἱ μὲν α. ζ, α. ν. κατ' ἐπιφανείας κώνου, οὗ βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον τὴν ζ. ν.



πλὼ ζ. ν. κορυφὴ ὃ τὸ α. σημεῖον. αἱ δὲ ζ. η, μ. ν. κατὰ τὴν ϑ κωνικῆς ἐπιφανείας διαϑήσονται· ἧς βάσις μὲν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον πλὼ μ. η· κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ ζ. η, μ. ν. ἅπτηται δὲ ἀλλήλων τὰ ϛ τῇ α. γ. αἱ δὲ β. η, μ. δ. πλευραὶ κῶνον κωνικῆς ἐπιφανείας διαϑήσουσι, ἧς βάσις μὲν ἐστὶν ὁ κύκλος ὁ περὶ διάμετρον πλὼ ϐ. δ. ὀρθὸς πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον· κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμβάλλουσιν ἀλλήλαις αἱ β. η, δ. μ. ἅπτηται δὲ ἀλλήλων τὰ ϛ τῇ α. γ. Ὁμοίως δὲ καὶ ἐν τῷ ἑτέρῳ ἡμικυκλίῳ πλευραὶ κῶνον κωνικῶν ἐπιφανειῶν διαϑήσουσι), πάλιν ὁμοίων ταύταις. ἔσται δὴ τὸ χῆμα ἐγγεγραμμένον τῇ σφαίρᾳ ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανῶν περιεχόμενον τ' περιμένων, ἧς ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τ' σφαίρας. Διαιρεθείσης γὰρ τ' σφαίρας ὑπὸ τ' ἐπιπέδου τ' κατὰ πλὼ β. δ. ὀρθοῦ πρὸς τ' α. β. γ. δ. κύκλον ἡ ἐπιφάνεια τ' ἑτέρου ἡμισφαιρίου, ἧς ἡ ἐπιφάνεια τ' χήματος τ' ἐν αὐτῷ ἐγγεγραμμένου, τὰ αὐτὰ πέρατα ἔχουσιν ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ· ἀμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανειῶν πέρας ἐστὶν ὁ κύκλος ἡ περιφέρεια, ἧς περὶ διάμετρον πλὼ β. δ. ὀρθοῦ

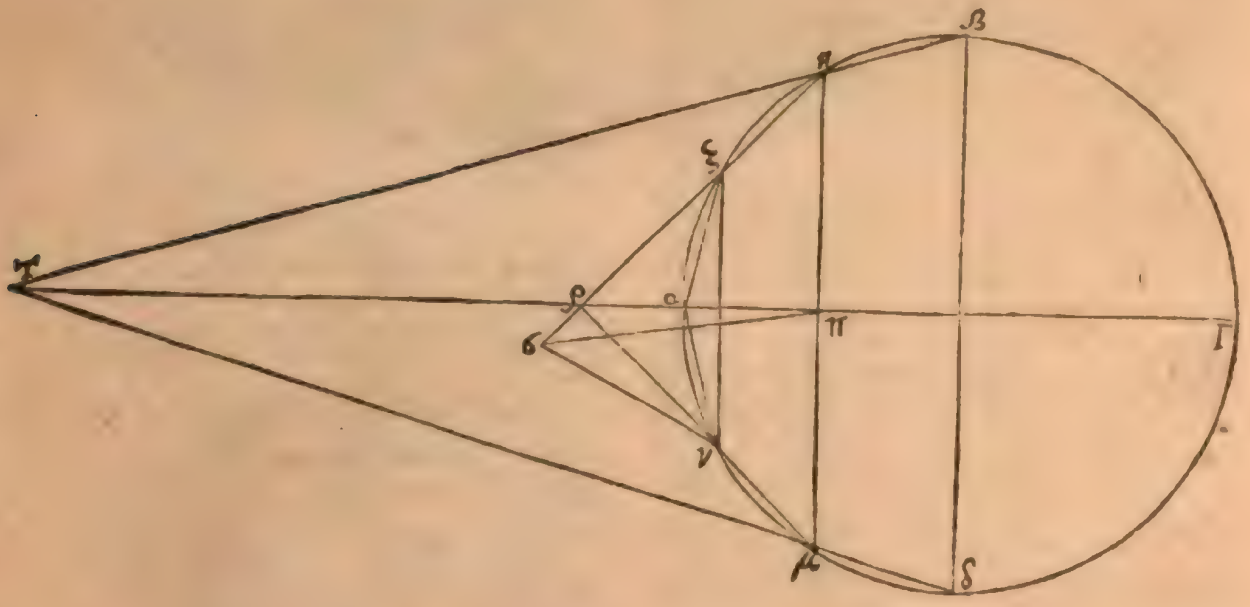
ζ. ν. verticemque habet punctum α. Illa vero ζ. η, μ. ν. secus aliquam conicam superficiem euehentur, cuius basis quidem est circulus qui fit diametro μ. η. & vertice puncto in quod concurrunt productæ ζ. η, μ. ν. in se inuicem, & quidem cum linea α. γ. At β. η, μ. δ. latera iuxta conicam superficiem ferentur, cuius basis quidem est circulus descriptus circa diametrum β. δ. rectusque ad circulum α. β. γ. δ. vertex vero punctum in quod concurrunt productæ lineæ β. η, δ. μ. mutuo cum linea α. γ. Similiter & in alio semicirculo latera ferentur secus conicas superficies rursus similes illis. Erit ergo aliqua figura descripta in sphæra, & comprehensa sub dictis conicis superficiebus, cuius superficies minor erit superficie sphæræ. * Diuisa etenim sphæra plano secundum lineam β. δ. recto ad circulum α. β. γ. δ. Superficies alterius semicirculi, & superficies figuræ quę in eo descripta est, eosdem limites habent in vno plano. Ambarum enim superficierum limes est circuli superficies, qui circa diametrum β. δ. rectus

* aperc. hy poth. huius.

est ad circulum α. β. γ. δ. Et sunt ambæ in eadem partes cauæ, & ipsarum conuoluitur altera ab altera superficie cum illa habente eosdem plani terminos. Pariter & in alio semicirculo figuræ superficies minor est semicirculi superficie. Et tota igitur superficies figuræ quæ in sphæra, minor est superficie sphæræ.

πρὸς Ⓟ α. β. γ. δ. κύκλον· καὶ εἰσὶν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι· καὶ περιλαμβάνεται αὐτῶν ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, ⊂ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης αὐτῇ· Ὁμοίως δὲ ⊂ τὸ ἐν ἑτέρῳ ἡμισφαιρίῳ χήματος ἡ ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς τοῦ ἡμισφαιρίου ἐπιφανείας· ᾗ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τοῦ χήματος τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

Quæ hoc porisma proponuntur, clara sunt & perspicua: hoc vnum videtur demonstrandum, lineas ζ. ν, ν. μ. seu ν. β, μ. δ. productas concurrere mutuò & in linea α. γ.



ΚΑΤΑΣ. Producantur lineæ μ. ν, ζ. ν, α. ζ, β. ν, δ. μ. Et si fieri potest recto producantur ζ. ν. & μ. ν. in σ. Iungaturque σ. ν.

ΑΠΟΔ. Quoniam arcus ζ. ν & ν. μ. sunt ex hypothesi æquales, vtrique iuncto arcu ζ. α, ν. fiunt[a] arcus ν. α. ζ. ν. & ζ. α. ν. μ. pares. Et ideo in æqualibus arcubus anguli ζ. ν. μ. & ν. μ. ν. sunt[b] æquales. Tum sectio ζ. ν. β. ζ μ. est maior semicirculo: ex quo fit vt angulus ζ. ν. μ. minor sit[c] recto: qualis & proinde est ν. μ. ν. Productæ ergo concurrent[d] ζ. ν, ν. μ. à parte α. à qua nimirum cũ ν. μ. angulos faciũt minores duobus rectis. Quod si non concurrent in ρ. aut in alio puncto lineæ α. γ. productæ, fiat in σ. concursus: Et sit triangulus ν. σ. μ. cuius anguli quoniam ad ν. & μ. sunt æquales, latera μ. ν. σ. & σ. ζ.

[a] per 2. com. sent.
[b] per 27. l. 3
[c] per 31. l. 3.
[d] per vltimam communem sent.

sunt [a] æqualia. Sed & æqualia sunt ν. π. & π. μ. [b] latus denique ε. π. est commune: sequitur angulos ε. π. μ. & ε. π. ν. æquales esse [c] & rectos. Atqui recti quoque sunt [d] α. π. μ, α. π. ν. Ergo pars erit æqualis toti, quod abhorret ab omni philosophia. Proinde non concurrent extra lineam α. γ. Simili argumento ostendemus latera ν. β. & μ. δ. concurrere in π. Cæterum exemplaria græca porisma hoc tanquam θεώρημα κγ. notant: quod ægrè admitterem, cùm neque textus propositionis sit vllus, nec formam propositionis habeat, nec demonstrationis absolutam ab Archimede figuram. Malui propterea πόρισμα dicere, vt & aliud sequens post 26. propositionem.

[a] per 6. li. 1.
[b] per lemma 2. proximè præcedens.
[c] per 8. li. 3 & per idem lemma 2.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

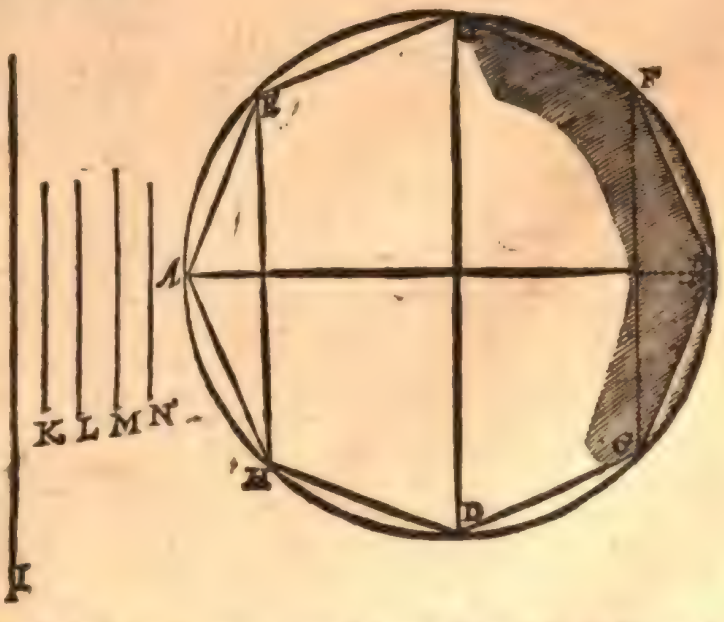
Aliter notandum est Archimedem propriis vocabulis distinguere figuram sphæræ conscriptam vel inscriptam, à figura circulo inscripta vel conscripta. Atque illam quidem vocat χῶμα, quod vbiq; fere verti figuram solidam: hanc vero πλάγιον. quod reddidi planam figuram. Hoc pacto vbique planam circulo reddes, solidam figuram sphæræ tribues.

ΠΡΟΤ. ΚΓ. PROP. XXIII.

ΘΕΩΡ. ΙΗ. THEO. XVIII.

Η τῆς ἐπιφαινομένης χήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ μὲν τῆς κέντρος δύναται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς πλευρᾶς τοῦ χήματος καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνυούσαις τὰς πλευρὰς τοῦ πολυγώνου, ὡς τετράπλευρα γίνεσθαι αὐτὰ, καὶ παραλλήλους οὔσας τῇ ὑπὸ δύο πλευρὰς τοῦ πολυγώνου ὑποτεινούσῃ εὐθείᾳ.

Inscriptæ in sphæra figuræ superficies æqualis est circulo, cuius radius potest rectangulum comprehensum sub latere figuræ & linea æquali omnibus iungentibus latera figuræ, ita vt fiant quadrilatera in ipsa, existentibusque parallelis, rectæ lineæ duo latera figuræ subtendenti.



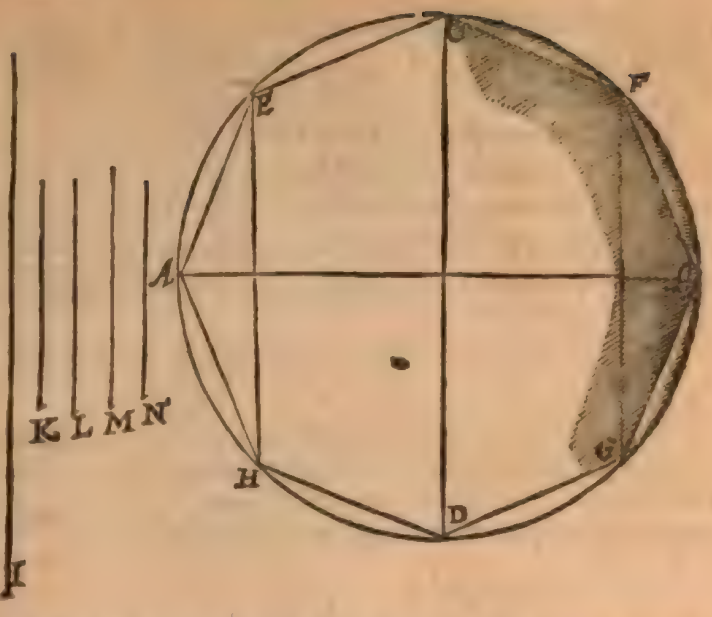
ΠΡΟΒ. Sit sphæra A. C. B. D. cuius maximus circulus sit A. C. B. D. in quo descripta sit plana figura, plurium quidem numero laterum, sed pari, nempe quaternario, quæ sit A. E. C. F. B. G. D. H. Bina eorum singula iungant rectæ E. H, C. D, F. G. Intelligatur vero reuolui hemicyclium sphæræ super immobili diametro A. B. Ita vt iuxta porisma præcedens, intra sphæram figura inscribatur solida, superficiebus complexa conicis. Sit vero circulus radio I. descriptus, cuius quadratum sit æquale rectangulo contento sub latere planæ figuræ F. B. & linea composita ex illis F. G, C. D, E. H. latera figuræ iungentibus, & ipsi E. H. subtendenti duo figuræ latera parallelis. ΣΥΜΠΕ. Dico solidæ figuræ intra sphæram descriptæ superficiem æqualem esse circulo ex radio.

ΚΑΤ. Fiat K. media [a] proportionalis inter F. B. & ſemiſſem lineæ F. G. & ſit circulus ex ipſo K. deſcriptus tanquam radio, æqualis conicæ ſuperficiei [b] F. G. B. nempe coni qui baſim haberet circulum deſcriptum diametro F. G. & verticem in B. Deinde fiat [c] L. æqualis radio circuli, qui æqualis eſſet conicæ ſuperficiei contentæ inter circulos parallelos, quorum diametri eſſent C. D. & F. G. Hoc eſt ſit L. [a] media proportionalis inter latus C. F. vel F. B. & lineam compoſitam ex ſemiſſibus linearum C. D. & F. G. Similiter ſit M. [c] radius circuli æqualis conicæ ſuperficiei contentæ inter circulos E. H, C. D. vel ſit M. [a] in proportione media inter E. C. latus ſeu F. B. & lineam conflatam ex dimidijs C. D, E. H. Denique N. [a] inueniatur media ſecundum proportionem inter E. A. ſeu F. B. & ſemiſſem E. H. vt ſit [b] eius interuallo deſcriptus circulus æqualis ſuperficiei coni E. A. H.

[a] per 13. li. 6.

[b] Per 14. huius.

[c] per 16. huius.



ΑΠΟΔ. Quadratum lineæ I. æquale eſt [d] rectangulo ſub latere F. B. & linea conflata ex F. G, C. D. & E. H. cum ſit inter ipſas lineas media proportionalis. Atqui ex his duabus lineis F. B. & compoſita ex tribus F. G, C. D, E. H. Secunda hæc diuidatur in 4. partes: quarum prima eſt ſemiſſis F. G. atque rectangulo ſub prima F. B. & hac prima parte: ſecundę [d] eſt æquale quadratum K. Secunda autem conſtat altera ſemiſſe F. G. & ſemiſſe C. D. deinde rectangulo ſub eadem F. B. & hac ſecunda, eſt [d] æquale quadratum L. Tertia eſt altera ſemiſſis lineę C. D. cum ſemiſſe E. H. rectangulóque contento ſub hac tertia & F. B. æquatur [d] quadratum M. Quarta denique eſt altera ſemiſſis lineæ E. H. ſub qua & F. B. rectangulum contentum par eſt [d] quadrato N. proinde quatuor quadrata ex K. L, M. N. ſunt [e] æqualia rectangulo ſub F. B. & linea compoſita ex F. G, C. D. & E. H. hoc eſt quadrato I. Atqui vt ſe habent quadrata, ita & ſunt [f] circuli. Ergo circuli quorum radij eſſent K. L, M. N. ſunt æquales circulo cuius radius eſſet I. Verum quatuor illi circuli ex K. L. M. N. ſunt pares conicis ſuperficiebus, ex quibus conſtat ſuperficies figurę ſolidę in ſphęra inſcriptę. [g] Ergo quoque circulus ex radio I. ſuperficiei ſolidę figurę, ſphęrę inſcriptæ æqualis eſt, quod fuit probandum.

[d] per 17. l. 6.

[e] per 1. l. 2.

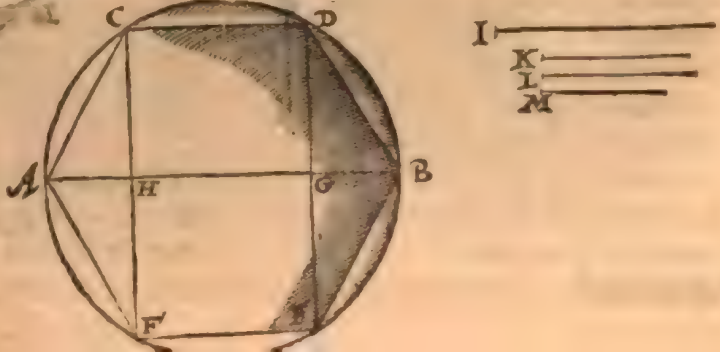
[f] per 2. l. 12.

[g] per fabricam.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Aliter legunt vulgares typi, aliter manuſcriptus codex regius, textum propoſitionis. Sic illi ἐὰν δὲ ἐξ ἀρτιοπλεύρων τὰς πλευρὰς τῶν πλαγίων (πλαισίων) ἀφαιρῶμεν ἴσας τῇ ὑπὸ δύο πλευράς, &c. Hic vero ἐὰν δὲ ἐξ ἀρτιοπλεύρων τὰς πλευρὰς τῶν πλαγίων πλαισίων ἴσας τῇ ὑπὸ δύο πλευράς, &c. Ex qua varia lectione locum corruptum credidi, ſenſumque planiorem eſſe, ſi ita legeretur, vt in propoſitione adpoſuimus. ἐὰν δὲ ἐξ ἀρτιοπλεύρων τὰς πλευρὰς τῶν πλαγιοπλεύρων πλαισίων χώραν ἐν αὐτῷ· ἀφαιρῶμεν, &c. Cæterùm ὁ τῶ πλαισιῶν iubet Archimedes laterum figuræ planæ numerum quaternario menſurari, οὗ (inquit) αἱ πλευραὶ ὑπὸ πλάδος μετροῦνται, vt latera vnius ſemicirculi rectus alterius lateribus è regione reſpondeant, partéſque conorum Iſoſcelium conſtituantur in ſolida figura. Etenim rectiſſimè accidet, quàquam ſolus binarius eiſdem laterum numerum metitur: vt latera lateribus reſpondeant. Quot enim latera ducentur in ſemicirculo, tot & contingent in altero.

Sit circulus A. C. B. F. in quo ἐγγεγράφθω ἰσόπλευρον ἑξάγωνον, vt latera metiatur par numerus: Reuoluto quidem circulo ſuper A. B. immoto, figura conſtituetur ſolida intra ſphæram. At non conicis ſuperficiebus complexam (ſed etiam cylindricis. Cum enim ſit perfecte rectangulum F. D. (nam C. F. & D. E. ſunt [b] æquales, earumq; ſemiſſes [i] pares: quæ cum conſtituant angulos ad diametrum rectos, [l] ſequi-



[b] per 29. l. 3

[i] per 15. li. 5.

[l] per lemma 2. propoſitionem 22. huius.

ctos,) producta C.D.& F. E. nũquã [a] concurrent, nec ideo coni perficiẽt latera, aut reuolutæ conicã superficiem sed cylindricam complebunt. At conicas superficies quærimus, & solidam figuram componere quæ ταῖς κωνικαῖς ὑπιφανείαις περιλαμβάνηται. requiritur ergo τὰς τῶ πολυγώνου περὶ τὸν κύκλον ἐπὶ πλείονας διπλασίους μεζόνας. Quod si conicas superficies non quæreremus cum Archimede χρὴ πως demõstraretur propositio. Etenim sint rursus I. K. L. M. Et I. media [b] proportionalis inter D. B. ac ambas simul D. E. C. F. Deinde K. media inter D.B, D. G. tum L. inter C. D. seu D. B. & totam C. F. hoc est duas semisses G. E. & C. H. demum M. inter H. F. & latus A. F. seu idem D. B. Etenim quadratum I. erit rursus æquale [c] quadratis k. L. M. & circulus ex radio I. [d] æquualebit circulis ex radijs k. L. M. At vero circulus k. conicæ superficiei [e] E. B. D. tum L. cylindricæ [f] C.E. denique M. conicæ [g] F. A. C. Proinde totius figuræ superficiei æqualis erit circulus cuius radius I. vt volumus.

[a] per 28 l. 11 et vltimum com. sent.
[b] per 13 lib. 6.
[c] per 1. lib. 2. & 37. lib. 6.
[d] per 14 huius.
[e] Per 13. huius.
[f] Per 2. lib. 12.
[g] per 14 huius.

ΓΡΟΤΑ. ΚΔ.

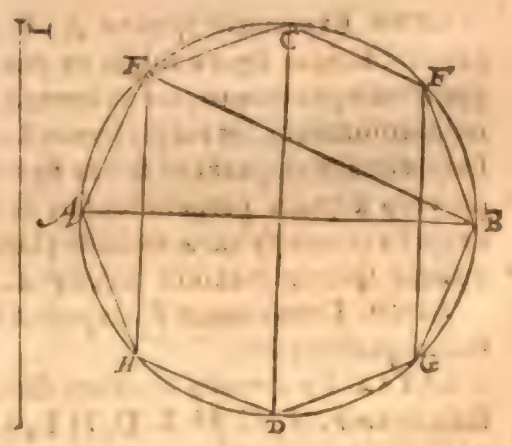
ΘΕΩΡ. ΙΘ.

Τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὴν σφαῖραν ἡ ὑπιφάνεια ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν κωνικῶν ὑπιφανειῶν, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ.

PROP. XXIV.

THEOR. XIX.

Figuræ in sphæra inscriptæ superficies comprehensa sub conicis superficiebus, minor est quàm quadrupla maximi circuli eorum qui sunt in sphæra.



ΥΠΟΘ. Sit cuiuspiam sphæræ maximus circulus A. D. B. C. in quo figura plana æqualium laterum, & quorum numerus quaternario mensuretur, describatur, sitque A. E. C, F. B. G, D. H. conuoluatur immoto diametro A. B. ita ut circulus sphæram, at figura plana figuram solidam intra sphæram perficiat. [h]

ΣΥΜΠΕ. Superficies figuræ solidæ intra sphæram deformatę, & conicis complexæ superficiebus, minor est quadruplo circuli maximi A. D. B. C. qui in sphæra.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur circulus, cuius radius I. media sit proportionalis inter latus E. A. planæ figuræ, & lineam compositam ex iungentibus simul E. H, C. D, F. G. Tum ducatur E. B.

[h] Iuxta porisma præcedens.

ΑΠΟΔ. Vt est linea composita ex E. H, C. D, F. G. ad diametrum A. B. ita est B. E. ad E. A. [i] Ergo rectangulum sub illa composita & A. E. hoc est quadratum ex I. æquale est [m] rectangulo sub A. B. B. E. Atqui rectangulum sub A. B, B. E. est minus quadrato [n] A. B. quia E. B. est minor diametro A. B. Ergo quadratum ex I. minus est quadrato ex A. B. Et quadratum ex duplo I. [o] scilicet totius diametri circuli cuius I. est radius, minus est quadrato duplæ A. B. Atqui quadratum duplæ A. B. constat [p] ex quatuor quadratis lineæ A. B. Ergo quadratum totius diametri cuius I. est radius minus est quatuor quadratis diametri A. B. Verum vt sunt quadrata linearum ita sunt [q] earundem inter se circuli. Ergo circulus cuius radius I. (hoc est [r] superficies solidæ figuræ intra sphæram descriptę,) minor est quatuor circulis ex A. B, seu quadruplo circuli qui in sphæræ maximi, vt vult propositio.

[i] per 13. l. 6. l per 11. huius.
[m] per 16 l. 6
[n] per 1. l. 6. & cor 15. l. 5.
[o] per 20. l. 6
[p] per 2. l. 12
[q] per 2. l. 12
[r] per præcedentem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Eadem prorsus sequetur conclusio de figura solida in sphæra descripta, licet eius latera quaternario

non constant numero, superficiésque non conicis tantum, sed etiam cylindricis superficiebus contineatur. Nam ex scholio præcedentis, circulus cuius radius I. similiter ostendetur æqualis superficiei figuræ solidæ, & propterea eadem superficies minor quadruplo maximi qui in sphæra circuli.

PROP. XXV.

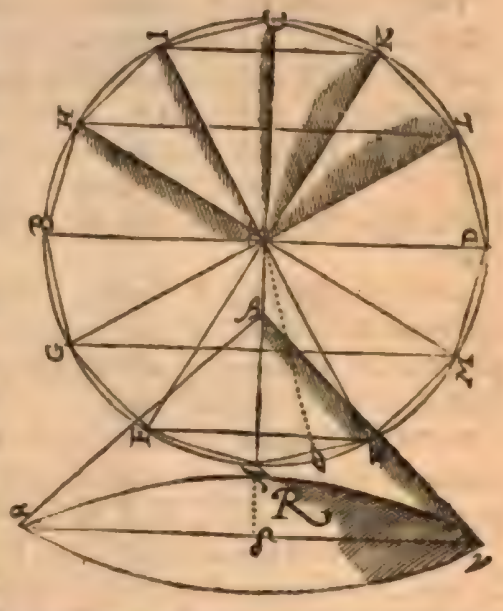
THEOR. XX.

Inscriptæ in sphæra figuræ comprehensæ sub conicis superficiebus, æqualis est conus qui basim quidem habeat circulum æqualem superficiei figuræ inscriptæ in sphæra: altitudinem vero æqualem lineæ à centro sphæræ in vnum ex lateribus figuræ planæ perpendiculariter eductæ.

ΠΡΟΤ. ΚΕ.

ΘΕΩΡ. Κ.

Τῷ ἐγγραφομένῳ ἐν τῇ σφαίρᾳ σχήματι, τῷ περιεχομένῳ ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, ἴσος ἐστὶ κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσον κύκλον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος τοῦ ἐγγραφέντος ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθέτῳ ἠγμένῃ.



ΥΠΟΘ. Exponatur sphæræ A. B. C. D. in eaque inscripta figura solida ex præcedentis porismatis præscripto, cuius latera quaternario mensurentur. Sit rursus conus R. cuius basis sit æqualis [a] superficiei solidæ figuræ; altitudo vero æqualis perpendiculari X. O. decidenti [b] à centro sphæræ in latus planæ figuræ circulo sphæræ maximo inscriptæ.

[a] per 23. huius.

[b] per 12. lib. 2.

ΣΥΜΠ. Dico conum R. expositæ figuræ solidæ æqualem esse.

ΚΑΤΑΣ. Ex circulis quorum dimetientes sunt lineæ F. N, G. M, B. D, H. L, I. k. fiant coni, qui vertices habeant in centro sphęræ.

ΑΠΟΔ. Rhombo A. N. X. F. æqualis est [c] conus qui basim habeat æqualem superficiei coni A. N. F. altitudinem æqualem perpendiculari X. O. decidentem à vertice alterius coni in latus primi. Rursus alius offertur Rhombus conflatus ex cono G. M. X. habente basim circulum G. M. & alio, qui quoque basim haberet eundem circulum G. M. & latera lineas G. F. M. N. productas. Hic vltimus conus decurtatus est plano ducto per F. N. [d] parallelo ipsi G, M. & à toto rhombo rhombus sublatus est, cuius alter conus est N. F. X. Ergo residuo M. N. X, G. F. æqualis est [e] conus, cuius superficies par esset superficiei conicæ contentæ inter parallelæ plana acta per N. F, M. G. altitudo vero æqualis perpendiculari æquali vni X. O. nempe deductæ ex X. puncto in latus F. G. vel N. M. Denique conus est cuius basis est circulus ex diametro D. B. sectus plano per M. G. ducto æquidistanter circulo basis D B & ab eo rhombus est allatus, cuius alter conus est M. X. G. Proinde residuo D. B. G. M. æqualis est [f] conus qui basim habeat æqualem mediæ superficiei inter parallela plana acta per D. B. & M. G. altitudinem vero æqualem perpendiculari X. O Idem prorsus censendum de reliquo hemicyclio. Atqui conus qui basim habeat æqualem basibus omnium conorum supradictorum, quibus partes inscriptæ in sphæra solidæ figuræ ostensæ sunt æquales, & al-

[c] per 18. huius.

[d] per lemma proximum.

[e] per 20. huius.

[f] per 23. huius.

eitudinem æqualem, illis omnibus est a æqualis, sicuti etiam magnitudini cui ipsi æquantur, quoque par est. b Ergo conus R. qui basim habet æqualem basibus omnium illorum conorum, hoc est toti superficiei inscriptæ in sphæra solidæ figuræ, altitudinemque æqualem eorumdem altitudini, nempè perpendiculari X.O. æqualis est toti inscriptæ figuræ in sphæra, quod fuit probandum.

a per 1 lem. ma prafixo. rum 17. huius & V per 11. lib. 12.
b per 1. comm. sent.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In gratiam sequentium ostendendum est Conum R. esse ambligonium. ΚΑΤΑΣ. Secetur enim plano per axem, & fiat triangulus α β γ. Quoniam enim conus basim habet æqualem toti superficiei inscriptæ figuræ, ipsa basis maior est c maximo sphæræ circulo, & proinde radius δ.α. maior est radio sphæræ X.B. multoque maior perpendiculari X. O. seu δ.β. altitudine coni R. Idcirco rectangulum sub α δ, δ.γ. maius est quadrato β.δ. Vnde fit vt conus R. sit ambligonius. Ex Pappo d enim conus esset rectangulus, si rectangulum ex α.δ, δ.γ. æquaretur quadrato β.δ. Ambligonius est cum sit maius: Acutiangulus demum, si minus esset, diceretur.

c per 4. comm. sent. huius.
d per 13. prop 1.7.

ΠΡΟΤΑ. Κϛ.

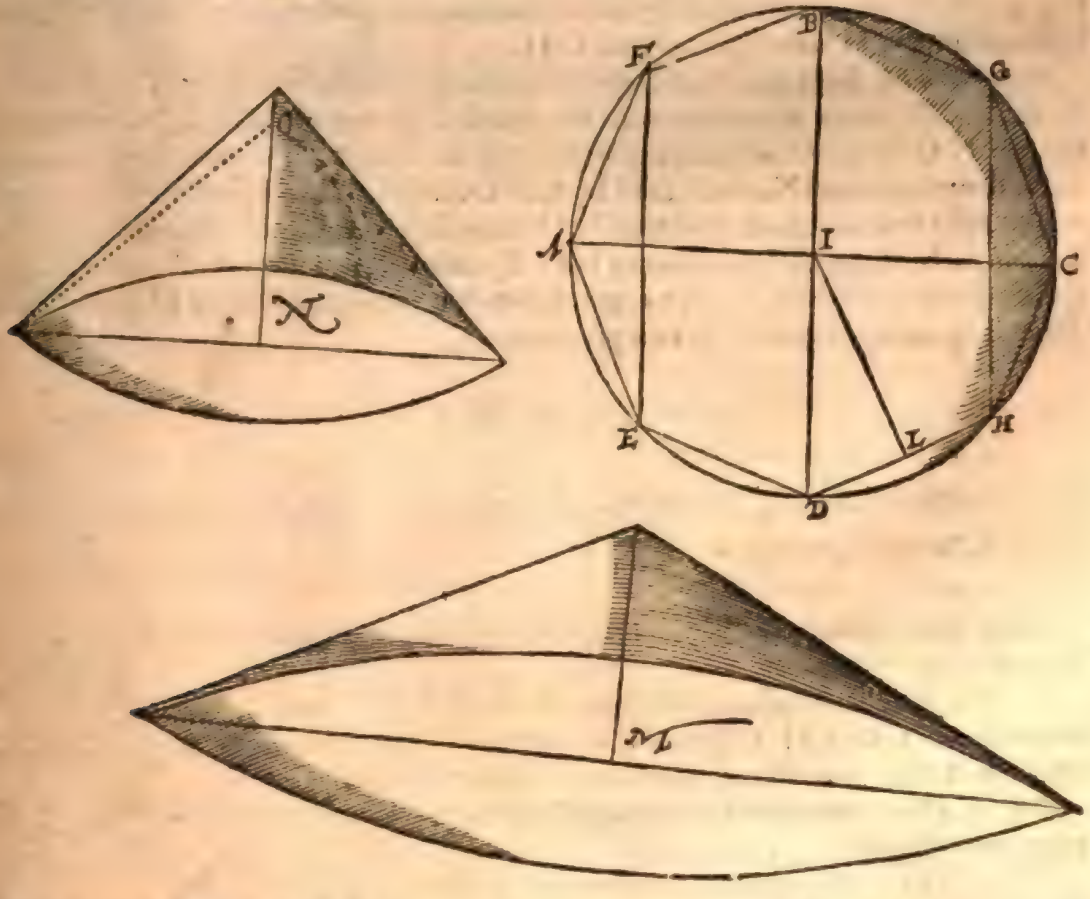
ΘΕΩΡ. ΚΑ.

Τὸ ἐγγεγραμμένον σχῆμα ἐν τῇ σφαίρᾳ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κωνικῶν, ἐλάσσων ἐστὶ ἢ τετραπλάσιον τοῦ κώνου, τὴν βάσιν μὲν ἔχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

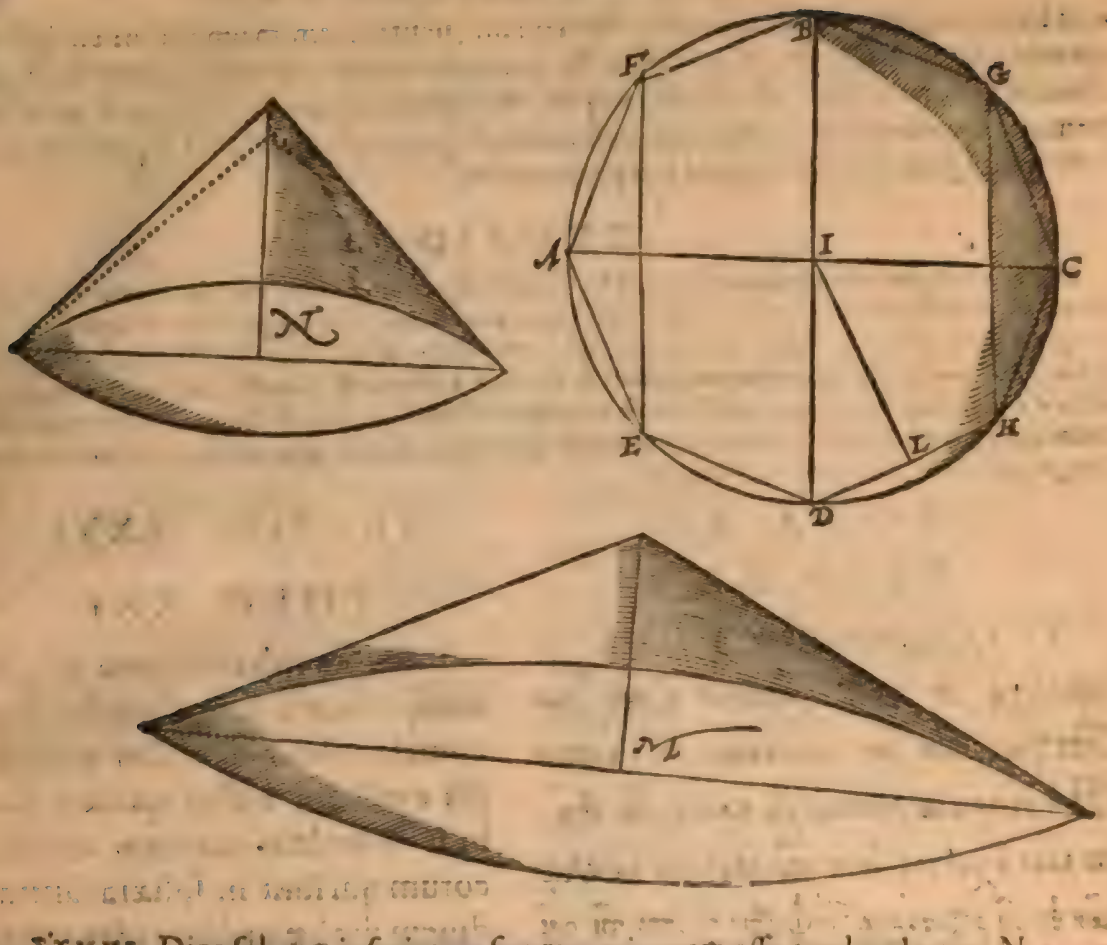
PROPOS. XXVI.

THEO. XXI.

Inscripta sphæræ figura solida, comprehensa sub superficiebus conicis, minor est quàm quadrupla coni, qui basim quidem habeat æqualem maximo circulo eorum qui sunt in sphæra; altitudinem verò æqualem radio sphæræ.



ΠΡΟΒ. Sit sphæra A.B.C.D. in eaque figura solida inscripta lateribus quaternario commensurabilibus, ex lege præcedentis porismatis. Sit item conus N. cuius basis sit æqualis circulo sphæræ maximo, cuiusmodi est A.B.C.D. altitudo verò æqualis radio sphæræ.



a per præcedentem.

ΣΥΜΠΕ. Dico ſphæræ inſcriptam figuram minorem eſſe quadruplo coni N.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur conus M. æqualis[a] inſcriptæ in ſphæra figuræ, hoc eſt, cuius baſis ſit æqualis ſuperficiei inſcriptæ figuræ: altitudo verò æqualis perpendiculari I.L. ductæ à centro ſphæræ in latus figuræ planæ D.H.

b per 14. huius.

c per 19. & 27. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Baſis coni M. eſt[b] minor quàm quadrupla baſis coni N. Altitudo verò coni N. eſt maior altitudine coni M. nam I.L. eſt minor[c] radio I.D. Si itaque poneretur N O. altitudo æqualis altitudini coni M. illaque altitudine N. O. conus deſcriberetur ſuper baſi N. eſſent coni M. & N.O. in eadem altitudine. Et propterea conus M. eſſet[d] minor quadruplo coni N.O. cum ſit baſis M. minor quadruplo baſis N. ſed conus N. totus eſt[e] maior cono N.O. Proinde multo minor eſt conus M. quàm quadruplum coni totius N. Ergo etiam figura inſcripta quæ eſt cono M. æqualis, etiam deficit à quadruplo coni N. vt vult propoſitio.

d per 11. l. 12.

e per 14. l. 12. & 2. lemmatis eorum quæ præmiſit Archimedes.

LEMMA.

Figuræ æquilateræ & æquiangulæ circulo conſcriptæ, circulum conſcribere eodem cum primo centro.

f per coroll. prop. 3. huius.

ΥΠΟΘ. Sit circulo A.B.C. D. inſcripta[f] figura æquilatera & æquiangula F.I G.N.H.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur ad angulos figuræ E.G, E.I, E. F. punctaque contactuum E.K, E.M. & centro E. ac interuallo vnius ex ductis ad angulos vt E.G deſcribatur circuli circumferentia.

ΣΥΜΠ. Dico hanc circumferentiam tranſire per omnes conſcriptæ figuræ angulos.

g per 18. lib. 3.

h per 4. l. 1.

i per 9 li. 3.

ΑΠΟΔ. Ex his quæ demõſtrauimus tertia propoſitione huius, F.M, M.I, I.K, K G. ſunt æquales. Ergo E. K, K I. lateribus æqualia, & anguli ad K. ſunt recti. Hypothenuſæ ergo E.G, E.I. ſunt pares.[h] Eodem argumento E.I, E F. æquantur, vt & cæteræ quæ à centro E. ad angulos conſcriptæ ducuntur. Ergo E. eſt[i] centrum circuli qui figuræ circumſcriberetur, quod fuit probandum.

COROLLARIVM.

Idem omnino censendum de figura conscripta circuli portioni. Nam valet semper demonstratio.

ΓΟΡΙΣΜΑ.

Εστω ἐν σφαίρᾳ μέγιστος κύκλος ὁ α.β.γ.δ. περὶ δὲ τὸν α.β.γ.δ. κύκλον περιγεγράφθω πολύγωνον ἰσογώνιον τε καὶ ἰσόπλευρον. Τὸ δὲ πλῆθος τῶν πλευρῶν αὐτοῦ μετρείσθω ὑπὸ τετράδος. Τὸ δὲ περὶ τὸν κύκλον περιγεγραμμένον πολύγωνον κύκλος περιγεγραμμένος περιλαμβανέτω, περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον γινόμενος τῷ α.β.γ.δ. μενούσης δὴ τῆς ε.η. περιενεχθήτω τὸ ε.ζ.η.θ. ἐπίπεδον, ἐν ᾧ τό τε πολύγωνον καὶ ὁ κύκλος. Δῆλον δὴ ὅτι ἡ μὲν περιφέρεια τοῦ α.β.γ.δ. κύκλου καὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σφαίρας οἰσθήσεται. ἡ δὲ περιφέρεια τοῦ ε.ζ.η.θ. κατ' ἄλλης ἐπιφανείας σφαίρας τὸ αὐτὸ κέντρον ἐχούσης τῇ ἐλάσσονι οἰσθήσεται. Αἱ δὲ ἁφαὶ καθ' ἃς ἅπτονται αἱ πλευραὶ, γράψουσι κύκλους ὀρθοὺς πρὸς τὸν α.β.γ.δ. κύκλον ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ· αἱ δὲ γωνίαι τοῦ πολυγώνου χωρὶς τῶν πρὸς τοῖς ε.η. σημείοις, καὶ κύκλον περιφερειῶν οἰσθήσονται ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς μείζονος σφαίρας γεγραμμένων, ὀρθῶν πρὸς τὸν ε.ζ.η.θ. κύκλον. αἱ δὲ πλευραὶ τοῦ πολυγώνου καὶ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, κατάπερ ἐπὶ τοῦ πρὸ τοῦ. Εσται δὴ τὸ χῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἐπιφανειῶν τῶν κω-

COROLLA.

Sit in sphæra maximus circulus hic α.β.γ.δ. circa verò α.β.γ.δ. circulum describatur figura æquiangula & æquilatera: numerus verò laterum ipsius mensuretur à quaternario. Hanc autem circulo conscriptam figuram circulus circumscriptus inuoluat eodem descriptus centro, quo factus est α.β.γ.δ. Manente tum ε.η. reuoluatur planum ε.ζ.η.θ. in quo figura est multangularis & circulus. Manifestum igitur quod superficies circuli α.β.γ.δ. secus superficiem sphæræ feretur: At superficies plani ε.ζ.η.θ. secundum superficiem alterius sphæræ habentis idem centrum cum minori, rotabitur. Contactus verò in quibus latera tangunt, describunt circulos rectos ad circulum α.β.γ.δ. in minori sphæra: Anguli verò figuræ, ijs exceptis qui sunt ad puncta ε.η. secundum circumferentias circulorum portantur, in superficie minoris sphæræ descriptorum, & rectorum quidem ad circulum ε.ζ.η.θ. Latera rursus figuræ secundum conicas superficies euehuntur, quemadmodum in priori. Est igitur solida figura comprehensa à superficiebus co-

a per coroll. prop. 3. huius.

b per lemma proximum.

c Figura nempè solida sphæra inscripta mixta primum.

ὑπὸ τῶν. in vulg. imp.

nicis, circa minorem ſphæram deſcripta, in maiori verò inſcripta. Quod autem ſuperficies conſcriptæ figuræ ſolidæ maior ſit ſuperficie ſphæræ, ſic demonſtrabitur. Sit enim κ. δ. diameter alicuius circuli eorum qui in minori ſunt ſphæra, exiſtentibus κ. δ. punctis in quibus tangunt circulum α. β. γ. δ. duo latera circumſcriptæ figuræ. Et diuiſa ſphæra aliquo plano ſecundum lineam κ. δ. recto ad circulum α. β. γ. δ.

Etiam ſuperficies circumſcriptæ circa ſphæram ſolidæ figuræ diuidetur à plano. Et patet quod eoſdem limites habent in plano. Ambarum enim ſuperficierum limes eſt circuli ſuperficies, qui circa diametrum κ. δ, recti ad circulum α. β. γ. δ. Et ſunt ambæ in eaſdem partes cauæ, & altera earum inuoluitur ab altera ſuperficie, & à plano, quod quidem habet eoſdem limites. Minor[a] igitur eſt inuoluta portionis ſphæræ ſuperficies, ſuperficie ſolidæ figuræ circa ipſam deſcriptæ. Similiter verò & reliquæ portionis ſphæræ ſuperficies minor eſt ſuperficie ſolidæ figuræ circa ipſam conſcriptæ. Clarum igitur eſt, quòd tota ſuperficies ſphęræ minor eſt ſuperficie ſolidæ figuræ circa ipſam deſcriptæ.

[a] prop. 8. hypot. huius.

νικῶν, περὶ μὲν τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν περιγεγραμμένον· ἐν δὲ τῇ μείζονι ἐγγεγραμμένον. Οτι δὲ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος μείζων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας, ὕτω δειχθήσεται. Εστω γὰρ ὁ κ.δ. διάμετρος κύκλου τινὸς τῶν ἐν τῇ ἐλάσσονι σφαίρᾳ, τῶν κ.δ. σημείων ὄντων, καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ α. β. γ. δ. κύκλου αἱ δύο πλευραὶ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου. διηρημένης δὴ τῆς σφαίρας ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ διὰ τοῦ κ. δ. ὀρθοῦ πρὸς τὸν α. β. γ. δ. κύκλον. Καὶ ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος περὶ τὴν σφαῖραν, διαιρεθήσεται ἐπὶ τοῦ ἐπιπέδου. καὶ φανερὸν ὅτι τὰ πέρατα αὐτὰ ἔχουσιν ἐν ἐπιπέδῳ. Αμφοτέρων γὰρ τῶν ἐπιφανῶν πέρας ἐστὶν ἡ τοῦ κύκλου περιφέρεια τοῦ περὶ διάμετρον τὴν κ.δ. ὀρθοῦ πρὸς τὸν α.β.γ.δ. κύκλον. Καὶ εἰσὶν ἀμφότεραι ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι, καὶ περιλαμβάνεται ἡ ἑτέρα αὐτῶν ὑπὸ τῆς ἑτέρας ἐπιφανείας, καὶ τῆς ἐπιπέδου τῆς τὰ αὐτὰ πέρατα ἐχούσης. Ελάσσων ἄρα ἐστὶν ἡ περιλαμβανομένη τοῦ ἡμίσους τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια, τῆς ἐπιφανείας τοῦ ἡμίσους τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Ομοίως δὴ καὶ ἡ τοῦ λοιποῦ ἡμίσους τῆς σφαίρας ἐπιφάνεια ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ ὅλη ἡ ἐπιφάνεια τῆς σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶ τῆς ἐπιφανείας τοῦ σχήματος τοῦ περιγεγραμμένου περὶ αὐτήν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vulgaris verſio poriſma hoc recenſet inter propoſitiones, eamq; 27. numerat, cũ ſuppoſititio textu qui non extat in græcis codicibus. Manuſcriptus codex notat numero quidem κ̄ ζ̄ ſed errore deſcriptoris, qui ἀρχαφὼ ſequentis propoſitionis (quæ interim manſit αἰκοσιμιδφ) huic poriſmati incautè tribuit. Typici libri græci tanquam appendicem propoſitionis præcedentis tribuunt, ex mente Archimedis, qui hic deformationem duntaxat conſcriptæ circa ſphæram ſolidæ figuræ, vt priori poriſmate inſcriptæ in ſphæra, tribuere voluerit: cuius effectio cum à ſimplici elementarique circulatione dependeat, maiori probatione non indiget: niſi etiam circuli circinationem quis in dubium reuocauerit. Circulationis ergo ponit hypotheſim, deinceps τῶ ἀδιαγεγραμμένων χήματος τὸ πᾶν demonſtraturus: moxque oſtendit, maiorem eſſe ſuperficiem ipſius ſuperficie ſphæræ circa quam deſcribitur: quod adhuc ex antecedentibus deducit hypotheſibus.

ΠΡΟΤΑ. ΚΖ.

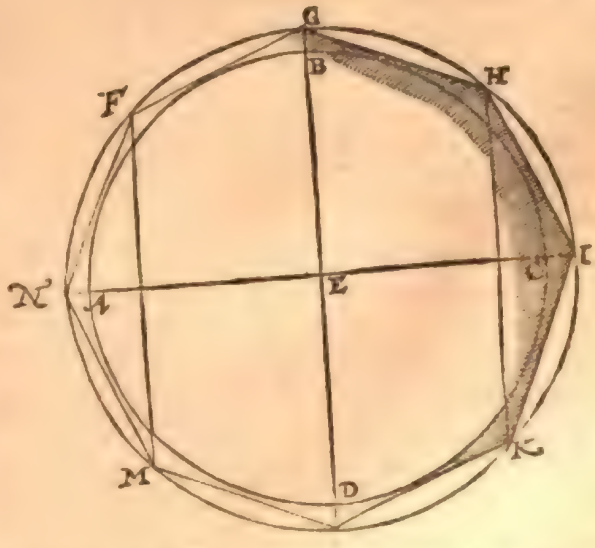
ΘΕΩΡ. ΚΒ.

Τῆ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἀδιαγεγραμμένου σχήματος τὸ ἀπὸ τῆν σφαίρας ἴσος ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ ἀδιαγομένῳ ἀπό τε μιᾶς τῶν πλευρῶν τοῦ πολυγώνου τῆς ἴσης πάσαις ταῖς ἐπιζευγνύσαις τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, οὔσαις ἁφά πνα τῶν ἀπὸ δύο πλευραὶ τοῦ πολυγώνου ὑποτεινουσῶν.

PROPOS. XXVII.

THEO. XXII.

Superficiei conſcriptæ ſolidæ figuræ circa ſphæram, æqualis eſt circulus, cuius linea ducta à centro poteſt æquale comprehenſo ſub vno latere figuræ planæ, & linea æquali omnibus iungentibus angulos planæ figurę, exiſtentibus parallelis alicui earum quę duo latera figuræ ſubtendunt.



ΥΠΟΘΕ. Sit quædam ſphæra A.B. C.D. bifariam diuiſa plano, ſitque maximus ſphæræ circulus A.B.C.D. circa hunc circulum figura plana conſcribatur[a], æquilatera & æquiangula, & cuius latera quaternario menſurentur. Ipſa ſit F. G. H. I. K. L. M. N. Iam manente diametro A. C. reuoluatur ſphæræ hemicyclium, ita ut lege ſuperioris poriſmatis conſcribatur circa ſphæram ſolida figura.

[a] per coroll. tertiũ huius.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico conſcriptæ figuræ ſuperficiem æqualem eſſe circulo, cuius radius quadratum habeat æquale rectangulo comprehenſo ſub vno latere N.F. & lineis F.M, G.L, H.K. iungentibus planæ figuræ angulos, & parallelis vni ex ſubtendentibus duo figuræ, latera nempè ipſi F.M. vel H.k.

ΚΑΤΑΣ. Centro E & interuallo E G. deſcribatur circulus circa planam figuram[b]. Tum manente N.I. conuoluatur figura vna cum conſcripto circulo, vt ſic ſphærica conuoluatur ſuperficie ex ritu præcedentis poriſmatis.

[b] per lemma præfixum 2. poriſmati.

ΑΠΟΔ. Figura ſolida primùm ſphærę minori conſcripta, iam maiori ſphęræ inſcripta eſt. Itaque circulus cuius radius poterit rectangulum ſub latere N.F. & linea recta

æquali his F.M, G.L, H.K. simul iunctis, æqualis est [a] superficiei ipsius conscriptæ solidæ figuræ, quod fuit demonstrandum.

[a] per 23. huius.

PROPO. XXVIII.

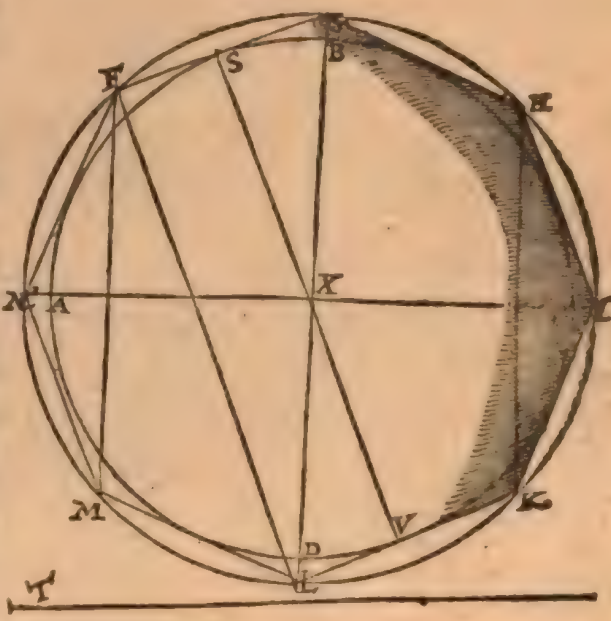
THEO. XXIII.

Solidæ figuræ conscriptæ circa sphæram, superficies maior est quàm quadrupla maximi circuli eorum qui in sphæra.

ΠΡΟΤΑ. ΚΗ.

ΘΕΩΡ. ΚΓ.

Τῆς σφαίρας τῆς περιγραμμένης περὶ τὸ σφαῖραν ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ ἢ τετραπλασία τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ.



ΠΡΟΣ 2. Repetatur solida figura præcedens conscripta primùm sphæræ, tum alteri inscripta.

ΣΥΜΠ. Dico superficiem ipsius maiorem esse quadruplo circuli A. B. C. D. maximi qui in sphæra sit, cui conscribatur.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur F.L. tum à punctis oppositorum contactuum S. & V. agantur lineæ S.X. & V.X. ad centrum commune X. quæ protractæ cadent in rectam lineam. Etenim cum X. G, X L. etiam X. V, X. S. æquales sint radij [b] demum, L V, S.G. semisses æqualium laterum, sequitur angulos trianguli S.X. G. singulos singulis trianguli L X. V. esse [c] æquales: & proinde S.X.G. & L.X.V. ad verticem esse æquales, & [d] ex consequenti lineam S.V. esse rectam. Habeatur tandem circulus, cuius radius T. medius sit [e] proportionalis inter latus F.G. & lineam compositam ex coniungentibus latera figuræ, cuiusmodi sunt F.M, G.L. & H.K. hoc est [f] inter G.L. & F.L. qui proinde circulus æqualis sit [g] superficiei figuræ solidę propositę.

[b] per defin. circuli.
[c] per 8. l. 1.
[d] per coroll. 15. l. 1.
[e] per 13. l. 6.
[f] per 17. huius & secundam partem 17. l. 6.
[g] per præcedentem prop. quæ est 27. huius.

ΑΠΟΔΕΙ. Cùm sit T. media proportionalis inter G L, & F.L. [h] minor quidem est diametro G.L. sed maior est [i] linea F.L. hoc est diametro B.D. Nam in quadrangulo F.V. anguli ad F. & S. sunt recti, cum [l] G.F. L. sit in semicirculo: deinde [m] X.S.F. sit angulus ad tactum: proinde oppositi ad V. & L. sunt quoque recti. [n] & latera [o] opposita F.L. & S.V. sunt æqualia. Atqui S.V. & B.D. sunt eiusdem circuli diametri. Itaque F L. & B. D. sunt pares: & igitur T. maior est quàm b.D. Quadratumque T. maius quadrato diametri B. D. nempè circuli A.B.C.D. maximi sphæræ cui circumscribitur figura proposita. Quatuor ergo quadrata T. maiora sunt [p] quatuor quadratis diametri B.D. Atqui quadratum totius diametri circuli cuius T. est radius, constat [p] quatuor quadratis radij T. quia diameter est radij duplus. Sequitur ergo quadratum totius diametri eius circuli, cuius T est radius, maius esse quatuor quadratis diametri B.D. Est autem circulus [q] ad circulum vt quadratum ad quadratum [r] iisdem lineis describantur. Ergo circulus totus cuius est radius T. maior est quatuor circulis diametri B.D. Cumque sit [r] circulus T. æqualis superficiei figurę solidæ propositę, sequitur ipsius figuræ superficiem maiorem esse quàm quadruplam circuli maximi qui sit in sphæra, circa quam describitur, vt vult propositio.

[h] per 8. l. 6.
[i] per 14. l. 5.
[l] per 31. l. 3.
[m] per 18. l. 3.
[n] per 34. l. 1.
[o] per 15. l. 5.
[p] per 20. li. 6
[q] per 2. l. 12.
[r] per fabricam.

COROLL.

COROLL.

Hinc deducimus, quòd si figura plana circumscribatur circulo æquilatera & æquiangularis, cuius item latera quaternarius metiatur, lineam subtendentem angulum qui fit ex ea quæ bipartito diuidit figuram & latere figuræ, æqualem esse diametro circuli cui figura circumscribitur. Eiusmodi enim est linea F.L. quam ostendimus æqualem diametro B.D. quod & luculentiùs sic proponimus.

LEMMA.

Si duo circuli idem centrum habuerint, & aliqua linea ducta sit ab extremitate diametri maioris tangens minorem circulum, maioremque secans: Linea ducta ab altero extremo huius lineæ secantis ad alterum diametri maioris circuli extremum, æqualis est diametro minoris circuli.

Sunt duo circuli, maior quidem N. G. I. L. minor A.B.C.D. eodem centro X. & F.G. secat maiorem circulum, tangitque minorem ducta ab extremitate diametri maioris circuli. Tum F. L. ducitur ab altero extremo secantis G.F. ad alterum extremum diametri G. L. Atqui ipsa ostensa est æqualis diametro minoris circuli B. D.

Cæterum ex his Archimedes corollaria duo deducit, quæ sunt eiusmodi.

ΦΑΝΕΡΟΝ Ζ.

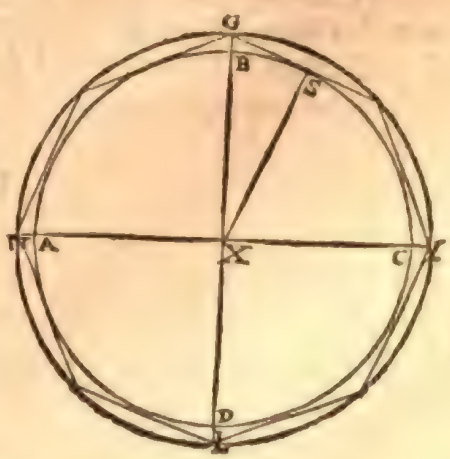
Τῷ περιεχομένῳ σχήματι περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν ἴσος ἐστὶ κώνῳ, ὁ βάσιν μὲν ἔχων τῷ κύκλον τῷ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ σχήματος, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

MANIFESTVM VII.

Circumscriptæ figuræ solidæ circa minorem sphæram æqualis est Conus, qui basim quidem habeat circulum æqualem superficiei solidæ figuræ, altitudinem verò æqualem radio sphæræ.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Remaneat eadem figura quæ superius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Eadem enim figura solida quæ minori sphæra A. B. C. D. circumscripta est, inscribitur maiori N.G.I.L. Proinde conus qui basim habuerit æqualem superficiei ipsius figuræ, altitudinem verò æqualem perpendiculari decidenti ab X. centro in latus figuræ, cuiusmodi est X. S. est[a] æqualis dictæ figuræ. Atqui X. S. est radius sphæræ cui circumscribitur solida figura. Ergo conus qui proponitur propositæ figuræ circumscriptæ æqualis est, quod φανερὸν dixerat Archimedes.



[a] per 27. huius.

MANIFESTVM VIII.

Figura ſolida circumſcripta circa minorem ſphæram, maior eſt quadruplo coni baſim quidem habentis maximum circulum eorum qui in ſphæra, altitudinem verò radium ſphæræ.

ΦΑΝΕΡΟΝ Η.

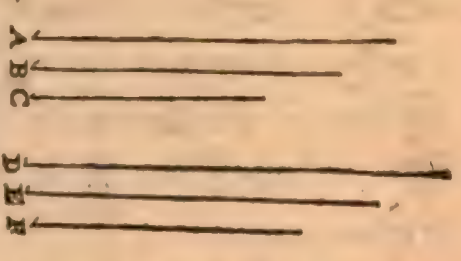
Τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον περὶ τὴν ἐλάσσονα σφαῖραν, μεῖζόν ἐστιν ἢ τετραπλάσιον κώνου τῆς βάσιν μὲν ἔχοντος μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ τὸ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Etenim iiſdem quæ ſuperius aſſumptis: Si conus exponatur P. qui baſim [a] habeat æqualem ſuperficiei figuræ, altitudinem verò perpendiculari X.S. Alius deinde offeratur Q. baſim habens æqualem quadruplo circuli maximi qui ſit in minori ſphæra, circa quam circumſcribitur figura: Altitudinem verò itidem æqualem eidem perpendiculari X.S. Erit [b] quidem P. maior Q, quia baſis P. eſt maior baſi Q. [c] Atqui conus P. eſt [d] æqualis figuræ circumſcriptæ circa ſphæram A.B.C.D. Ergo figura circumſcripta maior quoque eſt cono Q. quod ipſum. Cæterum ad ſequentia requiritur hoc lemma.

[a] per 27. huius.
[b] per 11 lib. 12.
[c] per 28. huius.
[d] per præcedens manifeſtum.

LEMMA I.

Propoſitarum quatuor magnitudinum ſi prima fuerit ad tertiam, vt ſecunda ad quartam: media proportionalis inter primam & ſecundam erit ad mediam proportionalem inter tertiam & quartam, vt eſt prima ad tertiam, vel ſecunda ad quartam.



ΥΠΟΘ. Sint quatuor magnitudinum A. prima ad D. tertiam vt C. ſecunda ad F. quartam: Inter primam verò & ſecundam, A. & C. ſit [e] B. media proportionalis, ſicuti E. inter D. & F. tertiam & quartam.

[e] per 13. l. 6.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico B. eſſe ad E. vt A. eſt ad D. vel C. ad F.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam cum ſit A. ad D. vt C. ad F. [f] ſiquidem A. eſt ad C. vt D. ad F. Atqui A. eſt ad C. in duplicata ratione A. ad B, & D. eſt ad F. in duplicata ratione D. ad E. Ergo cum ſint compoſitæ rationes ſimiles, etiam ſimplices erunt eædem, nempè A. erit ad B. vt D. eſt ad E. [g] quidem & B. ad A. vt E. ad D. ac viciſſim [h] B. ad E. vt A. ad D. ſeu vt C. ad F. quod lemmate proponitur.

[f] per 16. l. 5.
[g] per 13. definit. & coroll. 4 l. 5.

LEMMA II.

Duarum figurarum ſimilium quarum altera conſcribitur, altera inſcribitur eidem circulo, vel circuli portioni, lineæ latera iungentes eam habent inter ſe rationem quam figurarum latera.

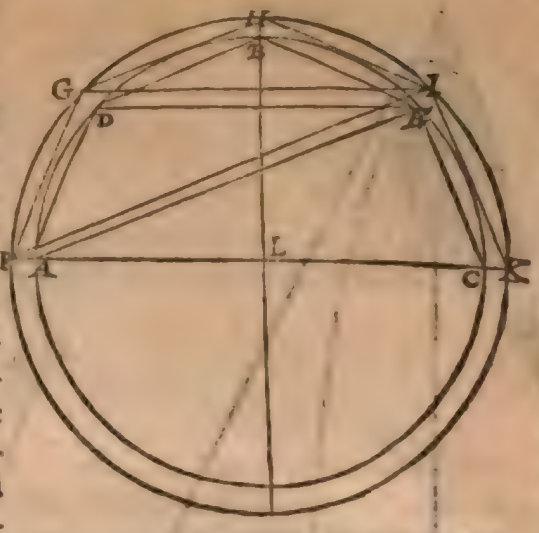
ΥΠΟΘ. Circulo vel circuli portioni ſit inſcripta A, D, B. E. C. [i] figura æquilatera & æquiangula: & eidem ſimilis conſcripta F. G. H. I. K.

[i] per coroll. 3 huius.

ΣΥΜΠ. Dico G.I, F.k. latera conſcriptæ iungentes eſſe ad D.E, A.C. inſcriptæ itidem iungentes vt latus H.I. v.gr. ad latus B.E.

ΚΑΤΑΣ. Centro L. communi conſcribatur [a] figuræ conſcriptæ circulus, & ducantur lineæ I.F, A.E.

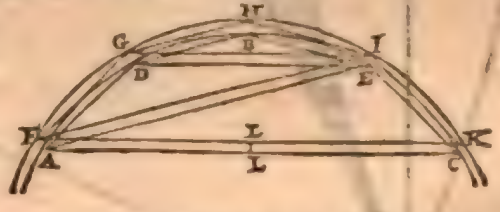
ΑΠΟΔ. Quoniam figuræ ſunt ex hypotheſi ſimiles, anguli G.H.I, & D.B.E. ſunt [b] æquales: Tum trianguli G.H.I, & D.B.E. ſunt Iſoſceles, cum ſint æquilaterę figurę, & angulis [c] æquales ad baſim: cumque duo vnius æquentur [d] duobus alterius, vnuſquiſque vnicuique eſt æqualis. Latera proinde ſunt ſimilis rationis, [e] & vt H.I. ad B. E. ſic I.G. ad E.D. Rurſus cum ſint latera conſcriptæ & inſcriptæ parallela [f], anguli ad C. & k. ſunt [g] æquales. Atqui triangulorum A.E.C, & F.I.k, anguli ad I. & E. ſunt æquales & [h] recti, vt in ſemicirculo, aut vt in ſimilibus circulorum portionibus [i]. Proinde trianguli E.A.C. I.F k. ſunt [k] æquiangulis laterumque [l] proportionalium, nempè vt I.k. ad E.C. hoc eſt H.I. ad B. E. Sic eſt k F. ad C.A. Ergo G.I. [m] eſt ad D. E. vt k.F. ad C.A. & coniungendo G. I, & F.k. ſimul ſunt [n] ad D.E, A. C. ſimul vt vna G.I. ad vnam D.E. ſcilicet vt latus H. I. ad latus B. E. quod erat oſtendendum. Idem omnino erit de altero ſemicirculo.



a per lemma præxim. 2. porifmati.
b per 1. definit. l. 6.
c per 5. l. 1.
d per coroll. 32. l. 1.
e per 4. l. 6.
f vt probauimus 3. huius.
g per 29. eli. 1.
h per 31. l. 3. & 10 definit. eiuſdem ac coroll. deductum à Claudio ex 10. eiuſdem.
i per 11. l. 5.
l per 22. l. 5.

COROLLARIVM.

Potuit quoque ſic concludi in portione circuli: G.I. eſt ad D. E. vt F.k. ad C. A. ſeu vt F.L. ſemiſſis ad ſemiſſem A. L. [a] Et coniungendo G.I. & F. L. ſunt ad D. E. & A.L. vt vna G. I. ad vnam D.E. hoc eſt vt latus H.I. ad latus B.E.

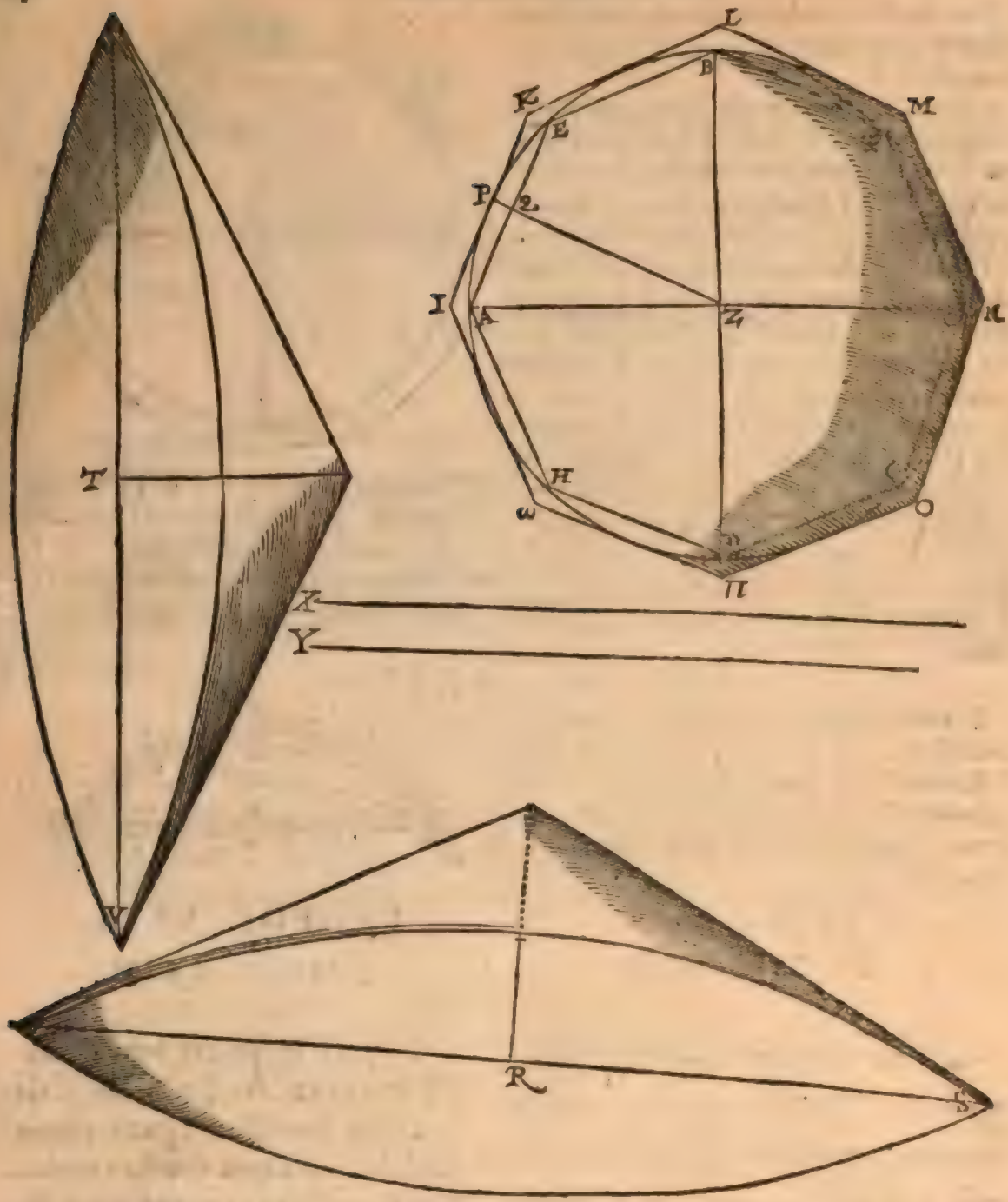


ΓΡΟΤΑ. ΚΘ.
ΘΕΩΡ. ΚΔ.

Εαὶ ἡ ἐν σφαίρᾳ χῆμα ἐπίπεδα μένον, & ἄλλο περιγεγραμμένον ὑπὸ ὁμοίων πολυγώνων ⓟ αὐτὸν τρόπον τοῖς πρότερον κατεσκευασμένοις· ἡ ἐπιφάνεια τοῦ περιγεγραμμένου χήματος πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου ἐπιφάνειαν, διπλασίονα λόγον ἔχει, ἤπερ ἡ πλευρὰ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου περὶ ⓟ μέγιστον κύκλον, πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ αὐτῷ κύκλῳ· αὐτὸ δὲ τὸ σχῆμα τὸ περιγεγραμμένον πρὸς τὸ σχῆμα τὸ ἐγγεγραμμένον τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ λόγου.

PROPOS. XXIX.
THEO. XXIV.

Si fuerit in ſphæra figura ſolida inſcripta, & alia circumſcripta ſub ſimilibus figuris planis eodem quo ſupra modo reuolutis: ſuperficies circumſcriptæ figuræ ſolidæ ad inſcriptæ ſuperficiem duplicatam rationem habet, ſcilicet quàm latus circumſcriptę figuræ planę circa maximum circulum ad latus inſcriptę planę figuræ in eodem circulo. Ipſa verò ſolida figura quę circumſcribitur ad figuram ſolidam quę inſcribitur, triplam rationem habet eiuſdem rationis.



ΥΠΟΘ Ε. Sit circulus A.B.C.D.cui inſcripta proponatur[a] figura æquilatera & æquiangula A.E.B.F.C.G.D.H. aliaque ſimilis circumſcripta I.K.L.M.N.O.P.Ω. numerumque laterum vtriuſque metiatur quaternarius: Reuolutione autem vtriuſque & circuli ſuper axe I.N.intelligantur[b] circumſcribi & inſcribi figuræ ſolidæ, ſphæræ natæ ex circuli circumlatione.

[a] per coroll. 1 prop. 5 huius.

[b] per 1 & 2. poriſmata.

ΣΥΜΠΕ. Dico circulo circumſcriptam figuram planam, inſcriptæ planæ eſſe in ratione dupla lateris I.K. ad latus A.E. Solidam verò circumſcriptam ſphæræ eſſe ad ſolidam inſcriptam, in tripla eiuſdem, nempè lateris ad latus.

[c] per 13 l. 6.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur radius T.V. medius[c] proportionalis inter latus A.E. & lineas coniungentes latera inſcriptæ figuræ planæ (quas deinceps vocabimus X) ita vt circulus cuius radius T.V. ſit[d] æqualis ſuperficiei figuræ ſolidæ in ſphæra inſcriptæ. Fiat rurſus R.S. radius, medius[e] ſecundum proportionem inter latus I.K. & lineas latera circumſcriptæ ſolidæ figuræ iungentes (quas impoſterum dicemus Y.) vt ſcilicet æqualis ſit[f] circulus R.S. ſuperficiei circumſcriptæ figuræ ſolidæ. Demum ſuper circulo T.V. fiat[g] conus æqualis inſcriptæ figuræ ſolidæ: Tum ſuper circulo R.S. alius conus circumſcriptæ ſolidæ par.

[d] per 23 huius.

[e] per 13. l. 6.

[f] per 25 huius.

[g] per manifeſtum 1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Linea Y.[h] eſt ad lineam X. vt I.K. latus ad A.E. latus. Sit ergo

[h] per 2. proximum lemma.

I k. prima, Y. secunda, A.E. tertia, X. quarta. Et quia R.S. est media proportionalis inter I K, & Y. tum T.V. inter A.E, & X. Deinde prima I.K est tertiæ A.E. vt [d] secunda Y. ad quartam X. sequitur mediam R.S. esse [e] ad mediam T.V. vt prima I.K. ad secundam A.E. Atqui circulus R.S. circulo T.V. rationem habet duplam radij R.S. ad radium T.V. [b] Ergo & duplam lateris I k ad latus A.E. Est autem circulus R.S. æqualis superficiei circumscriptæ solidæ figuræ, [c] & circulus T.V. par [c] superficiei alterius solidæ inscriptæ. Ergo superficies solidæ circumscriptæ se habet ad superficiem inscriptæ solidæ figuræ, in ratione dupla lateris I k. ad latus A.E. vt prima parte propositionis innuitur.

[a] per 1. proximam lemma.
[b] per 2. lib. 12. & 20. lib. 6.
[c] per fabricam.

Cæterum cum conus R.S. sit æqualis solidæ figuræ circumscriptæ, eius altitudo est æqualis perpendiculari Z.P. [d] Similiter cum sit conus T.V. par soliditati figuræ inscriptæ altus est [d] longitudine perpendicularis Z.Q. Atqui Z.P. est [e] ad Z.Q. vt I.K. ad A.E. hoc est vt radius R.S. ad radium T.V. [f] Coni ergo ita affecti sunt vt radij seu Diametri basium sint proportionales altitudinibus. Vnde fit vt similes sint, [g] & rationem habeant triplicatam dimetientium seu radiorum qui in basibus sunt. [h] Conus igitur R.S. est ad conum T.V. in ratione triplicata radij R.S. ad radium T.V. Atqui coni sunt solidis figuris æquales. Tandem ergo circumscripta sphæræ solida figura, inscriptæ est in ratione triplicata radij R.S. ad radium T.V. hoc est lateris I.K. ad latus A.E. quod secundò fuit demonstrandum.

[d] per 25. huius.
[e] per 2. coroll. prop. 3. huius.
[f] per 11. l. 5.
[g] per defin. 24. l. 11.
[h] per 12. l. 12.
[i] per fabricam.

ΠΡΟΤΑ. Λ.

PROPO. XXX.

ΘΕΩΡ. ΚΕ.

THEO. XXV.

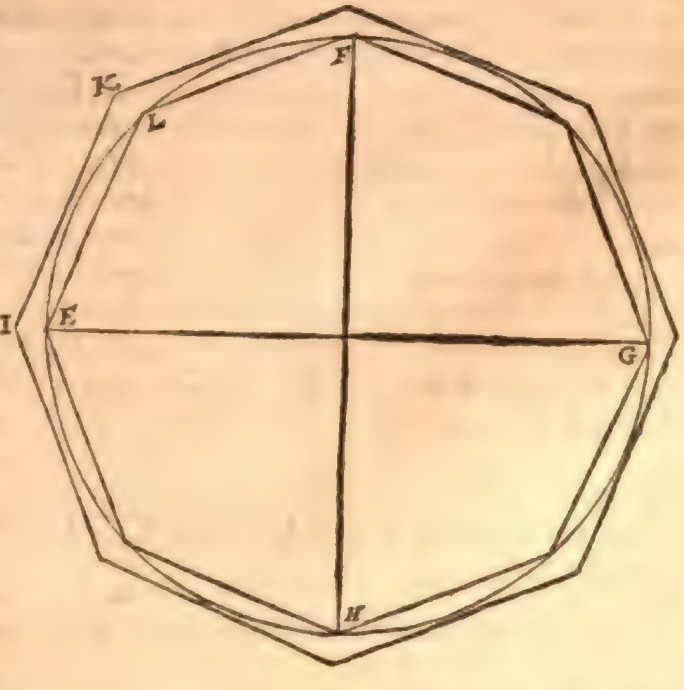
Πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν αὐτῇ.

Cuiuscumque sphæræ superficies quadrupla est maximi circuli eorum qui sunt in ipsa.

ΥΠΟΘ. Sit sphæræ cuiuspiam maximus circulus E. F. G. H.

ΣΥΜΠ. Dico propositæ sphæræ superficiem esse æqualem quadruplo circuli E.F.G.H.

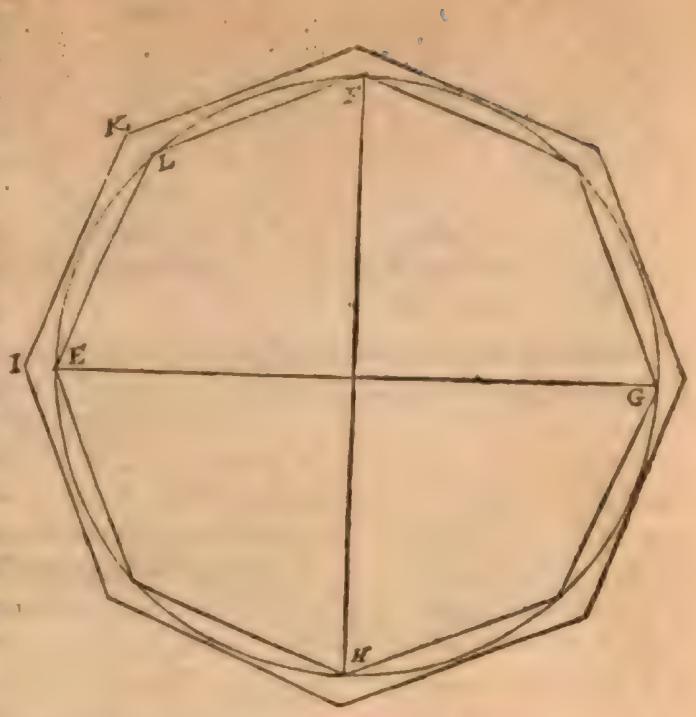
ΚΑΤΑΣ. Ponatur circulus A. quadruplus circuli sphæræ maximi E.F.G.H. qui si non æqualis est superficiei propositæ sphæræ, maior erit aut minor. Censeatur primo minor. Et inueniantur [l] B. ac C. quarum B. habeat ad C. minorem rationem, quàm superficies sphæræ ad circulum A. Præterea inter B & C. reperiatur [m] D. media proportionalis. Denique maximo sphæræ circulo E. F. G. H. figuræ similes concipiantur [n], altera conscripta altera inscripta, ita ut maioris seu exterioris latus ad interioris latus, minorem rationem habeat quam B. ad D. Tum



[l] per 2. huius.
[m] per 13. l. 6.
[n] per 3. huius.

circumlatione earum ac circuli generentur, [a] duæ figuræ solidæ, quarum altera circumscripta dicatur sphæræ, altera inscripta.

[a] Iuxta 2. porisma huius.



[b] per 10 definit. l 5. ΑΠΟΔΕΙ. B. habet [b] duplam rationem ad C. eius quam habet ad D. & superficies solidæ figuræ circumscriptæ circa sphæram, ad superficiem solidæ inscriptę in sphęra, habet [c] rationem duplam, lateris puta I. k. ad latus E. L. Cùm ergo B. habeat [d] ad D. maiorem rationem quàm sit lateris I. k. ad latus E. L. sequitur B. esse [e] per 15. li 5. ad C. in maiori ratione quàm sit superficies illa circumscriptæ solidæ, ad hanc superficiem inscriptæ itidem solidæ. Atqui B. est ad C. in minori ratione quàm sit sphærę superficies ad circulum A. Ergo ratio superficiei circumscriptæ figuræ solidæ ad superficiem inscriptæ solidæ est multo minor quàm sit ratio superficiei sphęræ ad circulum A. Est autem circumscriptæ figuræ superficies maior superficie sphæræ, [f] & proinde illa ad superficiem inscriptæ maiorem habet [g] rationem, quàm hæc sphærica ad eandem inscriptæ figuræ solidæ superficiem. Ergo sphærica superficies ad inscriptæ figuræ superficiem multo minorem habet rationem quàm ipsamet habeat ad circulum A. At verò circulus A. est [h] maior superficie inscriptæ figuræ, quia quadruplus est circuli maximi E. F. G. H. Ergo eadem quantitas, nempè sphærica superficies, haberet ad minorem duarum quantitatum inæqualium minorem rationem quàm ad maiorem, contra æterna Geometriæ elementa. [i] Absurdum ergo est censere A. minorem sphærica superficie. Censeatur autem maior si fieri potest.

A B C D

[c] per precedentem.

[d] per fabricam.

[e] per 15. li 5.

[f] per 2. porisma.

[g] per 8. l. 5.

[h] per 24. huius.

[i] Contra 8. l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Sitque nunc B. ad C. in minori ratione quàm sit A. ad sphęricam superficiem, reliqua verò maneant vt superius.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Circumscriptę solidę superficiei ratio ad inscriptę superficiem minor est quàm ratio B. ad C. vt superius est demõstratum. Atqui B. est ad C. [l] in minori ratione quàm circulus A. ad sphęricam superficiem. Ergo ratio superficiei circumscriptę solidæ ad inscriptę solidę superficiem, multo minor est quàm ratio circuli A. ad sphæricam superficiem. Atqui superficies circumscriptę solidę ad inscriptę superficiem maiorem habet [m] rationem quàm ad superficiem sphęricam, quia hęc illa maior est. Ergo adhuc ratio superficiei circũscriptę circa sphęram solidæ ad superficiem sphæricam minor est quàm ratio circuli A ad eandem superficiem sphæricam. Est [n] autem figuræ solidæ circumscriptæ superficies maior circulo A. Ergo maior ad eandem superficiem sphæricam minorem rationem haberet quàm minor, quod rursus aduersatur [n] inconcussis Geometriæ decretis. Nec ergo A. maior est sphærica superficie. Proinde superest illi sit æqualis, quod fuit probandum.

[l] per fabricam.

[m] per 28. huius.

[n] Octaua lib. 5.

COROLL. PROBLEMATICVM.

Datæ sphæræ superficiei dare circulum æqualem.

ΚΑΤΑΣ. Fiat circulus interuallo totius diametri sphæræ datæ.

ΣΥΜΠΕΡ. Dico æqualem esse superficiei sphæræ.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam cum quadratum diametri circuli facti sit [a] quadruplum quadrati diametri sphæræ, circulus quoque illo descriptus, quadruplus erit [b] circuli hac sphæræ dimetiente facti. Atqui factus ex sphæræ dimetiente, maximus est sphæræ. Ille ergo maximi sphæræ circuli quadruplus est, & proinde superficiei sphæræ est, æqualis, qui requirebatur.

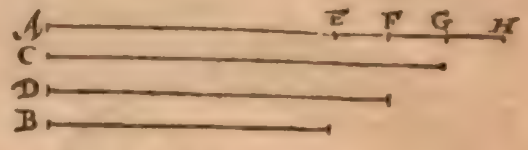
[a] per 2. ad 6
[b] per 2. l. 12
[c] per hanc propositionē

LEMMA PROBLEMATICVM I.

Inter duas datas magnitudines inæquales, duas alias reperire continuè proportionales in ratione arithmetica.

ΥΠΟΘ. Dentur inæquales A. H. & B.

ΚΑΤΑΣ. A. maiori A. H. portio auferatur A. E. æqualis minori B. excessusque E. H. trifariam secetur in punctus F. & G. Et ipsi A. G. sit C. æqualis, tum reliquæ A. F. alia D.



ΣΥΜΠ. Dico C. & D. medias esse arithmetice proportionales inter A. & B.

ΑΠΟΔ. Etenim A. superat C. excessu G. H. Tum C. excedit D. quantitate F. G. Denique D. est maior B. augmento E. F. Atqui sunt hi excessus omnes pares. Ergo A. est ad C. arithmeticè vt C. ad D. & D, ad B. quod proponebatur inueniendum.

[d] per 3. l. 1.
[e] per 9. l. 6.
[f] per fabricam.

LEMMA PROBLEMATICVM II.

Inter duas datas magnitudines quantitatem reperire ad quam datarum prima minorem rationem habeat, quàm sit ea quæ triplicata producit eam rationem quam prima datarum habet ad secundam.

ΥΠΟΘ. Dentur A. & D. inæquales magnitudines.

ΚΑΤΑΣ. Inter A. & D. media sit [g] proportionalis C. tum alia B. inter A. & C.

ΣΥΜΠ. Dico B. esse quantitatem quæsitam.

A.
B.
C.
D.

[g] per 8. definit. lib. 7. arithmeticæ Iordani.

ΑΠΟΔ. A. est ad D. in ratione dupla A. ad C. [h] Sed vt habeas rationem A. ad C. duplicanda est ratio A. ad B. [i] Nam rursus A. est ad C. in duplicata ratione A. ad B. Ergo ratio dupla A. ad C. hoc est A. ad D. quadrupla est eius quam habet A. ad B. propterea ratio A. ad B. minor est ea quæ tantum triplicata eam produceret, quæ est primæ A. ad secundam D. est itaque quantitates B. ea quæ quærebatur.

[h] per 13. l. 6
[i] per 10. definit. l 5.
[k] per 5 definit. l. 6.

ΓΡΟΤ. ΛΑ.

ΘΕΩΡ. Κϛ.

Πᾶσα σφαῖρα τετραπλάσια ἐστὶ κώνου τῆ βάσιν μὲν ἐχοντος ἴσην τῷ μεγίστῳ κύκλῳ τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ τὸ σὺν τῆ κέντρῳ τῆς σφαίρας.

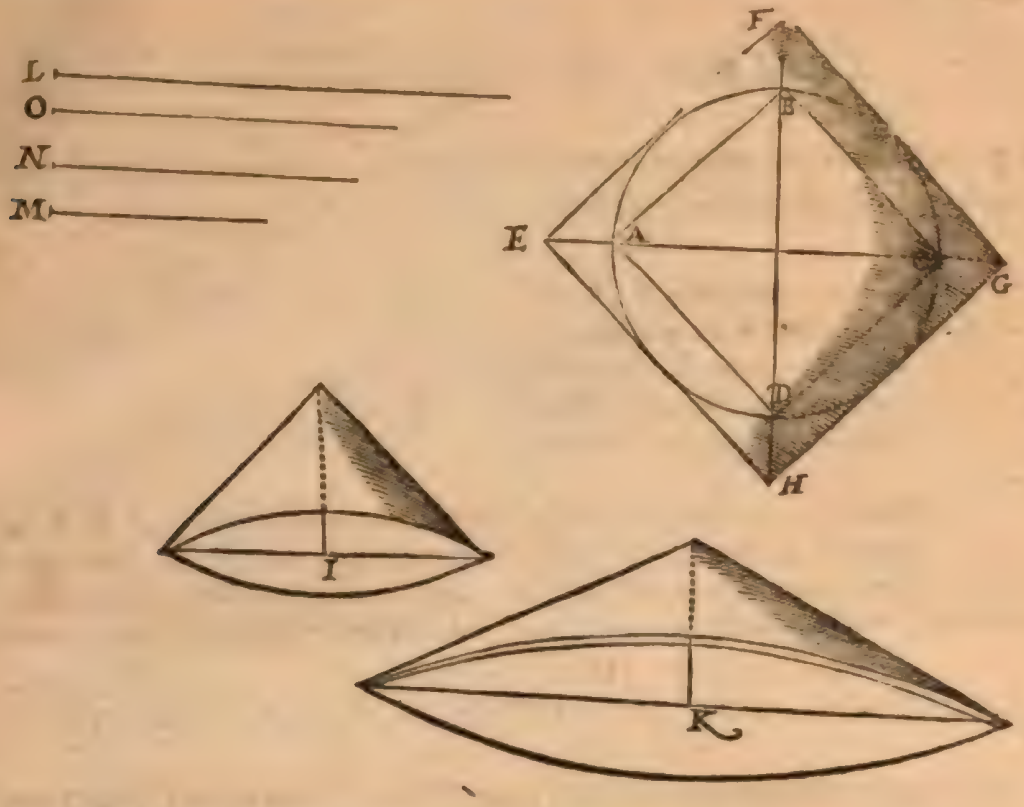
PROP. XXXI.

THEOR. XXVI.

Omnis sphæra quadrupla est coni basim quidem habentis æqualem maximo circulo eorum qui in sphæra, altitudinem vero radium sphęræ.

ΥΠΟΘ. Sit ſphæra A. B. C. D. plano ſecta, ita vt maximus eius circulus pateat A. B. C. D. Sit item conus I. qui baſim habeat æqualem circulo A. B. C. D. altitudinem vero parem radio ſphæræ P. B. Demum ſit conus K. baſim habens quadruplam baſis coni I. & parem altitudinem, proptereáque quadruplus coni I. agnoſcatur. *a*

a per 11. l. 12



ΣΥΜΠ. Dico ſphæram propoſitam æqualem eſſe cono K.

ΚΑΤΑΣ. Si conus K. non eſt ſphæræ æqualis, maior eſt ea vel minor. Et primo cenſeatur minor, duabuſque ablatis inæqualibus magnitudinibus, ſphæra & cylindro K. aliæ duę inueniantur *b* L. & M. quarum maior L. habeat ad minorem M. rationem minorem quàm ſphæra habeat ad K. Deinde inter L. & M. ſit O. inuenta, *c* ad quam in minori ratione ſit ea, quæ triplicata facit rationem L. ad M. Præterea intra & extra circulum A. B. C. D. deſcribantur *d* figuræ æquilaterę & æquiangulę à numeroque quaternario latera dimenſę, quarum latus E. F. exterioris ſit ad A. B. latus interioris in minori ratione quàm ſit L. ad O. Denique ſolita circumuolutione naſcantur *e* circa ſphæram ac intra, figurę ſolidę conicis ſuperficiebus contentę.

b per 2. huius.
c per 2 lemma prox.
d per 3 huius.
e per ambo perifmata huius.

ΑΠΟΔ. Figurarum ſolidarum exterior ad interiorem triplicatàm rationem habet lateris *f* E. F. ad latus A. B. Atqui latus E. F. ad latus A. E. minorem rationem habet *g* quàm L. ad O. Ergo exterior ſolida ad interiorem minorem rationem habet quàm ſit tripla eius quam habet L. ad O. Atqui rurſus tripla L. ad O. minor eſt ea *h* quam habet L. ad M. Igitur exterioris ſolidæ ad interiorem figuram multo minor eſt ratio quàm ſit ea in qua eſt L. ad M. Eſt autem L. ad M. in minori ratione quàm ſit ſphęra ad K. Ergo exterior ſolida figura ad interiorem ſolidam minorem adhuc multo rationem habet, quàm ſphęra ad conum K. Quoniam vero ſphęra minor eſt *i* exteriore ſolida figura, habet illa ad interiorem figuram ſolidam minorem *l* rationem, quàm hæc exterior ad eandem interiorem. Ergo rurſus ſphęra habet ad interiorem figuram ſolidam minorem rationem quàm habeat ad conum K. Verum conus K. eſt maior *m* inſcripta ſolida figura intra ſphęram. Ergo eadem quantitas ad minorem, minorem rationem haberet quàm ad maiorem, quod apud geometras impium eſt cenſere. Non ergo conus K. minor eſt ſphæra. Cæterum neque maior eſt.

f Ex fabrica.
g per fabricam.
h per 2. porifma huius.
i per 8. l. 5.
l per 8. l. 5.
m per 26. huius.

ΚΑΤΑΣ. Quòd ſi quis pertinaciter maiorem eſſe ſphæra autumet: ſit ita ſi fieri poteſt. Et habeat L. ad M. minorem rationem quàm conus K. ad ſphæram, ſitque E. F. ad A. B. in ratione minori quàm L. ad M.

ΑΠΟΔ. Externa ſolida ad internam in tripla ratione eſt lateris E. F. ad A. B. latus

ideoque in minori ratione est ad eam quam sit tripla rationis L. ad O. & multo minori quàm sit L. ad M. Atqui L. ad M. in minori ratione est quam sit K. ad sphæram. Proinde externa solida ad internam in minori adhuc ratione erit quam sit conus K. ad sphæram: cumque sit sphæra maior interna solida, habet rursus externa solida ad sphæram minorem rationem quam habeat ad internam figuram solidam. Ac ideo ratio externæ figuræ solidæ ad sphæram minor est multò quam sit ratio coni K. ad eandem sphæram. Atqui externa solida maior est [a] cono K. Ergo maior quantitas ad eandem, minorem rationem haberet quam minor, quod rursum Geometriam labefactat. Absurdum itaque est maiorem dicere conum K. proposita sphæra. Cum ergo neque minor sit, superest ipsi æqualis, quod fuit ostendendum.

[a] per 1. huius.

[a] per manifestum 8. huius.

Ex hac propositione patet & theorema quod lib. 5. collectionum mathematicorum quadragesimum primum habet Pappus: nimirum omnem sphæram æqualem esse cono, cuius basis quidem est superficies sphæræ, altitudo vero eiusdem semidiameter. Cũ enim coni in eadem altitudine sint [aa] inter se sicuti bases, conus qui toti sphæræ superficiei æqualem basim habuerit & altitudinem parem radio, quadruplus erit eius qui in eadem altitudine basim habuerit maximum sphæræ circulum. Ergo & ille æqualis erit sphæræ.

[aa] per 11 l. 12.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes autem ὧν τῷ κατεκτινῷ vtitur primo lemmate præmisso huic propositioni, non secundo, sicuti nos: ἔστωσαν (inquit) ὡς αἱ κ. ν. αἱ δὲ ι. θ. ἀναμεμιγμέναι, ὥστε τὴν ἴσην ἀλλήλοις ὑπέχειν τὴν κ. τῶν ι. θ τὴν ι. τῶν θ. ξ τὴν θ. τῶν ν. hoc autem est constituere κ. ι. θ ν. vel nostras L. O. N. M. in ratione continua Arithmetica. Ex his tandem assumit ἔχει δὲ καὶ κ. σφῖν μείζονα λόγον ἤπερ τετράπλασιον τοῦ ὃν ἔχει ὁ κ. σφῖν ι. quod sic probauit Εὐτόκιος Ασκαλίτης.

κατ. Positis L. O. N. M. in continua progressione Arithmetica [b] ὥστε τὴν ἴσην ἀλλήλοις ὑπέχειν, inueniatur [c] duabus L. O. tertia P. proportionalis tum quarta Q. [d] nempe καμπτικῶς.

L	κ.
O	ι.
N	θ.
M	ν.
p	
Q	

[b] per 1 lemma proximum.

[c] per 11. l. 6.

[d] per 12 l. 6

αποδ. Quoniam L. est ad O. vt O. ad P. quot suis partibus L. excedit O. tot suis O. superat P. Atqui partes homologæ quantitatis L. sunt [e] maiores partibus similibus secundæ O. nam L. posita est maior O. Ergo maiori quantitate L. superat O. quàm O. tertiam P. Proinde cũ excessus quo superat O. tertiam N. sit æqualis ei quo L. superat O. sequitur O. maiori excessu superare N. quam P. Ideo P. maior est ipsa N. Similiter probabitur Q. maior quarta M. Ac propterea concludetur L. ad M. [f] maiorem rationem habere quam habeat ad Q. Sed ratio L. ad Q. tripla est [g] eius quam habet eadem L. ad O. Sequitur ergo L. habere ad M. maiorem rationem quam sit tripla rationis L. ad O. vt assumit Archimedes. Sic ergo rursus stare posset propositionis demonstratio. Verum quia magis consona est geometrica ratio huic præsenti negotio, quam arithmetica progressio, vitium mihi fuit potius secundo lemmate vti quam primo. Cæterum communis versio, horum verborum ἔχει δὲ καὶ ὁ κ. &c. non meminit: ita vt relinquat demonstrationem dubiam, & prima facie periculosam. At nunc tuta est & secura.

[e] per 5. l. 5.

[f] per 8. l. 5.

[g] per 10. definit. l. 5.

ΦΑΝΕΡΟΝ Θ.

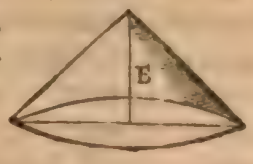
Φανερὸν ὅτι πᾶς κύλινδρος βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ, ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, ἡμιόλιός ἐστι τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ὅλη φάνεια αὐτοῦ μετὰ τῶν βάσεων, ἡμιολία τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας.

MANIFESTVM IX.

Manifestum quod omnis cylindrus basim quidem habens maximum circulum eorum qui sint in sphæra, altitudinem vero æqualem diametro sphęræ, sesquialter est sphæræ. Et superficies ipsius cum basibus etiam sesquialtera est superficiei sphæræ.

Digitized by Google

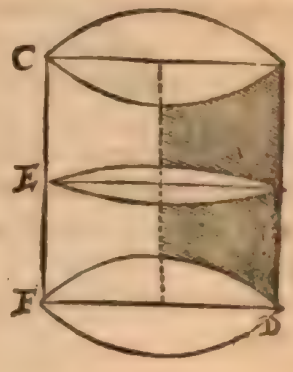
ΥΠΟΘ. Sit sphæra A. & cylindrus C. D. habeatque cylindrus bases, hoc est, basim & verticem æquales maximo qui in sphæræ A. circulo, altitudinemque æqualem toti sphæræ diametro, qui facile datur.[aa]



aa per 10. prop. lib. 1. Sphæric. Theodos.

ΣΥΜΠ. Dico cylindrum non tantũ sesquialterum esse ad sphæram: sed præterea eius superficiem cum vertice & base sesquialteram esse ad superficiem sphęræ.

ΚΑΤΑΣ. Plano basi parallelo diuidatur per mediam altitudinem cylindrus C. D. fiatque conus B basi circulo sphæræ maximo, altitudine vero radio sphæræ.



ΑΠΟΔ. Cylindrus C. D. [a] duplus est cylindri E. D. At vero cylindrus E. D. cùm eadem basim & altitudinem habeat cum cono B. triplus est ipsius B. [b] Ergo eiusdem B. sextuplus est totus conus C. D. eumque sexies complectitur. Atqui sphæra A. tantum continet quater conum B. [c] & est ipsius duntaxat quadruplus. Ergo cylindrus continet sphæram semel & ipsius præterea semissem, nempe præter sphæram duos conos B. qui dimidiũ sphæræ complent. Est proinde C. D. sphæræ A. sesquialter Rursus, cylindri C. D. tum altitudo C. F. tum F. D. diameter basis sunt æquales diametro sphæræ. Ergo inter se sunt [d] æquales, & media proportionalis inter diametrum D. F. & altitudinem F. C. alterutri erit æqualis, & item diametro sphęræ. Atqui circulus hac media proportionali tanquam radio seu interuallo descriptus quadruplus est [e] maximi qui in sphæra circuli, æqualisque superficiei sphæræ, & est [f] æqualis superficiei cylindri base & vertice exceptis. Ergo ijsdem exceptis cylindrica superficies sphæricę æquatur. Iunge vero verticem & basim seu bases, quarum quælibet circulo sphæræ maximo par est, quæque simul dimidium sphæricæ superficiei constituunt: Habebitur cylindrica superficies vertice & base completa sesquialtera sphæricæ superficiei, quod fuit probandum esse manifestum.

a per 14. lib. 12. el 3. lemma Archi. b per 10. l. 12.

c per præcedentem.

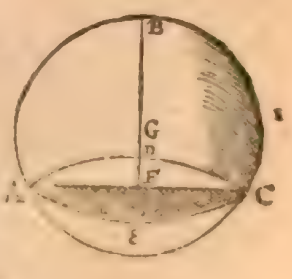
d per fabricam. e per 13. huius. f per 30. huius.

LEMMA.

Si sit in sphæra circulus, per cuius diametrum planum agatur perpendiculare ad ipsum circulum, secat hoc planum sphæram in æqualia & maximum sphæræ circulum offert.

ΥΠΟΘ. Sit sphæræ A. B. C. in qua sit circulus A. D. C. E. per cuius diametrum A. C. planum erigatur rectum ad circulum.

ΣΥΜΠ. Dico secare sphæram bifariam, & offerre nobis maximum circulum sphæræ.



ΚΑΤΑΣ. A centro F. erigatur F. B. perpendicularis. [g]

ΑΠΟΔ. transit [h] F. B. per centrum sphęræ G. Atqui in plano est erecto perpendiculari, necessario cum hæc & illud ad idem planum erigantur. Ergo planum quoque transit per centrum circuli, & ideo secat bifariam, fitque maximus sphæræ circulus.

ΑΛΛΩΣ. Planum secans bifariam circulum qui in sphæra, nempe recto per diametrum, secat per polos, ideo [l] per axem & centrum, [m] ideoque bifariam secat sphæram, & fit maximus circulus, quod fuit probandum.

g per 12. l. 11. h per 23. li. 1 Sphæric. Theod. i per 15. lib. 1. Sphæric. Theod. l per defin. axis. m per 6. eiusdē libri.

ΓΡΟΤΑ. ΑΒ.

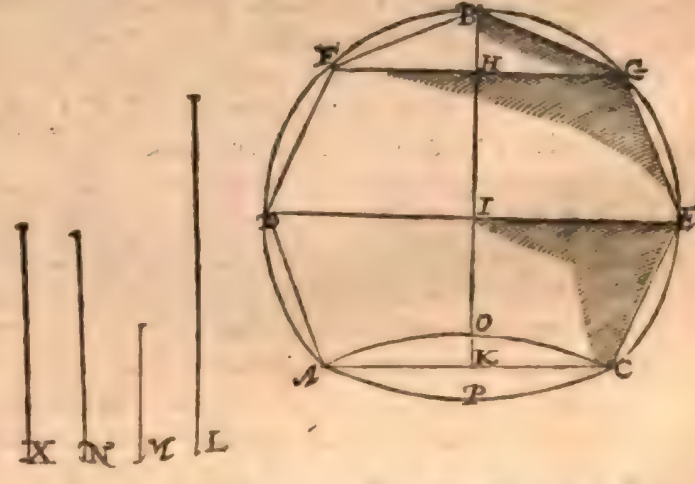
ΘΕΩΡ. ΚΖ.

Η ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος εἰς τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας, ἴσον ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴσον δύναται τῷ περιεχομένῳ ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου ἐν τῷ τμήματι τοῦ μείζονος κύκλου, καὶ τῆς ἴσης πάσαις ταῖς παραλλήλοις τῇ βάσει τοῦ τμήματος σὺν τῇ ἡμισείᾳ τῆς τοῦ διαμέτρου βάσεως.

PROP. XXXII.

THEO. XXVII.

Superficies inſcriptæ figuræ ſolidæ in portione ſphæræ, æqualis eſt circulo, cuius radius poteſt æquale comprehenſo rectangulo ſub vno latere inſcriptæ planæ figuræ in portione maximi circuli, & linea æquali omnibus parallelis baſi portionis cum ſemiſſe diametri baſis.



ΥΠΟΘ. Sit ſphæræ truncus A. B. C. cuius baſis ſit circulus A. O. C. P. per cuius diametrum A. C. actum planum porpendiculare ſecuerit [a] trũcum bifariam, circulique maximi ſphæræ portionem obtulerit A. D. B. E. C. in quo figura plana deſcribatur æquilatera longitudine & numero: [b] Tum reuoluto truncо ſuper axe B. K. intelligatur fieri intra ſphæræ truncum figura conicis ſuperficiebus contenta: [c] Sit rurſus circulus L. cuius radius ſit medius proportionalis [d] inter B. F. latus figuræ planæ, & lineam compoſitam ex F. G, D. E. latera figuræ iungentibus baſi parallelis & ſemidiametro baſis A. K.

[a] per proximum lẽma.

[b] per coroll. 1. prop. 3. huius.

[c] Ex proriſmate 1. præcedenti.

[d] per 13. l. 6

ΣΥΜΠΕ. Dico circulum L. eſſe æqualem ſuperficiei ſolidæ figuræ intra ſphæræ truncum deſcriptæ.

ΚΑΤΑΣ. Inter B. F. & F. H. medius fiat proportionalis radius circuli M. Tum inter latus F. D. ſeu B. F. & lineas H. G. ſeu F. H, D. I. medius ſit [d] ſecundum rationem radius circuli N. Denique medius etiam ſit radius circuli X. inter latus D. A. hoc eſt F. B. & lineas duas I. E. ſeu D. I. A. K.

ΑΠΟΔΕΙ. Quadratum lineæ L. æquale eſt [e] rectangulo ſub latere F. B. & linea conſtante ex F. G. D. E. & A. K. Sed huic rectangulo tria ſunt [f] æqualia, nempe primum ſub B. F, F. H. ſecundum ſub B. F. & duabus tanquam vna F. H. ſeu H. G. & D. I. tertium ſub F. B, & duabus tanquam vna D. I. ſeu I. E. & A. k. Tum his tribus æqualia ſunt [g] quadrata, primo quidem M. ſecundo N. tertio X. Ergo quadratum L. tribus quadratis M. N. X. eſt [g] æquale: Vel circulus [h] cuius radius L. æquatur tribus circulis deſcriptis ex radijs M. N. X. Atqui circulus radio M. factus æqualis eſt [i] ſuperficiei coni F. B. G. Deinde circulus N. conicæ ſuperficiei par eſt [k] comprehenſæ inter parallela plana acta per lineas F. G. D. E. Denique X. æquatur ſuperficiei conicæ inter circulos parallelos D E, A. C. hæc autem tres ſuperficies conicæ complent ſuperficiem inſcriptæ trunco figurę. Ergo circulus radio L. deſcriptus illis tribus conicis ſuperfi-

[e] per 29. l. 6

[f] per 1. l. 2.

[g] per 1. com. ſent.

[h] per 2. l. 12.

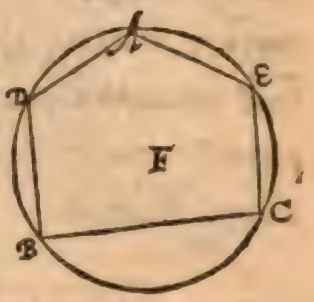
[i] per 14. huius.

[k] per 16. huius.

cibus æqualis est & ex consequenti superficiei figuræ trunco inscriptæ excepta basi, quod fuit demonstrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes in descriptione polygoni ἀρτιπλεύρου ipsum esse duntaxat iubet, non ἰσοπλεύρου aut μαρτίλεμου ὑπὸ πλαδίας. Tamen vtrumque satis subintelligitur: Et primum quidem quod æqualium laterum esse debeat, capitur ex rectangulis πὸς καθετοντας, quæ omnia in eadem esse debēt altitudine, nempe lateris vnius figuræ multangularis inscriptæ. Secundum verò, nimirum quod latera mensurentur numero quaternario, non ita statim videtur requiri ex mente Archimedis, cum ipse velit solidam figuram trunco sphæræ inscriptam & enatam ex reuolutione, contineri ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν. Etenim si quaternario numero cogimur metiri latera figuræ planæ, accidet aliquando vt non tota solida contineatur sub conicis superficiebus, sed etiam cylindricis: nempe si accidat circumferentiæ maximi sphæræ circuli, relinqui nobis ex sectione duas tertias.



Sit nobis reliqua ex sectione portio circuli maximi sphæræ B. A. C. cuius circumferentia sit $\frac{2}{3}$ totius: diuidetur primo bifariam in A.[a] tum quisque semissis B. A, A. C. bifariam[a] in D. & E, ductisque lineis B. D, D. A, A. E, E. C. figura erit quatuor laterum æqualium excepta basi. Horum dico D. B, E. C. esse parallela, ipsisque reuolutis non conicas sed cylindricas describi superficies.

[a] per 30 l. 3.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Arcus B. C. reliquus est ex hypothesi vna tertia circumferentiæ. Tum C. A. quoque vna tertia[b] eiusdem circumferentiæ. Ergo arcus B. C. & C. A. sunt æquales. Vtrique addamus æquales arcus B. D. & D. A. erunt D. B. C. & D. A. C. semicirculi æquales. Proinde angulus D. B. C. est in semicirculo erectus. [c] Atqui rursus cum arcus B. C, C. A. sint pares, vt & duo C. E. A. D. sunt æquales. Vt ergo C. E. A. D. est semicirculus, sic quoque semicirculus est B. C. E. Adhuc igitur angulus B. C. E. vt in semicirculo rectus est. [d] Sunt ergo parallela latera D. B, E. C & cylindrum describent reuoluta: quod fuit probandū Perpetua tamē & inconcussa remanet propositionis conclusio, siue solida figura conicis, siue etiam cylindricis superficiebus contineatur: quod ex scholio 23. huius apertissime conuincitur. Nihilominus ex ἀρτιπλεύρου & lateribus numero pari constantibus, etiam facillime intelligitur latera quaternario tandem mensurari numero. Nam aut circumferentia data bipartietur duntaxat, & plana fiet figura bilatera, tum solida conus perfectus: aut si bini arcus æquales rursus bipartito diuisi fuerint, quaternario numero constabunt, quo deinceps mensurabuntur latera, quæcumque bipartitio arcuum sequatur. Multiplicatio enim eorum fiet per quatuor, & erit quadrupla progressio.

[b] per fabricam.

[c] per 31. l. 3.

[d] per 28. l. 1

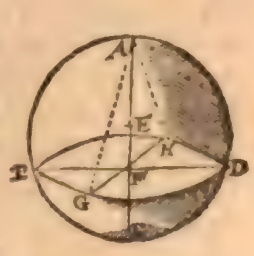
LEMMA PROBLEMATICVM.

Per punctum axis sphæræ agere planum perpendiculare ad axem, quod sphæram dirimat in duo segmenta.

ΥΠΟΘ. Sphæræ A. B. C. D. sit axis A. C. maximusque circulus A. B. C. D in quo ducatur[e] linea B. F. D. perpendicularis ad A. F. Tum à puncto F. alia perpendicularis excitetur[f] ad A F. quæ producta attingat sphæræ superficiem in punctis G. & H. Demum per puncta B. G. D. planum agatur.

[e] per 11. l. 1.

[f] per 11 l. 11.

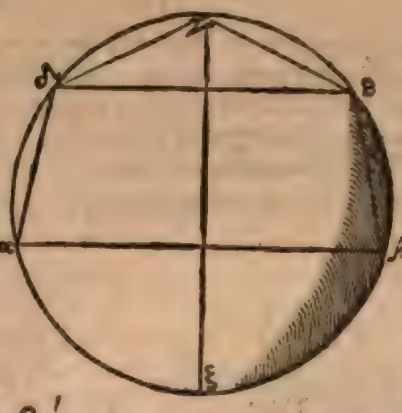


ΣΥΜΠ. Erit perpendiculare ad A. F. secabitque sphęram.

ΑΠΟΔΕΙ. Rectis lineis B. F, G. F, D. F. πρὸς ὀρθὰς est A. F. Ergo per ipsas ductum planum perpendiculare est axi A. F. secatque necessario sphæram, vt vult lemma.

ΠΟΡΙΣΜΑ

ΠΟΡΙΣΜΑ Ι.



Τετμήσθω σφαῖρα μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἐπιπέδῳ καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ α. ε. ζ. τέμνων πρὸς ὀρθὰς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον· καὶ ἐγγεγράφθω εἰς τὸ α. β. γ. ἡμικύκλιον πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε καὶ [a] ἀρτιγώνιον, χωρὶς τῆς βάσεως τῆς α. β. ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον ἐπὶ μενούσης τῆς γ. ζ. περιενεχθὲν τὸ σχῆμα, αἱ μὲν δ. ε, α. β. γωνίαι κύκλων διαθήσονται, ὧν διάμετροι αἱ δ. ε, α. β. αἱ δὲ πλευραὶ τὰ τμήματος, καὶ κωνικῆς ἐπιφανείας· καὶ ἔσται τὸ γενηθὲν σχῆμα στερεὸν ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, βάσιν μὲν ἔχον κύκλον οὗ διάμετρος ἡ α. β. κορυφὴ δὲ τὸ γ. ὁμοίως δὲ τοῖς πρότερον πλείω ἐπιφάνειαν ἐλάσσονα ἔχει, τῆς τε τμήματος ἐπιφανείας τε περιλαμβάνοντος· τὸ γὰρ αὐτὸ πέρας ἀμφοῖν ἐστὶν ἐν ἐπιπέδῳ τινὶ τμήματος, καὶ τε σχήματος ἡ περιφέρεια τε κύκλου, οὗ διάμετρος ἡ α. β. καὶ ἐπὶ τὰ αὐτὰ κοῖλαι ἀμφότεραι εἰσὶν αἱ ἐπιφάνειαι, καὶ περιλαμβάνει ἡ ἑτέρα ὑπὸ τῆς ἑτέρας.

Secetur sphæra non per centrum plano, [a] & in ipsa sit maximus circulus α. ε. ζ. dirimens ad angulos rectos [b] planum secans, & inscribatur [c] in α. β. γ. portione multangularis figura æquilatera & parium numero angulorum, [d] excepta basi α. β. Similiter vero prius vt manente γ. ζ. circumuoluatur figura anguli δ. ε. α. β. in circulos ferentur, quorum diametri sunt δ. ε, α. β. latera autem portionis secundum superficiem conicam. Sitque facta figura solida sub conicis superficiebus comprehensa, basim quidem habens circulum cuius diameter est α. β. vertex vero γ. Vt vero superius superficiem minorem habebit [e] superficie portionis comprehendentis. Idem etenim est earum terminus in plano, tàm portionis quàm figuræ, scilicet circumferentia circuli cuius diameter est α. β. & sunt in eadem partes cauæ superficies, alteráque comprehenditur sub altera.

[a] Fiat per 1. huius circulus per 1. l. 11. θεωρημάτων Theodosij.
[b] per 14. eiusdem libr.
[c] per 1. corol. 3 huius
[d] Puto ἀρτιπλεύρου potius.
[e] per 6. hypothesim huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Iubet Archimedes describi πολύγωνον ἰσόπλευρόν τε & ἀρτιγώνιον : Verum legendum censerem ἰσόπλευρόν τε & ἀρτιπλεύρου. Subiungit enim χωρὶς τῆς βάσεως. At basis non excipitur ab angulis, nec linea à superficie. Deinde figura quam describit in portione maximi circuli sphæræ, non est angulorum parium numero, sed ἀρτιγώνιον necessario polygonum est, nempe τετράγωνον, & 5. angulorum, quorum tres δ. 7. 1. sunt æquales α. & β. pares quidem inter se, at alijs collati inæquales. Numerus ergo laterum esse quidem par potest excepta basi, at non angulorum.

PROP. XXXIII.

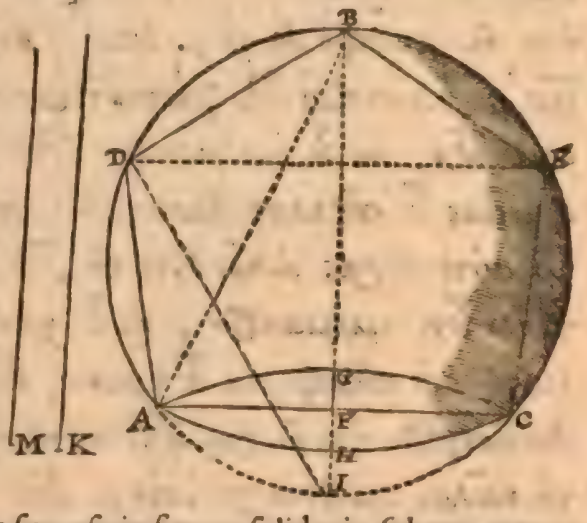
THEOR. XXVIII.

Superficies inscriptæ figuræ in portione sphærę minor est circulo, cuius radius est æqualis lineæ eductæ à vertice portionis in circumferentiam circuli qui basis est portionis.

ΠΡΟΤΑ. ΛΓ.

ΘΕΩΡ. ΚΗ.

Ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐγγεγραμμένης σχήματος εἰς τὸ τμῆμα τῆς σφαίρας, ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ κύκλου, οὗ ἡ ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος.



aa per lemma præfixũ 3. porismatis.

a Iuxta alterum medium.

b per 1. lib. 1 sphæric. Theod.

cper 13. l. 6.

dper 23. huius.

eper 8. l. 6.

fper 4. eiusdem.

gper 17. eiusdem.

hper 22. huius.

ΠΡΟΑ. Sit sphæra A. B. C. I. quæ plano secetur per A. C. aremaneatque trũcus A. B. C. quo per centrum secto, plano perpendiculari ad circulum sectionis A. G. C. I. offeratur circuli sphæræ maximi portio A. B. C. in qua figura habeatur A. D. B. E. C. æquilatera, ex cuius reuolutione tandem circa diametrum B. I. nascatur a inscripta sphæræ solida figura conicis superficiebus contenta. Habeatur tursus circulus K. cuius radius sit æqualis lineæ B. A. eductæ à vertice portionis B. ad circumferentiam circuli A. G. C. H. b qui basis est portionis.

ΣΥΜΠ. Dico circulum K. esse maiorem superficie figuræ solidæ in sphæræ trunco descriptæ.

ΚΑΤΑΣ. Reperiatur c media proportionalis inter latus D. B. & lineas D. E, A. F. simul iunctas, & huius medię interuallo describatur circulus M.

ΑΠΟΔ. Circulus M. est d æqualis superficiei figuræ solidæ in sphæræ inscriptæ. At qui circulus K. est maior circulo M. Quod sic probo. Triangulorum A. B. I. & A. B. F. latera sunt proportionalia e & vt est B. I. ad B. A. ita est B. A. ad B. F. proinde quadratum B. A. est æquale rectangulo sub B. I, B. F. f Sed rectangulum sub B. I, B. F. est maior quadrato lineæ M. (nam quadratum lineę M. est æquale rectangulo sub linea composita ex D. E, A. F. & latere D. B. g cui quoniam quatuor lineæ sunt h proportionales, quarum prima est, composita nempe ex D. E, A. F, secunda B. F.

tertia D. I. quarta D. B. est [a] æquale rectangulum sub medijs B. F, D. I. Quod quidem minus est [b] rectangulo sub B. I. B. F. quia basis B. I. maior est base D. I. & proinde rectangulum sub composita ex D. E, A. F. & latere D. B. vel quadratum lineæ M. est quoque minus rectangulo sub B. I. B. F.) Ergo quadratum lineæ B. A. scilicet radij circuli K. est quoque maius quadrato radij M. Et quia circuli sunt [c] vt quadrata earumdem linearum; circulus K. erit maior circulo M. Ideoque maior quoque superficie figuræ solidæ in sphæræ trunco descriptæ, vt vult propositio.

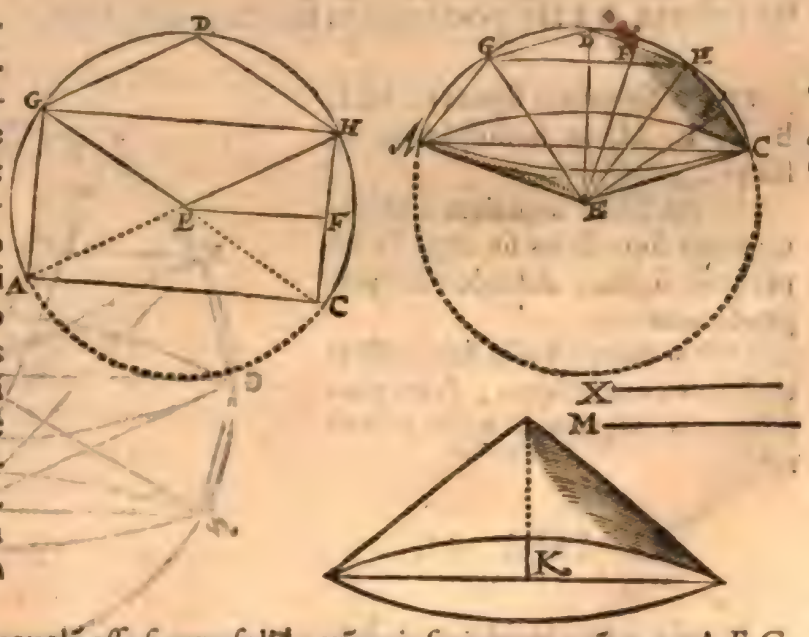
[a] per 26 l. 6
[b] per 1. l. 6
[c] per 2. l. 12.

ΠΡΟΤ. ΛΔ.
ΘΕΩΡ. ΚΘ.

Τὸ ἐγγεγραμμένον χῆμα ἐν τῷ τμήματι ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, σὺν τῷ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν τὴν αὐτὴν ἔχοντι τῷ χήματι, κορυφὴν δὲ τὸ κέντρον τῆς σφαίρας, ἴσον ἐστὶ τῷ κώνῳ τῷ βάσιν ἔχοντι ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ χήματος, ὕψος δὲ τὴν ἀπὸ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας ἐπὶ μίαν πλευρὰν τοῦ πολυγώνου καθήκουσαν.

PROP. XXXIIII.
THEO. XXIX.

Figura solida inscripta in portione sub conicis superficiebus contenta, vnà cum cono, basim quidem eandem habenti quam figura, verticem vero centrum sphæræ, æquale est cono basim habenti æqualem superficiei figuræ, altitudinem vero perpendiculari ductæ à centro sphæræ in vnum ex figuræ lateribus.



[d] per hanc 3. [e] per 32. huius.

ΥΠΟΘ. Inscripta intelligatur figura A. G. D. H. C. solida in trunco sphæræ, vt superius: [d] sitque conus K. cuius basis sit æqualis, superficiei figuræ solidæ, altitudo vero æqualis perpendiculari E. F. eductæ à centro sphæræ E. in H. C. latus planę figuræ, portioni maximi circuli sphæræ inscriptæ. Demum intelligatur conus A. C. E. basim habens circulũ seu basim sectionis, verticem vero in centro sphęræ.

ΣΥΜΠΕ. Dico conũ K. æqualẽ esse figuræ solidæ trũco inscriptę, vna cũ cono A. E. C.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur lineæ iungentes angulos figuræ planæ G. H. A. C. & intelligãtur plana per eas educta, quæ circulos constituant: Tum lineæ G. E, H. E. referant nobis latera coni habẽtis basim circulum cuius diameter G. H. Et rhombo G. E. H. D. fiat [f] æqualis conus X. scilicet si habuerit basim æqualem superficiei coni G. D. H. altitudinem vero perpendicularem E. F. Tum conus M. ponatur [g] itidem æqualis reliquo rhombi G. A. E. C. H. scilicet si conus M. basim habuerit parem superficiei conicæ figuræ solidæ, contentæ intra parallela plana, acta per lineas G. H. A. C. & altitudinem æqualem quoque perpendiculari E. F.

[f] per 18. huius.
[g] per 20 huius.

ΑΠΟΔΕΙ. His duobus conis X. & M æqualis est [h] conus K. nam eius basis est æqualis superficiei toti figuræ solidæ inscriptæ trunco, & ideo basibus amborum, tum altitudine est æquali eorumdem fastigio. Ergo vt ipsi sunt æquales & figuræ solidę & cono A. E. C. eisdé figuræ solidæ & cono A. E. C. æquatur conus K. quod fuit probandũ.

[h] per 11.

COROLLARIVM

Hinc patet conum qui basim habuerit æqualem superficiei portionis, altitudinem verò parem radio sphæræ, maiorẽ esse inscripta figura portioni cum cono A.E.C. Nam & basis [a] & altitudo maiores erunt basi & altitudine coni K. Et proinde maior erit hic conus illo K.

[a] per 3. porisma huius
[b] per 9. comm. sent.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes theorema vniuersaliter proponit, neque distinguit τμῆμα τὸ ἔλαττον ἢ τὸ τμῆμα τὸ μεῖζον: portionem demum simpliciter dicit. Cum tamen propositio sit vera de sola portione sphæræ hemicyclio minori: vt ex figura patet, in qua sphæræ truncus sumitur continens in se sphæræ centrũ. Itaque vt etiam solidæ figuræ in sphæræ portione maiori hemisphærio conum æqualem habeamus, proponimus hæc lemmata.

LEMMA I.

Figura solida in sphæræ portione hemisphærio æquali inscripta, conicisque superficiebus contenta, æqualis est cono basim habenti æqualem superficiei figuræ; altitudinem vero æqualem perpendiculari excidenti à centro sphæræ, & basis portionis in figuræ planę latus.

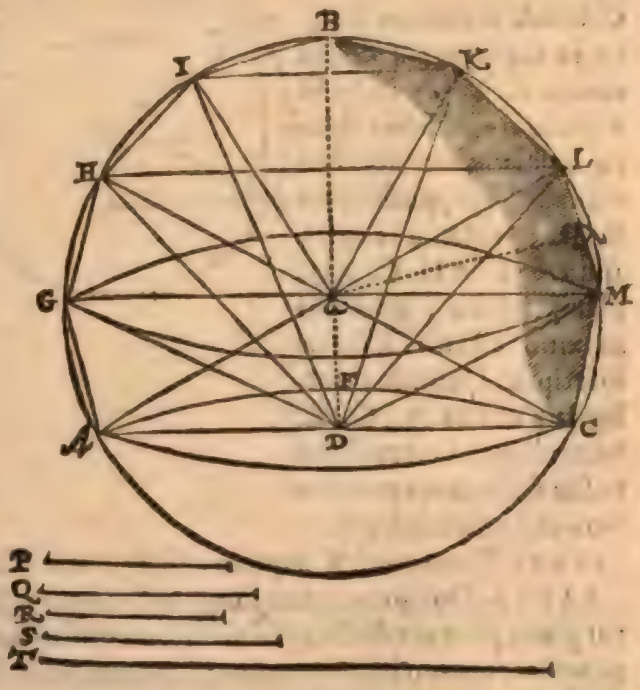
ΥΠΟΘ. Sit primo figura G. H. I. B. K. L. M. in hemisphærio inscripta. [a]

[a] ex praef. 3. porism. huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico æqualem esse cono, cuius superficies sit æqualis superficiei figuræ, altitudo vero perpendiculari [a].

[a] 5.

ΑΠΟΔ. Non est alia demonstratio huius conclusionis, quàm propositionis vigesimæ quintæ huius.



LEMMA II.

Figura item solida in sphæræ portione hemisphærio maiore descripta, & enata ex reuolutione planæ æquilaterę-que figuræ, ac laterum quaternario dimensorum, demum ita in portione circuli sphæræ maximi descriptæ, vt diameter circuli coniungat duos figuræ ipsius planæ angulos, æqualis est duobus conis, quorum primus habeat basim parem superficiei ipsius solidæ figuræ, altitudinem vero æqualem perpendiculari ductæ à centro basis in figura planæ latus: secundus verò qui basim habeat basim portionis, verticem vero in centro sphæræ.

ΥΠΟΘ. Sit figura plana A. G. H. I. B. K. L. M. C. in circuli sphæræ maximi portione A. B. C. descripta, [a] ita vt sit æquilatera, & numerus laterum ipsius quaternario mensuretur: tum etiam diameter dicti circuli maximi G. M. duos ipsius figuræ coniungat angulos oppositos. Reuoluatur vt iubet τὸ εἰσμα tertium, & enascatur figura solida in sphæra descripta.

[a] per 2. coroll. 3. huius.

ΣΥΜΠ. Dico solidam illam figuram æqualem esse primùm cono qui basim habeat æqualem superficiei figuræ solidæ, altitudinem vero perpendicularem ω. λ. & alteri cono A. ω. C. basim habenti eandem quam portio solida & verticem centrum sphæræ.

ΚΑΤΑΣ. Rhombo I. B. K. ω. fiat [b] æqualis conus P. Tum residuo rhombi I. H. ω. L. K. [c] æqualis conus Q. adhuc residuo [d] coni H. G. M. L. par conus R. Ex coni demum trunco G. A. C. M. auferatur conus A. ω. C. Et fiat residuo [d] coni G. A. ω. C. M. æqualis conus S. Denique habeat conus T. basim æqualem toti superficiei figuræ solidæ, & altitudinem æqualem perpendiculari ω. λ.

[b] per 18. huius. [c] per 20. huius. [d] per 19. huius.

ΑΠΟΔ. Conus P. basim habet [b] æqualem superficiei coni I. B. K. tum conus Q. [c] basim parem superficiei residui coni I. H. L. K. adhuc conus R. [d] basim æqualem superficiei coni H. G. M. L. demum coni [d] S. basis æqua est superficiei residui G. A. C. M. Atqui basis coni T. [f] est æqualis toti superficiei figuræ solidæ. Ergo par quoque est basibus conorum quatuor P. Q. R. S. Est vero omnium vna altitudo. Ergo se habent sicuti bases, [g] & conus propterea T. est æqualis quatuor illis. Si proinde iunxeris A. ω. C. cono T. quantitatem habueris toti solidæ figuræ parem, quod vult lemma.

[e] per 32. huius. [f] per fabricam. [g] per 11. l. 12.

LEMMA III.

Figura solida in sphæræ portione hemisphærio maiore descripta conica simul ac cylindrica superficiebus contenta, æqualis est septuplo coni qui basim habeat, eandem quàm figura, verticem vero centrum sphæræ.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sphęrę sit cuiuspiam maximi circuli portio A. D. B. E. C. cuius arcus sit totius circumferentiæ subsesquialtera, seu duæ tertię: Et diuidatur hic arcus in 4. partes æquales, quarum fuerit quælibet vna circumferentię sexta. Ducantur lineę subtendentes A. D, D. B, B. E, E. C. hexagoni nempe latera, quorum duo opposita D. A. & E. C. sint [h] parallelæ. Demum super B. I. diametro intelligatur reuolui tota plana figura portioni circuli inscripta vna cum ipsa portione, vt gignatur [i] figura solida in sphæra conica & cylindrica superficiebus contenta.

[h] per schol. 32. huius. [i] per 3. def. eiusd.

ΣΥΜΠ. Dico totam figuram solidam æqualem esse septuplo coni A. F. C.

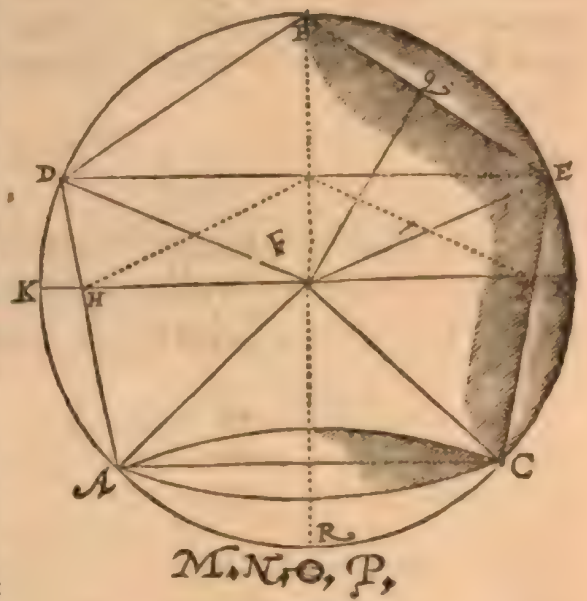
ΚΑΤΑΣ. Ducantur lineę D. E. & G. F. H. parallela [l] ipsi A. C. Tum per lineas D. E. G. H. agantur plana, figuram secantia æquidistanter [m] inter se & perpendiculariter axi B. I.

[l] per 17. l. 3. [m] per coroll. 15. l. 11. & per coroll. 14. eiusdem. [n] Vt ostendimus schol. 32. huius. [o] per 29. l. 1 [p] per 3. l. 3. [q] per 34. l. 1 [r] per 13. l. 12. [s] per 11. l. 12 [t] per 10. l. 12

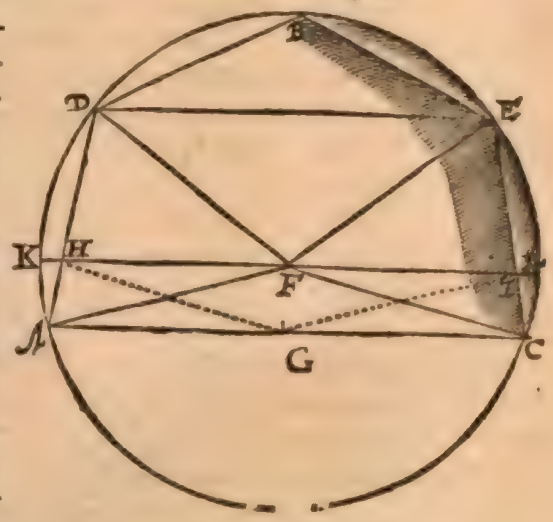
ΑΠΟΔ. Quoniam anguli D. A. C. & A. C. E. sunt [n] recti, sequitur rectos quoque esse A. G. H. & G. H. C. [o] & proinde æquales esse lineas [p] A. G, G. D. tum E. H, H. C. Ergo remanent quoque æquales A. C, G. H, D. E. Et demum rectangula esse [q] G. E. & G. E. & G. C. cylindri ergo nati ex ipsis sunt [r] æquales. Atqui latera F. E, F. D, F. A. F. C, E. B. & B. D. sunt æqualia. Tres itaque coni D. B. F, D. F. E, A. F. C. sunt [s] æquales. Cum inde altitudines F. L. F. M, M. B. pateant æquales, bases quoque A. C. D. E. pares. Atqui residuum ex cylindro G. H. E. D. duobus rursus conis est [t] æquale, quorum quilibet sit æqualis cono D. F. E. vel A. F. C. Idem est de residuo ex cylindro A. C. H. G. Proinde duo residua æquantur quatuor conis singulis æqualibus vni A. F. C. Ergo tota figura solida septem conis æquatur, quorum quilibet est æquale vni A. F. C.

ΛΗΜΜΑ Δ.

Figura ſolida in ſphæræ portione hemiſphærio maiori deſcripta, & nata ex reuolutione figuræ planæ in circuli ſphæræ maximi portione ita inſcripta vt diameter ſphæræ vel circuli maximi incidat in latera oppoſita ad angulos obliquos, æqualis eſt tùm cono qui baſim habeat parem ſuperficiei figuræ, & altitudinem æqualem perpendiculari à centro ſphæræ demiſſæ in planæ figuræ latus, tum alij cono qui baſim habeat baſim figuræ ſolidæ, verticem vero centrum ſphæræ: ſi tamen demeris differentiam coni ad baſim trunci qui fit prope centrum à cono ad verticem, qui fit ſuper circulo tanquam baſi, cuius eſt diameter pars diametri ſphæræ.



M. N. O. P.



ΠΡΟΘ. Sit A.B.C. portio maximi ſphæræ circuli, in qua figura plana deſcribatur [a] æquilatera, & latera ipſius menſurentur quaternario. Coniungat D.E. duos ipſius angulos pararallela [b] baſi A. C. Per centrum vero circuli F. agatur diameter K. L. [c] parallela baſi A. C. qui ſecet oppoſita figuræ latera oblique, in punctis H. & I. Reuoluatur iam figura hæc vna cum portione circuli circa diametrum B. R. ita vt fiat [c] intra ſphæram ſolida figura conicis ſuperficiebus contenta.

[a] Ex praſc. 3. porism.

[b] per lemma 2. ad 12. huius.

[c] per 31. d. 1.

ΣΥΜΠ. Dico portionem ſolidam æqualem eſſe duobus conis, quorum primus habeat baſim æqualem ſuperficiei figuræ, altitudinem vero perpendicularem F. Q. à centro ſphæræ demiſſam in figuræ planæ latus: ſecundus vero baſi conſtituatur eadem qua figura ſolida, verticem vero habeat in centro ſphæræ, excepta tamen differentia qua conus ad baſim D.F.E. vel A. F. C. ſuperat conum ad verticem H.G.I.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [d] M. conus æqualis rhombo B. D. F. E. Tum conus N. æqualis [e] reſiduo D. H. G. G. I. E. quod ſupereſt ex trunco coni D. H. I. E. poſtquàm conus H. G. I. ab ipſo trunco fuerit auulſus. Demum reſiduo coni H. A. F. C. I. fiat [e] conus O. æqualis. Ac tandem conus P. baſim habeat [f] æqualem ſuperficiei figuræ ſolidæ, altitudinem vero F. Q. quam habent [g] & cæteri coni M. N. O.

[d] per 18. huius.

[e] per 19. huius.

[f] per 32. huius.

[g] per prius citatas 18. & 19. huius.

ΑΠΟΔ. Conus P. eſt [h] æqualis conis M. N. O. quia baſim habet æqualem baſibus eorũ, & eſt in eadẽ communiq; cũ ipſis altitudine, hoc eſt rhõbo B. D. F. E. & duobus reſiduis D. H, G. I. E. & H. A. F. C. I. Atqui conus N. ſeu reſiduũ D. H. G. I. E. ſuperat reſiduũ H. D. F. E. I. quod remanet ſublato rhõbo B. D. F. E. quantitate qua conus

[h] per 21. d. 11.

ad basim D.F.E. superat conum ad verticem H.G.I. Ergo conus P. maior est rhombo B.D, F.E, & duobus residuis H.D, F.E.I, & H.A, F.C.I. hoc est solida figura excepto cono A.E C. eadem quantitate coni ad basim supra conum ad verticem. Ergo si demeris hanc quantitatem à cono P. erit solida figura æqualis duobus conis, scilicet cono P.& cono A.F.C. vt vult lemma. Cæterum, hoc intelligitur de figura in qua latera figuræ planæ incidunt in diametrum sphæræ ad angulos obtusos, vt in primo schemate accidit. Nam si contingat vt in eum incidant ad angulos acutos, vt in schemate secundo, tollitur differentia anguli H.G. I. supra angulum A.F.C. Ita vt primùm differentes anguli respiciant verticem figuræ, secundò verò respiciant basim.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc pacto reperiemus conum æqualem cuilibet solidæ figuræ in sphæræ portione descriptæ eo modo quo hucvsque dictum est, siue portio excedat hemisphærium, siue excedatur ab hemisphærio.

ΠΟΡΙΣΜΑ Δ.

Ἐστω σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος ὁ α. β. γ. καὶ τετμήσθω ἐλάσσων ἡμικυκλίου, ὁ ἀποτέμνει ἡ α. β. καὶ κέντρον τὸ δ. καὶ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ δ. ἐπὶ τὰς α. β. ἐπεζεύχθωσαν αἱ α. δ, δ. β. καὶ περὶ ἃ γραμμὴν τὰ σημεῖα περιγεγράφθω πολύγωνον, καὶ περὶ αὐτὸ κύκλος. Ἐξει δὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ α. β. γ. κύκλῳ. Ἐὰν δὴ μενούσης τῆς ε. κ. περιενεχθὲν τὸ πολύγωνον εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν ἀποκατασταθῇ, ὁ περιγεγραμμένος κύκλος κατὰ ἐπιφανείας οἰσθήσεται σφαίρας· καὶ αἱ γωνίαι τοῦ πολυγώνου κύκλους γράψουσιν, ὧν αἱ διάμετροι ἐπιζευγνύουσιν τὰς γωνίας τοῦ πολυγώνου, ἅπερ παράλληλοι τῇ α. β. τὰ δὲ σημεῖα καθ' ἃ ἅπτονται τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, αἱ τοῦ πολυγώνου πλευ-

PORISMA IIII.

Sit sphæra & in ea maximus circulus a. β. γ. & ab ea secetur minus semicirculo quod secet a. β. Centrum sit δ. & à centro δ. in lineam a.β. iungantur lineæ a.δ, δ.β. & circa factam portionem describatur [a] figura multangularis, & circa ipsam circulus. Habebit vtique idem centrum cum circulo a.β.γ. Si ergo manente ε.κ. circumuoluatur multangularis figura, quousque redeat in eundem locum, circumscriptus circulus secundum sphæræ superficiem feretur. Et anguli figuræ planæ circulos describent, quorum diametri iungunt angulos multangularis figuræ existentes paralleli lineæ a.β. Puncta verò quibus tãgũt minorem circulũ, multangularis figurę

[a] per 12. vel 3. huius.

latera, circulos describunt in minori sphæra, quorum diametri sunt lineæ coniungentes contactus, parallelæ existentes lineæ α. β. At verò latera secundum conicas superficies feruntur. Et erit circumscripta figura solida conicis superficiebus contenta, cuius basis est circulus circa lineam ζ. η. Superficies verò dictæ solidæ figuræ maior est superficie minoris portionis, cuius basis est circulus qui circa lineam α. β. est. Agantur enim tangentes lineæ α. μ. β. ν. Secundum conicam ergo superficiem feruntur & solida figura facta sub plana α. μ θ. ε. ν. β. maiorem habebit [a] superficiem quàm sphęræ portio, cuius basis est circulus circa diametrum α. β. Limitem enim in vno plano eodemque habent, nempè circulum circa diametrum α. β. & circumuoluitur portio à solida figura. Altera autem facta sub lineis ζ. μ. η. ν. superficies coni maior est facta sub lineis μ. α. ν. β. Nam linea ζ. μ. maior [b] est quàm μ. α. angulum enim rectum subtendit: Linea verò ν. η. quàm linea ν. β. Cùm verò hoc sit: maior est superficies superficie. Hæc enim demonstrata sunt in Lemmatibus. Manifestum igitur est, quòd & circumscriptæ solidæ figuræ superficies maior est portionis superficiei minoris sphæræ.

[a] per 6. hypot. huius.

[b] per 47. et 19. 1.

ραὶ, κύκλους γράφουσιν ἐπὶ τῆς ἐλάσσονος σφαίρας, ὧν διάμετροι ἔσονται αἱ ἐπιζευγνύουσαι τὰς ἁφάς, παράλληλοι οὖσαι τῇ α. β. αἱ δὲ πλευραὶ κατὰ κωνικῶν ἐπιφανειῶν οἰσθήσονται, ἔσται τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ὑπὸ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενον, ἧς βάσις ὁ περὶ τὴν ζ. η. κύκλος. ἡ δὲ τοῦ εἰρημένου σχήματος ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἐπιφανείας, οὗ βάσις ὁ περὶ τὴν α. β. κύκλος. ἤχθωσαν γὰρ ἐφαπτόμεναι αἱ α. μ. β. ν. κατὰ κωνικὴν ἄρα ἐπιφανείας οἰσθήσονται, καὶ τὸ σχῆμα τὸ γραφὲν ὑπὸ τοῦ πολυγώνου τοῦ α. μ. θ. ε. ν. β. μείζονα ἕξει [a] τὴν ἐπιφάνειαν τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας, οὗ βάσις ὁ περὶ διάμετρον τὴν α. β. κύκλος. Πέρας γὰρ ἐνὶ ἐπιπέδῳ τῷ αὐτῷ ἔχουσιν ἑκάτερα περὶ διάμετρον τὴν α. β. κύκλον. Καὶ περιλαμβάνεται τὸ μὲν ὑπὸ τοῦ σχήματος. ἀλλὰ γεγραμμένη ὑπὸ τὴν ζ. μ. η. ν. ἐπιφάνεια κώνου, μείζων ἐστὶ τῆς γεγραμμένης ὑπὸ τὴν μ. α. ν. β. ἡ μὲν γὰρ ζ. μ. τῆς μ α. μείζων [b] ἐστίν. ὑπὸ γὰρ ὀρθὴν ὑποτείνει. ἡ δὲ ν. η. τῆς ν. β. ὅταν δὲ τοῦτο ᾖ, μείζων γίνεται ἡ ἐπιφάνεια τῆς ἐπιφανείας. ταῦτα γὰρ δέδεικται ἐν τοῖς λήμμασιν. Δῆλον οὖν ὅτι καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ τμήματος ἐπιφανείας τῆς ἐλάσσονος σφαίρας.

ΦΑΝΕΡΟΝ Δ.

Καὶ φανερὸν, ὅτι ἡ ἐπιφάνεια τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος περὶ τὸ μείζονα τμῆμα, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου δυνάμει τὸ περιεχόμενον ὑπό τε μιᾶς πλευρᾶς τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς ἁπτομένης πασῶν τῶν γωνίας τοῦ πολυγώνου, καὶ τῆς ἐπὶ ἡμισείας τῆς βάσεως τοῦ εἰρημένου πολυγώνου. ἐγγεγραμμένον γὰρ σχῆμα, ἐγγεγραμμένον ἐστὶν εἰς τὸ ἡμισφαίριον μείζονος σφαίρας. τοῦτο δὲ δῆλον διὰ τὸ προγεγραμμένον.

Hoc manifestum patet per 32. huius.

MANIFESTVM IIII.

Et patet quod superficies descriptæ figuræ solidæ circa segmentum æqualis est[a] circulo, cuius radius potest rectangulum comprehensum sub vno latere figuræ planæ, & omnibus iungentibus angulos figuræ planæ, & adhuc dimidia base dictæ planæ figuræ. Inscripta solida figura inscripta est in portione maioris sphæræ. Hoc verò manifestum per hoc quod prius scriptum est.

[a] per 32. huius.

ΠΡΟΤΑ. ΛΕ.

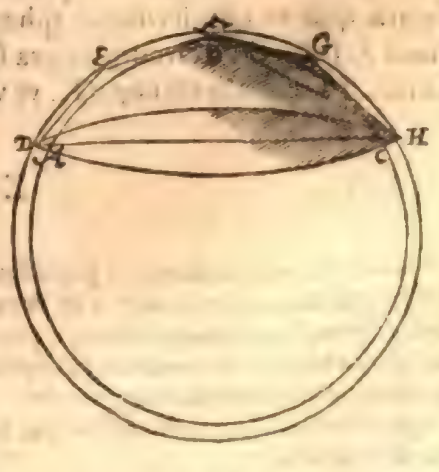
ΘΕΩΡ. Λ.

Τοῦ προγεγραμμένου σχήματος τῷ τμεῖ ἡ ἐπιφάνεια μείζων ἐστὶ κύκλου, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ ἡμικύκλου ἀγομένῃ ἐπὶ τὴν περιφέρειαν τοῦ κύκλου, ὃς ἐστὶ βάσις τοῦ ἡμικύκλου.

PROPO. XXXV.

THEO. XXX.

Figuræ solidæ circa sphæræ portionem conscriptæ superficies maior est circulo, cuius radius æqualis est lineæ ductæ à vertice portionis in circumferentiam circuli, qui basis est portionis.



ΑΠΟΔΕΙΞ. Sit maximi sphæræ circuli portio A. B. C. circa quàm figura plana D. E. F. G H. describatur[b] æquilatera, laterumque quaternario dimensorum. Reuoluatur & portio circuli, & figura ita ut extra sphæræ portionem figura solida conscribatur ex proximi porismatis præscripto. Sit demum linea F.H. ducta à vertice figuræ in circumferentiam circuli, qui basis est figuræ solidæ.

[b] per 1. corol. 3. huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico superficiem figuræ solidæ circa portionem conscriptæ maiorem esse circulo, cuius radius erit æqualis lineæ F.H.

ΚΑΤΑΣ. Eodem centro circa figuram planam circulus describatur[c], iterataque toties reuolutione fiat vt iam solida figura sphæræ portioni inscribatur, cuius circumferentiam tangant puncta F.H.

[c] per lemma præfinitum 2. porismatis. & 3. corol. ipsius.

a per 33. huius. ΑΠΟΔΕΙ. Figuræ inscriptæ extimæ portioni sphæræ est[a] minor circulo, cuius radius erit F.H. Atqui eadem illa est figura solida quæ circa intimam sphæræ portionem conscribitur. Ergo conscriptæ circa sphæræ portionem figuræ solidæ superficies minor est circulo cuius radius erit F.H. quod vult Propositio.

PROPO. XXXVI.

THEO. XXXI.

Fit verò & circumscripta solida figura circa portionem cum cono, cuius basis est circulus circa diametrum κ. λ. vertex verò centrum æqualis est cono, cuius basis quidem æqualis est superficiei figuræ, altitudo verò lineæ à centro in latus perpendiculari ductæ, quæ vtique æqualis est radio sphæræ.

ΠΡΟΤΑ. Λς.

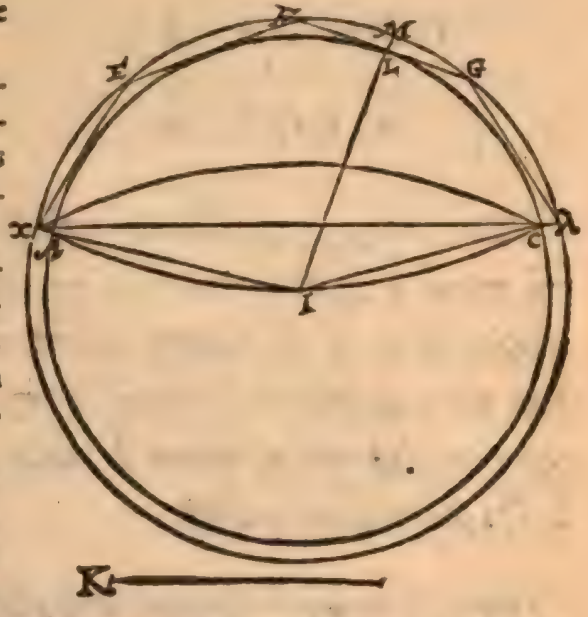
ΘΕΩΡ. ΛΑ.

Γίνεται δὴ καὶ τὸ περιγεγραμμένον σχῆμα περὶ Ⓦ τομέα σεὶ τῷ κώνῳ, ἕ ἡ μὲν βάσις ὁ περὶ μέτρον κ. λ. κύκλος, κορυφὴ δὲ τὸ κέντρον, ἴσον κώνῳ, ἕ ἡ μὲν βάσις ἴση ὑπάρχει τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σχήματος Ⓦ, ὕψος δὲ τῇ ἀπὸ τοῦ κέντρου ἐπὶ τὴν πλευρὰν καθήκουσα ἠγμένη, ἡ δὲ ἴση ὑπάρχει τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ΠΡΟΘ. Repetatur eadem figura quæ fuit superiori propositione.

b per 12. l. 1. ΚΑΤΑΣ. A centro sphæræ I. agatur[b] perpendicularis I.L. in latus F.G. figuræ planæ. Et fiat[c] conus K. æqualem habens basim superficiei figuræ solidæ, altitudinem verò perpendiculari I.L.

c per manifestum 4. huius. ΣΥΜΠΕΡ. Dico conum K. æqualem esse, & solidæ figuræ κ.E.F.G.λ. circumscriptæ circa sphæram A.L.C. & cono κ.I.λ. verticem habens in centro sphæræ, basim verò circulum qui diametro κ.λ. describitur est.



ΑΠΟΔ. Figuræ κ.E.F.G.λ. inscriptæ intra sphæræ portionem κ.E.λ. cum cono κ.I.λ. æqualis est[d] conus K. Atqui eadem est figuræ quæ circumscribitur sphæræ portioni A.L.C. Ergo circumscripta figura circa sphæræ minoris portionem A.L.C. cum cono κ.I.λ. æqualis est cono K. vt vult propositio.

d per 34. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Maiori demonstratione vti potuissemus tàm in præcedenti quàm in hac præsenti propositione: sed quæ tota tamen repetatur ex 33. & 34. huius. Proinde nolui insulsa & ingrata repetitione lectorem onerare. Cæterum quæcumque probauimus lemmatibus proximis de figuris solidis in portione sphæræ hemisphærio maiori inscriptis, intelliguntur eodem argumento de circumscriptis, nec è re est quod in his diutiùs immoremur.

Quæ etenim circumscriptæ dicuntur figuræ, eædem & inscriptæ censentur maioribus sphæris, sine sui vlla mutatione.

COROLL. I.

Conus itaque qui basim habet æqualem superficiei portionis κ.F.λ. & altitudinem I.L. maior est [a] circumscripta figura proposita, cum cono κ.I.λ. quia portionis superficies maior est [b] superficie figuræ. Tum hoc cono adhuc maior est [c] conus qui basim quidem haberet eandem, scilicet circulum æqualem superficiei portionis, & altitudinem totam diametrum I.M. maiorem [d] perpendiculari I.L. Ac ideò tandem hic vltimus conus multo maior est circumscripta figura dicta cum cono κ.I.λ.

[a] per 1 lemma Archi. & 11. d. 12.
[b] per 4. porisma huius.
[c] per 2 lemma Arch. & 14. d. 12.
[d] per 2. d. 3.

COROLL. II.

At conus qui basim habet æqualem superficiei portionis A. B. C. altitudinem verò eandem perpendicularem I. L. minor est [e] circumscripta figura cum cono A. I. C. quia minorem habet [f] basim cono K.

[e] per 11. d. 12.
[f] per porisma. 4.

ΦΑΝΕΡΟΝ I.

Εστω πάλιν σφαῖρα, καὶ ἐν αὐτῇ μέγιστος κύκλος, καὶ τμῆμα ἐλάσσον ἡμικυκλίου τὸ α.β.γ. καὶ κέντρον τὸ δ. καὶ εἰς τὸ α.β.γ. τμῆμα ἐγγεγράφθω πολύγωνον ἰσόπλευρον, καὶ τούτῳ ὅμοιον περιγεγράφθω, καὶ παράλληλοι ἔστωσαν αἱ πλευραὶ ταῖς πλευραῖς. Καὶ κύκλος περιγεγράφθω περὶ τὸ περιγεγραμμένον πολύγωνον, ὁμοίως τοῖς πρότερον μενούσης τῆς η.β. περιενεχθέντες οἱ κύκλοι ποιείτωσαν σχήματα ἐκ κωνικῶν ἐπιφανειῶν περιεχόμενα. Δεικτέον ὅτι ἡ τοῦ περιγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐγγεγραμμένου σχήματος ἐπιφάνειαν διπλασίονα λόγον ἔχει ἢ πλευρὰ ἡ τοῦ περιγεγραμμένου πολυγώνου πρὸς τὴν πλευρὰν τοῦ ἐγγεγραμμένου πολυγώνου. τὸ δὲ σχῆμα σὺν τῷ κώνῳ τριπλασίονα λόγον ἔχει τοῦ αὐτοῦ.

MANIFESTVM X.

Sit rursus sphæra, & in ipsa maximus circulus, & portio minor semicirculo α. β. γ. & centrum sit δ. Et in ipsa α. β. γ. portione inscribatur [g] figura plana parilatera, & ipsi similis [g] circumscribatur, & parallela [g] sint latera lateribus. Et circulus conscribatur [h] circa circumscriptam figuram, & pariter vt superiùs manente diametro η. β. reuolutisque circulis fiant [i] solidæ figuræ sub conicis superficiebus comprehensæ. Ostendendum quòd circumscriptæ figuræ solidæ superficies ad inscriptæ solidæ figuræ superficiem, duplicatam rationem habet, quam latus circumscriptæ figuræ planè habet ad latus inscriptę figuræ planæ. At verò figura solida cum cono, triplicatam habet eiusdem rationem.

[g] per tertiã huius addita quæ ipsi corollaria.
[h] per corol. lemmatis præfixi secundo porisi. huius.
[i] per 3. & 4 porism. ea.

a per 13. l. 6.

b per 32. huius.

c per manifest. 4. huius.

d per 34. huius.

e per 36. huius.

f per coroll. lemmatis 2. prafixi 29. huius.

g per lemma 2. prafixum eidem 29. huius.

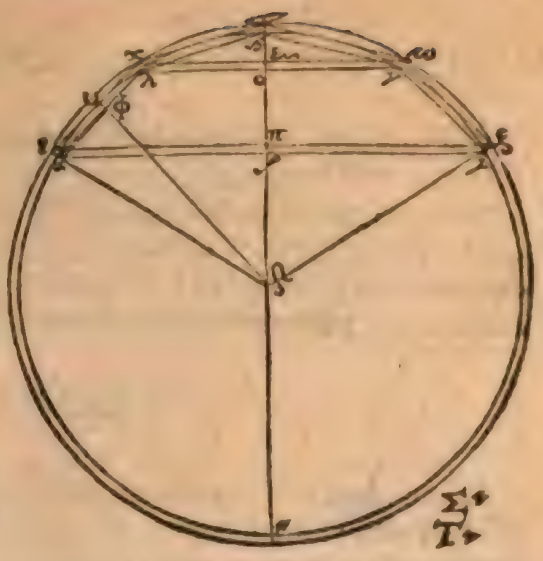
h per 2. l. 12.

i per coroll. 2. prop 3. huius.

l per 24. definit. l. 11.

m per 12. l. 12.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [a] radius circuli Σ. medius proportionalis inter latus α.λ. & lineam conflatam ex λ.ν, & α.ρ. vt sit [b] æqualis circulus superficiei inscriptæ solidæ figuræ in portione sphæræ. Similiter fiat [a] radius circuli Τ. medius proportionalis inter latus ι.κ. & lineas κ.μ, ι.τ. vt sit [c] rursus æqualis circulus Τ. superficiei circumscriptæ figuræ, tandem his duobus circulis vt basibus constituantur duo coni, quorum conus Σ. altus sit perpendiculari δ.υ. alter verò Τ. perpendiculari δ.φ. vt sit ille [d] æqualis solidæ circumscriptæ figuræ, hic [e], inscriptæ, scilicet cum conis ι.δ.ζ. & α.δ.γ.



ΑΠΟΔ. Lineæ κ.μ, ι.τ. sunt [f] ad lineas λ.ν, α.ρ. vt latus ι.κ. ad latus α.λ. Ergo radius circuli Σ. est [g] ad radium circuli Τ. vt ι.κ. ad α.λ. Atqui circulus est [h] ad circulum: hoc est superficies conscriptæ figuræ ad superficiem inscriptæ in ratione duplicata radij ad radium, seu diametri ad diametrum. Ergo in ratione quoque duplicata lateris ι.κ. ad latus α.λ. Rursus δ.υ. est ad [i] δ.φ. vt ι.κ. ad α.λ. hoc est vt radius circuli basis Σ. ad radium circuli basis Τ. Proinde coni [l] sunt similes. Et ideò in triplicata sunt [m] ratione radiorum qui in basibus seu ι.κ. ad α.λ. Atqui figuræ cum conis ι.δ.ζ. & α.δ.γ. sunt æquales conis Σ.Τ. Ergo figura solida circumscripta cum cono ι.δ.ζ. est ad inscriptam cum cono α.δ.γ. in ratione triplicata lateris ι.κ. ad latus α.λ. vt vult ἡ φανερόν.

PROPO. XXXVI.

THEO. XXXI.

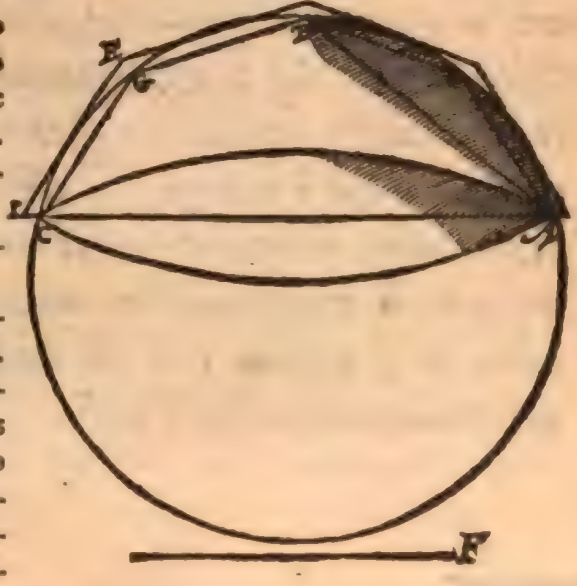
Cuiuscumque portionis sphæræ minoris semicirculo superficies, æqualis est circulo cuius radius æqualis est lineæ à vertice portionis in periferiam ductæ circuli, qui basis est portionis sphæræ.

ΠΡΟΤΑ. ΛΖ.

ΘΕΩΡ. ΛΑ.

Παντὸς τμήματος σφαίρας ἐλάσσονος ἡμισφαιρίου ἡ ἐπιφάνεια, ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ μὲν τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος τῆς σφαίρας.

ΥΠΟΘ. Sit sphæræ portio hemisphærio minor A. B. C. cuius vertex B. basis verò circulus circa diametrum C. A. A vertice B. in circumferentiam basis ducta sit B.A. qua tanquam radio circulus describatur F.



ΣΥΜΠ. Dico portionis huius sphæræ superficiem æqualem esse circulo F.

ΚΑΤΑΣ. Etenim si illi superficiei, circulus F. non æquatur, minor erit aut maior. Et primò ponatur circulus maior, ac portioni inductus sphæræ maximus circulus bifariam dirimatur, sitque A. B. C. portio maximi sphęrę circuli: cui quidem portioni altera circumscribatur [n] figura eidemque altera inscribatur, circumscriptæ si-

n per manifest. 1. propos. 5. huius.

milis

milis, & in ea ratione vt maior ad minorem rationem habeat minorem quàm superficies portionis sphæræ ad circulum F. Ac demum reuoluantur vna cum portione circuli, cui adhærent, vt nascantur figuræ conicis superficiebus contentæ, altera [a] sphæræ portioni propositæ circumscripta, altera [b] eidem inscripta.

[a] per poris. 4.
[b] per poris. 3.

ΑΠΟΔ. Figura plana circumscripta portioni circuli ad inscriptam est [c] in ratione duplicata lateris I. E. ad latus C. G. At superficies solidæ conscriptæ portioni sphæræ ad superficiem inscriptæ est [d] in eadem duplicata ratione lateris ad latus. Ergo superficies solidæ circumscriptæ ad superficiem solidæ inscriptæ, est vt externa plana ad internam planam, hoc est, in minori ratione quàm superficies portionis sphæræ ad circulum F. Atqui superficies portionis sphæræ, vt minor [e] superficie sibi circumscriptæ figuræ, minorem habet [f] rationem ad inscriptæ figuræ superficiem, quàm ad eandem inscriptæ superficiem habeat superficies circumscriptæ. Proinde superficies portionis sphæræ habet ad superficiem sibi inscriptæ figuræ, minorem multo rationem, quàm ad circulum F. Vnde sequitur [f] circulum F. esse minorem superficie inscriptæ figuræ, quod aduersatur demonstratis in 33. huius.

[c] per 20. d. 6.
[d] per manifest. 10. huius.
[e] per 3. perisma.
[f] per 8. li. 8.

Contra verò supponatur circulus F. maior, & plana figura circumscripta ad inscriptam eidem circuli portioni habeat minorem rationem, [aa] quàm circulus F. ad superficiem portionis sphæræ.

[aa] per manif. 1. prop. 5. huius.

ΑΠΟΔ. Eadem ratione qua superius superficies solidæ figuræ circumscriptæ ad superficiem inscriptæ est in ratione duplicata lateris I. E. ad latus C. G. & ideò est vt plana circumscripta ad planam inscriptam, nempè in minori ratione quàm circulus F. ad superficiem portionis sphęræ. Atqui cùm sit [g] superficies portionis sphæræ maior superficie figurę solidæ inscriptę ipsi portioni, sequitur superficiem figurę solidę circumscriptæ habere [h] minorem rationem ad superficiem portionis, quam ad figuræ inscriptæ solidæ superficiem: & ideò multo minorem quàm eandem circulus F. ad ipsam portionis superficiem. Vnde constaret circulum F. esse [h] maiorem superficie circumscriptę figurę, quod est inconueniens & absurdum per 35. huius. Absit ergo circulus dicatur maior aut minor superficie portionis propositę, sed ęqualis.

[g] per 4 perisma.
[h] per 8. l. 5.

ΠΡΟΤΑ. ΛΗ.

ΘΕΩΡ. ΛΒ.

Καὶ ἐὰν μείζων ἡμισφαιρίου ᾖ τμῆμα, ὁμοίως αὐτῷ ἡ ἐπιφάνεια ἴση ἐστὶ κύκλῳ, οὗ ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἀπὸ τῆς κορυφῆς ἐπὶ τὴν περιφέρειαν ἠγμένῃ τοῦ κύκλου, ὃς ἐστὶ βάσις τοῦ τμήματος.

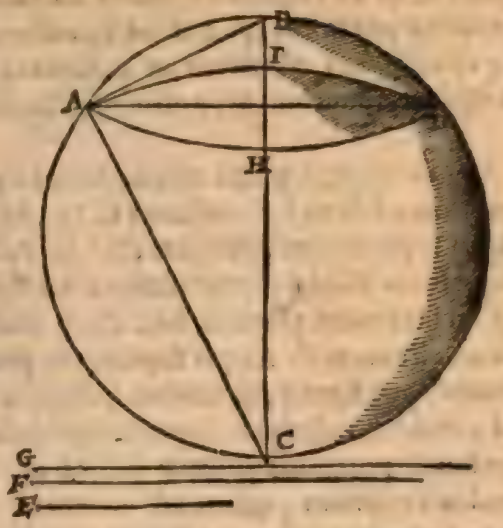
PROPO. XXXVII.

THEO. XXXII.

Et si maior fuerit hemisphærio portio, similiter ipsius superficies æqualis est circulo, cuius radius æqualis est lineæ ductæ à vertice ad circumferentiam circuli, qui basis est portionis.

ΥΠΟΘ. Sit portio sphæræ A.C.D. maior hemisphęrio.

ΣΥΜΠΕ. Dico ipsius quoque superficiem æqualem esse circulo cuius radius erit C. A. linea ducta à vertice portionis ad circumferentiam circuli A.H.D.I. qui basis est portionis.



ΚΑΤΑΣ. Tota sphæra A. C. D. B. plano per centrum acto, & perpendiculari basi A. H.D. I. secetur, & sit [a] maximus circulus A. C.D.B. cuius diameter B.C. diuidens [b] recto A.D. & bifariam. Tum agatur A.B. cui æqualis fiat radius circuli E. vt sit radius circuli F. par ipsi A.C. & demum semidimetiens circuli G. constituatur æqualis toti diametro C.B.

[a] per lemma præfinitum 32. huius.
[b] per 3. l. 3.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam diameter circuli, cuius est radius G. duplus est lineæ B.C. [c] tum quadratum ipsius diametri circuli G. est [d] quadruplum quadrati B. C. & ideò circulus G. est quadruplus circuli B. A. C. D. sphæræ maximi: ac demum æqualis est [e] superficiei totius sphæræ. Atqui circulus E. simili argumento probabitur quadruplus circuli A.B. & circulus cuius est radius A.C. quadruplus etiam circuli A.C. Et quia simplices circuli ex diametris A. C, A. B. æquales sunt [f] simplici circulo ex B. C. sequitur circulos E. & F. quadruplos circulorum A. C. A. B. æquales esse circulo G. quadruplo circuli B. C. & proinde pares etiam esse superficiei sphæricæ. Verum superficiei portionis A.B.D. minoris hemisphærio æquatur [h] circulus E. Ergo reliquæ portionis maioris hemisphærio superficiei par est F. circulus, vt proponitur.

[c] per fabricam.
[d] per 20. l. 6.
[e] per 30. huius, & coroll. ipsius.
[f] per 47. l. 1. & 2. l. 12.
[g] per 15 l. 5.
[h] per præcedentem.

COROLL. I.

Hinc sequitur lineas à verticibus portionum sphæræ, superficierum æqualium, ductas ad basium circumferentias, esse æquales. Nam descripti ab ipsis lineis vt diametris circuli, [i] æquales sunt æqualibus superficiebus, ideoque inter se pares, proindeque diametri.

[i] per præcedentes.

PROPO. XXXVIII.

THEO. XXXIII.

Omni segmento sphæræ, æqualis est conus qui basim quidem habeat æqualem superficiei segmenti sphæræ, quæ sectioni respondet, altitudinem verò æqualem radio sphæræ.

ΓΡΟΤΑ. ΛΘ.

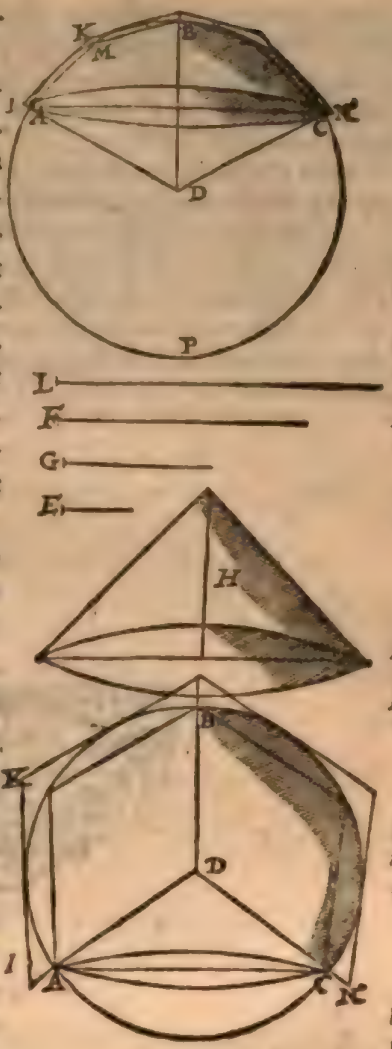
ΘΕΩΡ. ΛΓ.

Παντὸς τμεῖ σφαίρας, ἴσος ἐστὶ κῶνος, ὁ βάσιν μὲν ἔχων ἴσην τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἡμισφαιρίου τῆς σφαίρας τοῦ κγ΄ ϛ΄ τμέα, ὕψος δὲ ἴσον τῇ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας.

ΥΠΟΘ. Sit sphæræ segmentum A. B. C. cuius superficiei æqualis sit basis coni H. descripti altitudine D. B. semidiametro seu radio sphæræ, cuius est pars propositum segmentum.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico conum H. esse æqualem proposito sphæræ segmento A.B.C.D.

ΚΑΤΑΣ. Hoc si negauerit quis, necesse est fateatur conum H. maiorem esse vel minorem segmento A. B. C. D. & primò ponatur conus minor. Atque intra & citra portionem circuli sphæræ maximi respondentem segmento sphæræ proposito planæ figuræ describantur æquilateræ & omnino similes,[a] quarum latera se habeant maius seu exterius ad minus seu interius in minori ratione quàm sit L. ad F. Sint autem prius inuentæ[b] L. & E. quarum L. ad E. minor sit ratio, quàm portionis sphæræ propositæ ad conum H. tum inter L. & E. inuentæ[c] F. & G. mediæ proportionales in progressione arithmetica. Demum solita reuolutione nascantur[d] solidæ figuræ intra & extra propositum sphæræ segmentum.



a per 4. huius.

b per 2. huius.

c per lemma 2. prop 31. huius.

d per 3. & 4. porism.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Figura solida circumscripta cum cono I. D. N. est ad figuram solidam inscriptam cum cono A.D.C. in triplicata[e] ratione lateris I. K. ad latus A. M. At latus I.K. lateri A.M. in minori ratione est[f] quàm L. ad F. Ergo figura circumscripta sphæræ segmento cum cono I.D.N. figuræ inscriptæ eidem segmento cum cono A. D. C. in minori ratione est quàm sit triplicata lineæ L. ad lineam F. & ergo multo minori quàm linea L. sit[g] ad E. lineam. Sed L. est[f] ad E. in minori ratione quàm sit segmentum sphæræ propositum ad conum H. Ergo rursus circumscripta cum suo cono ad inscriptam cum suo cono in minori ratione est quàm sit segmentum A.B.C. ad conum H. Verum propositum segmentum A. B. C. minus est[h] sibi circumscripta figura cum cono I. D. N. & propterea ad internam solidam inscriptam iunctam cono A. D. C. minorem rationem habet,[i] quàm circumscripta illa cum suo cono I. D. N. ad eandem inscriptam iunctam cono A. D. C. Ac proinde idem segmentum sphæræ minorem habet rationem ad inscriptam cum cono A. D. C. quàm ad conum H. Vnde sequeretur[l] illam inscriptam maiorem esse cono H. quod est absonum à priùs demonstratis.

e per manifest. 10. huius.

f per fabricam.

g per ἀναλυσ. prop. 31. huius.

h per porisma 4. huius.

i per 8. l 5.

l in corell. 14. huius.

Ponatur iam conus H. maior, & reliqua maneant: cum hac tamen cautela vt L. sit ad E. in minori ratione quàm sit H. conus ad sphæræ propositum segmentum A.B. C. D.

ΑΠΟΔΕΙ. Rursus conscripta figura cum suo cono I. D.N. ad inscriptam cum suo cono A.D.C. in ratione est[e] triplicata I. K. ad A. M. Ergo in minori quàm sit triplicata lineæ L. ad lineam F. hoc est quàm sit L. ad[g] E. & ergo multo minori quàm sit conus H. ad propositum segmentum A.B.C. Est autem segmentum A.B.C. cum cono A.D. C. maius[m] inscripta sibi figura cum cono A.D.C. Ergo ad ipsum cum cono A.D.C. minorem rationem habet[e] circumscripta figura cum cono I. D. N. quàm ad inscriptam cum cono A. D. C. Et proinde illa circumscripta cum cono I. D. N. ad ipsum segmentum sphæræ cum cono A.D.C. multo adhuc minorem rationem habet quàm conus H. ad ipsummet segmentum auctum cono A.D.C. Propterea sequitur conum H. maiorem esse[e] circumscripta figura cum cono I. D. N. qua tamen revera minor est.[n] Absurdum itaque est maiorem vel minorem dicere conum H. segmento sphæræ proposito A.B.C.D. vnde sequitur ipsi æqualem esse, vt vult propositio.

m per 3. porism.

n per 2. corell. 36. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc demonstratio Archimedeæ conformis, de sola portione hemisphærio minori conclusionem videtur elicere. Verum & propositionem tritè vti vocabulo περὶ παντὸς & omnino de quacumque

sphæræ portione certissimum esse, sic ostendimus. Sint tres coni, Q.R.S. in eadem altitudine D.B. radii nimirum propositæ sphæræ. Basis autem coni Q. fiat [a] æqualis superficiei totius sphæræ: basis verò coni R. par constituatur [b] superficiei portionis A.B. minoris hemisphærio. Demum basis coni S. æquetur [c] superficiei reliquæ portionis A.P.C.

Q
R
S

[a] per coral. 30. huius.
[b] per 36. huius.
[c] per 37. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Quoniam bases conorum R. & S. sunt æquales simul superficiei sphæricæ, aut basi coni Q. Estque omnium eadem altitudo: sunt [d] coni R. & S. æquales cono Q. Atqui conus Q. sphæræ toti est æqualis. [e] Eidem ergo sphæræ ambo coni R. & S. æquantur. Atqui conus R. est [f] æqualis minori portioni A. B.C. Ergo conus S. maiori portioni A. P. C. æqualis est. Propositio itaque verissima est de quacumque sphæræ segmento. Hinc patet ratio cur Archimedes non edixerit de cono æquali figuræ inscriptæ portioni segmento maiori hemisphærio. Præuiderat enim susceptæ sibi demonstrationi satis esse de portione minori agere. Nec tamen omnino ab re est id quod de maiori subiunximus.

[d] per 11. lib. 12.
[e] per 31. huius.
[f] per præsentem prop.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΣΦΑΙΡΑΣ ΚΑΙ ΚΥΛΙΝΔΡΟΥ ΒΙΒΛΙΟΝ Β.

ARCHIMEDIS DE SPHÆRA ET CYLINDRO LIBER II.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ

Πότερον μὲν ἀπέστειλάς μοι γράψαι τὴν ποθ-βλημάτων τὰς ἀποδείξεις, ὧν αὐτὸς τὰς ποθτάσεις ἀπέστειλα Κωνῶνι. Συμβαίνει δὲ αὐτῶν τὰ πλείστα γράφεσθαι διὰ τῶν θεωρημάτων, ὧν ποθτερον ἀπέστειλά σοι τὰς ἀποδείξεις. Οτι τε πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ. Καὶ δὴ ὅτι παντὸς τμήματος σφαίρας τῇ ἐπιφανείᾳ ἴσος ἐστὶ κύκλος οὗ ἡ μὲν τοῦ κέντρου ἴση ἐστὶ τῇ ἐκ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος ἐπὶ πρὸς ποθφέρειαν τῆς βάσεως ἀγομένῃ.

ARCHIMEDES DOSITHEO S.

ANTEA quidem mandasti mihi, scriberem eorum problematum demonstrationes, quæ prius ipse proposueram Cononi. Accidit verò eorum plurima scribi inter theoremata, quorum priùs ad te misi demonstrationes. Sicuti quod [a] omnis sphæræ superficies quadrupla sit maximi circuli eorum qui sunt in ipsa sphæra. Adhuc [b] quod omnis portionis sphæræ superficiei æqualis sit circulus, cuius radius æqualis est rectæ lineæ à vertice portionis in circumferentiam basis ductæ.

[a] prop. 30. lib præcedem.

[b] prop 36. & 37. lib de præced.

Καὶ δὴ ὅτι πάσης σφαίρας ὁ κύλινδρος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ· ὕψος δὲ ἴσον τῇ διαμέτρῳ τῆς σφαίρας, αὐτός τε ἡμιόλιος ἐστὶ τῆς σφαίρας, καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ ἡμιόλιος τῆς ἐπιφανείας τῆς σφαίρας. ἔχει δὲ καὶ πρὸς τομεύς τινα κύκλου ἴσος ἐστὶ κώνῳ τῷ βάσιν μὲν ἔχοντι τὸν μέγιστον κύκλον τῶν ἐν τῇ σφαίρᾳ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ ἡμισφαιρίου τῆς σφαίρας τῷ δὲ ὕψει τῷ αὐτῷ τῷ ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας. Ὅσα μὲν οὖν τῶν θεωρημάτων καὶ προβλημάτων γράφεται διὰ τούτων τῶν θεωρημάτων, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ γράψας ἀπέσταλκα σοι. Ὅσα δὲ δι' ἄλλης διεισκονται θεωρίας, τά τε περὶ ἐλίκων καὶ τὰ περὶ τῶν κωνοειδῶν, πειράσομαι διὰ τάχους ἀποστεῖλαι. Τὸ δὲ πρῶτον ἐκ τῶν προβλημάτων τόδε. Σφαίρας δοθείσης ἐπιπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας. ὅτι δὲ τοῦτο φανερὸν δεδειγμένον ἐστὶ τῶν προδεδειγμένων θεωρημάτων. Τὸ γὰρ τετραπλάσιον τοῦ μεγίστου κύκλου τοῦ ἐν τῇ σφαίρᾳ ἐπίπεδον τὸ χωρίον ἐστὶ καὶ ἴσον τῇ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας.

a Manifeste 9 li. eiusdem præced.

Rursus, quod cuiuscumque sphęræ cylindrus basim quidem habens maximum circulum eorum qui sunt in sphæra, altitudinem verò æqualem diametro sphæræ, ipse sesquialter sit sphæræ. Et superficies ipsius sesquialtera superficiei sphæræ. Præterea

b per 38. li. eiusdem.

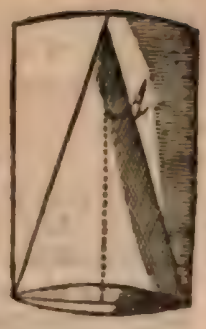
quod omne b segmentum solidum æquale sit cono basim habenti circulum æqualem superficiei portionis sphæræ quæ segmento continetur, altitudinem verò æqualem radio sphæræ. Quotquot enim horum theorematum & problematum inter illa scribuntur, in hoc libro exscripta ad te misi. Quæcumque

c Habentur in hoc opere libris singularibus ὠδεῖ ἐλίκων & ὠδεῖ κωνοειδέων & σφαιροειδέων.

verò inueniuntur c alia, contemplationem puta de helicibus & de conoidibus, enitar breui mittere. Primum autem problematum erat eiusmodi. Sphæræ datæ planum spatium inuenire æquale superficiei sphæræ. Est verò hoc manifestum & demonstratum d ex dictis theorematibus. Quadruplum enim maximi circuli eorum qui sunt in sphæra planum spatium est æquale superficiei sphæræ.

d certa specie deduximus ex 30. huius.

LEMMA.



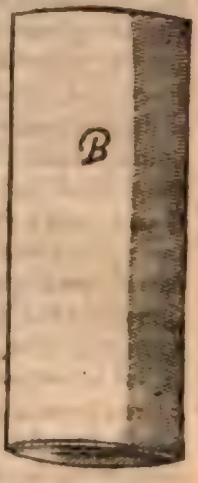
Coni vel cylindri dati cylindrum ſesquialterum deſcribere.

ΠΡΟΘ. Sit A. cylindrus vel conus.

ΚΑΤΑΣ. Fiat cylindrus B. ſuper æquali baſi ac A. altitudineque ſesquialtera cylindri A.

ΣΥΜΠ. Erit [a] cylindrus B. ſeſquialter cylindri A.

ΑΠΟΔ. Quod ſi fuerit A. conus capiatur tertia pars B. Nam vt eſt B. ad A. ſic eſt [b] tertia pars B. tertiæ partis A. Ergo tertia pars cylindri B. quæ reſecabitur [c] plano ſecante altitudinis tertiam partem ὁμοίως, baſi, erit ſeſquialtera coni A. cum ipſe conus ſit [c] tertia pars cylindri A.



[a] per 14. l. 12
[b] per 15. l. 5.
[c] per 10. l. 12

ΠΡΟΤ. Α. PROP. I.

ΠΡΟΒΛ. Α. PROBL. I.

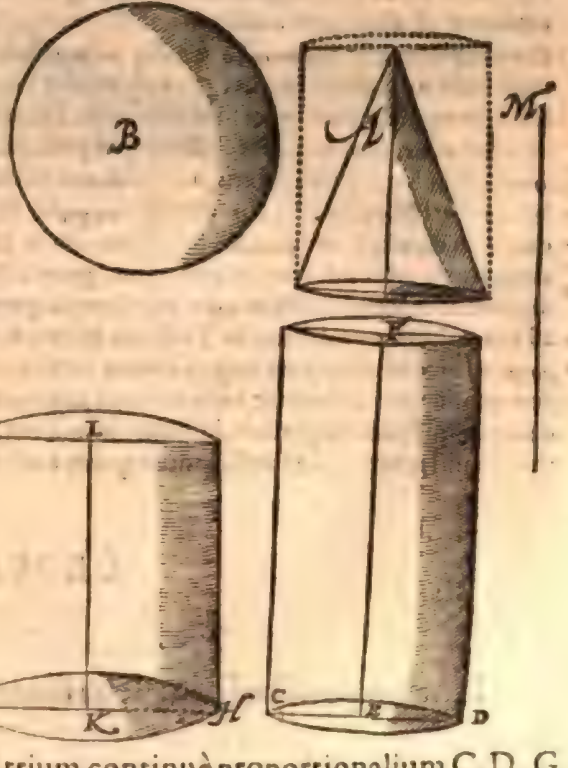
Τὸ δεύτερον ἦν· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαῖραν εὑρεῖν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ ἴσην.

Secundum erat: Dato cono vel cylindro, ſphæram inuenire cono vel cylindro æqualem.

ΠΡΟΘ. Supponatur factum quod proponitur: & offeratur ſphæra B. æqualis cono ſeu cylindro A.

ΚΑΤΑΣ. Cylindrus C.F.D. fiat [d] coni vel cylindri A. ſeſquialter, & ex conſequenti ſphæræ B. Deinde ſphæræ B. ſit [e] quoque ſeſquialter cylindrus G. L. H. Denique vt C. D. eſt ad G. H. ſic fiat [f] G. H. ad M.

ΣΥΜΠ. Dico inter C.D. & E.F. duas eſſe inuentas medias proportionales γεωμετρικῶς.



[d] per lemma præced.
[e] per manifeſtum 9. huius.
[f] per 11. l. 6.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam cylindri C. F. D. & G. L. H. ad ſphæram B. eandem rationam habent, nempe [g] ὁμοίως, ſunt [h] æquales. Ergo vt eſt baſis C. D. ad baſim G. H. hoc eſt [i] vt quadratum G.H. ſic eſt [k] K. L. altitudo, ſeu eius æqualis G. H. (etenim tam diameter baſis quam altitudo cylindri G. L. H. ſunt æquales diametro ſphæræ B. ex prius demonſtratis.) ad altitudinem E. F. Atqui trium continuè proportionalium C.D, G. H. & M. eſt [l] C. D. prima ad M. tertiam, vt quadratum primæ C. D. ad quadratum ſecundæ G. H. Ergo quoque C. D. eſt ad M. vt G. H. ad E. F. Et ὁμοίως C. D. eſt ad G. H. vt M. ad E. F. Sed vt C. D. ad G. H. ſic fecimus G. H, ad M. Ergo vt C. D. ad G.H. & G.H. ad M. ſic M. ad E. F. Proinde inter C. D. & E.F. duæ inuentæ ſunt ex hypotheſi data, mediæ proportionales inter duas datas lineas.

[g] per 9. l. 5.
[h] per 2. l. 12
[i] per 15. l. 12
[k] In 9. manifeſto per 10. definit. l. 5. & 20. lib. 6.
[l] per 16. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Antequam ad ſolutionem veniamus huiuſce propoſiti problematis, hæc lucis gratia præmittenda viſa ſunt. Antiqui Geometræ in ſolutione difficilium προβλημάτων Phyſicos imitati ſunt, qui primum ab effectis rerum cauſas indagarunt. Etenim ſolebant propoſitum problema ſupponere factum, & inde κεῖ τὸ ἀνάλυσιν quid ſequeretur contemplari, vt conſequentiam illam exinde eruentes ſi poſſent, facilius quod proponeretur, ſoluerent. Huiuſmodi Philoſophandi methodum paſſim inuenies apud Pappum, & hic ipſius affabre exemplar habes. Quæſitam enim ſphæram cono vel cylindro æqualem, cum derepente Archimedes non haberet obuiam, inuentam ſupponit, atque hinc concluſit dari duas medias proportionales inter diametrum baſis & altitudinem cylindri, qui ſeſquialter eſſet conivel cylindri, cui æqualis ſphæra quæreretur. Verum huius accidentis conſequentia nuſquam ex alio medio deduxit, vt nec vllus vmquam alius Geometra: ita vt inſoluta huc vſque remanſerit. Superiores Archimede Geometrię, temque poſteriores ſuſque deque eam agitarunt, & πάνυ arbitrati ipſius πάθημα, varijs modis tribuerunt, at nullum ἀποδεικτικὸν ἢ γραμμικὸν, omnem vero χρηματικὸν: Abhorrent verò τῶν χρηματικῶν à vera Geometria. Cæterum hæc duarum mediarum proportionalium inuentio ſui primum gratia tentata non eſt, at cubi duplicandi cauſa. Scribens enim Eratoſthenes Regi Ptolemæo, narrat: quendam olim tragicum induxiſſe Minoa extruentem Glauco ſepulchrum, referentique centum pedes vndiquaque patere, dixiſſe μικρὸν βασιλικῷ σηκὸν ζῶον, διπλάσιον ἔσται, τῶν δὲ τὸν κύβον μὴ σφαλῇς: cumque artifex vnumquodque latus duplicaſſet, viſum erraſſe, quia duplicatis lateribus in ſuperficiebus fit quadruplum a planum, in ſolidis fit octuplum b corpus, propterea conſultos geometras, quo pacto datum ſolidum ſub ſimili figura duplicaretur, vocatumque deinceps eſſe problema κύβου διπλασιασμόν. Primùm ab ipſis cubum cubo ſuppoſitum, quærentes ipſum duplicare: diuque omnes hæſitaſſe. At tandem Hippocratem Chium animaduertiſſe hoc vnico pacto problema poſſe abſolui, nimirum ſi inter duas lineas, quarum altera alterius eſſet dupla duæ mediæ continue proportionales inuenirentur. ὡς τι τὸ ὑπόρημα αὐτοῖς ὑπῆρχε τὸν ὁλκὸν ὑπόρημα κατάγειον. Poſt aliquod vero tempus ferunt Delios, graſſante peſte, ad Apollinem recurriſſe, iuſſoſque à Dæmone aram quæ cubica erat, duplicare, quod putarint feciſſe aram cubicam æqualem aræ cubicę imponentes, nec ſedatam peſtem, monitoſq; denuo ab oraculo, ſibi non ſatisfeciſſe, nec duplum aræ cubum, ſed ſolidum parallelepipedum adſtruxiſſe. In hac duplicandæ aręanxietate monitos à Platone, videri Apollinem Geometriæ contemptum exprobare, ideoque ſingulos hortari, vt expediendo problemati omnibus artis & ingenij viribus cõtenderent. Cubi itaque duplicationẽ, & omnino ſolidi in data ratione augendi rationem Geometras contemplatos eſſe, Κύβων αὔξην & βάθους αὔξης μίαρδον: beneficio nempe binarum linearum proportionalium inter duas datas. Hinc ergo problematis origo: hinc Deliaci appellatio. Qui huic operi ſuam adhibuere operã in multiplici ſunt differẽtia. Tamẽ quia omne problema vel γραμμικὸν eſt, vel ἐπίπεδον vel denique στερεὸν, omnes in tres claſſes digeri poſſunt. Primi conati ſunt δύο μέσας ἀνάλογον λαβεῖν ἐν κωνικαῖς ἀγωγαῖς lineis quibuſdã mixtis, nec rectis nec circularibus, ſed natis ex implexis inordinatiſque ſuperficiebus, vti Nicomedes e cui tribuitur κογχοειδὴς. Et Diocles, cui dat Eutocius ἐν τῷ κύκλῳ πρὸς γραμμὴν (inquit) quã interpretor κισσοειδῆ. Serpit etenim in circulo vt hedera. Secundi vſi ſunt rectis lineis, ſeu circulorum circumferẽtijs, quæ omnes generationem habent in plano, vt Hieron, & Pappus: tertij demum acceperunt ſectiones quorundam corporum, & lineis natis ex huiuſmodi ſectionibus vſi ſunt ad inuentionem problematis. Talis fuit Menecmus, qui κωνικὰς & τριπλευρὰν vſurpauit. Omnes vero μηχανικοὶ dicendi, cum pars magna eorum mechanicis inſtrumentis nitatur, reliqui καθαροὶ quidem non geometricè abſoluunt, tamen deinceps geometricè demonſtrant. Quoniam autem antiquorum conatus, qui nobis ſuperſunt, luminis aliquid requirere poſſunt, placuit nonnullos ſubnectere (recentiores nihil moror,) vt intelligantur quàm variè varij lapidem hunc mouerint.

Pappus proœmio lib. 7. collect. mathemat.

Eutocius in Arch. medem.

a per 20. l. 6

b per 33. l. 11

c Plato l. 7. de republ.

d Pappus l. 4. math. coll. perſ. mate propoſitionis 22. & Eutocius in hunc librum.

e Ibidem Eutocius in prop. 2.

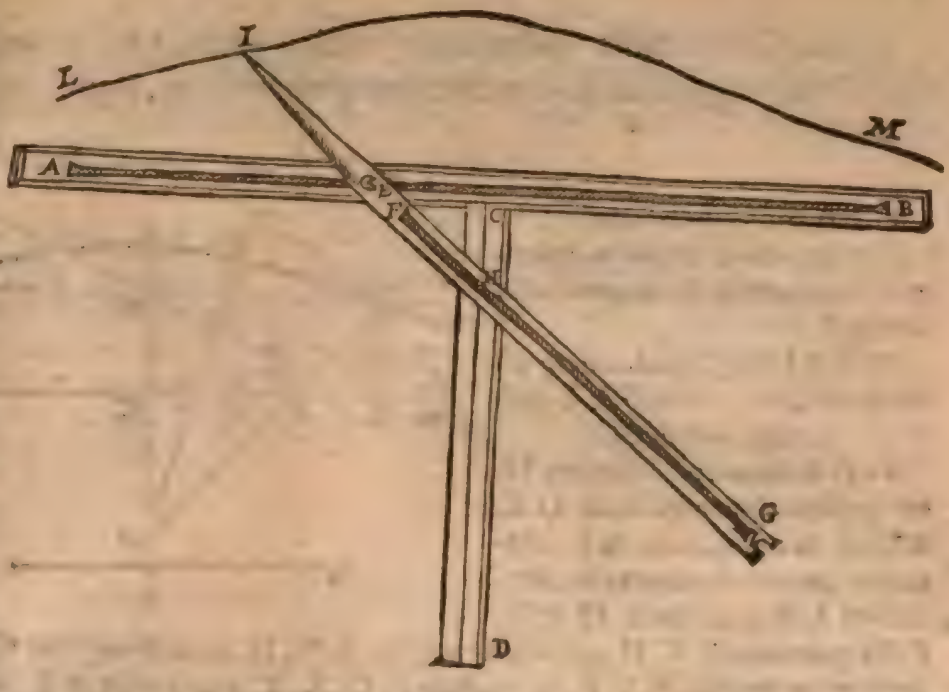
LEMMA I.

Lineam conchoïdem deſcribere.

Primum itaque Nicomedes ſuam conchoidem ſic exarabat: vti ex Pappo f diſcimus. ΚΑΤΑΣ. Habeatur regula A. B. quæ deinceps dicatur normalis, cui ad perpendiculam applicetur C. D. Sit autem in A. B. normali excauatus quidam canaliculus, paulo latior in profundo quàm in ſuprema rima. Tum in C D. affigatur immobilis quidam clauus rimæ F. G. canonis I. G. ita vt clauus non impediat quo minus Canon I. G. attollatur vel deprimatur, contineat tamen ipſum canonem ita vt puncto H. tanquam

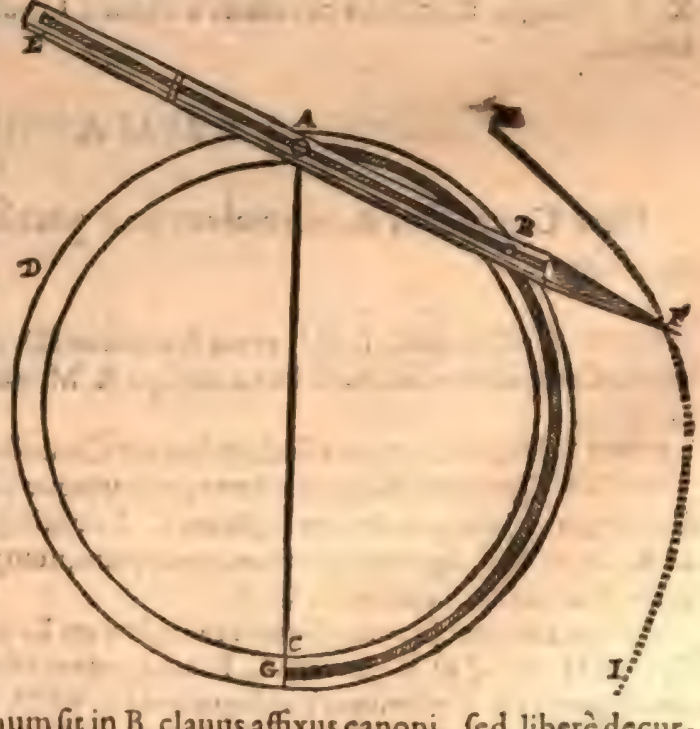
f Lib. 4. collect. Mathemat. prop. 22.

centro perpetuo inhæreat. Tandem alius clauus affigatur canoni in E. cuius etiam caput inferatur canaliculo A. B. ita vt ab A. ad B. liberè deducatur, nec tamen ex canaliculo auellatur, sed semper remaneat Sagitta E. I. eiusdem longitudinis, ita vt recta linea inter normalem A. B. & lineam conchoidem sit eadem semper, & parem seruet distantiam. Sic parato instrumento, posito graphio vel penicillo in I. & perducto puncto seu clauo E. ab A. ad B. signabitur ab I. linea L. I. M. ἣν τινα καλῶ τινες κογχοειδῆ γραμμήν (inquit Eutocius[a]) interuallũ à similitudine (puto) cõchæ quã refert. Interuallũ autẽ lineæ est E. I. polus vero seu centrũ punctum H. Vertex demum punctus conchoidis quod è directo respondet lineæ E. D. & per quod educta E. D. recto Conchoidem secat descripta.



[a] Ad 1. 2. de sphær. & cylind.

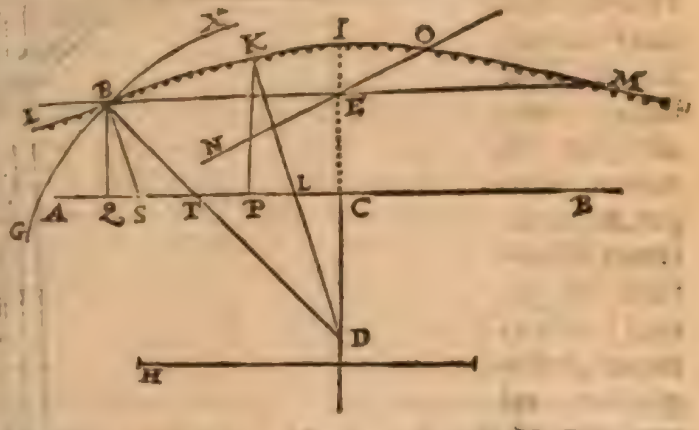
Porro non tantum conchois ex recta linea vt ex A. B. quam Nicomedes vocauit conchoidem primam, nobis requiritur, sed vtilis quoque est pro iis quę dicturi sumus ad librum de spiralibus, alia conchois quæ ex circulo fiat, quamque ex Nicomedeæ similitudine secundam Conchoidem vocamus, & ita depingimus.



ΚΑΤΑΣ. Sit circulus A. B. C. D. in cuius semicirculi limbo A. B. C. canaliculus excauetur, latior in fundo quam in ora. Habeatur quoque Canon E. B. F. qui findatur longitudine B. E. ita vt liberè attollatur vel deprimatur per clauum A. qui suo interim latiori vertice eundem canonem comprimat. Alius demum sit in B. clauus affixus canoni, sed liberè decurrens per canalem A. B. C. Etenim hoc instrumento si canonis clauus B. circumducatur per canalem A. B. C. apex F. suo stilo Conchoidem circularem A. F. I. polo scilicet A. & interuallo B. F. interim describet, quam nos secundam appellabimus.

LEMMA II.

Linea Conchoidis vndiquaque verticis accedit ad lineam normalem (modo ex perpendicularibus distantia perpendatur,) quò magis recedit à vertice.



ΥΠΟΘ. Sit Conchois prima L. I. M. præcedenti artificio descripta, normalis A. B. centrum D. vertex I.

ΣΥΜΠ. Dico Conchoidem eò minus distare à normali A. B. quò magis recedit à vertice I.

ΚΑΤ. Educantur à centro D. ex artificio superori lineæ D. K. & D. R. & à punctis K. & R. educantur perpendiculares[a] in normalem A. B. quæ sint R. Q. & K. P. Et quoniam A. T. D. maior est[b] angulo A. V. D. & ideo angulus Q. T. R. remanet[c] minor angulo P. V. K. Et proinde sit Q. R. T. maior reliquo P. K. V. cum sint ambo R. Q. T. & K. P. V. recti: fiat[d] Q. R. S. æqualis ipsi P. K. V. & ducatur R. S.

[a] per 12. l. 1.
[b] per 16. l. 1
[c] per 13 l. 1.
[d] per 23. l. 1.

ΑΠΟΔ. Etenim trianguli Q. R. S. & V. K. P. sunt[e] æquianguli, & est[f] R. S. ad R. Q. vt K. V. seu æqualis illi R. T. ad K. P. & vicissim[g] R. S. est ad R. T. vt R. Q. ad K. P. Atqui R. S. est[h] minor quàm sit R. T. quia angulus R. S. T. est[i] obtusus, cum sit angulus R. Q. S. rectus. Ergo quoque perpendicularis R. Q. est[i] minor perpendiculari K. P. Ideóque Conchois recedens à vertice I. minus distat à normali A. B. vtvult lemma.

[e] per fabricam.
[f] per 4. l. 6.
[g] per 16. l. 5
[h] per 19. l. 1.
[i] per 14. l. 5.

LEMMA III.

Inter Conoidem & normalem non potest duci linea quin secet Conoidem.

ΥΠΟΘ. Sit Conois L. I. M. vertex I. centrum D. normalis A. B. Et intra normalem ac Conoidem educantur lineæ nempe R. M. parallela normali, seu N. E. O. non parallela.

ΣΥΜΠ. Dico vtramque eductam lineam Conoidem secare.

ΚΑΤΑ. Quoniam illæ ductæ lineæ quæcumque sint, non possunt agi inter Conoidem & normalem, quin secent sagittam C. I. contingat sectio in E. & fiat sicuti C. E. ad E. D. ita C. I. sagitta[l] ad lineam quampiam, nempe ad H. Tum centro D. & interuallo H. describatur circulus G. R.

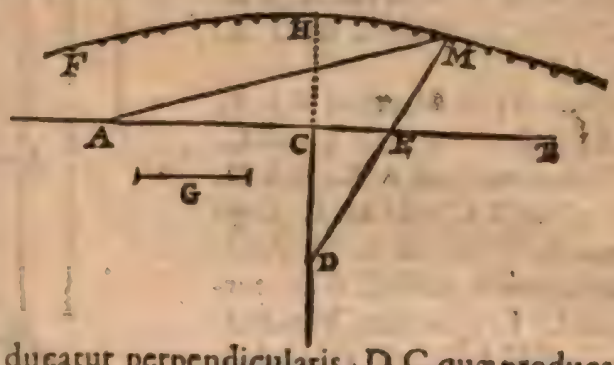
[l] per 12 l. 6.

ΑΠΟΔ. Ille circulus necessario secabit lineam L. E. M. Quia C. E. est[m] ad E D. vt C. I. ad H. vel ad D. R. At vero C. E. antecedens est minor antecedente[n] C. I. Ergo consequens D. E. est minor consequente H. vel D. R. Ergo circulus secat lineam R. E. M. Adhuc cum E. C. sit ad E. D. vt I. C. ad D. R. Et sicut E. C. ad E. D. ita sit[o] R. T. ad R. D, sequitur C. I. & R. T. eandem habere rationem ad R. D. & proinde esse æquales: ac inde sequitur R. T. esse sagittam lineæ, & punctum R. esse in Conchoide: propterea que parallelam R. M. Conchoidem secare. Iam quia N. E. O. non est parallela, agatur parallela R. E. M. quæ eam secet in E. Etenim cum R. M. parallela secet Conchoidem, multo citius non parallela secabit. Quod fuit probandum.

[m] per fabricam.
[n] per 9 communi. sent.
[o] per 2 l. 6.

LEMMA IV. PROBLEMATICVM.

Angulo dato & puncto, extra lineas angulum datum concipientes, ducere à puncto dato lineam, cuius pars à lineis angulum datum concipientibus intercepta æqualis sit alicui datæ lineæ.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Detur angulus M.A.B. punctus D. extra limites anguli, & linea G. Imperetur verò à puncto D. ducere quomodocumque lineam rectam quæ secans ambas A.B. & A. M. relinquat sui partem E.M. intra lineas A.B, A.M. in infinitum productas, æqualem lineæ G.

ΚΑΤΑΣ. Fiat A.B. normalis & D. centrum, à quo in normalem ducatur perpendicularis [a] D.C. quæ producatur extra A.B. longitudine lineæ G. vt sit sagitta C.H. æqualis ipsi G. Tum fiat conchois his centro, normali & sagitta F.H.A. Et quia A.M. ducitur intra normalem & conchoidem, eam vspiam secabit [b] puta in M. agatur linea D.M.

[a] per 12. l. 1.

[b] per lemma precedens.

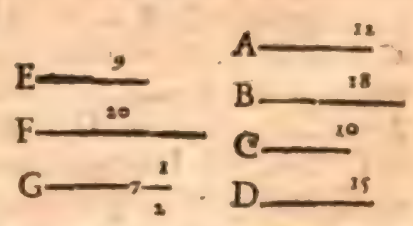
ΣΥΜΠΕ. Dico E.M. partem lineæ eductæ à centro D. æqualem esse lineæ G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim per fabricam & lineæ artificium omnes lineæ à centro eductæ ad conchoidem partes relinquunt inter normalem & conchoidem æquales sagittæ. Ergo E.M. est æqualis ipsi C.H. & proinde ipso G. [c] lineæ datæ, quod fuit operandum.

[c] per 3. com. sententiam.

LEMMA V.

Si primum fuerit ad secundum vt tertium ad quartum, erit primum ad dimidium secundi vt duplum tertij ad quartum.



ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt C. ad D. & sit E. dimidium B. & F. duplum C.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. esse ad E. vt F. est ad D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat G. dimidium ipsius D.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. est ad B. vt C. ad D. erit A. ad E. dimidium ipsius B. sicut C. ad G. dimidium D. Atqui vt C. simplex ad simplicem G. ita duplum F. ad duplum D. Ergo vt A. est ad E. sic F. ad D. quod proponebat Lemma.

LEMMA VI. PROBLEMATICVM.

Inter duas datas lineas inæquales duas medias proportionales inuenire.

ΥΠΟΘ. Dentur duæ lineæ P.Q. inæquales.

ΚΑΤΑΣ. Iungantur [d] datæ, in angulum rectum A.B.C. Et sit A.B. æqualis maiori, tum B.C. par minori datarum. Secentur [e] ambæ bifariam in D. & E. producenturque N.D.M. & C.B. quousque concurrant in M. Et fiant A.N. & M.B. æquales ex æqualitate angulorum ad D. [f] tum ad A. & B. & paritate laterum A.D, D.B. & propterea [g] pares B.M, B.C. Tum erigatur perpendicularis E.F. [d] in infinitum, describaturque centro C. & interuallo A.D. circulus qui secet necessariò E.F. quia A.D. vt di-

[d] per 11. l. 1. [e] per 10. l. 1.

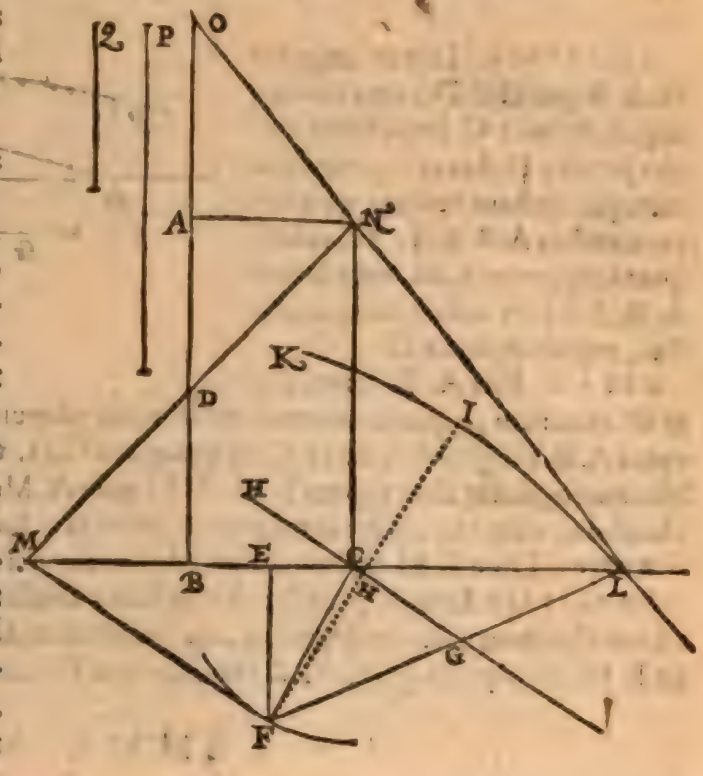
[f] per 15 l. 1.

[g] per 4. l. 6.

midia maioris datarum est maior quod sit E. C. dimidia minoris. Fiat ergo in F. sectio, vt sit C. F. æqualis ipsi A. D. Iungatur M. F. Tum fiat [a] ad C. angulus G. C. L. æqualis angulo D. M. F. sic dabitur angulus L. C. G. & extra lineas ipsum concipientes G. C. & C. L. centrum F. facta proinde normali H. C. & sagitta H. I. æquali ipsi C. F. seu A. D. conchoidem describere possumus [b] K. I. L. quæ vspiam secabitur à producta C. L. propterea que ducta F. L. manebit G. L. æqualis ipsi A. D. seu radio C. F. Tandem à puncto L. per N. producatur linea, quousque concurrat cum linea B. A. in O.

[a] per 23 l. 1.

[b] per 4. lemma præced.



ΣΥΜΠ. Dico medias quæsitas esse C. L. & A. O. & esse A. B. ad C. L. vt C. L. ad O. A. & O. A. ad B. C.

[c] per 2. l. 6.

[d] per lemma 5. præc.

[e] per 18 l. 5.

[f] per fabric.

[g] per 6. l. 2.

ΑΠΟΔ. Vt O. N. est ad N. L. sic O. A. ad A. B. [c] & sic B. C. ad C. L. Tum dimidium A. B. est A. D. & duplum B. C. est [d] M. C. Ergo prima A. O. est ad A. D. dimidium secundæ, vt M. C. dupla tertiæ ad C. L. quartam. Verum & M. C. ad C. L. ita est [e] F. G. ad G. L. Ergo vt O. A. ad A. D. ita est F. G. ad G. L. & componendo [e] vt O. D. ad A. D. ita est F. L. ad G. L. sed G. L. & A. D. sunt æquales, [f] Ergo O. D. & F. L. sunt pares. Iam quoniam B. C. bifariã dirimitur in E. & ei additur quæpiam C. L. rectangulum sub B. L. & C. L. cum quadrato C. E. est [g] æquale quadrato E. L. & vtrique parti addendo quadratum E. F. erit rectangulum sub B. L, C. L. cum quadratis C. E, E. F. hoc est quadrato C. F. æquale quadratis L. E. & E. F. seu quadrato F. L. hoc est quadrato æqualis O. D. Verum etiam quadratum O. D. est [g] æquale rectangulo sub O. B, O. A. & quadrato A. D. Ergo sublatis vtrinque quadratis C. F, A. D. remanebunt rectangula sub O. B, A. O. & sub B. L, C. L. æqualia. Et proinde vt O. B. ad B. L. ita C. L. ad O. A. At vero vt quoque O. B. ad B. L. ita est [e] N. C. hoc est A. B. ad C. L. & rursus [c] sic O. A. ad A. N. seu ad B. C. Igitur vt prima A. B. seu Q. est ad secundam C. L. ita C. L. ad tertiam O. A. & O. A. ad quartam B. C. seu P. Omnium enim ratio est vt O. B. ad B. L. Inuentæ ergo sunt duæ mediæ proportionales C. L. & A. O. inter datas Q. & P. quod proponebatur.

LEMMA VII.

Ad modum Dioclis, & picturam lineæ cissoideæ seu hederaceæ.

Si diametri duo sumantur ad normam in exposito circulo, & vtrimque alterutrius resecentur duo arcus æquales, à quibus duæ perpẽdiculares excitentur ad alteram diametrorum, à cuius deinde extremitate ad arcum exteriorem ducatur linea: hæc linea ita diuidit proximam ex perpendicularibus, vt inter partem constituentem angulum rectum cum diametro, & partem maiorem diametri, relinquantur mediæ proportionales secta hæc perpendicularis & reliqua diametri pars.

[h] per 12 d. 1.

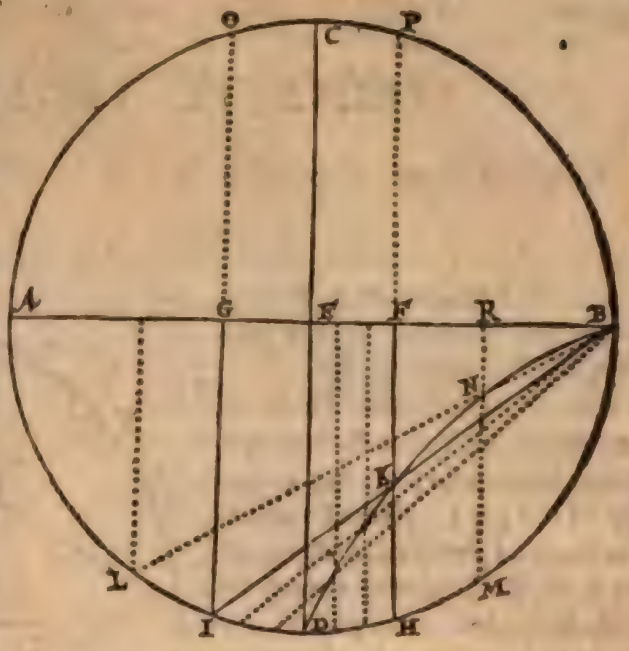
ΥΠΟΘ. Sint diametri A. B. C. D. sese ad amussim secantes in E. vtrinque vero diametri C. D. notentur arcus æquales D. I. & D. H. à quibus excitentur [h] perpendiculares

perpendiculares in alteram diametrum I. G, H. F. & ab extremitate B. ducatur linea B. I. ad exteriorem arcum, secans perpendicularem H. F. in K.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. F. esse ad F. H. vt F. H. ad F. B. & F. B. ad F. K.

ΚΑΤΑΣ. Agantur perpendiculares rectò ad O. & P.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam I. D. & D. H. arcus sunt æquales, reliqui H. B. P. & I. A. O. sunt æquales, & lineæ ideo [a] I. O. & H. P. seu earum dimidiæ I. G. & H. F. [b] supersunt æquales, & ideo æqualiter distant [c] à centro: proinde E. F, E. G. sunt æquales: tum reliquæ è radijs, A. G, B. F. & denique compositæ A. F, G. B. sunt pares inuicem. [d] Iam B. G. est ad G. I. vt [e] B. F. ad F. K. Sed vt B. G. ad G. I. ita G. I. ad G. A. quia G. I. est [f] media proportionalis inter B. G. & G. A. Ergo vt B. G. seu A. F. ad G. I. seu ad F. H. ita est I. G. vel H. F. ad A. G. hoc est ad F. B. Sed rursus vt B. G. ad G. I. ita est [g] B. F. ad F. K. Ergo vt est A. F. ad F. H. ita est F. H. ad F. B. & F. B. ad F. K. quod fuit ostendendum. Ita fiet de quibuslibet arcubus sumptis æqualibus vti D. L. & D. M. nam ductis perpendicularibus & linea B. L. fiet A. R. ad R. M. vt R. M. ad R. B. & R. B. ad R. N. hoc pacto diuiso toto semicirculo A. D. B. in arcus æquales, & ductis perpendicularibus ac lineis. vt superius fient sectiones in perpendicularibus per quas agetur linea cissois seu hederacea, ex mente Dioclis, [g] quæ plurimo vsui est inueniendis duabus medijs proportionalibus inter duas datas.



[a] per 29. l. 3
[b] per 15. l. 5.
[c] per 14. l. 3.
[d] per 5. & 2. commun. sent.
[e] per 2. l. 6.
[f] per 8. l. 6.
[g] Hanc operationem demonstrauit in operi cui titulum dederat περὶ νεύσεων.

LEMMA VIII. PROBLEMATICVM.

Inter duas datas inuenire duas medias proportionales, mediante linea cissoide.

ΥΠΟΘ. Dentur A. & B.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam in præcedenti diagrammate sunt A. F, F. H, F. B. & F. H. quatuor continuè proportionales, fiat [h] vt A. F. ad F. H. sic A. ad C. & vt H. F. ad F. B. sic C. ad D. namdemum vt B. F. ad F. K. sic erit D. ad B.

A ——————
C ——————
D ——————
B ——————

[h] per 12. l. 6.

ΑΑΑΩΣ. Assumatur in diametro A. B. linea A. data; sit ipsa A. F. & à puncto F. educatur [i] perpendicularis & parallela ipsi E. D.

[i] per 11. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim cissois diuidet has perpendiculares ita vt F. K. sit æqualis ipsi B. datæ, & mediæ quæsitæ erunt F. H. & F. B.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

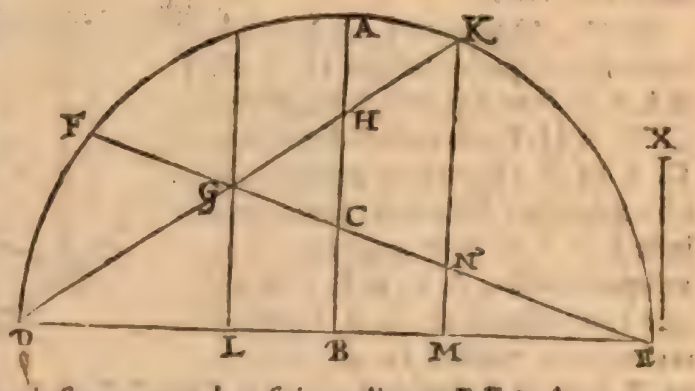
Quod si linea data A. fuerit minor semidiametro A. E. duplica aut triplica quoad excedet E. & perge vt superius. Tum inuentis lineis tantum minue quantum auxeris: partes enim quæ remanebunt, erunt [l] lineæ quæsitæ. Si vero maior fuerit minue in diminutione submultiplici quoad fiat minor. Tum exacta operatione auge. Demum si A. fuerit æqualis aliam habere cissoidem necesse est aut agere secundum priorem κατὰ νεῦσιν. Cæterum hanc Dioclis quia omnium antiquorum videtur esse vtilissima, eam addidi licet singularum trium classium vnum solum exemplum proponere statuerimus cũ omnes apud Eutocium cuique legere fas sit. Veniamus ad artifices secundę classis, qui medio cuiusdam rectę lineæ vsi sunt.

[l] per 13. l. 5.

LEMMA IX. PROBLEMATICVM.

Modum Spori exponere.

ΠΡΟΘ. Dentur A. B. & B. C, inter quas duæ ſint mediæ proportionales inueniendæ.



ΚΑΤΑΣ. Ducatur [a] D. B. E. ad maiorem A. B. & centro B. interuallo B. A. fiat circulus: Tum per C. à puncto ducatur linea ad periferiam vſque nẽpe E. C. F. Sumatur autem regula & applicetur ad punctum D circa quod tanquam centrum attollatur aut deprimatur, quoad pars ipſius comprehenſa inter lineas E.F. & A.B. æqualis ſit parti contentæ inter A. B. & circumferentiam. Et ſint G. H. & H. K. æquales. Tum à punctis K. & G. demittantur perpendiculares G.L. & K.M. in [b] B. diametrum D. E. Tandem inter H. B. & C. B. ſumatur X. media proportionalis. [c]

ΣΥΜΠΕ. Dico A. B. eſſe ad H. B. Vt H.B. ad X. & X. ad C. B. & inuentas eſſe medias proportionales H. B. & X.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam K. H. & H. G. ſunt æquales, tales ſunt inter ſe L. B, B. M. [d] proindeque quoque L. D, M. E. vt reliquæ de radijs B. D, B. E. & idcirco M. D, L. E. vt ex æqualibus compoſitæ. [e] Vnde ſequitur M. D. eſſe ad D. L. vt L. E. ad M. E. Verum quoniam vt D. M. ad M. K. ita eſt [e] K. M. ad M. E. & proinde D. M. eſt [f] ad M. E. in duplicata ratione eius quam D. M. habet ad M. K. verum in eadem duplicata ratione D. M. ad M. K. eſt quadratum D. B. ſeu æquale quadratum B. A. ad quadratum [g] H. B. quia vt D. M. ad M. K. ſic eſt [d] D. B. ſeu B. A. æqualis ad H. B. Ergo vt D. M. ad M. E. ſic eſt quadratum A. B. ad quadratum H. B. Adhuc quia vt D. M. ad D. B. hoc eſt vt L. E. ad E. B, M. K. [d] ad H. B. Sed rurſus vt L. E. ad E. B. ita eſt [d] G. L. ad C. B. Ergo vt k. M. ad H. B. ita eſt G. L. ad C. B. & permutando [g] ſicut k. M. ad G. L. ita H. B. ad C. B. Verum ſicut k. M. ad G. L. ita D. M. ad D. L. vel ad M. E. æqualem, Et mox dicebamus vt D. M. ad M. E. ita eſſe quadratum A. B. ad quadratum H B. Eſt itaque H. B. ad C. B. vt quadratum A. B. ad quadratum H. B. Quoniam vero H. B, X. & C. B. ſunt proportionales eſt [f] H. B. ad C. B. ſeu quadratum A. B. ad quadratum H. B, in duplicata ratione eius quam H. B. habet ad X. ſed quam habet quadratum A. B. ad quadratum H. B. ea eſt in duplicata [g] quoque ratione eius quam A. B. habet ad H. B. Ergo A. B. eſt ad H. B. vt H. B. ad X. & ſic adhuc X. eſt ad C. B. Sunt ergo quatuor A. B, H. B, X. & C. B. quatuor continuè proportionales. Et ſunt H. B. & X. inuentæ mediæ inter duas datas A. B, C. B. quod requirebatur.

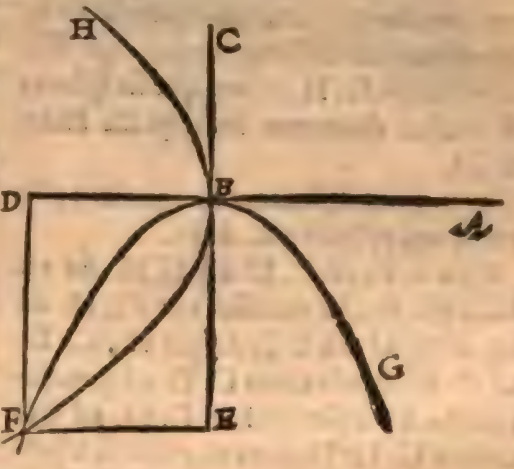
[a] per 11. l. 1
[b] per 12. l. 1
[c] per 13. l. 6.
[d] per 2. & 4 lib. 6.
[e] per 2. & 3 com. ſens.
[f] per 20. def. l. 5.
[g] per 20. l. 6 & per 16. l. 5

MODVM MENECHMI QVI FIT CORPORVM SECTIONIBVS, EXPLICARE.

LEMMA X.

Si quatuor lineæ continuè proportionales decussatim, & ad angulos rectos constituantur, ita vt prima & quarta angulum simul, tum secunda & tertia alium simul angulum componant, perficiaturque ex secunda & tertia rectangulum, descriptæ parabolæ seu rectanguli coni sectiones diametris quidem secunda & tertia, rectis vero iuxta quas possunt ordinatim applicatæ, prima & quarta sese secabunt in angulo rectanguli constituti sub secunda & tertia.

ΥΠΟΘ. Sit A. B. ad B. E. vt B. E. ad B. D. & B. D. ad B. C. decussatim & ad angulos rectos constitutæ in puncto B. Perficiaturque parallelogrammum E. D. ductis E. F, F. D.



ΣΥΜΠ. Dico parabolas descriptas vertice B. & diametris quidem B. E, B. D. tum lineis iuxta quas possint ordinatim applicatæ B. A, B. C. prima nempè & quarta, conuenere in F.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. B. est ad B. E. vt B. E. ad B. D. rectangulum sub D. B. tanquam diametro & B. A. tanquam rectæ, iuxta quam possunt ordinatim applicatæ, æquale est quadrato B. E. [a] seu D. F. tanquam ordinatim applicatæ. Ergo descripta parabola vertice B. diametro D. B. & recta iuxta quam possunt B. A. transibit per F. [b] Rursus quoniam B. E. est ad B. D. vt B. D. hoc est E. F. ad B. C. rectangulum sub B. E, E. C. æquale est quadrato ex E. F. Ergo rursus descripta parabola vertice B. diametro B. E. & recta iuxta quàm possunt B. C. transibit rursus per F. quod hoc lemmate proponebatur.

[a] per 17. l. 6

[b] per 11. l. 1. Conic. Ap.

LEMMA II. PROBLEMATICVM.

Duas medias proportionales inter duas datas ex modo Menechmi inuenire.

ΥΠΟΘ. In præcedenti figura duæ datę sint A. B, B. C.

ΚΑΤΑΣ. Disponantur [c] in angulum rectum A. B. C. & educantur in infinitum, puta in D. & E. Tum diametro quacumque B. E. & recta iuxta quam possunt B. C. describatur parabole (quomodo deformetur interius docebimus ad 16. definitionem κῶνου τομὴν ὀξυγωνίου ἢ ἀμβλυγωνίου.) F. B. G. Rursus diametro quacũque D. B. & recta iuxta quam possunt B. A. describatur alia parabola H. B. E. ambæ conuenient [d] in F.

[c] per 11. l. 1.

ΣΥΜΠ. Dico B. E. et D. B. diametros esse medias proportionales quæ requiruntur.

[d] per lemma præc.

ΑΠΟΔ. Quoniam D. F. ordinatim applicatur in parabola H. B. F. rectangulum sub A. B, B. D. est æquale quadrato D. F. [e] hoc est B. E. Et ideo A. B. est ad B. E. vt [f] B. E. ad B. D. Rursus quia F. E. ordinatim applicatur in parabola F. B. G. quadratum F. E. est æquale rectangulo sub B. E & B. C. Ac proinde B. E. est ad E. F. vel ad D. B. vt D. B. ad B. C. propterea quæ tandem vt A. B. ad B. E. sic B. E. ad B. D. & B. D. ad B. C. quod concludebatur.

[e] per 11. l. 1. Conico.

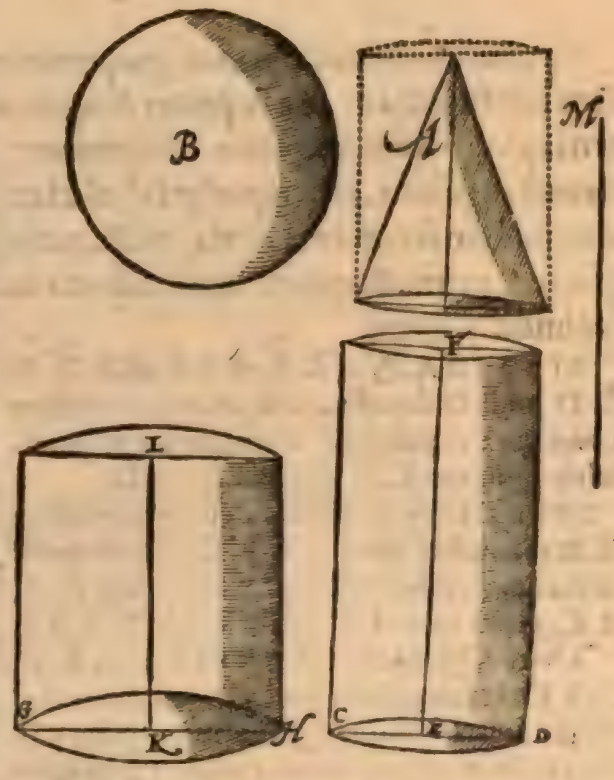
[f] per 17. l. 6.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In descriptione parabolarum si primum punctum F. describtor nactus non fuerit, vt sæpius acciderit, non proinde aberrabit à scopo, nec animum ponere debet. Etenim vtpiam illæ sectiones conuenient: puncto vero quo conuenerint describat perpendiculares in diametros. Sic enim illas diametros scribit proportionaliter, & fiet veti compos. Cæterum has modis

antiquis plurimos & veterum & recentiorum addere possemus: nemo enim hunc lapidem non mouit: sed fere omnes ad eos descriptos referri possunt. Et quotquot sunt omnes opera vsi sunt mechanica, ita vt insolubile huc vsque manserit hoc problema, quo Geometria vt multis alijs manca & imperfecta est. Incertum an vnquam quisquam arti suplementum istud addiderit. Iam verò tandem ad solutionem problematis Archimedei quo nobis licet modo veniamus.

Ex huius ergo problematis κατασκευῆς accidit illius tot scriptis & linguis decantati Deliaci problematis solutio: qua vice versa suppositā, hoc præsens problema soluitur hoc modo.



ΚΑΤΑΣ. Fiat C. F. D. cylindrus vt prius, sesquialter coni vel cylindri A. Tum inter C. D. & F. E. duæ mediæ inueniantur proportionales, a G. H. & M. Tandem diametro G. H. describatur circulus qui fiat basis cylindri G. L. H. altitudine descripti æquali ipsi diametro basis G. H. b Denique sit sphæra B. cuius diameter sit æqualis lineæ G. H.

a per precedentia lemmata.

b Ex manifesti 9 præscripto.

ΔΙΟ. Dico sphæram B. æqualem esse cono vel cylindro A. dato.

ΑΠΟΔ. Vt est C. D. ad G. H. sic est M. ad E. F. c Et vicissim d vt C. D. ad M. sic G. H. ad E. F. Atqui vt e C. D. ad M. sic quadratum C. D. ad quadratum G. H. vel circulus f C. D. ad circulum G. H. Ergo vt circulus seu basis C. D. ad basim G. H. sic est G. H. vel L. K. altitudo æqualis ad altitudinem E. F. Itaque ἀνάπαλιν αἱ βάσεις τοῖς ὕψεσι. Et sunt g cylindri G. L. H, C. F. D. æquales. Vt ergo C. F. D. cylindrus, coni vel cylindri A. sesquialter est, ita est eiusdem A. sesquialter cylindrus G. L. H. Atqui idem cylindrus G. L. H. sphæræ B. ἰσόλογος est. h Ergo ad binas quantitates A. & B. eandem rationem habet. Sunt ergo ambæ æquales, quod fuit probandum.

c Ex fabric. d per 16 l. 5 e per 15 d 12

PROPO. II.

THEO. I.

Omni portioni sphæræ æqualis est conus qui basim quidem habeat eandem ac portio, altitudinem vero lineam rectam quæ ad altitudinem portionis in ea sit ratione qua composita ex radio sphæræ & ex altitudine reliquæ sectionis, ad ipsam altitudinem reliquæ sectionis.

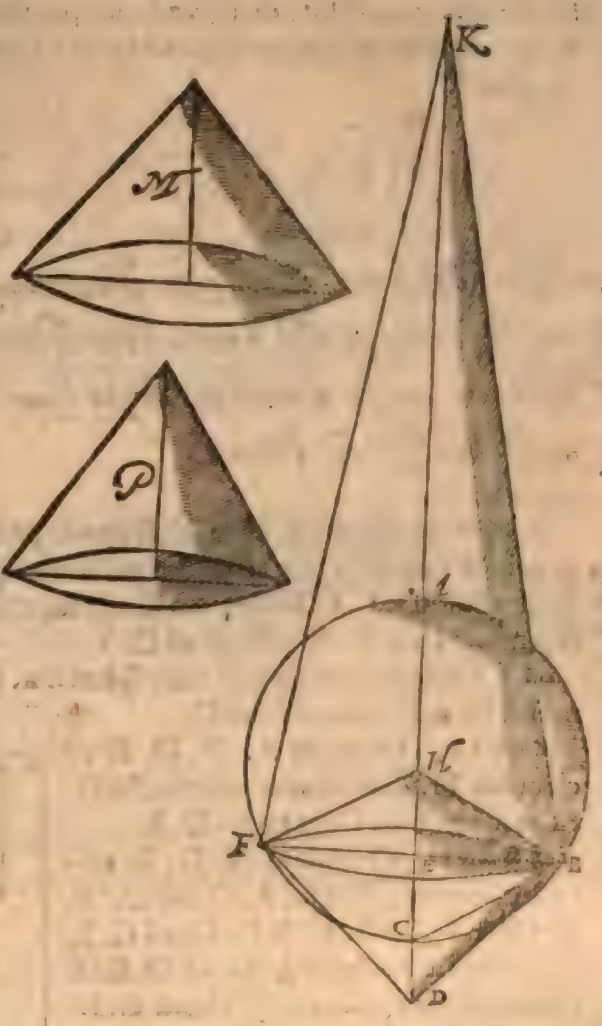
ΠΡΟΤ. Β.

ΘΕΩΡ. Α.

Παντὸς τμήματος τῆς σφαίρας ἴσος ἐστὶν κῶνος ὁ βάσιν μὲν ἔχων τὸν αὐτὸν τῷ τμήματι, ὕψος δὲ τὴν αὐτήν, ἥτις πρὸς τὸ ὕψος τοῦ τμήματος τὸν αὐτὸν λόγον ἔχει ὃν συναμφότερος, ἥ τε ἐκ τοῦ κέντρου τῆς σφαίρας καὶ τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος, πρὸς τὸ ὕψος τοῦ λοιποῦ τμήματος.

ΠΡΟΘ. Sphæra A. F. C. B. secetur vspiam plano F. E. B. perpendiculari ad axem A. C. circuli vero sectionis diameter sit F. B. quemadmodum autem & composita ex radio sphæræ A. H. & A. E. altitudine reliquæ portionis est ad eãdem altitudinem A. E. ita ponatur E. D. ad E. C. Et circulo portionis sphæræ F. C. B. eo nempe qui sectione factus est, i & cuius est diameter F. B. altitudine E. D. offeratur descriptus conus F. D. B. ΔΙΟ. Dico conum F. D. B. æqualem esse portioni F. C. B.

f per 11 l. 6. g per 1 lib. 1 Sphær. Th.



ΚΑΤΑΣ. Ducantur ad H. centrum sphæræ lineæ F. H. & B. H. tum B. C. & B. A. ad vertices portionum. Et circulo cuius radius sit B. C. altitudine vero H. C. fiat conus M. Tum circulo cuius radius sit E. B. altitudine quoque H. D. conus describatur P.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam angulus C. B. A. est rectus [a] & linea B. E. perpendicularis ad A. C. Vt est C. B. ad B. E. sic [b] C. A. ad A. B. vel A. B. ad A. E. Proinde duplicata ratio C. B. ad B. E. nempe [c] quadrati C. B. ad quadratum B. E. est [d] eadem quę ratio duplicata C. A. ad A. B. nempe [e] ratio C. A. ad A. E. Quadratum ergo C. B. ad quadratum B. E. est vt C. A. ad A. E. Atqui E. D. est [f] ad E. C. vt A. H. cum A. E. ad A. E. Et diuidendo [g] C. D. est ad C. E. vt A. H. seu H. C. ad A. E. & vicissim [h] vt C. D. ad C. H. Sic C. E. ad E. A. & cõiunctim [h] vt D. H. ad H. C sic C. A. ad A. E. Ergo D. H. est ad H. C. vt quadratũ C. B. ad quadratũ B. E. est autẽ quadratũ C. B. ad quadratũ B. E. vt circulus [i] cuius fuerit radius C. B. ad circulũ radio B E. descriptum, nẽpe basis coni M. ad basim coni P. Ergo H. D. hoc est altitudo coni P. est ad C. H. seu ad altitudinẽ coni M. vt basis coni M. reciprocè ad basim coni P. Ergo coni P. & M. sunt [l] æquales. At vero coni F. H. B. & F. D. B. habẽt basim æqualẽ basi coni P. & amborum altitudines, adæquant altitudinem vnius P. Ergo conus P. ambolus est [m] æqualis: Iisdem ergo æquatur conus M. Sed conus M. est etiam [n] æqualis portioni F. C. B. cum cono F. H. B. Ergo portio cum cono F. H. B. æquatur rhombo H. F, C. B. Tollatur ab vtraque parte communis conus F. H. B. supererit conus F. D. B. æqualis portioni F. C. B. quod fuit probandum. Non alio artificio probabitur conus F. B. K. æqualis maiori sphæræ portioni F. A. B. si fuerit K. E. ad A. E. vt est composita ex H. C. & E. C. ad eandem E. C.

Ponatur enim M. conus stare quidem basi circulo cuius sit radius A. B. altus vero longitudine A. H. Tum conus P. consistet basi circulo, interualli B. E. altitudine vero H. K. Sic enim ratiocinabimur. Quadratum A. B. est quadrato B. E. vt A. C. ad E. C. Quia A. C, C. B, C. E. sunt continue proportionales in ratione A. B. ad B. E. Atqui K. E. est [o] ad E. A. vt H. C, C. E. simul ad C. E. Et diuisim vt [p] K. A. ad A. E. sic H. C. seu A. H. ad C. E. & vicissim [q] K. A. ad A. H. vt A. E. ad E. C. & componendo [r] K. H. ad H. A. vt A. C. ad C. E. Et proinde vt quadratum A. B. ad quadratum B. E. vel vt circulus A. B. ad circulum B. E. Ac ideo basis M. est basi P. vt K. H. seu altitudo P. ad A. H. seu ad altitudinem M. Sunt ergo M. & P. æquales coni. Sed conus M. est [s] portioni A. F. H. B. æqualis: eidem igitur portioni æquatur P. conus. At verò conus B. K. F. comprehendit [t] & conum P. & conum B. H. F. nam omnes sunt in basibus æqualibus & altitudo K. E. est æqualis binis altitudinibus K. H. & H. E. Ergo conus B. K. F. est æqualis portioni B. A. F. H. & cono B. A. F. nempe toti segmento B. A. F. quod fuit probandum.

a per 30 d. 3.
b per 8. & 4. lib. 6.
c per 20. l. 6
d per 15. d. 5
e per 10. defin. lib. 5.
f per fabricam.
g per 17. d. 5.
h per 16. d. 5.
i per 18. d. 5.
l per 2. l. 12.
m per 15. l. 12
n per 14. l.
o per 3 commun. sens.
p per vltimã libri.
q per fabricam.
r per 17. d 5
s per 16. d 5.
t per 18 d 5.
u per 15. li. 12.
x per ϰ. λιστ vltima lib praced.
y per 14. l. 12.

COROLLARIVM.

Hinc patet in triangulo rectangulo demissa perpendiculari à recto in basim, esse quadratum ambientis ad quadratum perpendicularis vt tota ba-

sis ad segmentum sui, dicto ambenti proximum. Non ostendimus esse quadratum C. B. ad quadratum B. E, vt A. C. ad C. E. vel quadratum A. B. ad quadratum B. E. vt A. C. ad A. E.

ΠΡΟΤ. Γ. ΓΡΟΒ. Β.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὅπως αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι πρὸς ἀλλήλας λόγον ἔχωσι τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.

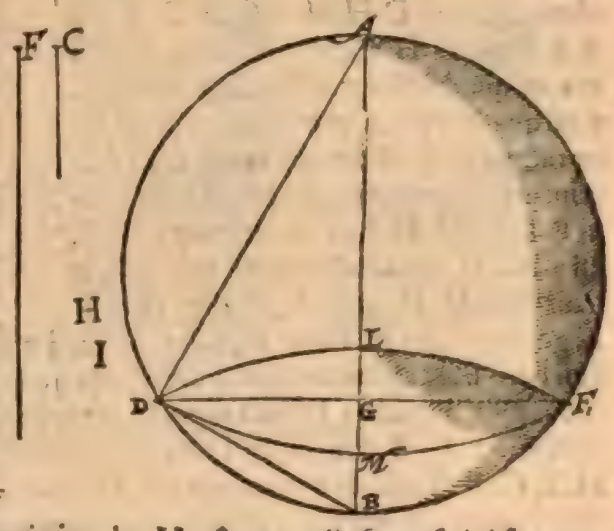
PROP. III. PROB. II.

Datam sphæram plano secare, ita vt superficies segmentorum rationem inter se inuicem habeãt eandem quam sit alia data.

ΥΠΟΘ. Sit sphæra A. D. B. E. secunda perpendiculari ad axem [a] plano vt vult positio ac iam secta ponatur vt experiamur quid inde consequatur. Ratio data sit F. ad C. & plano D. L. E. M. sphæra diuisa superficies segmenti A. D. E. sit ad superficiem segmenti D. B. E. sicut F. est ad C.

[a] Lemma prefixum 3. portismati.

ΔΙΟ. Dico partem dimetientis sphæræ A. G. ad partem G. B. seu altitudinem segmenti D. B. E. esse vt F. ad C.



ΚΑΤΑΣ. Ducantur A. D, D. B. & circulus H. describatur interuallo D. A. tum circulus I. fiat radio D. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam A. D. B. est [a] rectus angulus. Vt est [b] A. D. ad D. B. sic est A. G. ad G. D. & G. D. ad G. B. Ergo duplicata ratio A. D. ad D. B. est [c] eadem quæ duplicata A. G. ad G. D. Atqui duplicata ratio A. D. ad D. B. est [d] quadrati A. D. ad quadratum D. B. tum duplicata ratio A. G. ad G. D. est [e] lineæ A. G. ad lineam G. B. Igitur quadratum D. A. est ad quadratum D. A. est ad quadratum D. B. seu circulus [f] H. ad circulum I. vt A. G. ad G. B. Atqui circulus H. est [g] æqualis superficiei segmenti D. A. B. Tum alius I. æquatur [h] superficiei portionis D. B. E. Ergo vt superficies illa ad superficiem hanc, hoc est, vt F. ad C. sic est A. G. ad G. B. quod fuit ex prima hypothesi probandum.

[a] per 30. l. 3. [b] per 8. & 4. l. 6. [c] per 15. l. 5. [d] per 20. l. 6. [e] per 10. def. lib. 5. [f] per 2. l. 12. [g] per 36. lib. præced. [h] per 37. eiusdem præced.

ΚΑΘΟΛΟΥ δὲ φανερόν. Hoc cognito diuidatur axis sphæræ A. B. puncto G. in ratione lineæ F. ad C. & plano D. L. E. M. ducto per G. perpendiculari ad axem A. B. secetur sphæra, reliquaque maneant vt prius.

[i] per 11. l. 5. [l] per 10 l. 6.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico superficiem segmenti D. A. E. esse ad superficiem segmenti D. B. E. vt est F. ad C.

ΑΠΟΔΕΙ. Vt superficies segmenti D. A. E. ad superficiem segmenti D. B. E. sic est circulus H. ad circulum I. quia superficiebus circuli sunt æquales. At circulus H. est ad circulum I. vt quadratum diametri H. ad quadratum diametri I. vel vt quadratum radij H. hoc est lineæ D. A. ad quadratum radij I. seu lineæ D. B. Ergo superficies prior est ad superficiem posteriorem vt quadratum A. D. ad D. B. quadratum. Atqui vt quadratum A. D. ad quadratum D. B. sic est A. G. ad G. B. vt prius demonstrauimus: & sicut A G. ad G. B. sic F. ad C. [m] Ergo superficies segmenti D. A. E. ad superficiem segmenti D. B. E. est sicut F. ad C. & in ratione data, vt vult problema.

[m] per fabricam.

COROLLARIVM

Hinc deducimus: quod si ab angulo recto demittatur perpendicularis in basim rectanguli trianguli, quadratum ambientis esse ad quadratum alterius ambientis vt fru-

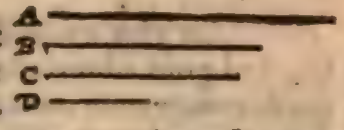
ſtum baſis ſeu proximum ad alterum fruſtum baſis. Etenim in triangulo rectangulo D. B. A. oſtendimus quadratum D. A. eſſe ad quadratum D. B. vt A. C. ad C. B.

LEMMA I.

Si fuerint quatuor rectæ lineæ continuè proportionales, eſt quadratum ſecundæ ad quadratum tertiæ vt prima ad tertiam, vel quadratum primæ ad quadratum ſecundæ vt ſecunda ad quartam. Eodem modo cum quadratum A. ſit ad quadratum B. in ratione dupla A. ad B. quę dupla itidem eſt B. ad D. ſequitur quadratum primæ eſſe ad quadratum ſecundæ vt ſecunda ad quartam.

ΤΗΟΘ. Sit A. ad B. vt B. ad C.

ΑΠΟΔ. Ratio quadrati B. ad quadratum C. duplicata eſt [a] rationis B. ad C. ſeu A. ad B. Sed ratio duplicata rationis A. ad B. eſt [b] primæ A. ad tertiam C. Ergo cum ratio quadrati B. ad quadratum C. tum ratio A. ad C. ſint eiuſdem duplicatæ, ſunt [c] inter ſe æquales & eædem.



[a] per 10. l. 6
[b] per 10. def. lib. 5.
[c] per 6. comm. ſent.

LEMMA II.

Si inter duas quantitates eiuſdem ſpeciei, aliquæ aliæ μεσότητες ponantur: ratio extremarum componitur ex rationibus intermediarum.

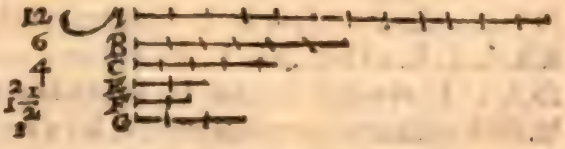
Cùm ſit ratio duarum quantitatum mutua earum habitudo, ἡ πρός τι πως ἔχουσα, [d] ſit ipſa aliqua quantitas neceſſe eſt: quantitas enim non niſi quantitate cognoſcitur. Propterea dicimus rationes eaſdem eſſe quæ eandem reddunt quantitatem, ſi alter terminus rationis per alterum diuidatur. Dicimus 12. eſſe ad 6. vt 6. ad 3. quia vtriuſque diuiſis terminis, maiore per minorem, producitur binarius.

[d] per 3. def. lib. 5.

Hinc fit vt duæ vel plures rationes, aliquam rationem componant, quia illarum additæ [e] quantitates huius quantitatem adimplent. Hoc poſito ſint A. & C. binæ quantitates, intra quas ponatur B.

[e] per 5 def. lib. 6.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico rationem A. ad C. componi ex ratione A. ad B. & B. ad C.



ΚΑΤΑΣ. Sit rationis A. ad B. quantitas E. tum rationis B. ad C. quantitas F. Denique rationis A. ad C. ſumma G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Offeruntur 4. quantitates, G prima, E. ſecunda, B. tertia, C. quarta, Et harum quidem G. multiplicans C. facit A. & E. multiplicans B. facit quoque A. Ergo [f] G. eſt ad E. vt B. ad C. Eſt autem F. quantitas rationis B. ad C. ergo quoque quantitas eſt rationis G. ad E. Et vt F. multiplicans C. facit B. eadem F. multiplicans E. producit G. Ergo G. quantitas rationis extremarum A. & C. æqualis eſt quantitatibus rationum intermediarum A. ad B. & B. ad C. quia ipſæ duæ quantitates E. & F. ſimul additæ multiplicando, [g] faciunt G. quod fuit probandum.

[f] per 14 l. 6 & 19. l. 7

Si verò plures vna interponantur, idem continget inter A. & F. ponantur B. C. D. E. Etenim ratio A. ad F. componitur ex rationibus A. ad B. & B. ad F. vt mox probauimus: Atqui ratio B. ad F. itidem componitur ex rationibus B. ad C. & C. ad F. Tum hæc C. ad F. fit ex alijs C. ad D. & D. ad F. & demum hæc D. ad F. conſtat ex duabus D. ad E. & E. ad F. Ergo tandem ſequitur rationem A. ad F. componi ex rationibus A. ad B, B. ad C, C. ad D, D. ad E, & E. ad F. quod fuit oſtendendum.

12.	3. 6. 8. 24. 6.
A.	B. C. D. E. F.

PROP. IV.

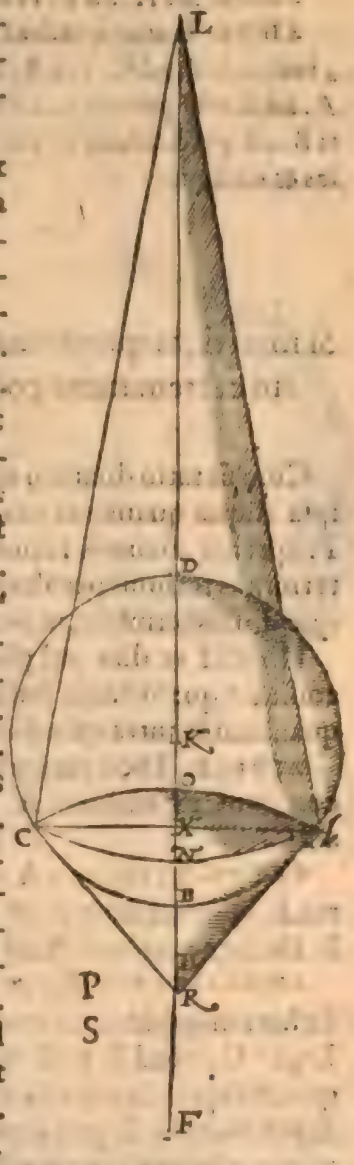
PROB. III.

Datam sphæram secare, ita ut segmenta sphæræ inter se rationem habeant eandem quam quæ data sit.

ΠΡΟΤΑ. Δ.

ΠΡΟΒ. Γ.

Τὴν δοθεῖσαν σφαῖραν τεμεῖν, ὥστε τὰ τμήματα τῆς σφαίρας πρὸς ἄλληλα λόγον ἔχειν τὸν αὐτὸν τῷ δοθέντι.



ΥΠΟΘ. Sit sphæra data A. B. C. D. secanda vt vult propositio. Sed prius admittamus factam sectionem, vt inde aliquid consequamur, nempè plano C.N.A.O. ducto perpendiculariter ad axem D.B. & sit K. sphæræ centrum.

ΚΑΤΑΣ. Fiat autem vt quemadmodum est composita ex K.D, D.X. ad D. X. ita sit [a] X.R. ad X.B. Et vt composita ex K. B, B. X. est ad B. X. ita sit L. X. ad X.D. Et absoluantur coni super basi C. N. A. O. sectionis circulo, & in altitudinibus L. X. & X.R. Vt fiat [b] conus C. A. L. æqualis portioni sphæræ A.D.C. tum alter C. R. A. par segmento C.B. A. Horum quia basis est communis, maior C.L.A minori C. R. A. in ratione est, vt L.X. ad X R. Quoniam autem vt composita ex K.D, D.X. ad D.X. sic est R.X ad X.B. diuisim [d] vt K. D. ad D. X. sic est R.B. ad B.X. & vicissim, vt K. D. seu K.B. ad R. B sic D. X. ad B.X. Rursus quia L. X. est ad X.D. vt composita ex K.B, B.X, ad B.X. diuidendo [d] L. D. est ad D. X. vt K. B. seu D. K. ad B.X. & permutando [e] L. D. est ad D.k. vt D. X. ad X.B. Atqui vt D. X. ad X B. sic fuit D.B ad B,R. Ergo vt L. D. ad D.k. [f] sic D.X. ad X.B. & k.B ad B.R. & inuertendo [g] vt R.B. ad B.k. sic k.D. ad D. L. tum, componendo vt R. k. ad k,B. vel k.D. sic k.L, ad L. D Et tandem; est tota R. L. comprehendens antecedentes R.k. & k. L. ad totam k. L. conflatam ex consequentibus k. D,& D.L. vt vna k.L. ad L.D. Proinde tres R.L, L.k. & L. D. sunt continuè proportionales, & ex consequenti rectangulum sub R.L, L.D. æquale est quadrato L.k. [l] & vt est prima R.L ad tertiam L.D. sic est [m] quadratum L.k. ad quadratum L. D. Hæc primò notentur. Deinde repetamus L.D. esse ad D.k. vt D.X ad X.B. nam conuertendo [n] k. D. est ad D.L. vt B.X. ad X.D. & coniungendo [b] k. L. est ad L. D. vt B.D. ad D. X. Proinde quadratum k L. est [n] quadrato L.D. vt quadratum B.D. quadrato D.X. Atqui vt quadratum k. L. quadrato L.D. sic esse ostendimus R.L. ad L.D. Ergo sic est R. L. ad L. D. vt quadratum B.D. quadrato D.X. quod secundo notetur. Iam fiat B F. par radio B.k. Maior quidem erit quàm B.R. Probauimus enim D.X ad X.B. vt k B. ad B.R Sicut ergo D.X. excedit X.B. ex hypothesi, ita k. B seu B.F. excedit B. R. Cæterum euicimus L.D. ad D.X. esse vt k B. hoc est F.B. ad B. X. Itaque componendo est L.X. ad D. X. vt F. X. ad B.X. & conuertendo [o] L.X. est ad excessum L. D. vt F.X. ad excessum F.B. & inuertendo [g] L. D. ad L.X est vt F. B. ad F.X. Quod tertio notemus. Sphæra autem in data ratione secta est. Et quia coni C. L. A, & C. R. A. sunt partibus sphæræ æquales, sunt inter se in ratione data. Atqui vt conus C R. A. ad conum C.L A. sic [p] R.X. ad X. L. Ergo ratio R.X. ad X.L. data est, & componendo [b] ratio quoque R. L. ad L. X. da-

[a] per 12. l. 6.
[b] per 2. huius.
[c] per 10. lib. 12.
[d] per 17. l. 5.
[e] per 16. li. 5.
[f] per 11. l. 5.
[g] per coroll. 4. l. 5.
[h] per 18 l. 5.
[i] per 12 l. 5.
[l] per 17. l. 6.
[m] per proximũ lemma 1.
[n] per 22. l. 6.
[o] per coroll. 19. lib. 5.
[p] per 14 l. 12.

tur. Inter R.L. verò & L.X. ponatur L.D. sic componetur[a] ratio R.L. ad L.X. ex rationibus R.L. ad D.L. & L.D. ad L.X. Atqui secundo notauimus R.L. esse ad L.D. vt quadratum B.D. ad quadratum D.X. Deinde tertio notauimus L.D. esse ad L.X. vt B.F. ad F.X. Ergo ratio R.L. ad L.X. quoque componitur ex rationibus quadrati B.D. ad quadratum D.X. & B.F, ad F.X. Denique fiat vt R.L. ad L.X. [b] sic F.B. ad F.H. hoc est in ratione data, & ijsdem composita rationibus quibus conflatur ratio R.L. ad L.X. Et quoniam F.B. semidiameter sphæræ cognoscitur: proinde & consequens F.H. cognoscetur[c]. Inter vtramque ponamus F.X. vt ratio F.B. ad F.H. componatur ex rationibus F.B. ad F.X. & F.X. ad F.H. Itaque duæ rationes nempè quadrati B.D. ad quadratum D.X. & lineæ B.F, ad F.X: tum aliæ duæ F.B. ad F.X. & F.X. ad F.H. vnam eandemque componunt rationem, nempè eam quæ est F.B. ad F.H. Illæ ergo duæ his duabus sunt æquales. At est vtrobique communis ratio B.F. ad F.X. Ea igitur vtrinque sublata remanet ratio quadrati B.D. ad quadratum D.X. æqualis rationi F.X. ad F.H. Atqui in illa antecedens, nempè quadratum diametri sphæræ B.D. cognoscitur: huius verò consequens F.H. innotuit. Quod quarto notandum.

[a] per 2 lemma proximum.

[b] per 12. l. 6

[c] per 14. l. 6. & 19. l. 7.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico F.D. sesquialteram ad diametrum sphæræ diuidi in X. ita vt X.F. sit ad F.H. datam vt quadratum B.D datum ad quadratum D.X.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Hoc mox concluſimus. Tandem itaque difficultas problematis huc recidit.

LEMMA.

Duabus datis rectis lineis in ratione dupla, vt D.B, B.F. & terminis alicuius rationis: diuidere minorem illarum vt B.F. in ratione data, puta vt in H. aut efficere vt sicut sunt duo termini simul rationis datæ ad consequentem, ita fiat F.B. ad F.H. tum ita secare compositam ex vtraque sicuti D.F. in X. (si contingat,) vt quadratum maioris B.D. sit ad quadratum partis D.X. vt est reliqua pars F.X. ad inuentam F.H.

Diuidimus F.B. in ratione data, vel iungimus terminos rationis datæ, amboſque simul conferimus ad consequentem, vt habeatur F.H. Nam F.B. est ad F.H. vt L.R. ad R.X. At verò L.X. est ad X.R. vt conus A.L.C. ad conum A.R.C. hoc est vt portio sphæræ A.D.C. ad segmentum A.B.C. hoc est vt rationes datæ, antecedens ad eiusdem consequentem. Ponitur enim sphæræ partes habere rationem datam. Ergo L.X. est instar antecedentis rationis datæ, & X.R. consequentis. Proinde L.R. est ad R.X. seu F.B. ad F.H. vt termini simul rationis datæ ad solum consequentem, & diuidendo F.H. est ad H.B. vt antecedens datæ rationis ad consequentem. Reliqua ex præmissis patent. Hoc demonstrato, & tanquam possibili posito ad ἀπόδειξιν accedere nobis fas fuerit. Verùm hoc opus hic labor est, & priùs hoc lemma præmittendum.

LEMMA

Duabus datis rectis lineis inæqualibus & rectilineo proposito, ita secare maiorem, vt quemadmodum fuerit altera partium resectæ ad minorem lineam, ita sit spatium propositum rectilineum ad quadratum alterius portionis sectæ lineæ.

ΠΡΟΘ. Dentur A.B.maior, & A.C. minor, tum ſpatium D.rectilineum.

ΣΥΜΠ. Secare proponitur A.B. puta in E. ita ut A.E. ſit ad A.B. vt eſt rectilineum D.ad quadratum E.B.

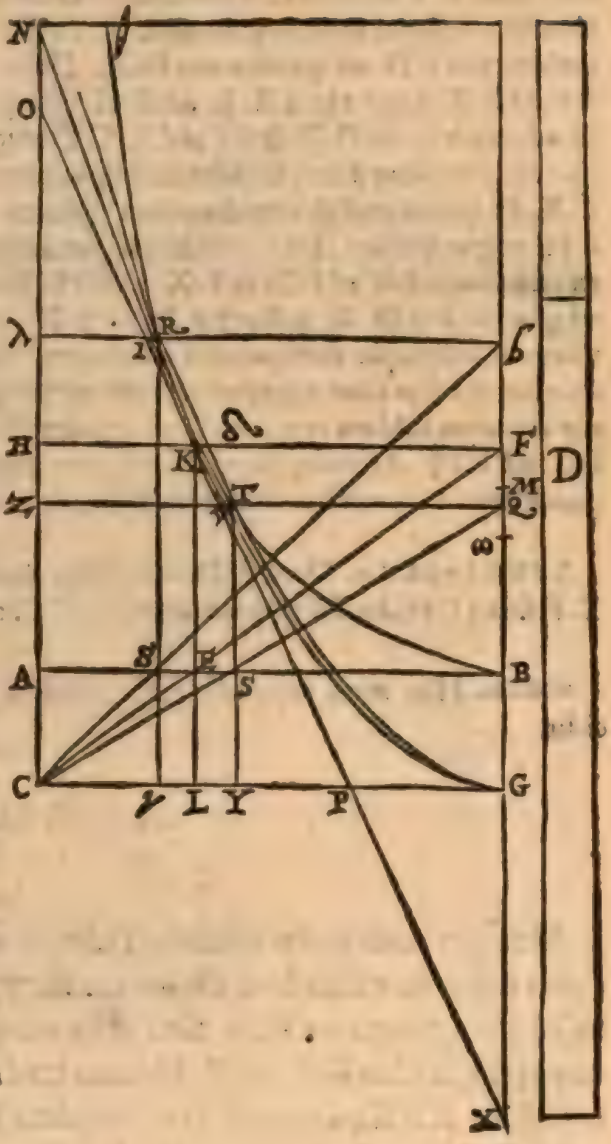
Cùm hoc problema torſiſſet veteres Geometras, animaduerterunt ἀμφιγενεσ μα ipſius reperiri in effectione ſectionum conicarum. Etenim in omni parabola quadratum lineæ ordinatim applicatæ, [a] eſt æquale rectangulo ſub diametri parte quæ eſt inter verticem & applicatam, & recto latere: tum in hyperbola rectangulum comprehenſum ſub lineis quæ inter ipſas & vertices tranſuerſi lateris figuræ interijciuntur, eſt ad quadratum lineæ ordinatim applicatæ ad diametrum, & [b] tranſuerſim figuræ latus ad rectum, Demum in Ellipſi lineæ applicatæ ordinatim poſſunt [c] quod cõprehenditur ſub parte diametri quæ eſt inter eas, & ſectionis verticem, & ducta parallela recto lateri. Hoc verò inferius [d] oſtendemus pluribus. Hinc antiqui methodum rimati ſunt reſoluendi hoc problematis. Inter alios ſic Eutocius, ex veteribus theorematis, quæ quæſitorum habebant ſuppoſitionem, Dorica ſcribebantur lingua Archimedi (inquit) gratiſſima & conſuetis Archeorum nominibus vtebantur, hunc docuiſſe ſolutionem refert.

a per 11. l. 1. elem. conic.

b per 21. li. 1. Elem. conic.

c per eãdem 21. l. 1. elem. conica.

d ad lib. de ſphæroid. & conoidib.



MODVS EVTOCII.

Suppoſitis quæ mox ſumpſimus, addamus ex hypotheſi confectum problema vt requiritur, & ſic A.E.ad A.C. vt eſt rectilineum D.ad quadratum E.B.

e per 11. l. 1. ΚΑΤΑΣ. Conſtituantur [e] A.B, & B.C. ad angulum rectum, & perficiatur rectangulum A.G. Tum per E. agatur C.E.F. in quam G.B. producta cadat in punctum F. perficiatur parallelogrammum H.G. & tandem per E. agatur L.E.k. parallela ipſi C.H. vel ipſi G.F. anguli etenim ſunt omnes recti. Demum ponatur rectangulum ſub A.B. ſeu C.G, G.M. eſſe æquale rectangulo D.

ΣΥΜΠΕ. Dico his ſic conſtitutis, ſi puncto G. & diametro G.F. tum latere recto G.M. deſcribatur parabole, eam incidere neceſſario in k. & hanc parabolam poſitione dari. Tum aio, ijſdem remanentibus, ſi datis aſymptotis ſeu inconcurrentibus H.C, C.G. & puncto B. inter eas deſcribatur hyperbole, ipſam rurſus incidere in punctum k. ac ideò vtramque & parabolam & hyperbolem concurrere puncto ſectioni directè oppoſito, qui proinde cognoſcetur.

f per 4. l. 6. ΑΠΟΔ. Quoniam eſt A.E. ad A.C, ita eſt D, ad quadratum E.B, & quoque ita eſt [f] C.G. ad G.F. propter ſimilitudinem triangulorum E.A.C, & C.G.F. Ergo vt C.G. ad G.F. ita eſt D. ſeu rectangulum ſub C.G, G.M, [g] ad quadratum E.B. Verum & C.G. ad G.F. ita eſt [h] quadratum C.G, ad rectangulum ſub C.G, G.F. Proinde vt quadratum C.G. ad rectangulum ſub C.G, G.F, ita eſt rectangulum ſub C.G, G.M. ad quadratum E.B. hoc eſt ad quadratum F.k. & permutando vt quadratum C.G. ad rectangulum

g per fabricam.

h per 1. l. 6.

ſub C.G,G.M. vel vt C.G,ad G.M. ita rectangulum ſub [aa] C.G,G.F. ad quadratum F. K. Atqui rectangulum ſub C.G,G.F. eſt ad rectangulum ſub G. M, G.F. (ſcilicet ſumpta G.F. communi altitudine) vt C.G, ad G.M.[bb] Igitur vt rectangulum ſub C.G,G.F. ad rectangulum ſub G M,G F. ita eſt idem rectangulum ſub G.F,G.M. ad quadratum F.K. Et ideò rectangulum ſub G.F,G.M. eſt æquale quadrato K.F. vnde patet deſcriptam parabolam diametro G.F. & recto latere M.G. tranſire per punctum k.[a] vt k F. remaneat ordinatim applicata, ex natura paraboles: & eſſe præterea punctum K. poſitione datum, cum detur G.M. quæ cum G. C. det rectangulum D. Rurſus quoniam rectangulum ſub K.L, L. C. æquale eſt[b] rectangulo ſub B. A, A.C. ſequitur, quod ſi deſcribatur hyperbole per punctũ B. ſumptis aſymptotis ſeu inconcurrentibus H.C,C. B. tranſierit ſectio per punctum K. ex inuerſa, non quidem 8. vti aut Eutocius, ſed 12. lib. 2. Elementorum conicorum. Igitur tam ex hyperbola quàm ex parabola punctum k. ſitu dignoſcitur,& hyperbole poſitione datur, quoniam B.L,& C.B. dantur: Tum B. C,C.G. & quoque punctum B. & ex conſequenti punctum E. Quoniam verò E. A. eſt ad A.C. vt D. ad quadratum C. B. ſi rectangulo D. tanquam baſe, & altitudine A.C. tum quadrato E B. pro baſi & altitudine E. A. fiant ſolida parallelepipeda. Erunt[c] inter ſe æqualia, cum baſes ſint reciprocæ altitudinibus. Et hæc quidem ita ſe habebunt, vt ſi E.B. contigerit ſecari in E. ita ut E B. maneat duplum ipſius A. E. accidat vt parallelepipedum conſtructum baſe quadrato E.B. & altitudine E.A. maximum ſit omnium quæ ex quacumque ſectione A. B. euenire poſſit. Quod oſtendiſſe operæ pretium videtur, vt ſciamus quouſque extendat ſe problema. Etenim oblato rectangulo D. tanto & eo baſe & altitudine A. C. fiat parallelepipedum maius, eo quod ſit quadrato E. B. baſe & altitudine E. A. non poteſt problema confici: quod hoc lemmate demonſtremus oportet.

[aa] per fabricam.
[bb] per 1. l. 6
[a] per conuerſam 11. lib. 2. elem. Conic.
[b] per 43 l. 1.
[c] per 34. l. 11

LEMMA.

Propoſita linea, eaque ſecta, ita vt partes ſint in ratione dupla: parallelepipedum conſtructum baſe quadrato maioris partis, & altitudine minori portione, maximum eſt omnium quæ pariter confici poſſunt ex alia quacumque ſectione eiuſdem lineæ.

ΥΠΟΘ. Repetatur præcedens diagramma, & ſit A.B. dupla ipſius E.A. ſecetur autem eadem A.B. in punctis S. vel intra E.B, vel intra E.A.

ΣΥΜΠΕ. Dico parallelepipedum ex quadrato E.B. & altitudine E.A. maius eſſe parallelepipedo ex quadrato S.B. & altitudine A.S.

ΚΑΤΑΣ. Manentibus ijſdem parabola & hyperbola concurrentibus in puncto k. vt ſuperius, educatur parabola à puncto k. in infinitum: ipſa enim vſpiam concurret cum C. H. producta æquidiſtãter diametro ſectionis c. F. Conueniat ergo in N. hyperbole verò cum numquam concurrat, abeat verſus R. Quod autem parabolæ hyperbole applicet in k. luculentius oſtenditur, producta G.F. in X. itaut G. X. ſit æqualis ipſi G.F tum iuncta X.k. & educta in occurſum C N. puta in O. vt ipſa applicet parabolæ in k.[d] Secet autem C.G. in P. Etenim cum trianguli X.P.G. & k.L.P. ſint æquianguli, nempè anguli recti ad G. & L. & bini P.[e] ad verticem vt eſt G.X. æqualis ipſi L.k. hoc eſt ipſi G.F. ſic eſt/ L.P. par ipſi P.G. & L.G. diuiſa bifariã, itavt L.P. ſit æqualis ipſi C.L. nam C.G. diuiſa eſt in L. vti A.B diuiditur in E. ac ideò L.P. eſt æqualis ipſi H.k. ſed vt trianguli O.H k & k.L.P. ſunt æquiãguli, quia recti ad H. & L. tum ad X. & O. pares vt alterni. Proinde O.k, k.P. ſunt æquales,& O.P. bifariam ſecta in k. & inde applicatæ hyperbolæ in k. Eadem ergo linea X.O. applicat ambabus hyperbolæ & parabolæ: Altera ergo alteri applicat Iam in E.B primo, tum in E.A. ſumantur puncta S. per quę educantur[b] parallelæ Y.S.T. &[γ] S R. ſecantes hyperbolem in T. & R. parabolem verò inferius. Nam hyperbole contingit quidem parabolem in k. ſed præterea ſemper intra parabolem continetur, putà intra aſymptotos C. N, C.G. quas eam attingere numquam fas eſt. Adhuc per T. & R. ponantur parallelæ ipſi A. B duæ Z.T.Q & λ. R.[b] quas pa-

[d] per 33 l 1. elem. conic.
[e] per 15 l. 1.
[f] per 4 l. 6.
[g] per conuerſam 3 l. 2. elemẽs. conic.
[b] per 31 l. 1.

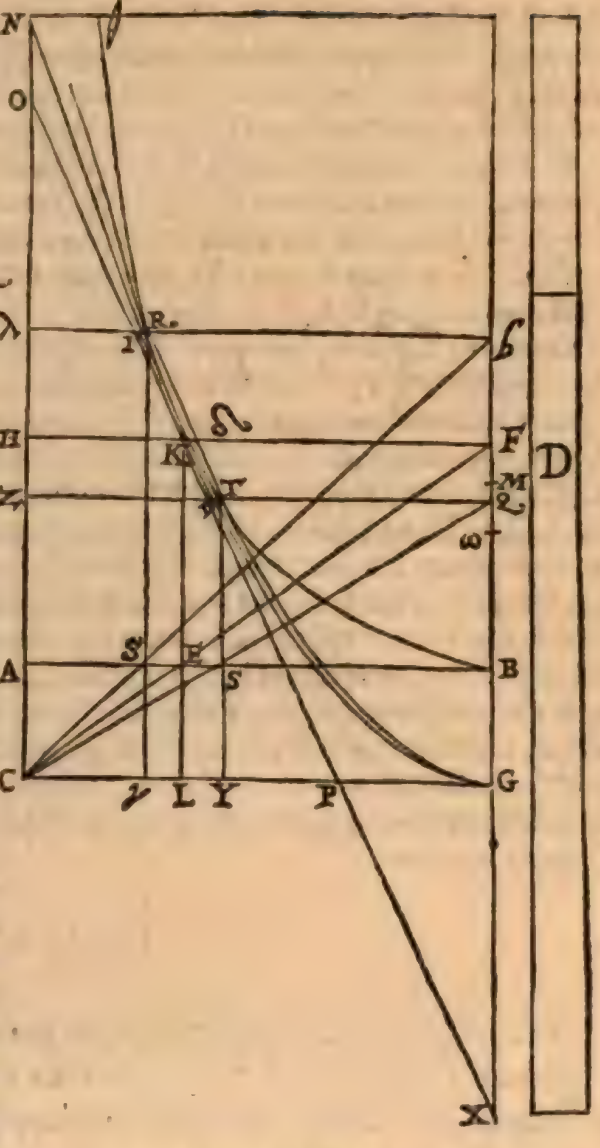
rabola secet in V. & I. intra T.Z. & R. λ. Quoniam verò Z.Y. est æquale rectangulo C.B. Tum λ.7. eidem C.B. eductæ lineæ à puncto C. ad b. & Q. transibunt necessario per puncta S. Educantur ergo. Denique, quoniam ab initio posuimus G.M. rectum latus paraboles, quadratum V.Q. est æquale rectangulo Q. G, G. M. At quadratum T.Q. seu S.B. minus est quadrato V.Q. quia T.Q. scilicet ordinatim applicata ad hyperbolem minor est quàm sit V.Q. ordinatim applicata ad parabolem. Ergo quoque quadratum T.Q. seu S.B. minus est rectangulo sub Q.G, G.M. fiat ergo æquale rectangulo sub Q.G, G.ω.

d pr 43. l. 1

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam ex triangulorum S.A.C, & C.B.Q. similitudine, sicut S.A, ad A.C, ita C.G. ad G.Q. hoc est ita rectangulum sub C.G, G ω. b ad rectangulum sub Q.G, G ω. eadem sumpta altitudine G.ω. sed Q. G, G.ω. fecimus æquale quadrato T.Q. Ergo vt S. A. ad A.C. ita rectangulum sub C.G.G. ω. ad quadratum T.Q. seu S.B. Et ex cõsequenti parallelepipedum descriptum basi rectangulo sub C. G, G.ω. & altitudine C. A. æquale est, c parallelepipedo constructo basi quadrato S. B, & altitudine S.A. Atqui hoc parallelepipedum C.G, G.ω. altitudine C. A. minus est eo quod fit basi C.G, G. M. & altitudine eadem C.A. Ergo quoque quod fit basi quadrato T.Q. seu S. B. & altitudine S.A. minus est eo, d quod fit basi rectangulo C. G, G.M. & altitudine C.A. quod iam antea demonstrauimus æquale ei quod fit basi quadrato E.B. & altitudine E. A. Proinde rectè concluditur, parallelepipedum super basi quadrato S.B. & altitudine S.A. minus esse alio constituto super quadrato E.B. tanquam basi, & altitudine S.E. Idem ostendetur sumpto puncto S. inter E. & A. Etenim quoniam R. b. seu S.B. applicata ad hyperbolem minor est quàm I.b. applicata ad parabolem, quadratum R.b. minus est quadrato I. b. hoc est rectangulo sub c.b, G.M. Sit ergo illi æquale rectangulum sub G.b. c.ω. Quandoquidem quia vt S.A, ad A.C. ita est C.c, ad c.b. seu rectangulum sub C.G, G ω. ad b. G, G.ω. Sequitur parallelepip. sub C.G, G.ω. & altitudine C.A. esse æquale parall. sub b. G, G ω. seu quadrato S.B. & altitudine S.A. Sed illo maius est parallelep. sub C.G, c.M. & altitudine C.A. Ego quoque parallelep. sub C.c, c.M. & altitudine C.A. hoc est sub quadrato E.B. & altitudine A.E. est maius parallelepipedo sub quadrato S. B. & altitudine S. A. quod fuit probandum. His sic demonstratis, conficiamus problema.

c pr 34. l. 11.

d pr 32. l. 11.



Solutio potioris Lemmatis.

ΚΑΤΑΣ. Repetatur diagramma, in quo datæ A.B A. C. constitutæ sunt ad angulum rectum, & cætera constent, vt priùs. Etenim diuisa A.B. in E ita vt E.B. dupla sit ipsius A. E. Si fuerit parallepipedum super D. & basi C.A. maius parallelep. quod fit quadrato E. B. & altitudine E.A. absolui problema non potest, vt mox ostendimus: Quod si fuerit æquale, diuisio ritè facta est in E. & problema solutum. Demum si minus fuerit, certissimum est vt E.A ad A.C. ita D. esse ad rectilineum quoddam minus quàm sit quadra-

tum

tum k.F, seu E.B, sit illud quadratum ♑. F. Inueniri enim facillimè potest [a] ex tribus cognitis terminus quartus. Et quoniam posita G.M, recto latere paraboles inuento ex præcedentibus, rectangulum sub G.F, G.M, est æquale quadrato k.F sequitur, idem maius esse quadrato F.♑. Sit ergo rectangulum sub F.G, G.Q, æquale quadrato F.♑, etenim hoc inueniri potest, & applicari [b] quadratum ♑.F, ad lineam G.F. Sit verò D. rectilineum æquale parallelogrammo C.G, G♋, Et quoniam E.A, ad A.C, hoc est, propter similitudinem triangulorum, sicut C.G, ad G.F, vel sicut [c] quadratum C.G, ad rectangulum sub C.G, G.F. ita est rectangulum D. hoc est rectangulum sub C.G, G♋. ad quadratum F.♑, permutatim [d] sicut quadratum C.G, ad rectangulum sub C.G, G.♋, ita est rectangulum sub C.G, G.F, ad quadratum F.♑. Verùm sicut quadratum C.G, ad rectangulum sub C.G, G♋, ita [e] C.G, ad G♋, & sicut C.G, ad G♋, ita communi altitudine sumpta G.F, contentum sub C.G, G.F, ad contentum sub F.G, G♋, Itaque sicut contentum sub C.G, G.F, ad contentum sub F.G, G♋, ita contentum sub C.G, G.F, ad quadratum F.♑. Proinde contentum sub F.G, G♋, est [e] æquale quadrato F.♑. Et si vertice G. ac diametro G.F, tum latere rectò G♋. describatur parabola, transibit necessario per ♑. Descripta itaque hac transeat. Tum quoniam H.L. æquale est ipsi A.G, si per B. ἐκβαλλόμενις H.C, C.G, describatur hyperbole, necessario transibit per K. Describatur itaque, & secet parabolem puncto T. à qua deducatur perpendicularis T.Y. in C.G, secans A.B, in S, & ducatur æquedistans ipsi C.G, linea Z.T.Q. tandem agatur C.Q, quæ necessario transeat per S. cum sit hyperbole G.T.k, eiusque à incoincidentes H.C, C.G. quibus parallelæ ductæ sunt Z.T, T.Y, & propterea sint [g] æqualia rectangula sub Z.T, T.Y, & sub A.B, B.G, & ex consequenti Z.S, & S.G, communi sublato A.Y.

[a] per 12. l. 6
[b] per 28 & 29 l. 6.
[c] per 1. lib 6.
[d] per 16. l. 5
[e] per 9. l. 5.
[f] per 43. l. 1
[g] per 13 l 2. conic elem.

ΣΥΜΠΕ. Dico A.B, secari in S, vt requiritur, & esse S.A. ad A.C, vt rectilineum D. ad quadratum S.B.

ΑΠΟΔ. Etenim vt S.A, ad A.C, ita C.G, ad G.Q, propter sæpissimè repetitam triangulorum similitudinem, hoc est ita contentum sub C.G; G♋, (sumpta ♋.G, communi altitudine) ad contentum sub Q.G, G♋. Atqui contentum sub G.Q, G♋, est æquale quadrato T.Q vel S.B, ex proprietate paraboles. Tum quod sub C.G, G♋, par est rectangulo D. Ergo vt S.A, ad A.C, ita est rectangulum D, ad quadratum S.A, quod fuit agendum.

Confectio problematis Archimedei.

Iam veniamus ad confectionem Problematis, seu præcedentis propositionis, & tandem sphæram datam secemus, ita vt ipsius segmenta rationem datam habeant.

ΥΠΟΘ. Sit sphæra A.B.C.D, secanda in ratione data P, ad S.

ΚΑΤΑΣ. Sphæra diuidatur per centrum, vt pateat maximus eius circulus A.B.C.D, eiusque dimetiens D.B, qui producatur in F, quantitate radij B.k, ita vt sit D.B, dupla B.F, & vt est P. ad S, sic secetur [h] F.B, in H, aut sicuti sunt P. & S, simul ad S, sic fiat F.B, ad F.H, vt detur F.H. Diuidatur tandem B.D, in X. ita vt quadratum D.B, sit ad quadratum D.X, vt X.F, ad F.H. Hoc autem fieri potest vtcumque ex præcedentibus, cum inciderimus in ὑπόθεσιν præcedentis lemmatis. Etenim dantur duæ lineæ, maior D.F, minor F.H, & quadratum D.B, & proponitur secanda D.F, ita vt quadratum D.B, datum sit ad quadratum maioris partis lineæ D.F, putà ad quadratum D.X. vt est reliqua pars X.F, ad minorem F.H. Denique per puncta X. agatur [i] planum ad D.B. perpendiculare.

[h] per 10 l 6
[i] per lemma prefixum 3. πεῖσματ.

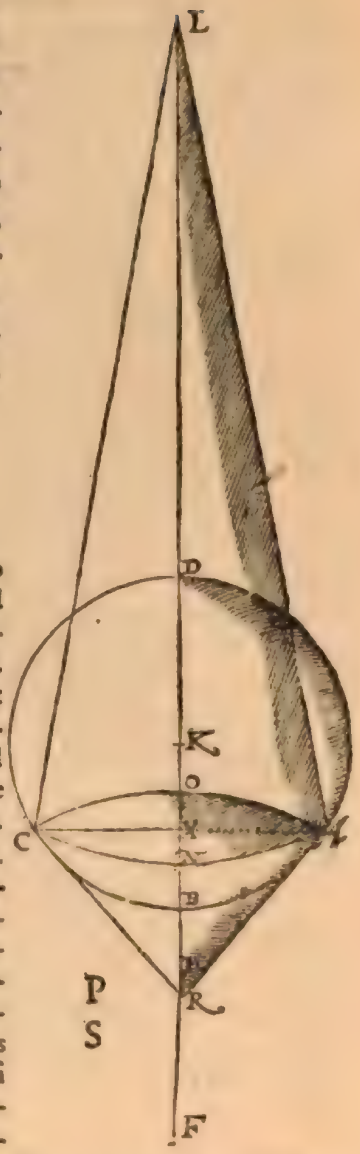
ΣΥΜΠ. Dico sphæræ partes rationem datam seruare.

ΑΠΟΔ. Remanentibus conis A.L.C, & A.R.C, probabimus sicuti antea, vt L.R. ad R.D, sic quadratum B.D, ad quadratum D.X. & vt quadratum B.D, ad quadratum D.X. sic esse X.F, ad F.H, ac proinde concludemus [l] L.R, ad R.D, vt X.F, ad F.H.

[l] per 11. l. 5.

Et quoniam ſicuti duæ ſimul κ.B, B.X, ſunt ad B.X, vt L. X, ad X D, eſtque κ.B, æqualis lineæ B.F. euinco[a] B.F. cum B.X, eſſe ad B.X, vt L.X, ad X.D, & conuerſione[b] rationis F.X, eſſe ad exceſſum B.F, vt L.X, ad exceſſum L.D, & rationis inuerſione[c] vt L D.ad L.X, ſic B.F, ad F.X. Eſt autem R.L.ad L.D, vt X.F, ad F.H. Ergo ex æquo[d] ὐ πίσα εσγκλὶς ἀναλογία R.L, eſt[d] ad L.X, vt F.B, ad F.H, ac diuidendo[e] R.X, eſt ad X.L, vt B.H, ad H.F, demum inuertendo[e] L. X, ad X. R, vt F.H. ad H.B, hoc eſt, vt P.ad S. Atqui vt altitudo L. X, ad altitudinem X. R, ſic conus A.L. C, ad conum A.R. C, hoc eſt[ee] portio A. D. C, ſphæræ ad portionem A.B.C, quod fuit demonſtrandum.

a per 7. l. 5
b per coroll. 19 l. 5.
c per coroll. 4 l. 5.
d per 23. l. 5.
e per 17 l. 5.
ee per 2. huius.



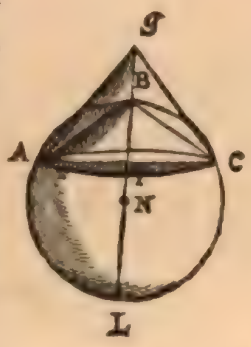
ΣΧΟΛΙΟΝ.

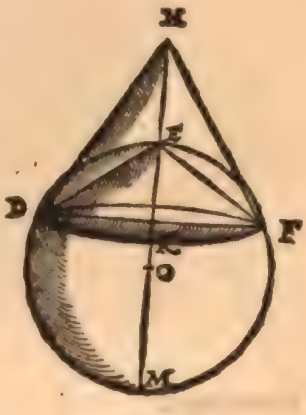
Sit ex hypotheſi diameter D.B.10, F.B.5. quadratum D.B.100. ratio data P.ad S.vt 4.ad 3. Ergo L.X.erit ad X.R. vt 4.ad 3. & tota R.L. ad X.L.ſeu F.B.ad F.H.vt 7.ad 4. Quarum proinde F.B. fuerit 5. earumdem F.H.erit $2\frac{6}{7}$ & ex conſequenti H.B. erit $2\frac{1}{7}$. Vnde fit vt B. F. diuidatur puncto H. in ratione data: nam $2\frac{6}{7}$ ſe habent[f] ad $2\frac{1}{7}$ vt 4.ad 3. Hæc apertè patent. Reliqua verò obſcuriſſima difficultate obducuntur. Quandoquidem huius proportionalitatis quadrati B. D.ad quadratum D.X.vt X.F. ad H.F. quò tandem priori demonſtratione deuenimus, cognoſcimus duos duntaxat terminos, quadratum B.D. & H.F. & tres eſſent cognoſcendi, vt Geometricè nodus ſoluatur. Tum termini ſunt magnitudines variæ ſpecici, vnde fit vt in hoc problemate ſint ἀσύμβολοι vt ἀσύμβλητοι, reddantque huius propoſitionis ἀδύνατον τὸ ἐπιχείρημα, niſi modis prædictis quià vera via geometriæ deflectunt, tentetur. Archimedes quidem vbi nodum propoſuit, ſubiungit ἱκάτερα ἢ πάντα δεῖ πλησίον ἀλληλοῖς τι ἢ συμπίπτειν. At nullibi habentur, vel reſoluta ab eo, vel compoſita, vti & ipſe Eutocius vetus Archimedis ſcholiaſtes conqueritur, qui & Dioclem citat promiſſi conſtantiam in Archimede requirentem; Et vias duas exſcribit, alteram Dionyſodori, qui vtitur hyperbola & parabola vt ſuperiùs, alteram Dioclis qui Ellipſi & hyperbola problema abſoluit. Vias autem illas addidiſſe fuiſſet fortaſſis inutile. Sufficiat itaque monuiſſe cum Eutocio, vidiſſe Archimedem duobus punctis ſectionem futuram poſſe, & inter B.F. & inter B.D. & vt qua ſectio eſſet neceſſaria, adnotaret, ſic propoſuiſſe in fine prioris demonſtrationis: ἢ σημεῖόν ἐστι τὸ β.ζ, τὸ θ. πρὸς τῷ δ.β, καὶ τὸ χ, &c. non quidem dicens πρὸς τῷ ζ. quæ eſt tota prima, ſed δ.β. quæ eſt pars interior, in qua ſectio erat operanda, ſcilicet intra ſphæram. Quod autem duobus locis contingere poſſit ſectio, patet ex duplici concurſu paraboles cum hyperbola in ſuperiori diagrammate, quo conueniunt ambæ ſimul in T. & R. loquendo ſcilicet de parabola quæ ducitur poſito recto latere G.ω. Etenim cum hyperbola ſit B.k.θ. & parabola primum illi occurrat in T. vt demonſtratum eſt, abeat deinde eadem parabola in incoincidentem C.N. quàm hyperbola numquam attingit, neceſſe eſt adhuc conueniant: & occurſus eſt in R. vnde quoque ſolui problema poteſt.

f per 19 l. 7

LEMMA.

Si fuerint duo ſphærarum ſegmenta ſimilia: coni huiuſmodi ſegmentis æquales, inter ſe quoque ſimiles ſunt.





ΥΠΟΘ. Sint duæ ſphærarum A. B. C.L, & D.E.F.M, portiones A.B.C, D.E.F, ſimiles, tum coni A.G.C, D. H.F, ipſis æquales.

ΔΙΟΡ. Dico conos A.G.C, D.H.F, eſſe quoque ſimiles.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur lineæ A.B, B.C, & perpendicularis G.I, tum D.E, E.F, & perpendicularis H.K.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam anguli A.B.C, D.E.F, sunt in portionibus circulorum, ex quibus natæ sunt propositæ sphærarum portiones, ipsi sunt [a] æquales, eorumque semisses, nempè anguli A.B I, D.E.K, sunt [b] pares. Tum anguli ad I. & K. sunt recti. Ergo triangulorum B.A.I, & D.E.k, reliqui ad A, & D, sunt [c] æquales. Et est [d] B.I, ad I.A, vt E.k, ad k.D. Eadem prorsus argumentatione ductis lineis A.L, L.C, & D.M, M.F, probabitur A.I, ad I.L, vt D.k, ad k.M. Itaque cum hinc habeamus tres B.I, I.A, I.L. tum illinc tres E.k, k.D, k.M, ordinatas in eadem ratione, est [e] prima B.I, ad I.L, vt E k, ad k.M, & componendo [f] B.L, est ad I.L, vt E.M, ad M.k. Et demum semissis [b] N.L, est ad I.L, vt semissis O.M, ad M.K, & componendo [f] N.L, L.I, simul sunt ad L.I, vt O.M, M.k, simul ad M.k. Atqui vt [g] N.L, L.I, simul ad L.I, sic G.I, ad B.I, & vt O.M, M.k, simul ad M.k, sic est [b] H.k, ad E.k. Proinde G.I, est ad B.I, vt H.k, ad E.k. Sed antea vt B.I, ad I.A. sic fuit E.k, ad K.D. Ex æquo igitur [e] in ordinata ratione G.I, est ad I.A, vt H.k, ad K.D, vel G.I, est ad A.C, duplam, vt H.k, ad D.F, duplam hoc est, altitudo G.I, ad diametrum basis A.C, vt altitudo H.K, ad diametrum basis D.F. Sunt ergo coni G.A.C, & D.H.F. similes, quod voluit lemma.

[a] per 7 definit. huius operis.
[b] per 15 d. 5 per 32. l. 11.
[c] per 4. l. 6.
[d] per 22. d. 5
[e] per 18. l. 5
[f] per conuersam 1. huius.
[g] per 11. l. 5.

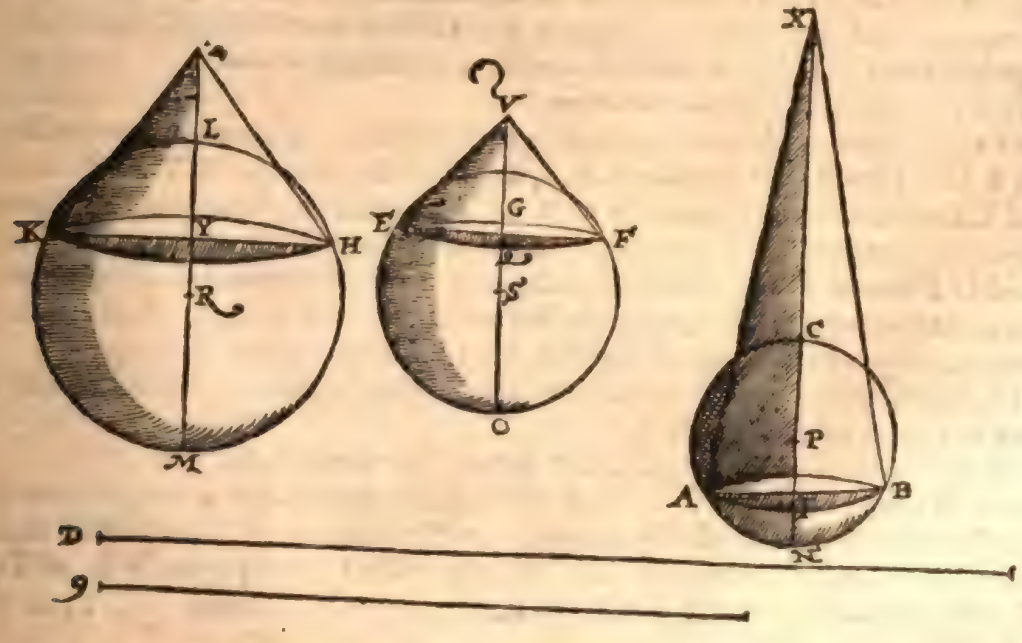
ΠΡΟΤΑ. Ε. PROPO. V.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ. PROB. IV.

Τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὅμοιον, καὶ ἄλλῳ τῷ δοθέντι ἴσον τὸ αὐτὸ συστήσασθαι.

Dato segmento sphæræ simile, & alij dato æquale idem ipsum constituere.

ΥΠΟΘ. Offerantur duæ sphærarum portiones A.C.B, E.G.F, quarum alteri, nempè A.C.B, æqualis, alteri verò E.G.F, similis sit tertia portio inuenienda. Sed primùm hanc tertiam & inuentam ponamus, & eam esse K.L.H, vt huic ἀναλυτικῶς aliquid eruamus.

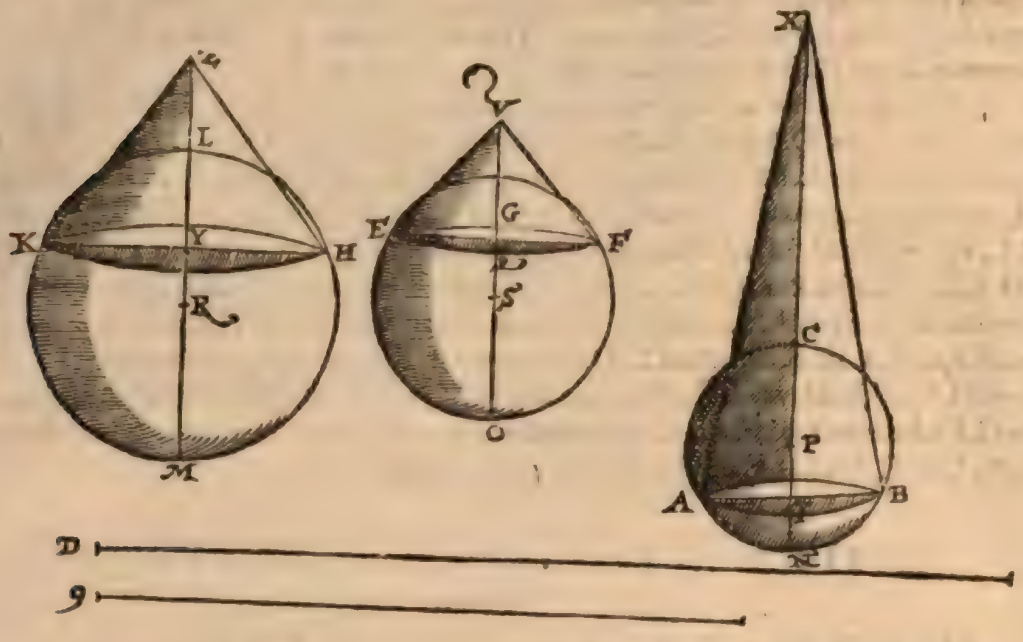


ΚΑΤΑΣ. His tribus sphærarum segmentis fiant [i] coni æquales A.B.X, E.F.V, K.Z.H. Tum vt V.Q, ad E.F, sic constituatur [k] X.T, ad D, & vt A.B, ad k.H, sic ponatur [l] K H, ad tertiam 9.

[i] per 2. huius.
[k] per 12. l. 6
[l] per 11. l. 6.

Digitized by Google

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico inter A.B, & D. duas medias esse continuè proportionales k, H, & 9.



ΑΠΟΔ. Cùm enim sint portiones A.C.B, k. L. H. ex hypothesi æquales : sunt itidem coni A.X.B, & k.Z.H. pares. Vt[a] ergo basis A.T.B, ad basim k.Y.H Vel vt[b] quadratum ex A.B, ad quadratum ex k.H. (Sunt enim quadrata dimetientium vt eorum circuli.) Sic altitudo Z.Y, ad altitudinem X.T. Atqui sunt A.B, k.H, & 9. tres continuè proportionales : Et proinde vt quadratum[c] primæ A.B, ad quadratum secundæ k.H. sic prima A.B, ad tertiam 9. Ergo vt[d] A.B, ad 9. sic altitudo Z.Y, ad X.T. altitudinem. Sunt verò portiones E.G.F, k.L.H. ex hypothesi similes. His ergo æquales coni E.V.F, & k.Z.H, sunt[e] quoque similes. Et est[f] V.Q, ad diametrum basis E.F. sicuti Z.Y, ad diametrum k.H. Atqui vt V.Q, ad E.F, sic posita est altitudo X.T, ad D. Ergo vt Z.Y, est ad k.H, sic X.T, ad D. & permutando[g] vt Z.Y, ad X.T, sic k.H, ad D. Verùm Z.Y, est ad X.T, vt quadratum A.B, ad quadratum k.H, & vt quadratum A.B. ad quadratum k.H, sic A.B, ad 9. vt probauimus.

a per 15. l. 12
b per 2. l. 12
c per 10. defin. l. 5 & 20. prop. l. 6
d per 11. l. 5.
e per lemma prace.
f per 20 defin. l. 10.
g per 16 l. 5.

Igitur est A.B, ad 9. vt k.H. ad D. Et vicissim[g] vt A.B, ad k.H, sic 9. ad D. Et ex consequenti vt A.B, ad k.H, sic k.H. ad 9. & 9. ad D. & inter A.B, & D. duæ sunt mediæ proportionales A.k, & 9. quod ex admissa propositione αἰδήπαι.

Hinc problema hoc modo συνθήπαι.

ΚΑΤΑ. τὸ προβλήμαπος. Datis ex superiori hypothesi duabus sphæratum portionibus A.C.B, E.G.F. Fiant[h] coni æquales A.X.B, & E.V.F. Et ponatur[i] X.T. ad D. vt est V.Q. ad E.F. diametrum. Tum inter A.B. & D. inueniantur[l] quoquomodo duæ mediæ proportionales k.H, & 9. ita vt quemadmodum fuerit A.B. ad H.k, sic H.k, ad 9. & 9. ad D. Demum ad lineam H k. constituatur[m] circuli portio k.L.H. capiens angulos æquales angulo E.G.F, vt similis sit[n] portioni circuli E.G.F. Tandem ex reuolutione totius circuli, cuius est portio k.L.H. intelligatur fieri sphæram.

h per 2. huius.
i per 12 l. 6
l per ea quæ ad 2. huius diximus.
m per 33. l. 3
n per 10. defin. l. 3.

ΔΙΟ. Dico segmentum sphæræ respondens portioni circuli k.L.H. esse æquale segmento A.C.B, & simile alij E.G.F.

ΚΑΤΑΣ. τὴς ἀποδείξιος. Fiat conus k.Z.H. æqualis portioni k.L.H.

ΑΠΟΔ. Primò portionem k.L.H. ex definitione[o] patet esse similem portioni E.G.F. Eandem verò æqualem esse segmento A.C.B, sic probatur. Conus k.Z.H, æqualis portioni k.L.H, similis est[p] cono E.V.F. Vt ergo[q] V.Q, ad E.F, vel X.T, ad D. sic Z.Y, ad k H, & vicissim[r] vt X.T, ad Z Y, sic D, ad H.k, & inuersim vt Z.Y, ad X.T, sic H.k, ad D.

o 7. addita huius.
p per lema prac.
q per 20. defin l. 11.
r per 16 l. 5
s per lemma 1 prefixũ 4 huius.
t per 1. l. 5.

Atqui vt H.k, ad D. hoc est, quatuor continuè proportionalium A.B H.k, 9 & D. vt secunda H k ad quartam D sic est[s] quadratũ primæ A.B. ad quadr. secundæ H.k, seu[t] cir-

culus ex A.B. ad circulum ex H. k. hoc est, basis coni A. X. B. ad basim coni k. Z. H.

Proinde vt altitudo Z. Y. ad altitudinem X. T. sic reciprocè basis A.B. ad basim H.k. Sunt [aa] igitur coni A.X.B,& H.Z.k. æquales. Quidni ergo & portiones A.C.B, & k.L.H. pares erunt, vt concluſimus. [aa] per 15. l 12.

ΠΡΟΤ. ε'.

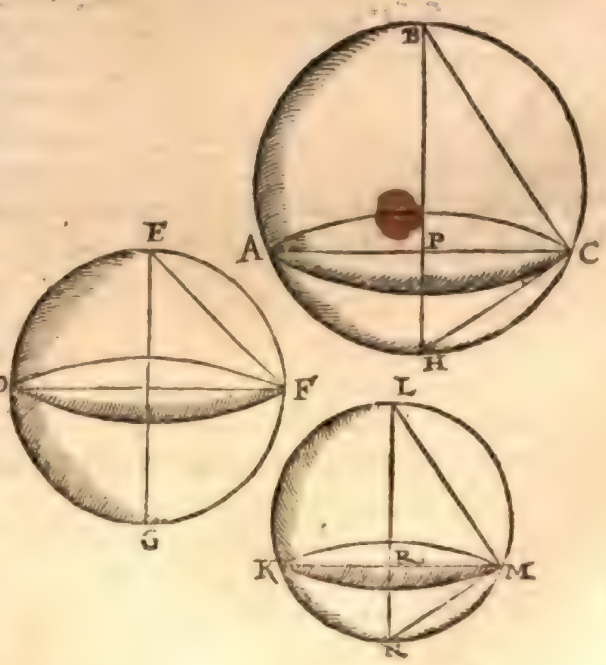
ΠΡΟΒ. Ε.

Δύο δοθέντων σφαίρας τμημάτων, εἴτε τῆς αὐτῆς, εἴτε μή, εὑρεῖν τμῆμα σφαίρας, ὃ ἔσται ἴσον μὲν τῷ δοθέντων ὁμοιον, τὴν δὲ ἐπιφάνειαν ἔξει ἴσην τῇ τοῦ ἑτέρου τμήματος ἐπιφανείᾳ.

PROP. VI.

PROB. V.

Datis duobus ſphæræ ſegmentis, ſiue eiuſdem, ſiue non, inuenire ſegmentum ſphęræ, quod ſit alteri datorum ſimile, ſuperficiem verò habeat æqualem ſuperficiei ſegmenti alterius.



TROΘ. Dentur ſphærarum vel ſphęræ eiuſdem duæ ſectiones A.B.C, D.E.F. quarum alteri, nempè A.B.C, quæratur ſimile ſphæræ ſegmentum, habens præterea ſuperficiem æqualem ſuperficiei alterius portionis: Atque hoc inuentum ponatur, & eſſe quæſitum ſegmentum K. L. M. Imaginemurque diſciſſis ſphæris planis actis per centra: oboriri maximos earum circulos, in quibus ductæ ſint diametri B.H, E.G,L.N, perpendiculares ad baſium diametros A.C,D.F,k.M: demum eſſe ductas lineas B.C,E.F,L.M.

ΔΙΟΡ. Dico hinc ſequi, primò B.H, eſſe ad L.N. vt B.C, ad E.F. Tum L.R. altitudinem inuenti ſegmenti eſſe ad R.N. reliquum diametri N.L, vt B.P. ad reliquum P.H.

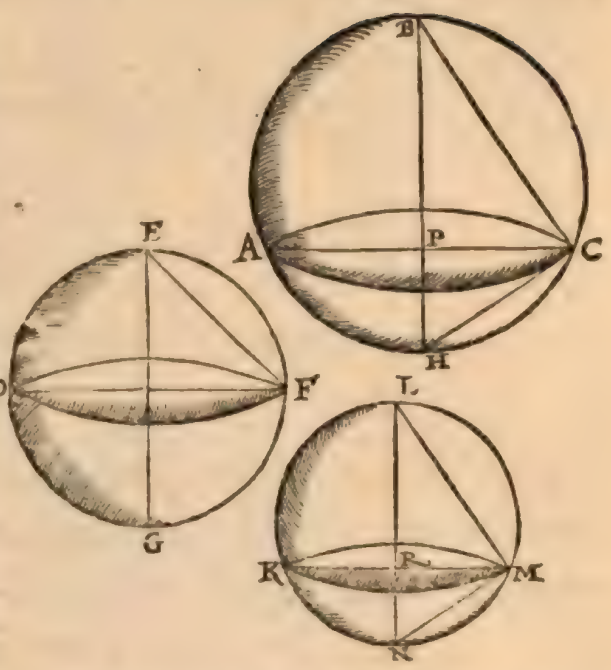
ΑΠΟΔΕΙ. Quandoquidem in portionibus ſimilibus A.B.C, k.L.M. anguli, qui fiunt ſunt [a] æquales, eorumque ſemiſſes [b] C.B.P, & M.L.R. Tum recti [c] ſunt B.C.H, & L.M.N. proindéque pares ſunt [d] admittendi B.H.C, & L.N.M. ideóque B.H, eſt [e] ad B.C, vt L.N. ad L.M, & permutando [f] B.H, ad L.N, eſt ſicut B.C, ad L.M. Atqui L.M, & E.F, ſunt [g] æquales lineæ, cum ſint portionum ſphærarum D.E.F, & k.L.M. ſuperficies pares. Proinde rurſus eſt B.H, ad L.N, vt B.C, ad E.F. Quod primùm fuit.

Iam cùm ſint perpendiculares M.R,C.P, eſt [h] R.L, ad R.M, vt B.P, ad P.C. Et R.M. ad R.N, vt C.P, ad P.H. Et tandem ex æquo [i] L.R, ad R.N. vt B.P, ad P.H. quod fuit ſecundum.

[a] per defin. 7. l. præced. [b] per 15 l 5. [c] per 31. l 3. [d] per 32 l 1. [e] per 4 l 6. [f] per 16 l 5. [g] per coroll. 37. lib. præced. [h] per 8. & 33. l 6. [i] per 22. l 5.

His demonſtratis, Problematis erit ciuſmodi.

ΚΑΤΑΣ. Dentur duæ portiones A. B.C, D.E.F. in quibus maneant lineæ quæ prius: Et fiat vt B.C. ad E.F. ſic [a] B. H. ad aliquam quartam L.N. qua deſcribatur [b] circulus K. L. M. N. Tum diuidatur [c] L.N. in R. vt ſecta eſt B.H. in P. ita vt ſit vt B.P, ad P.H. ſic L.R. ad R.N. Tandem ducatur [d] perpendicularis R. M. quæ rectò tranſeat in K. iunganturque L.M, M.N. Demum reuoluto circulo L. M. N.K. circa L. N. generetur [e] ſphæra, quæ exinde ſecetur circulo deſcripto à linea K.M.



ΣΥΜΠ. Dico portionem K. L. M. eam eſſe quæ requiritur.

ΑΠΟΔ. Quoniam anguli B.C.H. & L.M.N. ſunt [f] recti, vt in ſemicirculo, & ſunt perpendiculares C.P, M.R. Eſt [g] B.P. ad P.C. vt P.C, ad P.H, & L.R, ad R.M, vt R.M, ad R.N. Ergo vt B.P. habet [h] ad P.H, rationem duplam eius quàm eadem B.P, habet ad P.C. ſic & L. R. duplicatam habet rationem ad R.N. eius, quam habet ad R. M. Atqui duplicatæ illæ rationes B. P, ad P.H, & L.R, ad R.N, ſunt æquales, καὶ διαίρεσιν. Ergo & ſimplices B.P, ad P.C, & L.R, ad R.M. ſunt pares. Cùm ergo B.P, ſit ad P.C, vt L.R. ad R. M & ſunt anguli ad P. & R. recti, & æquales: ſequitur [i] reliquos angulos triangulorum B.P.C, & L.R. M. eſſe æquales. At anguli C.B.P, & M.L.R. æquales, medij ſunt eorum qui deſcribuntur in portionibus A.B.C, & K.L.M, nempè A.B.C, & k.L.M, vt clariſſimum eſt. Ipſæ itaque portiones capiunt angulos æquales, & ideò ipſæ ſunt [m] ſimiles. Cæterum trianguli C.B.H, & M.L.N, ſunt angulorum parium. Nam ad C. & M. ſunt recti [n] ad B. & L. oſtenſi ſunt æquales, & proinde reliqui ad H. & N. ſuperſunt [o] pares. Vt ergo B. H, ad B.C. ſic [p] L.N, ad L.M, καὶ ἐναλλάξ, vt B.H, ad L.N, ſic B.C, ad L.M. At ex fabrica vt B.H, ad L.N, ſic B.C, eſt ad E.F. Ergo ad vtramque L.M, & E.F, eadem B.C, eandem rationem habet: Vnde manet L.M, & E.F, eſſe [q] æquales: tum pares eſſe circulos ab ipſis tanquam diametris deſcriptos: ac denique ſuperficies portionum D.E.F, & k.L M. quibus illi circuli æquantur [r], eſſe omnino pares. Euicimus ergo portionem ſphæræ k.L.M, ſimilem eſſe alteri A. B. C, & ſuperficie æqualem alteri D. E. F, quod concluſeramus. Idem prorſus fiet ſi ambæ portiones ſumptæ fuerint in eadem ſphæra.

[a] per 12. l. 5
[b] per 3. poſtulatũ.
[c] per 10. l. 6
[d] per 11. l. 11.
[e] per 1 poriſma libri præcedentis.
[f] per 31. l. 3.
[g] per 8. & 13. l. 6.
[h] per 10. definit. li. 5.
[i] per 15. l. 5.
[l] per 6. l. 6.
[m] per definit. 7 lib. præced.
[n] per 32. l. 11.
[o] per 4. l. 6.
[p] per 16. l. 5.
[q] per 10. l. 5
[r] per 36. & 37 l. 11. præced.

PROPO. VII.

PROB. VI.

A data ſphæra ſegmentum plano ſecare, ita vt ſegmentum ad conum baſim habentem eandem cum ſegmento, & æqualem altitudinem, datam rationem habeat.

ΠΡΟΤΑ. Ζ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5.

Ἀπὸ τῆς δοθείσης σφαίρας τμῆμα τεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμῆμα πρὸς κῶνον τὴν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, λόγον ἔχειν δοθέντα.

ΥΠΟΘ. Detur sphæra A. B. C. D. cuius axis B. D. primoque ponamus sectam sic esse plano C. I. A. E. ad axem perpendiculari, vt resecta portio C. B. A. sit ad conum C. B. A. habentem easdem cum portione basim & altitudinem, in ratione data, quæcumque sit.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico datam illam rationem debere esse necessario sesquialtera maiorem.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [a] conus C. G. A. æqualis portioni A. B. C.

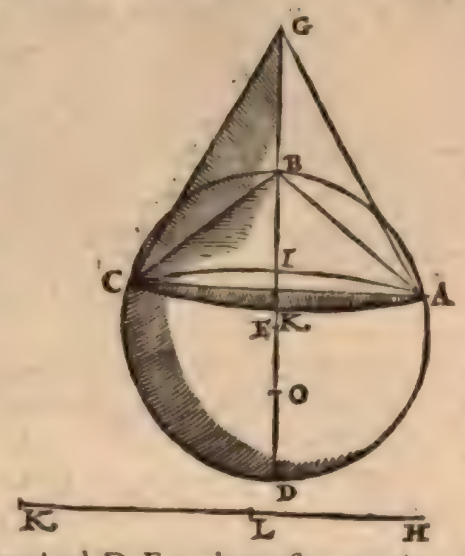
ΑΠΟΔ. Quoniam portio A. B. C. ad conum A. B. C. est in ratione data, in eadem est [b] conus C. G. A. ad eundem conum C. B. A. Sed vt conus ad conum, sic est [c] altitudo G. F. ad altitudinem B. F. cum eorum sit vna basis. Et vt G. F. ad B. F. sic [d] F. D, D. E. simul ad D. F. Ergo ratio F. D, D. E. simul ad D. F. eadem est quam data. Atqui ratio F. D, D. E. simul ad D. F. maior est ratione duarum E. D, D. B. simul ad D. B. Nam E. D. est semissis totius B. D. & proinde maior est semisse D. F. quæ ponatur O. D. Etenim O. D, D. F. simul ad F. D. eandem rationem habent quam E. D, D. B. simul ad D. B. Atqui composita ex E. D, D. F. ad eandem D. F. maiorem rationem habet [e] quam minor, nempe quam composita ex O. D, D. F. Ergo & composita ex E. D, D. F. ad D. F. maiorem rationem habet [f] quam E. D, D. B ad D. B. hoc est quã sesquialteram. Nam E. D, D. B. simul ad D. B. sunt vt 3. ad 2. Necesse ergo est datam rationem esse debere maiorem quam sesquialteram. Data ergo ratio sit H. K. ad K. L. maior necessario ea quæ est duarum E. D, D. B. ad D. B. ita vt diuidendo [g] sit H. L. ad L. K. maior ratio quam E. D. ad D. B. Hoc dato fuerit istæc problematis.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [h] E. D. ad F. D. vt L. H. ad K. L. & acta perpendiculari per E. [i] nempè C. A. fluat, generatóque plano perpendiculari ad axem, sphæra secetur, cõstituatúrque portio A. B. C. cuius basim & altitudinem habeat conus C. B. A.

ΔΙΟ. Dico portionem esse ad conum vt K. H. ad K. L.

ΚΑΤΑΣ. πὸς ἀπαγωγήν. Fiat [l] A. G. C. conus æqualis portioni A. B. C.

ΑΠΟΔ. Cum enim E. D. sit ad F. D. vt L. H. ad K. L. componendo [m] E. D, D. F. erunt ad D. F. hoc est [l] G. F. ad B. F. vt K. H. ad K. L. Atqui vt G. F. ad B. F. sic [n] conus C. G. A. seu [b] portio A. B. C. æqualis ad conum C. B. A. Ergo portio A. B. C. ad conum A. B. C. est vt K. H. ad k. L. scilicet in ratione data, quod quærebatur.



[a] per 8 huius
[b] per 7 huius
[c] per 14 huius
[d] per 12 huius
[e] per 8 huius
[f] per 13 huius
[g] per 17 huius
[h] per 11 huius
[i] per lemma præcedens 3. positionis.
[l] per 8. huius.
[m] per 18 huius
[n] per 14 huius.

LEMMA I.

Si cuique duarum linearum inæqualium eadem vel quæque duarum æqualium addatur: erit maior inæqualium ad minorem inæqualium in maiori ratione, quam composita ex maiori inæquali & altera æquali ad compositam ex minori inæquali & altera æquali.

ΥΠΟΘ. Sint inæquales B. C. maior, & E. F. minor, æquales A. B, D. E. inæqualibus æquales addantur.

ΔΙΟ. Dico B. C. habere maiorem rationem ad E. F. quam A. C. ad D. F.

ΑΠΟΔ. A. B. habet [a] minorem rationem ad B. C. quam eadem A. B. seu D. E. æqualis habeat ad E. F. & componendo [m] A. C. ad B. C. in minori ratione est quam D. F. ad E. F. Et vicissim [o] A. C. in minori ratione est ad D. F. quam B. C. ad E. F. quod fuit probandum.

[a] per 8 huius
[m] per 18 huius
[o] per 14 huius

LEMMA II.

Trium linearum, si prima ad secundam in minori ratione est quam secunda ad quartam: rectangulum sub prima & tertia minus erit secundæ quadrato. Contra maius erit, si prima ad secundam maiorem rationem habuerit quam secunda ad tertiam.

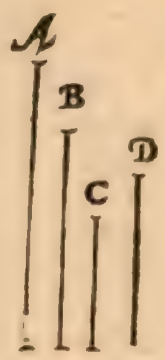
ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit A. ad B. in minori ratione quam B. ad C.

ΣΥΜΠΕ. Dico rectangulum sub A. C. minus esse quadrato B.

ΚΑΤΑΣ. Vt A. ad B. sit [a] B. ad D.

ΑΠΟΔ. Quia B. est ad D. vt A. est ad B. habet [b] B. ad D. minorem rationem quam ad C. Proinde D. est [c] maior C. Et rectangulum sub A. & D. maius erit [d] rectangulo sub A. & C. At vero quadratum B. est [e] æquale rectangulo sub A. & D. cum sint A. B. D. continuè proportionales. Ergo idem quadrato B. minus est rectangulum sub A. & C.

[a] per 11 l. 6
[b] Ex hypothesi.
[c] per 10. l 5.
[d] per 1. l. 6.
[e] per 17 l. 6



ΕΠΕΙΤΑ ΠΑΛΙΝ. Habeat iam A. ad B. maiorem rationem quam B. ad C.

ΔΙΟ. Dico, id quod fit sub A. & C. maius esse quadrato B.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [a] rursus B. ad D. vt A. ad B.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quia maiorem rationem habet [b] B. ad D. quam ad C. est D. [c] minor quam C. Et rectangulum sub A. D. minus est [d] rectangulo sub A. C. At illud minus est [e] æquale quadrato B. hoc ergo maius, est maius quadrato B. quod fuit probandum.

LEMMA III.

Si quatuor magnitudinibus propositis, quod fit sub prima & quarta minus est eo quod fit ex secunda & tertia: prima ad secundam minorem rationem habebit quam tertia ad quartam.

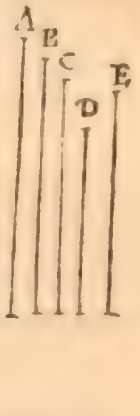
ΥΠΟΘ. Positis quatuor magnitudinibus A. B. C. D. quæ se habeant ita vt quod fit ex A. & D. minus sit eo quod fit ex B. & C.

ΔΙΟ. Dico A. in minori esse ratione ad B. quam C. ad D.

ΚΑΤΑΣ. Supponatur [f] E. & rectangulum sub A. E. æquale ei quod continetur sub B. C.

ΑΠΟΔ. Etenim A. B. C. E. cum sint [f] continuè proportionales, A. est ad B. vt C. ad E. Cumque rectangulum sub A. E. maius sit rectangulo sub A. D. nam illud æquale est ei quod fit ex B. C. hoc vero minus est ex hypothesi, sequitur [g] E. esse maiorem quam D. Idcirco C. ad E. minorem rationem habet [h] quam ad D. Atqui vt C. ad E. sic [i] A. ad B. Ergo A. ad B. minorem habet rationem quam C. ad D. quod fuit ostendendum.

[f] per 12. l. 6.
[g] per 1 l. 6.
[h] per 10 l. 5.
[i] Ex fabr.



LEMMA IV.

Si trium linearum primæ quadratum habeat maiorem rationem ad quadratum secundæ quam secunda habeat ad tertiam: prima habebit ad tertiam maiorem rationem quam sit ratio sesquialtera rationis secundæ ad tertiam.

ΥΠΟΘ. Quadratum A. F. sit quadrato C. in maiori ratione quam sit C. ad D.

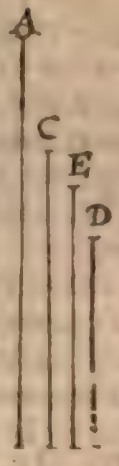
ΣΥΜΠ. Dico rationem A. F. ad C maiorem esse quã sit sesquialtera rationis C. ad D.

ΚΑΤΑΣ. Inter C. & D. media sit [l] proportionalis E. Tum fiat [m] vt D. ad E. vel E. ad C. sic C. ad A. B quæ quidem A. B. minor erit prima A. F. Nam quadratum B. A. ad

[l] per 13. l. 6.
[m] per 12. eiusdem.

quadratum C. duplam habet [a] rationem eius quam habet A. B. ad C. vel C. ad E. hoc est [b], quam habet C. ad D. Atqui quadratum A. F. habet [c] maiorem rationem ad idem quadratum C. quam ad D. Ergo quadratum F. A. maius est [d] quadrato A. B. & ex consequenti linea F. A. excedit lineã A. B.

ΑΠΟΔ. Est [b] A. B. ad D. ratio triplicata eius quam habet eadem A. B. ad C. vel quam habet C. ad E. Tum C. rationem habet [b] duplicatam ad D. eius quam eadem C. habet ad E. Ergo ratio A. B. ad D. est rationis quã habet C. ad eandem D. sesquialtera, hoc est vt 3. ad 2. Atqui A. F. vt maior habet [d] ad D. maiorem rationem quam A. B. ad eandem D. Ergo ratio A. F. primæ ad D. tertiam maior est quam sesquialtera rationis secũdæ C. ad tertiam D. quod requirebatur.



[a] per 10. h. e. nostrum. [b] per 10. defin. l. 5. [c] per hypothesim. [d] per 8. l. 5.

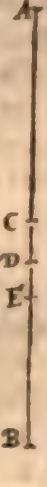
LEMMA V.

Si linea duobus punctis inæqualiter diuiditur: rectangulum quod fit ex duabus partibus medietatis signo proximioribus, maius est eo quod fit ex inæqualioribus partibus, magisque à medio distitis.

ΥΠΟΘ. A. B. linea bifariam diuisa in C. secetur rursus in D. & E. inæqualiter.

ΔΙΟ. Dico quod fit ex A. D, D. B. maius esse eo quod continetur sub A. E, F. B.

ΑΠΟΔΕΙ. Rectangulum sub A. E, E. B. cum quadrato C. E. æquatur [e] quadrato C. B. Tum rectangulum sub A. D, D. B. cum quadrato C. D. æquatur eidem quadrato C. B. Proinde quod fit ex A. E, E. B. cum quadrato C. E. æquale est ei quod fit ex C. D, D. B. cum quadrato C. D. Hinc & inde tollantur quadrata, C. D. minus, & C. E. maius, superetit vnde maius quid ablatum est, aliquid minus, nempè quod fit ex C. E, F. B. quam quod remanet vnde minus quid est deductum, nimirum quod fit ex A. D, D. B. quod fuit probandum.



[e] per 6. l. 2. [f] per 1. com. sent.

ΠΡΟΤ. Η.

ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

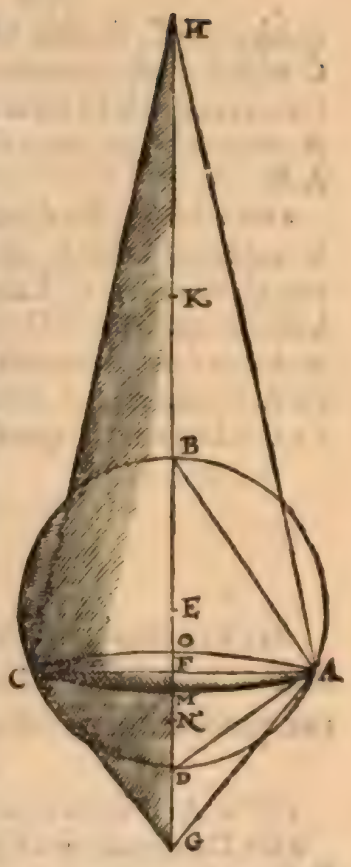
Ἐὰν σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῇ μὴ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ μεῖζον τμῆμα πρὸς τὸ ἔλασσον ἔλασσονα μὲν λόγον ἔχει ἢ διπλάσιον τοῦ ὃν ἔχει ἡ τοῦ μείζονος τμήματος ἐπιφάνεια πρὸς τὴν τοῦ ἐλάσσονος ἐπιφάνειαν, μείζονα δὲ ἢ ἡμιόλιον.

PROP. VIII.

THEOR. II.

Si sphæra plano secetur non per centrum, maius segmentum ad minus minorem quidem rationem habet quàm sit dupla eius quam habet maioris segmenti superficies ad minoris superficiem, maiorem vero quàm sit sesquialtera eiusdem.

ΥΠΟΘ. Sit sphæra A. B. C. D. plano C. M. A. O. non per centrum transacta.



ΣΥΜΠ. Propono segmentum maius A. B. C. esse ad minus A. D. C. in minori ratione quàm sit dupla eius rationis quam habet superficies segmenti A. B. C. ad superficiem segmenti A. D. C. at in minori quam sit sesquialtera rationis earumdem superficierum, maioris nempe ad minorem.

ΚΑΤΑΣ. Fiant[a] coni A. H. C. & A. G. C. duobus segmẽtis æqualis, altera alteri: ducaturque lineæ A. B, A. D. ab extremitatibus diametri sphæræ ad punctum circumferentiæ communis basis amborum conorum quæ planum est secans. Et quoniam E. D, D. F. simul sunt[b] ad D. F. vt H. F. ad B. F. & diuidendo[b] E. D. est ad F. D. vt H. B. ad B. F. Est vero D. E. maior D. F. quia planum non agitur per centrum, ex hypothesi. Et proinde H. B. est maior quã B. F. multoque maior quam B. E. fiat B. K. æqualis ipsi B. E. ita vt quia H. B. ad B. F. vt E. D. seu B. E. seu B. K. ad F. D. sit H. B. ad B. F. vt B. k. ad F. D. & permutando[c] H. B. ad B. k. vt B. F. ad F. D. Deinde cum B. D. diuidatur æqualiter in E. & inæqualiter in F. rectangulum sub B. F, F. D. est[d] minus quam quadratum E. D. vel E. B. quadrato intermediæ E. F. Proinde sunt 4. quantitates congeneæ B. F, B. E, E. D, D. F. ita inter se, vt quod fit sub duabus extremis minus sit eo quod fit ab intermedijs, nempe quadrato, ideoque prima B. F. minorem rationem hãbet[e] ad secundam B. E. quam E. D. vel B. E. ad D. F. Sed vt B. E. ad D. F. sic mox concluimus H. B. ad B. F. Proinde H. B. in maiori ratione est ad B. F. quam B. F. ad B. E. Vnde sequitur id quod fit sub H. B, B. E. maius esse quadrato B. F. Inueniatur *f* itaque B. N. maior quam B. F. media proportionalis inter H. B, B. E. vt ipsius quadratum sit[g] æquale facto rectangulo ex duabus H. B, B. E.

ΑΠΟΔ. Vt E. B. seu B. k. cũ B. F. hoc est K. F. est ad B. F. sic est[a] F. G. ad F. D. & vicissim[c] K. F. est ad F. G. vt B. F. ad F. D. Sed vt B. F. ad F. D. sic mox fecimus H. B. ad B. k. Ergo vt H. B. ad B. k. sic K. F. ad F. G. Iam notemus vnicuique duarũ inæqualiũ H. B, K. B. addi B. F. fierique H. F. & K. F. proindeque cõpositã H. F. habere[h] ad cõpositã K. F. minorem rationem quam habeat simplex H. B. ad simplicem k. B. Ac inde sequi H. F. esse ad K. F. in minori ratione quam K. F. ad F. G. Trium ergo linearum H. F, K. F, F. G. prima ad secundam minorem rationem habet quam secunda ad tertiam, propterea rectangulum sub H. F, F. G. minus est; quadratò k. F. & ideo rectang. sub H. F, F. G. minorẽ rationem habet[l] ad quadr. F. G. quam idem quadrat. K. F. ad idem quadr. F. G. Atqui quam rationem habet[m] rectãg sub H. F, F. G. ad quadr. F. G. eandem habet[m] H. F. linea ad F. G. lineam. Ergo H. F. minorẽ habet rationem ad F. G. quã quadr. K. F. ad quadr. F. G. seu[n] quam fit dupla ratio eius quæ est lineæ k. F. ad lineã F. G. hoc est quam B. F. ad F. D. (Nam probauimus vt k. F. ad F. G. sic esse B. F. ad F. D.) seu quam quadr. B. A. ad quadr. A. D. (nam vt[o] B. F. ad F. D. sic quadr. A. B. ad quadr. A. D.) vel rursus[p] quam circulus ex A. B. ad circulum ex A. D. Atqui circulus A. B. est[q] æqualis superficiei maioris segmenti A. B. C. & circulus A. D. est[b] æqualis superficiei minoris segmenti A. D. C. Ergo H. F. ad F. G. hoc est[r] conus A. H. C. ad conum A. G. C. vel etiam[s] segmentum A. D. C. minorem rationem habet quam sit dupla ratio superficiei maioris segmenti ad superficiem minoris, quod primo fuit probandum. Cæterum quia tres sunt[t] continuè proportionales H. B, B. N, B. E. seu B. k. vt est H. B. ad B. k. ita est[v] quadratum B. N. ad quadrat. B. k. scilicet in ratione dupla H. B. ad B. N. vel B. N. ad B. k. Deinde quia est H. B. ad B. N. sic B. N. ad B. k. erit componendo[x] H. N. ad B. N. sicut k N. ad k. B. & permutando[y] vt H N. ad k. N. sic B. N. ad B k. & quadr.[z] H. N. ad quadr. k. N. vt quadr. B. N. ad quadr. B. k. Atqui vt quadratum B. N. ad quadratum B. k. ita dicebamus mox esse H. B. ad B. K. Ergo vt [aa] H. B. ad B. k. sic quadratum H. N. ad quadratum k. N. Sunt autem duæ inæquales H. F, K. F. quarum cuilibet eadem additur F. N.

[a] per 2. huius.
[b] per 17. l. 5.
[c] per 16. l. 5.
[d] per 5. l. 2.
[e] per proximum lemma 5.
[f] per 13. l. 5
[g] per 17. l. 6
[h] per 2. lemma proximum.
[i] per 2. lemma præced.
[l] per 8. l. 5.
[m] per 1 l. 6.
[n] per 20. l. 6
[o] per coroll. 3 huius.
[p] per 2 l 12
[q] per 36. vel 37 l præcedens.
[r] per 14 l 12
[s] per 2. huius.
[t] per fabr.
[v] per 10. definit. l 5. & 20 l 6.
[x] per 18 l 5
[y] per 16. l 5.
[z] per 15. l 5.
[aa] per 11 l 5

Proinde H. F. in maiori ratione est [a] ad K. F. quam composita H. N. ad compositam K. N. & ex consequenti quadratum H. F. ad quadratum k. F. in maiori ratione est [b] quam quadratum H. N. ad quadratum k. N. Et igitur rursus quam H. B. ad B. k. vel quam k F. ad F. G. (initio enim demonstrationis concluſimus vt H. B. ad B. k. sic k F. ad F. G.) Tres itaque sunt lineæ H. F, k. F, F. G. quarum primæ H. F. quadratum habet ad secundæ k. F. quadratum, maiorem rationem quam secunda k. F. ad tertiam F. G. Et ideo prima H. F. ad tertiam F. G. maiorem rationem habet [c] ratione sesquialtera secundæ k. F. ad tertiam F. G. Atqui vt k. F. ad F. G. Sic ostensa est B. F. ad F. D. & vt B. F. ad F. G. sic [d] quadratum B. A. ad quadratum A. D. seu [e] circulus B. A. ad circulum A. D. seu [f] superficies maioris segmenti A. B. C. ad superficiem minoris A. D. C. Ergo H. F. ad tertiam F. G. hoc est [g] conus A. H. C. ad conum A. G. C. vel [h] segmentum maius A. B. C. ad segmentum minus A. D. C. maiorem habet rationem, quam sit ratio sesquialtera superficiei maioris segmenti ad superficiem minoris, quod secundo fuit demonstrandum.

a per 1 lemma praced.
b per 5. 6.
c per 4 lemma praced. & per corol. 3. huius
d per 2. & 12 1 per 15 & 37. 1 prac.
e per 14. l. 12
f per 2 lemma & fabr.
g per 14. l. 12
h per 2 lemma & fabr.

LEMMA I.

Si proponantur duo coni, quorum basis primi habeat maiorem rationem ad basim secundi, quam altitudo secundi ad altitudinem primi: primus conus est maior secundo.

ΥΠΟΘ. Conorum A. B. C, E. F. G. basis B. C. primi, habeat ad basim F. G. secundi maiorem rationē quam E. H. altitudo secundi ad A. D. altitudinem primi.

ΔΙΟ. Dico primum A. B. C. maiorem esse secundo E. F. G.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur conus tertius I. K. L. cuius basis sit æqualis basi F. G. secundi altitudo verò I. M. sit ad altitudinem A. D. primi in eadem ratione ac basis B. C. primi est ad basim secundi F. G. seu eius æqualem k. L. tertij.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim I. M. erit [i] ad A. D. in maiori ratione quam E. H. ad eandem A. D. altitudinem, & propterea erit I. M. [l] maior quam E. H. Et conus I. k. L. maior [m] cono E. F. G. cum existentibus amborum basibus æqualibus altitudo I. M. sit maior altitudine E. H. Atqui I. k. L. conus est [n] cono A. B. C. par, cum basis sit ad basim vt reciprocè altitudo ad altitudinem. Proinde A. B. C. conus est quoque cono E. F. G. maior, quod erat probandum.

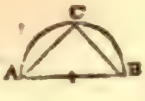
i per fabr.
l per 8. l. 5.
m per 14 lib. 12.
n per 15. l. 12

LEMMA II.

Lineæ datæ lineam reperire potentia subduplam.

ΥΠΟΘ. Sit data A. B.

ΚΑΤΑΣ. Super A. B. semicirculum describo A. B. C. quem bifariam seco [o] in C. & lineas duco C. A. & C. B.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quęque ambarum est [p] potentia subdupla diametri A. B.

o per 30 l. 3.
p per 47 l. 1

LEMMA III.

Si fuerint quinque lineæ continuè proportionales vt erit prima ad 5. sic erit quadratum quadratum secundæ ad quadratum quartæ.

ΥΠΟΘ. Sunt 5. lineæ continuæ proportionales vt 1. ad 5. ſic quadratum 2. ad quadratum 4.

ΑΠΟΔ. Nam 1. ad 5. quadruplam rationem habet [a] eius quam habet 1. ad 2. Tum 2. ad 4. duplam habet [c] eius quã habet 2. ad 3. hoc eſt 1. ad 2. Sed quadratum 2. ad quadratum 4. duplam habet [b] eius quam 2. ad 4. hoc eſt quadruplam 1. ad 2. Ergo eandem quam 1. ad 5. vt vult lemma.

[a] per 10. def. huius. l. 5.
[b] per 20. l. 6

PROP. IX.

THEOR. III.

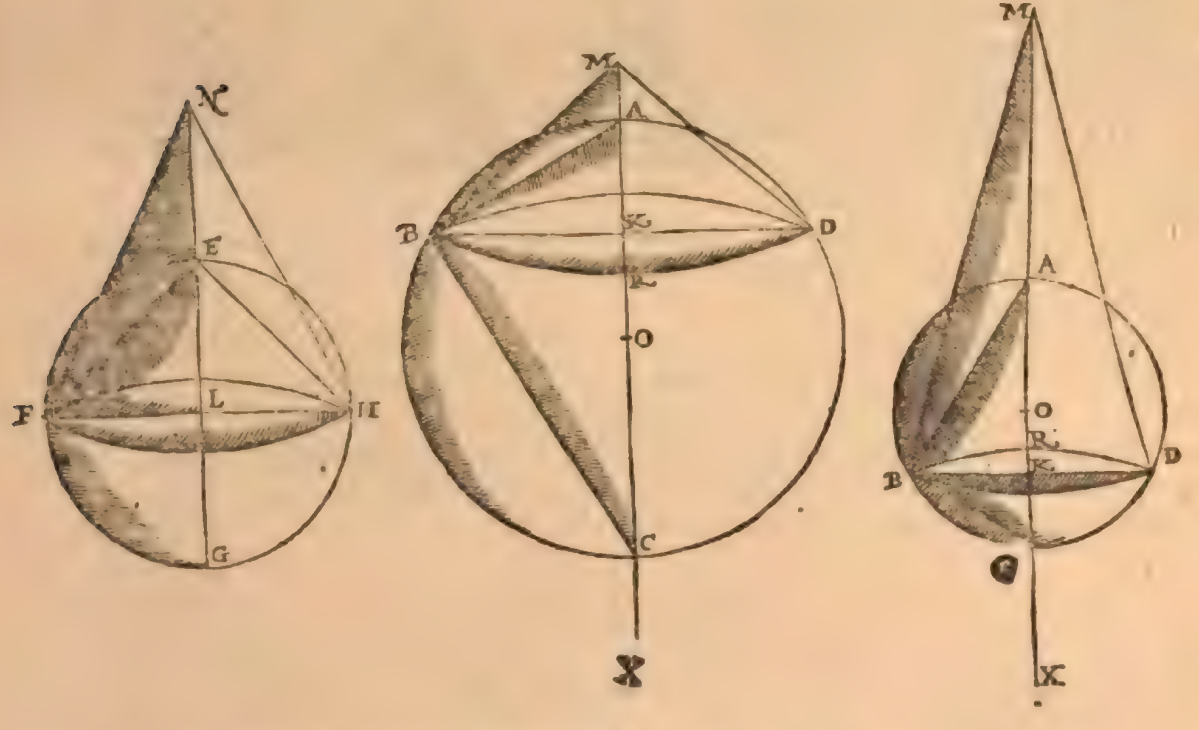
Sphæricorum ſegmentorum ſub æquali ſuperficie contentorum maximum eſt hemiſphærum.

ΠΡΟΤ. Ζ.

ΘΕΩΡΗΜΑ Γ.

Τῶν ἐπὶ τῇ ἴσῃ ἐπιφανείᾳ σφαιρικῶν τμημάτων μείζων ἐστὶ τὸ ἡμισφαίριον.

ΥΠΟΘ. Sint duo ſegmenta ſphærarum B.A.D. quod non ſit hemiſpherium, ſed maius vel minus, & F.E.H. hemiſphærium: ambo vero æqualibus ſuperficiebus contineantur.



ΣΥΜΠ. Dico maius eſſe hemiſpherium, ſcilicet F.E.H.

[e] per 2. huius.

ΚΑΤΑΣ. Fiat N.E æqualis ſemidiametro E.L. & denique conus [e] F.N.H. æqualis ſegmento F.E.H. Deinde C.X. æqualis producatur radio ſphæræ A.B.C.D. Et vt C.X, C.k. ſimul ſeu X.k. eſt ad C.k. ſic fiat [d] M.k. ad A.k. vel diuidendo [e] vt C.X. ad C.k. ſic M.A. ad A.k. ſeu denique conus B.M.D. æquetur [e] ſegmento B.A.D. Præterea agantur lineæ H.E, E.F, A.B, B.C. Demum quia in ſegmento S. hemiſphærio maiori, linea A.k. ſegmenti altitudo maior eſt [f] radio ſphæræ, multoque maior linea B.k. In ſegmento vero T. minor eſt A.k. eadem B.k. propterea in vtroque reperiatur A.R. [g] potentia ſubdupla lineæ A B. quæ quidem A.R. in ſegmento S. erit minor quam A.k. in ſegmento vero T. erit [h] maior ſicque R. punctum vbique proximius eſt centro ſphæræ O. quam punctum k.

[d] per 12. l. 6
[e] per 17. l. 5.
[f] per 7. l. 2.
[g] per 2. lemma praxim
[h] per 47. l. 1

ΑΠΟΔ. Cum ſint amborum ſegmentorum ſuperficies æquales, ſequitur lineas B.A. & F.B.

& F. E. esse æquales: sunt enim diametri circulorum æqualium. Est [a] autem A. C. ad A. B. vt A. B. ad A. k. & proinde rectangulum sub A. C, A. k. est [b] æquale quadrato A. B. At vero illius rectanguli dimidium est [c] rectangulum sub C. X, A. k. nam C. X. semissis est basis A. C. Tum quadratum A. R. est dimidium quadrati A. B. [d] Itaque rectangulum sub C. X, A. K. est æquale quadrato A. R. Est autem punctum R. propinquius centro O. quam punctum k. linea ergo A. C. diuisa in R. & k. rectangulum sub æqualioribus partibus A. R, R. C. maius est [e] rectangulo sub inæqualioribus A. k, k. C. vtrique parti addatur commune quadratum A. R. Etenim rectangulum sub A. R, R. C. cum quadrato A. R. maius quoque manebit rectangulo sub A. k k. C. cum eodem A. R. quadrato. Atqui rectangulo sub A. R, R. C. cum quadrato A. R. est [f] æquale rectangulum sub A. C, A. R. Tum rectangulum sub A. k, k. X. est [g] æquale rectangulis sub A. k, k. C. & A. k, C. X. hoc est, quadrato A. R, cui quadrato A. R. ostensum est æquale rectangulum sub A. k, C. X. Proinde rectangulum sub A. C, A. R. maius est rectangulo sub A. k, k. X. Sumpsimus autem [h] prius M. k. esse ad A. k. vt X. k. ad k. C. Ergo rectangulum sub M. k, k. C. nempe sub extremis, æquale est [i] rectangulo sub medijs A. k, k. X. & ideo minus est huiusmodi rectangulum sub M. k, k. C. rectãgulo sub A. C, A. R. Vnde sequitur M. k. habere [l] minorem rationem ad A. R. quam C. A. ad k. C. Verum in qua ratione C. A. est ad k. C. in eadem est quadratum A. B. ad quadratum B. k. [m] Cum sint [n] A. C, A. B, A. k, k. B, k. C. continuè proportionales: igitur quadratum A. B. maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam M. k, ad A. R. vel semissis [o] quadrati A. B. nempè quadratum A. R. maiorem habet rationem ad quadratum B. k. quam semissis lineæ M. k. ad A. R. vel [p] quam tota M. k. ad duplam lineæ A. R. Quod apprimè notandum. Recordemur autem A. B. æqualem esse lineæ E. F. [q] proindeque lineas E. L. & A. R. esse pares cum earum sint quadrata æqualia [r] dimidijs quadratorum illarum A. B. & E. F. ideoque tandem quadratum E. L. vel F. L. æquari quadrato A. R. Ac tandem quadr. F. L. habere, sicut quadr. A. R. cui æquale est, maiorem rationem ad quadr. B. k. quàm M. k. ad lineam duplam ipsius A. R. Atqui dupla ipsius A. R. est N. L. Nam A. R. est æqualis ipsi F. L. radio, cuius dupla est N. L. Ergo quadr. F. L. ad quadr. B. k. seu [s] quadr. totius F. H. ad quadr. totius B. D. seu [t] demum circulus vel basis F. H. ad circulum vel basim B. D. maiorem rationem habet quam altitudo M. k. ad altitudinem N. L. Conus igitur [u] F. N. H. seu portio F. E. H. maior est cono B. M. D. seu portione B. A. D. quod fuit probandum. Cæterum hæc demonstratio etiam portioni competit hemicyclio minore. Ita vt liquido pateat, hemicyclium esse maximum omnium portionum sub æqualibus superficiebus sphæricis cõtentarum, vt proposuit Archimedes.

[a] per 8. & 4 l 6.
[b] per 17 l 6
[c] per 1 l 6.
[d] per fabr.
[e] per 5 lemma præpoñ 8. huius.
[f] per 3. l 2.
[g] per 1. eiusdem.
[h] per fabr.
[i] per 16. l. 6.
[l] per lemma 3. propos. eorum 8. huius.
[m] per 3 lemma.
[n] per 8 l 6.
[o] per 15 l. 5.
[p] per 36. vel 37 l. præced.
[q] per fabricam & 47. l. 1.
[r] per 2 l. 12.
[s] per 1 lemma proxim.
[t]
[u]

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc sunt tandem quæ Archimedes mirando ingenio commentatus est de sphæra & cylindro: quæ adeò excedunt communem Geometrarum artem, vt nemo negotium sphæricum vnquam cum tanta laude tantoque honore egerit. Etquamquam nonnulla attigit vel pollicitus est quæ nõ perfecit, præ rei difficultate id accidit. Problema Deliacum in quod incidit propositione 1. huius libri secundi, non soluere neutiquam quocumque seculo pudori fuit vlli geometrarum: Arbitrati sunt enim dæmonem id hominibus pensi dedisse non ignarum summæ difficultatis, ne dicam τῆς ἀδυναμίας, quæ in eo exequendo latet: verum vt eorum vel incogitantiam vel ignauiam, vel etiam inscitiam accusaret, vel (dicimus nos) vt ansam haberet & effugium quò abscederet impotens, agendi quæ petebantur aut quæ promisisset. Denique vt hominum mentes excruciaret in iis quæ hominum artes exsuperarent. Aliud quoque propositione quarta reliquit imperfectum, quod fortasse in lemmatibus absoluerat, sed hæc lemmata cecidêre summo quidem Geometriæ fato, vt plurima alia absque vllo Authoris vitio, qui ne pluries idem recoqueret, & hinc nauseam moueret, illa noluit hoc loco repetere. Dicerem etiam multa temporum iniuria extincta, multa laboribus ipsius & calamo suffurata, multa vetustate detrita, multa blattis ac tineis erosa, multa librorum penuria deleta, ignorari à nobis, & summa obliuione sepulta, quæ tamen diuinus ille artifex Geometriæ suppeditauerat, quibusque priuata doluit æternumque dolebit, vix vnquam secundum habitura Archimedem, qui quæ de primo desunt, splendidè restituat. Scio plurimos & quidem in campo Geometrico fortissimos Athletas insudasse, vt quæ desunt passim arti supplerent, etiam quæ imperfecta censentur, cũ in hoc tum in aliis operib. cõplerẽt, sed nulli vires fuêre Archimedeæ, nulluſq; damnũ resarcire vel potis est, vel aggredi ausus.

Lemmata quæ propositionibus clarè & dilucidè probandis erant necessaria, quidam suppeditarunt, & nos supplevimus, corollaria hinc & illinc deduximus, integras quoque demonstrationes de nouo addidimus: sed hæc animo trito & vulgari tribuo, illa vero miri, hercules! sunt & stupendi ingenij, quod designandis iis quæstantis seculis ignorantiæ tenebris delituerunt, par sit potens & prudens. Cæterum ne respicias (auide Geometra) tam ea quibus quid deest propter rem θεωρίαν, de qua agitur, quàm cætera quę diuino prorsus artificio tibi gratis dantur, & in communem vsum offeruntur. Inter alia nunquam satis mirateris aut dignis efferes laudibus τὸν τῆς ἀπορίας, & fœlix illud inuentum quo tanquam raro ingenij specimine Archimedes ostendit a vel capacitatem superficiei sphæræ quadruplam scilicet maximi in ea circuli, vel soliditatem eiusdem, nimirum sphæricam b quadruplam esse coni basim habētis æqualem maximo circulo eorum qui in sphęra, altitudinem vero, radium sphæræ. Quamquam multa alia sint & scitu dignissima, & vsu vtilissima, & cognitu iucundissima, quibus interim vtere fruere, nos cætera persequimur.

a prop. 25. l. 1.

b prop. 26. eiusdem.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΚΥΚΛΟΥ ΜΕΤΡΗΣΙΣ.
ARCHIMEDIS CIRCVLI DIMENSIO.

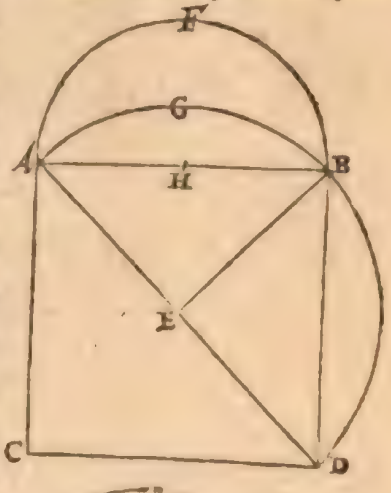
AD LIBELLVM ARCHIMEDIS DE CIRCVLI DIMENSIONE

PROLOQVIVM.

NIHIL proloquutum esse Archimedem, sed veluti ex itinere initio huiusce libelli proposuisse, argumento est hoc opusculum ab eo statim subiunctum libris de sphæra & cylindro, tanquam operis tertium. Quid enim sphæræ, sphærarúmque portionum, conorum, ac omnino globosarum figurarum metiendarum rationem ex circulo deduxisset, nisi nobis ipsiusmet circuli dignoscendi modum ac κύκλου μέτρησιν obtulisset? Hęc enim mensuratio perfectio est tanti huiusce ἐπιχειρήματος, quod quidem imperfectum iacebit quousque in dimensione circuli hærebimus. hæremus autem, quantumlibet viri tanti in ea insudarint, & mirum Archimedis ingenium nihil non mouerit, vt eam nobis suppeditaret. Nec enim rem ἐν πόρῳ reliquit, nec perfecit, etsi propinquissimè attigerit, & equidem supra omnes qui circuli quadrationem seu mensurationem perquisiuerint, sit hic noster Archimedes laudãdus, quidquid aliqui nostro sæculo reclamarint; quorum antea ἀπάτας & impostoras iam diluimus, & rursus sophismata quæ huc maximè pertinent deinceps confutabimus. Eorum vero qui nobile hoc problema meditati sunt, numerus siue antiquorum siue recentium, (qui certè plurimi omnibus sæculis fuere, quamquam veterum irriti conatus, & illiberales quorumdam errores, neotericos ab hoc scopulo deterrere debuerint) in duas iampridem classes distributus est. Etenim quidã in hac perquisitione se Mathem. gessere, quidã aliter ἀγεωμέτρητοι, ex ea quã in hoc negotio nauarunt opera visi sunt, adeo recesserunt à via geometrica. Hãc eorũ bipartitionẽ inuexit primus Arist. qui disquisitiones Hippocratis & Antiphontis conferens, argumenta quidem illius soluenda esse vult: at huius

De sophist. elench. l. 1. c. 11.

solutione dedignatur, putà ἐριστικὰ, aut & litigiosa cum non deducantur ex principijs artis: Hippocrates verò etsi non rectè ratiocinatus fuerit, tamen ex arte procedit. Aristotelis verba sunt: ἅμα γὰρ δεῖ λύειν ἀπόδειξιν εἰπεῖν: ὅλως δ' ἃ ὅσα ἐκ τῶν ἀρχῶν τῆς ὑποθέσεως ψεύδεται, ὅσα δὲ μὴ, οὐκ ἔστιν τὸν τετραγωνισμὸν τὸν μὲν διὰ τῶν τμημάτων γεωμετρικῶν διαλύσαι: τὸν δὲ Ἀντιφῶντος ὁ γεωμετρικῶν. Itaque qui Geometricè dimensionem circuli perquirunt, ad Hippocratem referendi sunt, & eorum labor pensitandus: qui vero mechanicè & præter Geometriam ad Antiphontem amandandi & prætermittendi: vt verò illi aliquid dicunt, aliquid probant, aliquid docēt: at hi erroribus animos implent & sua ἀτεχνίᾳ graues sunt peritis. Quod autē artifices impulerit vt hoc problema soluendum susciperent, fuit quòd hoc scibile τῷ ποιῷ, omnes antiqui crediderint, authore ipsomet Arist. qui scientia non existente scibile nihilominus esse exemplo docens ait, οἷον τῷ ὁ τῦ κύκλου τετραγωνισμὸς, εἰ γάρ ἐστιν ἐπιστητὸν, ἐπιστήμη μὲν αὐτοῦ οὐκ ἔστιν οὔπω, αὐτὸ δὲ ἐπιστητόν ἐστιν. Omnibus itaq; neruis contenderunt hac scientia Geometriam cōplere. Et quia omnium conatus vix longo opere complecti possem, omnium instar proponam amborū Hippocratis & Antiphontis πειράματα & tentamenta, si prius quadraturam circuli esse definierimus τῷ τῦ κύκλου ἐπιπέδῳ ἴσον χωρίον εὐθύγραμμον εὑρεῖν. Ex quadrato enim seu plano rectilineo, circulo dato æquali inuento, dimensio sequitur & cognitio potentiæ. Hippocratem ergo audiamus hac in perquisitione anhelantem. Sic autem inuestigat, sumpto quadrato quolibet, putà A.B C.D. eiusdem dimetientem A. D. ducit, semicirculos tam costa A. B. quam diametro A. D. nempè A.E.B. & A.B.D. describit: tum à centro ducta E.B. linea, sic ratiocinatur. Potest [a] A.D. quadrata A.B. & B.D. hoc est alterutrius duplum. At circuli vel semicirculi se habent vt dimetientiū quadrata: [b] ac proinde semicirculus A.B.D. duplus est semicirculi A.F.B. & ex consequenti totius quarta, quæ est A G.B.E. dimidiū scilicet semis, æquatur semicirculo A.F. B. sublatoq; tandem segmento A.G. B H. remanet lunularis figura seu μήνισκος æqualis rectilineo triangulo A B E. Hoc posito & ex arte inuento, sic putat ἐπιχείρημα perficere. Dato circulo cuius diameter I. duplam sumit K.N. cuius decircinat semiarcum K.L.M.N. in quo accommodat latera hexagoni K.L, L.M, M.N. singula [c] æqualia radio K.Z. & ideo diametro I. circuli dati. Et quoniam dimetiens K.N. duplus est diametri I. semicirculus K.L.M.N. quadruplus est semicirculi dati [d] I. hoc est æqualis quatuor semicirculis depictis ad lineas I.K Q.L.M, M.N. Auferantur itaq; segmēta cōmunia K.E.L.P, L.R.M.S. & M.V.N.T. remanebit quadrilaterū K.L.M.N. rectilineū æquale meniscis tribus K.P.L.O, L.X.M.S, M.V.N.Y. & semicirculo I. Atque huc vsque nec Geometræ nec Logici reclamant: At deinceps in dialecticam committit.

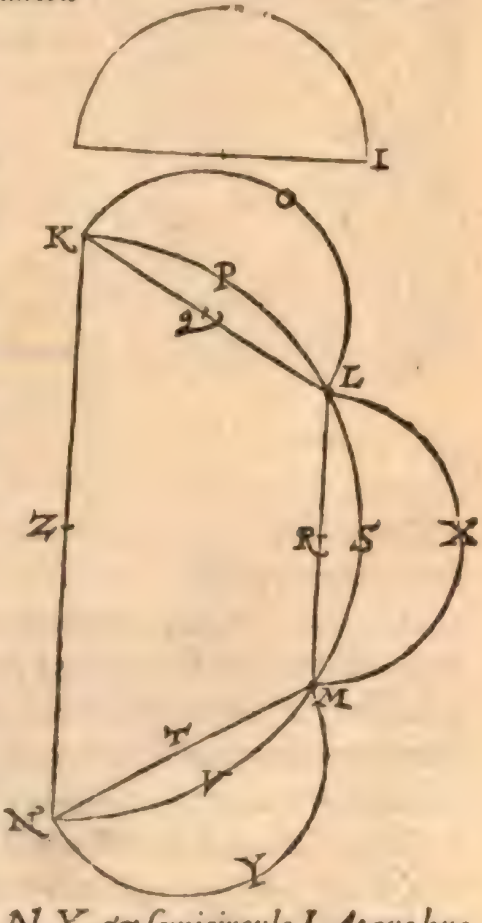


a per 47. l. 1

b per 2. l. 12

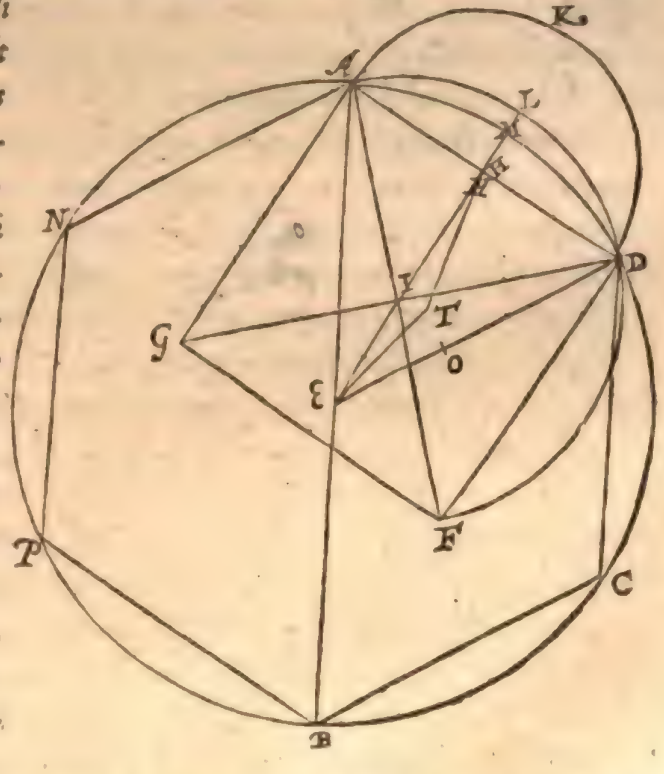
c per coroll. 15. l. 4.

d per 2. l. 6



Google

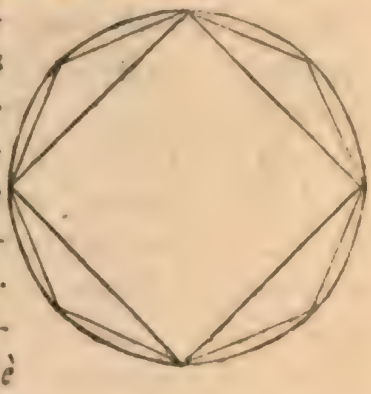
Putat etenim ex illa prius lunulæ quadratura sibi licere ex rectilineo K.L.M.N. auferre portiones æquales singulis tribus menisci, & tandem sibi reliqui fore partem æqualem semicirculo I. Verum errat in eo quod ex cognitione lunulæ lateris quadrati, arbitratur omnem lunulam exprimere posse rectilineo spatio, & simpliciter menisco nouisse. At plurimum interest inter lunulam quadrati & menisci hexagoni, estque hoc illa minor: quod sic ostendo. Ponatur circulo, cuius diameter A. B, hexagonum inscriptum, cuius latus A. D. lateris autem A. D. quadratum sit A. G. F. D. cuius centrum I. describantur autem semicirculi A. K. D. centro H. & A. L. D. F. centro I. vt sit menisci ad latus hexagoni A. M. D. K. lunula verò ad latus quadrati A. L. D. K. Punctum autem L. & ipsum deferentem arcum A. L. D. egredi primum circulum, & esse supra M. sic ostenditur. Angulus D. A. N. puta hexagoni maior est angulo quadrati D. A. G. [a] *Et quidem angulus D. A. N. dirimitur bifariam dimetiente A. B. sicuti angulus D. A. G. bissecatur diametro A. F. Et ideo minor est I. A. D. scilicet medietas minoris, quàm sit D. A. E. dimidium nempè maioris. Ergo centrum I. quadrati iacet intra lineas A. D. & A. E. Et præterea tria centra E. I. H. sunt in linea recta. Etenim A. I. & I. D. sunt æqualia latera, vt ambo semidiametri, & proinde anguli deinceps lineæ I. H. ad punctum H. sunt recti* [b] *vt æquales. Eodem argumento linea E. H. ducta efficit angulos rectos vtrinque ipsius ad punctum H. Proinde linea E. H. transit per I. Nam si non excurrat per T. punctum, vt sit linea E. T. H. recta, & angulus T. H. D. rectus. Etenim cum angulus I. H. D. sit quoque rectus, erit T. H. D. & pars æqualis toti I. H. D. quod est absurdum. adhuc cum sit linea E. I. H. M. æqualis lineæ E. D. & ambæ E. I. & I. D. maiores sola E. D. sublata E. O. æquali ipsi E. I. remanebit O. D. seu I. M. minor quam sit I. D. Sed I. D. & I. L. sunt æquales, vt radij eiusdem circuli. Ergo arcus A. L. D. F. transcendit extra arcum A. M. D. C. & segmentum A. L. D. H. est maius segmento A. M. D. H. Proinde remanet lunulam A. L. D. K. quæ est ad latus quadrati minorem esse menisco A. K. D. M. qui est ad latus hexagoni. Et est vtriúsque differentia τμῆμα A. M. D. L. cui inueniendum fuerit Hippocrati rectilineum æquale, antequam compleuisset quadrationem propositi circuli, seu segmento toti A. H. D. L. Etenim vbi ex A. B. C. D. resecuerit quater A. I. D. triangulum remanebit pars quædam rectilinea æqualis tribus segmentis paribus A. M. D. L. & segmento A. H. D. M. quam deinde partiri vt oportet, opus & labor erit, donec rationem inuenerit aliquis, quam habet segmentum A. H. D. M. ad segmentum A. H. D. L. Hæc autem partitio videtur Aristoteli causa fuisse cur Hippocratem ἀφ' τῶ τμημάτων operatum dixerit. Sic ergo Geometria, secundum mentem Aristotelis, Hippocratis sophisma soluerit. Videamus quid sibi velit Antiphon, & quo errore peccet in*



[a] Per coroll. 27. l. 3.

[b] per 4. l. 1.

principijs artis vnde solutionem non mereatur, dato circulo primum inscripsit quadratum. Tum subtensos arcus bifariam secuit, & à sectionum punctis lineas deduxit ad quadrati angulos, vt fieret octagonum: Tum rursus arcus dissecuit, & lineas duxit, idque toties vt viderentur ductæ lineæ oculo non differre à periferia circuli: sicque existimauit se rectilineum inuenisse æquale proposito circulo. Verum principia artis in eo læsa videntur, quòd primum sensu Geometriam æstimauerit: tum quòd putarit posse deuenire ad vltimam alicuius quantitatis diuisionem. Tum denique quod cum rectum circulari posse ex æquo congruere æstimauerit in eodem circulo, necessario concesserit dari angulos rectilineos æquales angulis contingentiæ, quos Geometria numquam agnouit. Cur ergo Aristoteles Hippocratem Geometricè, Antiphontem vero non Geometricè rem tractasse dixerit, habemus in promptu, nec difficile fuit certum de toto negotio pronunciari, & docto Scaligero visum est [a] quo totam hanc rem, pace tanti viri dixerim, obtusè intuitus, passim se iniquum in virum mirabilem, ne dicam diuinum Archimedem gessit, quem & ἀγνωμοσύνης καὶ παραλογισμοῦ vbique insimulat, accusatque ἀφ' τιμαχοσιῶν dimensionem hanc circuli infeliciter esse aggressum. Cùm tamen qui penitioribus oculis inspexerit Archimedeam operam, nec fuerit anticipata in opinione agitatus, nihil diuinius adhuc, quantum ad hanc rem attinet, in lucem prodijsse libentissimè confitebitur, & eò Siculum nostrum deuenisse quò humanæ solertiæ penetrandum diuina prouidentia dedit, vt Buteonis acuti Orontiomastigis verbis utar. Cæterum hoc negotium dimensionis circuli in duas difficultates incidit, quæ antiquos mirè torserunt, scilicet reperiundi rectilinei æqualis areæ circuli, & assignandæ lineæ rectæ æqualis periferiæ circuli. Etsi ex demonstratis ab Archimede facile sit ex vna inuenta alterum colligere. Data enim area, dabitur circuli periferia, vel hac exposita, illa assignabitur. Vtramque attigit Archimedes, etsi neutrã exactè perfecerit, sed adeo prope attigit, vt quod deest, sensum, ne dicam potentiam qua imaginamur, effugiat: reliquorum alij τὸ ἐμβαδὸν τοῦ κύκλου conati sint assequi, alij vero τὸ ἀπείρως perquisiuerunt, & præ cæteris machinamentis qua vsi sunt, celebris fuit antiquus Dinostrati & Nicomedis linea, quam vocarũt τετραγωνίζουσαν, Latini quadratricem ab eius officio. Etenim inter multa quibus construendis vsui fuit illa quadratrix linea, potissimum quadraturæ circuli inseruit, & κυκλοφορικωτέρᾳ, vnde ad κυκλοδυναμικὴν trãsfertur. Eã Pappus [b] inter antiquos, Clauius [c] inter recẽtiores, & [dd] Vieta affatim te docebunt, & fortasse de ea nonnulla in sequentibus dicemus. Tandem Archimedem audiemus, si prius Brisonem qui inter veteres ad quadraturã circuli mentem adhibuit, non præterijsse ostenderimus. Putauit exposiri circuli areã mediã esse proportionalẽ inter areas quadratorũ inscripti & conscripti eodẽ circulo. Exhibeatur I.M. B.N. cui inscribatur quadratũ M.N. aliudq; conscribatur L.P. sumatur autẽ H.K. latus mediũ inter latera M.I. & L.F. & fiat quadratũ K.O. quod sit e mediũ proportionale inter quadratũ L.P. conscriptũ, & N.M. inscriptũ. Putauit Brison quadratum K.O. æquale esse exposito circulo. Hanc opinionẽ multis nominibus iniquam reprehendit Io. Scaliger. Verum dum carpit & conuellit Brisonem, idem carpi & conuelli meretur, grauiùs quàm trioboli Geometra committens in primum proprio diagrammate exposito. Putat quadratum K.O. medium situ et proportione statim posse



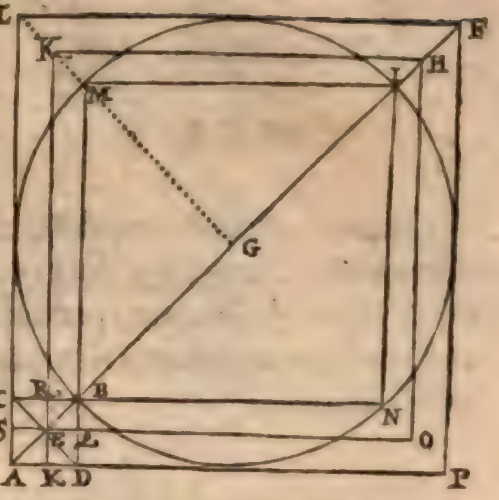
a Prolegom. in cyclomet. Element.

b Lib. 4.

c Ad finem l. 6. Elem.

dd Variorũ respons. lib. 8. c. 8.

d per 13. l. 6. & per 22. lib. 6. vel ipsius coroll.



inter duo M.N. & L.P. ita ut ducto dimetiente A.F. si diuidatur I.F. & B.A. bifariam in H. & E. credat H.E. fieri dimetientem medij quadrati K.O. & adpingi posse quadratum K.O. situ exactè medio inter conscriptum & inscriptum, & proinde perfecto quadrangulo C.D. ductáque C.D. dirimi quadrangulum C.D. in quatuor æqualia quadrata. Quod si diligentiùs inspexisset, falsum esset intuitus. Etenim hoc si constare posit, ducatur G.L. transiens necessario, & ex hypothesi per puncta M.K. & triangulos constituens æquiangulos G.M.I, G.H.K, & G.L.F. quia latera M.I, K.H, & L.F. sunt ex hypothesi parallela: proinde quia bases M.I, K.H, & L.F. sunt continuè proportionales, ita quoque dispositæ sunt G.I, G.H, G.F. & tanta sui parte G.H. superabit G.I. quanta G.F. sui parte superat G.H. Verum G.F. maior est quàm G.H. Ergo pars qua G.F. superat G.H. maior est ea parte qua G.H, superat G.I. non ergo punctum H. medium est inter puncta I. & F. nec punctus E. medius inter A. & B. nec linea C.D. transit per E. sed infra, nec demum rectangula quatuor, in quæ dirimitur quadrangulum C.D. æqualia sunt. Duo quidem C.E, E.D. sunt æqualia: reliqua duo inæqualia, R.Q. minus, & A.E. maius. Sic ergo vir tantus Brisonem dum interpretatur, ipsemet ludibriũ omnibus debuit: sed rursus dum eundem confutare nititur, non pauca absona à Geometria profert. Nisi enim quadrata lateribus, & superficies lineis conferat, vt verba sonant (quod tam longè abest à bono Philosopho, vt alium eius sensum fuisse velim) saltem vult quadratum æquale circulo, quod vocat, quadratum circuli, maius esse potentia lateris trigoni Isopleuri, eodem circulo inscripti, quod nondum patet, quamuis Antiphontem id primò deprehendisse dicat, & qua arte conetur, est videre: sed quod concludit ex Antiphontis expositæ demonstratione, longè aliud est. Deinde erroris Brisonem insimulat grauissimi, quod datis maiore & minore posse dari æquale affirmet: atque hoc falsum deprehendisse putat ex angulo contingentiæ (quem illic loci vocat πλὴν χαρακτικὴν γωνίαν) quo datur quidem maior angulus rectilineus, sed minor aut æqualis non datur. Verum quam appositè hoc exemplum proferatur, docti viderint. Nam nec minor, nec æqualis angulus rectilineus datur angulo cornuto. Tum Bryso proponit in rebus eiusdem speciei: at Scaliger argumentatur à specie ad speciem. Anguli enim circulares, aut mixti omnino absunt à rectilineis: Verum relinquamus hæc ἀποπήματα, vt Archimedis diuini vocem audiamus, quæ sola miro suo Philosophandi artificio omnia in se contorta conuicia eludet.

PROPOS. I. ΠΡΟΤΑ. Α.

THEOR. I. ΘΕΩΡ. Α.

Omnis circulus æqualis est triangulo rectangulo; cuius radius est par vni eorum quæ sunt circa rectum angulum: circumferentia vero basi.

Πᾶς κύκλος ἴσος ἐστὶ τριγώνῳ ὀρθογωνίῳ, ἧς ἡ μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴση μιᾷ τῶν περὶ τὴν ὀρθὴν· ἡ δὲ περίμετρος τῇ βάσει.

ΥΠΟΘ. Circuli A.B.C.D. radio N.Y. æqualis sit κάθετος S.T. trianguli S.T.V. Periferia verò par existimetur βάσει T.V.

ΣΥΜΠ. Dico rectangulum triangulum S.T.V. æqualem esse proposito circulo A.B.C.D.

ΚΑΤΑΣ. Etenim si non sit triangulus circulo par, maiorem esse vel minorem fateamur necesse est.

Primò censeatur minor, & circulo [a] inscribatur figura æquilatera, & æquiangula, tot quidem angulorum & laterum, vt circulus eam exsuperet minori quantitate quam sit ea qua triangulum excedit, vt scilicet inscripta figura maior fiat ipsomet triangulo. Tandem sit figura inscripta D.A.F.B.Z.C.Y. & in aliquod ipsius latus perpendicularis agatur [b] à circuli centro, cuiusmodi est N.E.

[a] per 2. manifest lib. 1. de sphæra & Cylind.

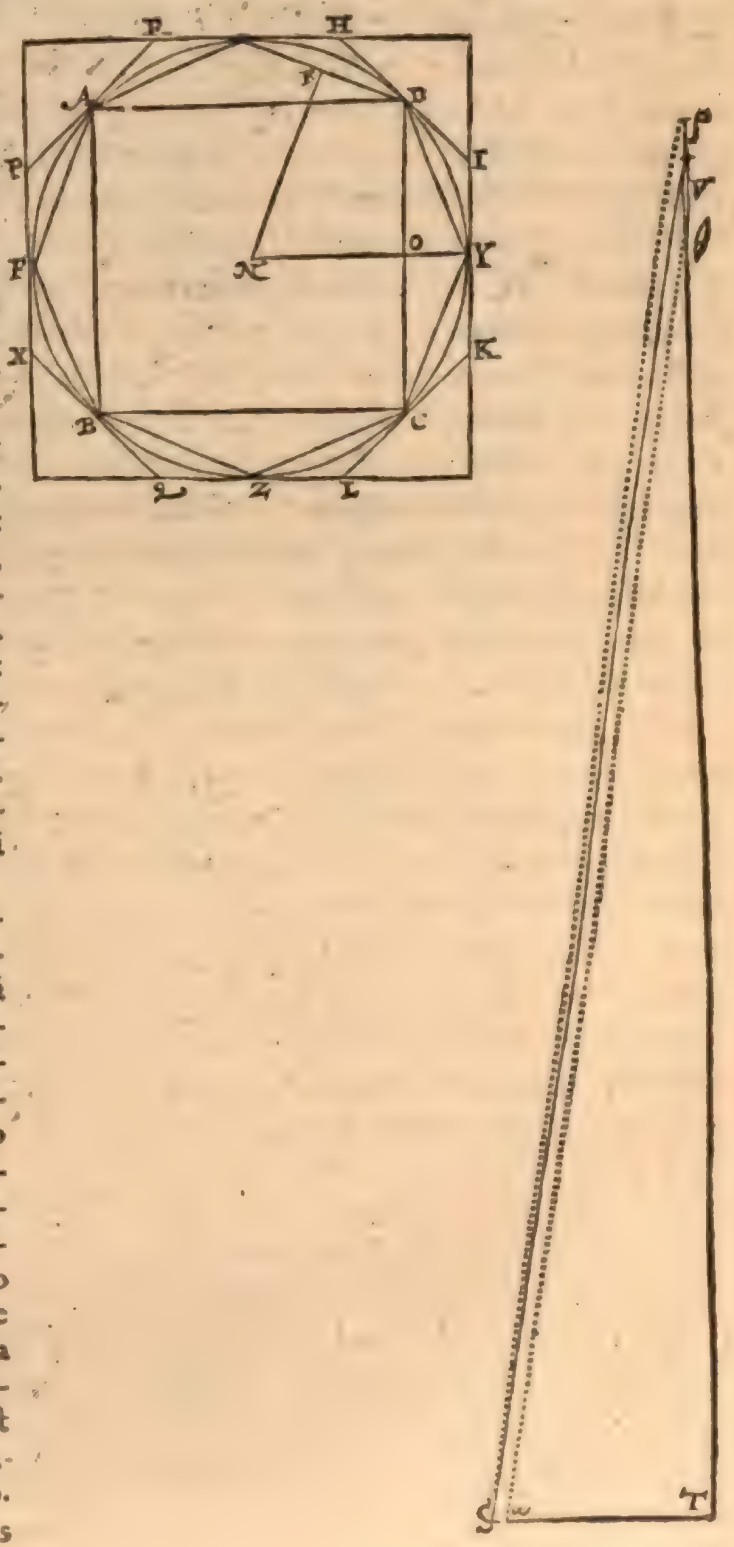
[b] per 12. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vnumquodque figuræ latus, arcum subtendit, circumferentiæ circuli partem: & quia latera sunt æqualia, totam periferiam diuidunt [c] in arcus æquales. Quodlibet vero latus minus est [d] eo quem subtendit arcum: proinde totus ambitus inscriptæ figuræ minor est [e] tota circuli circumferentia, minorque ideo basi trianguli S.T.V. Sit itaque æqualis lineæ τ. φ. Deinde quia perpendicularis N.E. non attingit ambitum circuli, minor est radio N.Y. minorque perpendiculari S.T. Sit itaque τ. ω. Nam ducta φ. ω. fiet triangulus

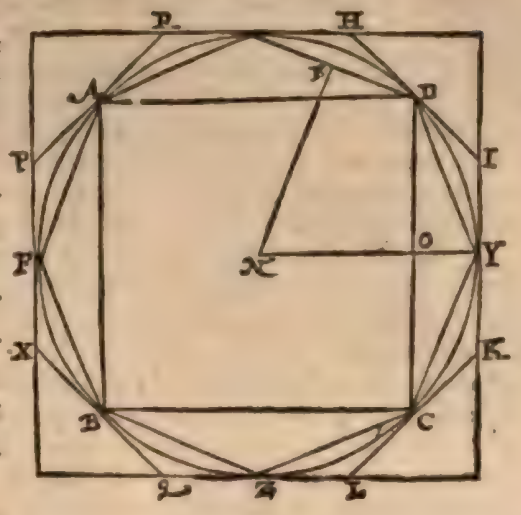
[c] per 28. l. 3.

[d] per. 23. hypoth. l. 1. de sphæra & cylind.

[e] per 8 hypoth. l. 1. de sphær. & cylind.

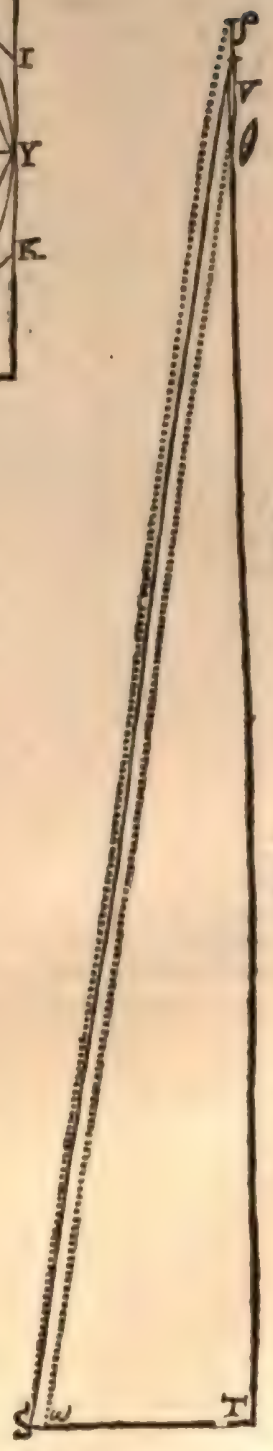


T. ℓ. ω. minor quidem toto S. T. V. [a] sed æqualis [b] omnibus triangulis in quæ diuideretur inscripta figura, si lineæ à centro ad angulos ipsius rectæ ducerentur. Omnium etenim bases sunt æquales vni T. ℓ. tum altitudo est perpendicularis N. E. Ergo inscripta figura minor erit triangulo S. T. V. quæ tamen posita est maior. Eodem ergo triangulo esset maior & minor, quod & à natura, & à Geometria abhorret.



Verum fingatur triangulus maior circulo, & circa circulum describatur [c] figura æquilatera & æquiangula, totque laterum & angulorum, vt ipsa rursus maneat triangulo S. T. V. minor. Ipsa verò sit A P. F. X. B. Q. Z. L. C. K. Y. I. D. H. R.

ΑΠΟΔ. Singulis figuræ circumscriptæ angulis arcus circumferentiæ subtenduntur comprehensi singuli à duobus dimidijs lateribus: vt angulo A. P. F. subtenditur arcus A. F. & terminatur à duobus dimidijs lateribus A. P, P. F. quæ sunt ipso arcu maiora, quia ipsum comprehendunt. [d] Ita est de cæteris. Totus proinde ambitus circumscriptæ figuræ maior est circumferentia circuli, & ex consequenti basi T. V. Sit ergo æqualis lineæ T. ρ. & ducatur S. ρ. Etenim si mente concipimus à centro circuli ad angulos figuræ duci lineas, tota circumscripta figura diuidetur in triangulos, quorum altitudo erit æqualis radio circuli N. Y. ducti enim radij à centro N. ad puncta contactuum figuræ, sunt [e] perpendiculares. Cùm ergo basis T. ρ. trianguli S. T. ρ. sit æqualis ambitui figuræ, & basibus omnium triangulorum, in quo ipsa dispescitur. Tum κάθετος S. T. æqualis καθέτοις illorum: triangulus S. T. ρ. est [b] æqualis illis omnibus, & toti circumscriptæ figuræ. Atqui ipse T. S. ρ. maior est [a] triangulo T. S. V. Ergo eodem triangulo T. S. V. maior est circumscripta figura: quæ tamen posita est minor. Insulsa igitur & dissentanea rationi ὑπόθεσις est, qua supponitur triangulus S. T. V. maior vel minor circulo. Vnde superest vt eum ipsi æqualem fateamur.



[a] per 9. comm. sent.
[b] per 1. l. 6.
[c] Per 2. max. l. 1. de sphær. & cyl.
[d] Per 1. & 3. hyp. l. 1. de sphær. & cyl.
[e] per 18. l. 3.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quam iniquè à quibusdam fuerit exceptus Archimedes, cum propter argumentandi formulam qua vtitur passim deducendo ad absurdum, tum quia æquales constituat quantitates, quarum neutra demonstratur altera maior vel minor, in Prolegomenis diximus, vt in proloquio cætera quæ pertinebant ad veterem opinionem, περὶ τῶ ἐμβαδὸν τῶ κύκλου. Nihilominus hic lubet addere quædam ad confirmandum lectoris animum, cui constat nondum dari ex absolutis Geometriæ decretis lineam rectam æqualem peripheriæ circuli: Equidem nondum conciliata est longitudo circularis lõgitudini rectæ, denique in obscuro est nosque latet, quid inter eas discriminis statuat curuitas, seu circuli gibbositas. Et vt nihilominus quis sanæ mentis censuerit, abhorrere à natura linearis quantitatis, quin possint dari curua & recta æquales? quia vtraque in infinitum diuisibilis est, & nihil obstat, quin ab alterutra quid dematur, vel ipsimet quid addatur, nec obijci potest quod etiam inter rectas

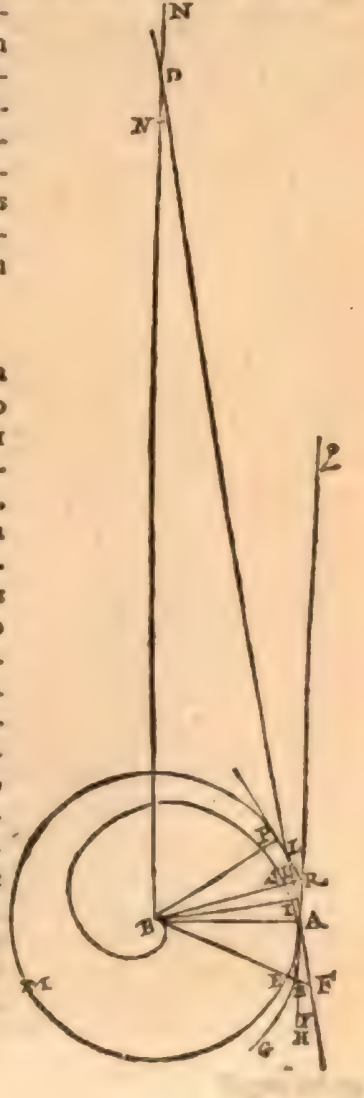
Digitized by Google

aliæ sint alijs incommensurabiles, & quod lateri seu costæ & diametro eiusdem quadrati, non detur communis mensura: vt inde conijci possit, tanta inter curuum & rectum ἀπιθανία καὶ ἀσυμφωνία, & repugnantia vt æqualitatem respuant. Sed hoc omnino contrarium est naturæ quantitatis, cui ademptio vel additio negari non potest, quibus mediantibus quæ sunt congeneæ in dimensione, vel simul lineari, vel simul plana, vel simul solida, æquales conficiantur. Et verò noster Archimedes hanc difficultatem διπλασιασμοῦ soluit, cum libro περὶ ἑλίκων demonstrauit lineas rectas æquales periferijs circulorum. Et quamquam ἕλιξ non sit linea simplex, sed ex duplici motu nascatur, vnde fortasse à quibusdam ἀγωνὶ dicta sit, nihilominus æqualitas lineæ rectæ, & periferiæ circuli in prima helicis descriptione decircinati, non dependet ex illo duplici motu, sed tantum ex contactu lineæ helices, quem omnis ratio admittit, cùm helix sit linea curua, non recta, quam proinde recta non potest tangere pluribus punctis vno, alioqui eadem linea esset recta, & curua simul, quod à ratione absonum est.

Quod verò longitudo continendi capacior fiat per curuitatem, quàm per directionem, hoc potius est ratione contenti plani, ἢ ἐμβαδὸν, vt loquuntur Græci, quam longitudinis seu μεγέθους. Nec enim linea auget suam dimensionem hac curuitate, nec dici potest illi aliquid addi, siue constet punctis, siue partibus quantitatiuis: nisi fortasse quia ἐκ διαφόρου ἐχόντων σύνθεσιν τῶν μορίων, vt inquit a Aristoteles, ex diuersa positione, aut ex vario situ longitudinem variam nanciscatur. Verum hoc si fuerit, accidet vt ambitus quoque figurarum angularium non possint vnquam dici æquales lineis rectis: quia in angulo curuitas est, nec tamen in angulis vlla inesse ratio inæqualitatis linearum censetur. Certè anguli non contrahunt inter se eandem habitudinem, quam latera, nec Geometra argumentabitur ab angulo ad latus, nec ex anguli ad angulum ratione concludet rationem lateris oppositi aut subtensi ad latus. At verò non hoc accidit causa longitudinis, seu ambitus anguli, sed spatij comprehensi. Quia angulus est spatium & superficies contenta inter coincidentes lineas, nec tantum linearum coincidentia, etsi ex hac nascatur. Etsi verò linea recta æquiparari possit curuæ & circulari, tamen in ea expiscanda non admitterem ex Scaligero deductionem circuli super planum, quousque idem punctus planum tangens, redeat ad contactum eiusdem plani, vt scilicet distantia quæ interceserit inter ambos contactus pro iusto ac vero circuli ἀξιώματι capiatur. Hoc arte caret, & nimis χειρωνακτὸν redolet, tum plurimum fallax, cum eius fides solis sensibus committatur, qui potissimum in magnis circulis vix contactum verum agnouerint: cum quicquid tale affirmauerint, non res indiuisibilis sit, sed corpus, & in infinitum diuisibile. Et quamquam hoc toto opere Archimedes communem hominum, & vulgarem vsum iuuare conetur, nec rem hanc adeò reuocet ad Geometricum pondus, quàm ad sensibilem modum, qui publicè in praxim reducatur, & mensurationem det omnium corporum citra errorem, qui sensu percipiatur, tamen malim ad lineas quadratrices recurrere, & earum arte periferias circulorum indagare, quam hanc recens inuectam circuli super plano circumuolutionem inducere. Vtvt sit, quoniam in mechanicis maiorem nec subtiliorem, nec acutiorem Archimede nouit vlla ætas artificem, satius est eum hac in anxietate, quàm vllum alium in consilium adhibeamus. Ipse definit nobis, præscribit, ac Geometricè b demonstrat lineam rectam æqualem periferiæ circuli dati.

a prop. 18. 19. & 20.

b cap. de quarto in Categor.



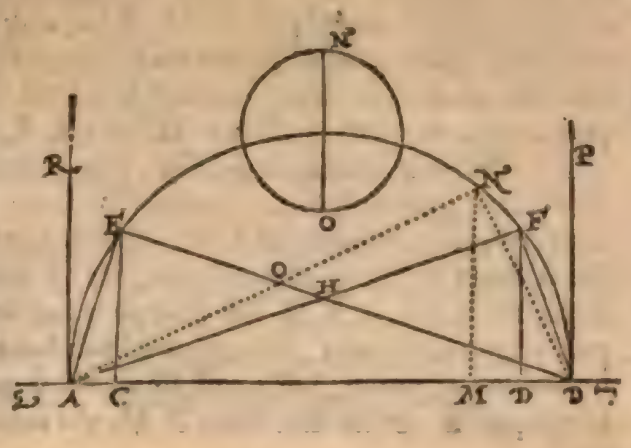
Detur enim circulus A. M. E. cuius circumferentiæ æqualis recta sit inuenienda. Eius radius sit B. A. tum describatur helix B. C. A. eo artificio, quod docet illic Archimedes, & repetemus ex Pappo ad 1 definitionem libri περὶ ἑλίκων: tangat autem helicem ad principium reuolutionis linea F. A. D. tandem ad punctum B. centrum tam spiræ, quam dati circuli erigatur B. D. perpendicularis ad radium A. B. Ea siquidem incidet in tangentem A. D. quia angulus B. A. D. sit minor recto. Hanc igitur lineam A. D. ostensiuè demonstrat c Archimedes æqualem esse circumferentiæ circuli. Cumque helices descriptio non compositior videatur eductione quadratricis, alio non est recurrendum, nec Archimedes ab quoquam quàm à seipso promouendus est: quamquam aduersus ipsius demonstrationes insultet Iosephus Scaliger d, atque τὸν οὐδὲν ἀκριβῶς ἀναγνόντα, audeat vocare ἀναγνωστικὸν: nam insulsas eius reprehensiones nihil moraret, nisi vnico verbo omnes eius machinas, quibus & Archimedis doctrinam euertere, & nouam circuli dimensionem adstruere conatus est, solo adæquare possem. Ex multis colligit d potentiam circuli minorem esse triangulo rectangulo, cuius eorum quæ rectum angulum continent, laterum, alterum quidem semidiametro, alterum quidem ambitui circuli esse æquale. Etenim omnia istæc susque deque ferentur, & pudibunda ruina conijcientur, si ostendero dum erraſſe, dum demon-

c propos. 18. 1. de lineis spiralibus.

d coroll. 1. in prop. 3. Elemēt cyclom. de potentia circuli.

ſtrare nititur. *Quadratum* [a] *ab ambitu circuli decuplum eſſe quadrati à diametro.* Sic verò ratiocinatur.

Dati circuli O. N. ambitum aſſignat [b] in Q. T. longitudine lineæ A. B, qua diametro ſemicirculum deſcribit A. E. F. B. Tum in A. B. ſumit triplum diametri O. N. (cum tamen nondum probauerit circumferentiam circuli, pluſquam triplam eſſe diametri, ſed omnia ſibi putat licere) dicitque eſſe B. E. quam in ſemidiametro accommodat [c], & à puncto E. demittit [d] perpendicularem E. C. iungitque E. A. Tum facit D. B. decimam partem ipſius A. B. erigitque D. F. ad rectos, iunctiſque F. B, & F. A. additiſque parallelis [e] B. P, A. k. concludit, & rectè quidem, lineam B. F. mediam proportionalem [f] inter A. B, B. D. & vt longitudo A. B. ad longitudinem B. D. eſt decupla, à eſſe quadratum A. B. decuplum quadrati B. F. & ex conſequenti quadratum A. F. nonuplum [g] eſſe quadrati B. F. hoc eſt longitudinem A. F. eſſe [h] triplam lateris F. B. tum angulos alternos R. A. E, A. E. C. inter ſe, tum alios P. B. F, & B, F. D, inter ſe eſſe [i] æquales.



a prop 6 elem cyclom. de ambitu circuli
b poſtulato ſuo 1.
c per 1. li. 4.
d per 12 l. 1.
e per 31. l. 1.
f per coroll. 13 lib 6.
g per 47 l. 1
h ex coroll. 10 l 6
i per 29 l 1.
l per 15 l. 1.

Item angulos ad verticem in H. eſſe [l] pares, proinde reliquos A. E. H, & H. F. B, in triangulis A. E. H, & H. F. B. relinqui pares. qui proinde à rectis R. A. B, & P. B. A. ſublati relinquant illinc R. A. E, ſeu A. E. C. & H. A. B. ſimul, pares duobus P. B. F, ſeu B. F. D, & E. B. A. ſimul.

Item ſequi A. E. C. angulum, angulo E. B. A. æqualem [m]: tum B. F. D, & F. A. B. eſſe pares: At perperam hinc deducit, ergo æquari angulos E. B. A, & F. A. B, & triangulus A. E. B, B. F. A. eſſe æquales, æqualiumque laterum, & eſſe F. A. vt E. B, triplum diametri N. O. tum A. E. vt F. B. eſſe parem ipſi diametro N. O, cuius quadrati cum ſit decuplum quadratum ex B. A. hoc eſt, ex perimetro circuli, ſequi quod intenderat, quadratum nempè periferiæ decuplum quadrati diametri.

m per 8 l 6

Hæc verò ψευδογραφήματα falſitatis originem ducunt ex illa prima illatione, qua angulum E. B. A. & F. A. B. dixit eſſe pares: quamuis enim hinc bini, illinc binis æquales ſint, non tamen alter horum, alteri illorum æquatur: Et vt medium ſit clarius, ſumatur aliud quoduis punctum M. à quo perpendicularis erigatur in N. & iungantur N. A, & N. B. ſecet verò N. A, lineam B. F. in O. Etenim vt priùs anguli P. B. N, & B. N. M. alterni erunt pares, angulus N. A. B. angulo M. N. B. æqualis, anguli ad O. æqui: Et proinde in triangulis E. A. O, & O. N. B. anguli omnes ſunt æquales, quia ambo A. E. O, & O. N. B. ſunt recti. Ergo k. A. E, & N. A. B. ſimul, æquales duobus reliquis P. B. N, & E. B. A. Ergo ſi valeret illatio Scaligeri, angulum N. A. B, æqualem quoque inferremus angulo E. B. A, & ideò quoque angulo F. A. B. nempè partem toti.

Hoc machinamento euerſo tota corruit Scaligeri ingens Cyclometricorum elementorum ſtructura. Fundamentum enim erat præcipuum, quo tota illa moles niteretur, & deinceps reliquis nulla fuerit adhibenda fides, & maneat Archimedes vanè impetitus. Equidem hoc dato initio falſo, mirum in quot & quantos erroris ſcopulos author alioqui perſpicax, impegerit, & lectorem pudet, virum principem, grauem, & de literis ampliſſimè meritum, tam pueriliter lapſum. Illic certè δὶς τόσον τόσον, vt ait Sophocles, vel ἐφ' ἕκατι ἕκατι ἄρτιον, vt inquit Homerus, adeo, vt totum opus potius concluſionum à dimenſione circuli inuiarum, quam Cycloperimetricorum ſyllogiſmorum ſtrues eſſe videatur.

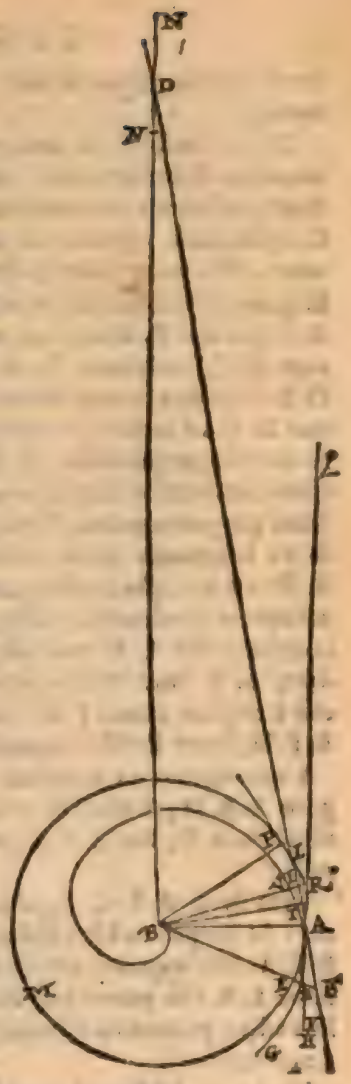
Verùm hoc miſſum faciamus, vt interim dicamus Archimedem, non propterea compleſſe dimenſionem circuli, ἢ παραγωγίσαι τὸ κύκλῳ, quod lineam rectam demonſtrauerit æqualem periferiæ circuli mediante linea helica vel ſpirali. Etenim demonſtrationes quidem quas elicit, tam 18. propoſitione, quàm ſegmentibus libri περὶ ἑλίκων, ſunt veriſſimæ, & Geometricè concludunt, ita vt ſcientiam conficiant ſuarum concluſionum: nihilominus potiùs oſtendunt quadraturam circuli eſſe ſcibilem, quam vt πρόβλημα κύκλου δοθέντος τὸ ἐμβαδὸν εὑρεῖν, ex perfecta ſcientia ducant.

Equidem poſſe fieri oſtendit, cum non dubium ſit ex eius demonſtratis in illo opere quin recta æqualis dari poſſit circumferentiæ circuli: at quomodo id fiat, non plenè reliquit, cum non demonſtrauit, qua arte ducatur linea verè helicem tangens in puncto dato. Hoc enim ſi nobis non reticuiſſet, totam artem haberemus ab eo dimenſionis circuli.

Repetatur figura præcedens, & sit linea spiralis A.V. B. cuius principium sit B. finis verò A. Imaginemur verò à puncto B. duci rectam B. D, πρὸς ὀρθὰς ad lineam A. B. Tum à puncto A. aliam A. D, tangentem spiralem, & occurrentem cum B. D, in D. Absque dubio his ex hypothesi datis, habetur ἀποδεικτῶς lineam B. D, æqualem esse circuli A. M. E. circumferentiæ. Verùm si proponatur συζυγιαλῶς circuli dati A. M. E, circumferentiæ inuenire rectam æqualem, non potero problema soluere, cum non sciam qua ratione linea D. A. ducatur tangens helicem in A. Fit etenim angulus B. A. D. acutus, & notat Archimedes, ita vt fiat occursus linearum A. D, & B. D, sed quæ sit quantitas illius acuti anguli non patet, nec ipsius adhuc habemus definitionem: & potest, vel attolli linea, vel deprimi plusquam par sit, & sic dari linea B. D. vel maior vel minor.

Nihilominus hoc de angulo, & de arte ducendæ tangentis helicem, aliqua dicemus ad finem libri de Spiralibus.

Satis est hoc attigisse nunc: sequitur vt Archimedem audiamus.

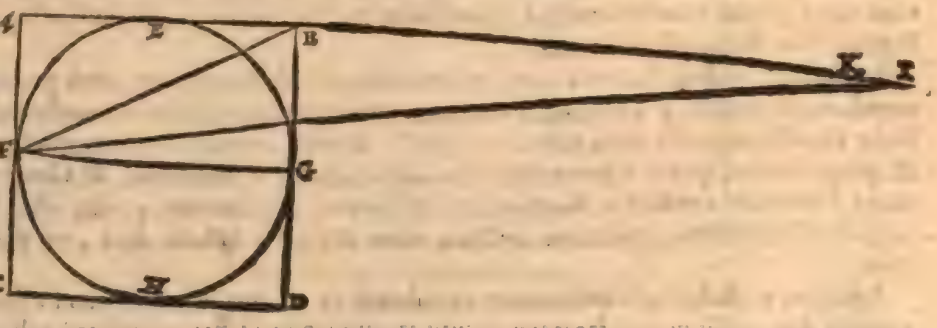


PROP. II. ΠΡΟΤ. Β.

THEOR. II. ΘΕΩΡ. Β.

Circulus ad quadratum suæ diametri, rationem habet quam vndecim ad quatuordecim.

Ὁ κύκλος πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς διαμέτρου τετράγωνον λόγον ἔχει ὃν ἑνδεκα πρὸς δεκατέσσαρα.

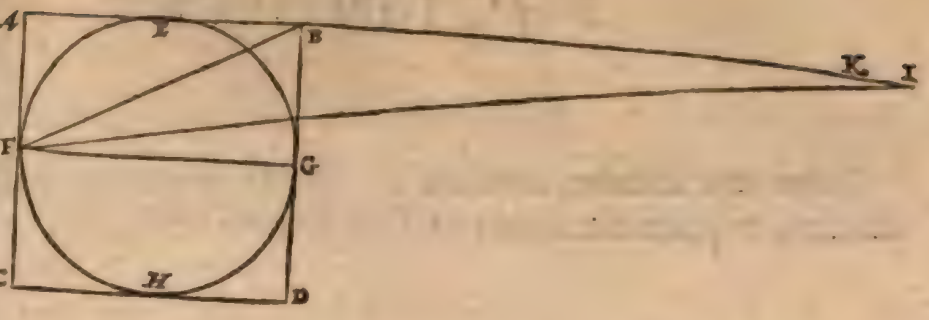


ΥΠΟΘ. Sit circulus A. C. D. B. eiusque dimetiens F. G. cuius sit quadratum A. D.

ΔΙΟ. Propone circulum habere ad quadratum rationem subsupertripartientem vndecimas, & ad illud esse vt 11. ad 14.

ΚΑΤΑ. Producatur A. B in k, & fiat B. k. dupla lateris A. B. Tum septima pars A. B, *aper. 1. 6.* in k I. & ducantur F. B. F. I.

ΑΠΟΔ.



ΑΠΟΔ. Quoniam A.I. continet ter A. B. & præterea vnam ipsius A.B. septimam partem, si posuerimus A. B. 7. continebit A. I. 22. Atqui vt est A. I. ad A.B. sic est[a] triangulus A. F. I. ad triangulum A. F. B. Qualium ergo A. F. B. fuerit 7. talium A. F. I. erit 22. Est[b] autem A. F. B. vna quarta totius quadrati A.D. & qualium est A. F. B. 7. talium est quadratum A.D. 28. Itaque triangulum A. F. I. se habet ad quadratum A. D. diametri F. G. circuli propositi vt 22. ad 28. hoc est[c] vt 11. ad 14. & in ratione subsupertripartiente vndecimas, vt proponebatur.

[a] 1. l. 6.
[b] 1. l. 6. & 34 l. 1.
[c] 15. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Duplici potissimum nomine Archimedes hac in propositione reprehenditur: tum quia ὑσίῃ περιφερείᾳ vtatur. Nondum enim demonstrauit periferiam circuli triplam sesquiseptimam esse ad diametrum, quod sequenti fecit theoremate. Tum quia numeris vsus est qui demonstrationibus geometricis vsui esse non possunt, cum irrationales & incommensurabiles quantitates ἀόριστοι ἢ ἀσυμμέτρους non explicant. Equidem peruersum esse harum trium propositionum ordinem, facillimè mihi persuaderem, vel saltem hanc secundam conuenientissimè tertiam recensseri. Et nisi tam excusi, quàm manu scripti libri hac serie proponerent, hanc vltimam fecissem. Quantum verò ad numeros attinet, libentissimè fateor non recipi in demonstrandis affectionibus & irrationalium aut incommensurabilium quantitatum habitudinibus, quoniam πρὸς ἄλογα λόγον οὐκ ἔχει οὐ ἀριθμὸς πρὸς ἀριθμὸν. ita vt sola quantitate continua cognoscantur. Verum quin possint in demonstrationibus quantitatis in continuarum addi numeri, non quidem pro fundamento rationis, sed maioris lucis gratia & explicandæ clariùs propositionis, nemo geometra negarit. Quod hic duntaxat fit ab Archimede. Nec enim robur demonstrationis petit à numeris: sed eam sub hypothesi lineæ A. I. æqualis circumferentiæ circuli tum triplæ sesquiseptimæ diametri F.G. ex veris Geometriæ fontibus primùm exhaurit, deinde numeris explanat, sine quibus ratio subsupertripartiens vndecimas non statim constat. Præterea cum perfectam non daret τῆ κύκλου μέτρησιν, sed vulgaribus & mechanicis commensurationibus vtilem, & vt ait Eustocius, ἀρκεῖ πρὸς τὸν τῆς βίου χρείας: satius illi fuit vulgo studere, quàm seueriori rem examine pensitare, quod nec publicæ vtilitati conduceret, nec vulgo caperetur: cùm tamen interim ita propè scopum collimaret, vt si quid à vero desit, sensus non percipiat, sed solo supremi intellectus lumine animaduertatur. Nec enim antiqui Geometræ rigidi, adeo & seueri Geometriæ scientiæ vindices fuerunt, vt eam à contemplatione ad praxim numquam diuerterint: quinimò necessariam omni omnino disciplinæ arti & cognitioni probarunt, cum ab ea dependere ostenderunt quodcumque pulchri, vtilis, laudabilis inesset artibus, quas vulgo illiberales & mechanicas dicunt. græci ἀνελευθέρους ἢ ἀγεννεῖς non μηχανικάς. Quæ enim mechanicarum appellationem merentur, omnia liberali ingenio digna habentur: quamquam passim materiam attrectent, sed exquisita industria, & in splendentem finem optimum, ac humano generi vtilissimum tendunt. Itaque cum aliquid in vulgares vsus proponerent, facilia & clara dari, vulgique captum non excederent, oportuit. Numeri autem vel maxime rem facilem præbent. Hoc itaque opere Archimedes Geometris non scribit, sed vulgo, qui circa res sphæricas & rotundas circularesque versatur, vt doceat qua cum proportione & mensura exequi, absque sensibili errore, possint. Ea de causa, vt etiam vulgaribus commensurationibus aliquid condonemus, & Archimedeum artificium qualicumque illustremus luce præmittenda nobis erunt nonnulla, quæ ad numerorum elucidationem conferant.

PETITIONES.

I.

Liceat repetitionem menſuræ in obiecta quantitate vnitatum numero definire, & ipſam menſuram vnitatis nomine deſignare.

II.

Liceat duas quantitates eiuſdem ſpeciei ſeu congeneas ſimul adde-re.

III.

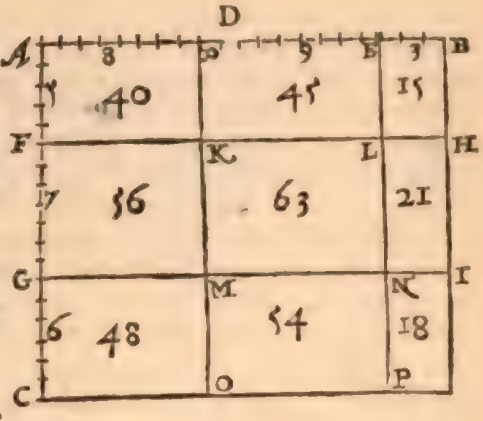
Liceat duarum inæqualium magnitudinum congenearum maiorem à minori detrahere.

IV.

Dentur decem priorum ſimpliciumque numerorum quadrati: tum de-cem priorum quadratorum numerorum dentur radices.

LEMMA I.

Si duæ lineares quantitates in aliquot partes diuidantur: rectangula quæ ex ſingulis partibus vnius fiunt per alterius ſegmenta, æqualia ſunt toti ab integris comprehenſo.



ΠΡΟΘ. Diuidantur lineares quantitates A.B, A.C. in partes quotlibet, prima nempè in A.F, F.G, G.C. ſecunda verò in A.D, D.E, E.B.

ΣΥΜΠΕ. Dico rectangula ſingularum partium vnius ſub ſingulis alterius, æquari toti ſub integris comprehenſo rectangulo.

ΚΑΤΑΣ. Sub A.B. & A.C. fiat [a] rectangulum C.B. & à punctis F. & G. agantur perpendicula-res [b] F.H. & G.I. tum à punctis D. & E. aliæ D.O, E.P.

ΑΠΟΔ. Quoniam anguli ad A.D, & F. ſunt re-cti, eſt F.D. rectangulum [c] comprehenſum ſub A.D. parte primæ A.B. & A.F. parte ſecundæ A.C. Eadem ratione K.E. rectangulum eſt & contine-tur ſub D.E. ſecunda parte primæ A.B. & D.K. æquali [c] A.F. eidem parti ſecundæ A.C. Demum reliqua L.B, G.k, M.L, N.H, C.M, O.N, P.I. ſunt rectangula comprehenſa ſub ſingulis partibus v-nius, & ſingulis alterius. Atqui hæc omnia to-ti C.B. conueniunt: ipſi itaque ſunt [d] æqua-lia.

A. B. 18
A. C. 20
C. B. 360

[a] Iuxta 1. definit. lib. 2.
[b] per 11. l. 1.
[c] per 34. l. 1.
[d] per 8. cõ-ment ſent.

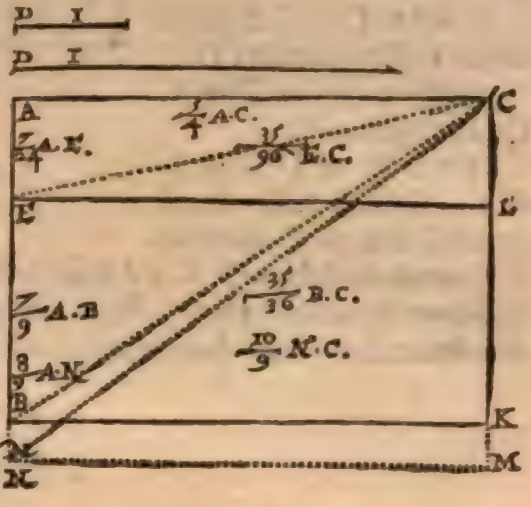
LEMMA II.

Si rectangulum continetur sub duabus congeneis & linearibus quantitatibus, vt se habebit mensura ad alteram ipsarum, ita se habebit quod fit ex altera, & mensura ad totum rectangulum.

ΥΠΟΘ. Sint duæ quantitates lineares congeneæ A.B, A.C. sub quibus continetur rectangulum A.K. Detur autem vtriusque mensura D;

ΣΥΜΠ. Dico D. esse ad alteram, putà A.B. vt est quod fit ex D. & altera A. C. ad totum A. K.

ΚΑΤΑΣ. Est D maior aut minor quantitate A.B. Ipsi itaque D. si minor sit, æqualis ponatur A.E. si maior par sit A. N. & absoluantur parallelogramma E.C, N.C.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vel E.C. vel N.C. est[a] id quod fit sub mensura D. hoc est A.E. vel A. N. æquali & altera A.C. Atqui vt est A.E. vel A. B. hoc est D. mensura ad alteram propositarum quantitatum A.B. ita est[b] E.C. vel N.C. ad B.C. Ergo vt mensura ad alteram datarum, sic quod fit ex mensura & altera earumdem datarum ad id quod fit ex ipsis datis, vt vult Lemma.

[a] per 1. defin. l. 1.

[b] per 1. l. 6.

LEMMA III.

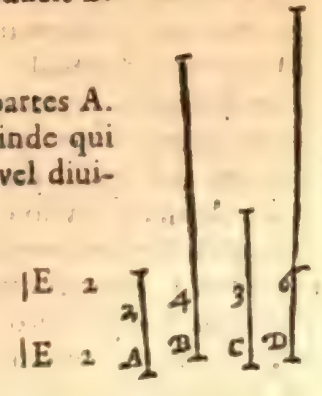
Si fuerint quatuor quantitates proportionales, numerus qui multiplicauerit aut diuiserit, primum vt faceret secundum, idem multiplicat aut diuidit tertium vt producat quartum.

ΥΠΟΘ. Sit A. ad B. vt C. ad D.

ΣΥΜΠ. Dico eundem numerum E. qui multiplicans A. producit B. multiplicantem C. gignere D.

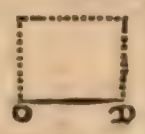
ΑΠΟΔΕΙ. Nam cum sit A. ad B. vt C. ad D. quæ pars est vel partes A. ipsius B. eadem pars, vel eædem partes est C. ipsius D: proinde qui numerus multiplicat aut diuidit A. vt faciat B. multiplicat vel diuidit C. vt faciat D. quod vult Lemma.

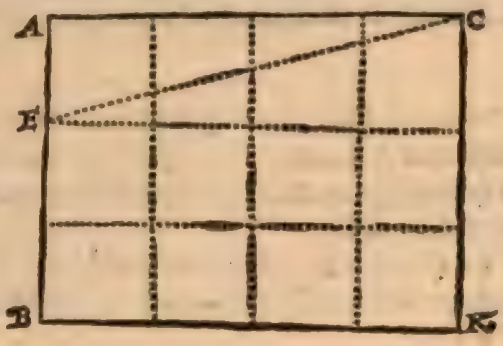
[a] per 20. defin. l. 7. & 6 l. 5.



LEMMA IV.

Dato rectangulo eiusque altero latere, dare ignotum latus.





ΥΠΟΘ. Dentur rectangulum A.k. eiusque latus A.C. in mensura D.

ΣΥΜΠΕ. Dico A.B. posse dari in eadem mensura D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat ex D. & A.C. rectangulum E.C.

ΑΠΟΔ. Vt est D. ad A.B. sic est[a] E.C. ad A.k. Atqui datur D. seu A. E. datur & A.C. proinde dabitur E.C. sed & datur A.k. scietur proinde quoto numero E.C. multiplicauerit vel diuiserit A k. Vnde nec ignorabitur[b], quoto numero D. multiplicabit, diuidetue A.B. Vnde dabitur, quod iubet lemma.

[a] per lemma 2. proximum.

[b] per 3. lemma.

LEMMA V.

Si quadrati latus diuidatur in duas partes, quadrata duarum partium & duo rectangula sub ambabus partibus æqualia sunt toti quadrato.

Hoc constat ex 4. lib. 2. τῶν στοιχείων.

LEMMA VI.

Dati in numeris quadrati latus inuenire.

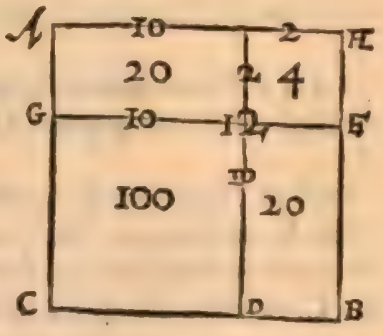
ΥΠΟΘ. Detur quadratum A.B. in numeris.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico ipsius posse dari radicem.

ΚΑΤΑΣ. Datum quadratum vel maius est quocumque nouem priorum quadratorum, aut alicui ex ipsis æquale est. Si æquale, dabitur facillimè. [c] Si maius, ipsum dissecа in partes non maiores literarum numero, quam sit maximum quadratum nouem priorum simplicium, scilicet duabus literis singulas constantes, excepta vltima quæ vno charactere aliquãdo terminatur. Itaque A.B. partiamur in [d] M. & N. Sectionum autem multitudo, multitudinem literarum lateris designat. Vltima verò continet quadratum maioris partis laterisin duo diuisi. Siquidem M. est quadratum G.D. cuius radix est O. æstimatio nempè vltimæ literæ totius lateris quod quæritur, cuiusmodi est C.D. vel C. G. totius C. B. vel C. A. Cæterum

[c] per 4. pet.

[d] Iuxta lemma prec.



M. N.

1 | 4 4 (12

2 2

2

4 4

A B	144
M	100
N	44
O	10
P	20
Q	2
R	4
S	40

numeri huius sectionis vltimæ si fuerit quadratus, vel si non quadratus fuerit, quadrati proxime inferioris radix sumitur,[a] tanquam nouem priorum simplicium quadratorum, notaturque vt simplex, sed operationis progressu æstimatio augetur pro numero literarum, quibus componitur latus. Hoc quadrato dempto, reliduum N. continet gnomonem[b] G H.D. nempè quadrarum minoris partis lateris quæsiti, putà F.H. & duo rectangula sub duabus lateris partibus veluti A.F, & F.B æqualis. Horum autem rectangulorum latus vnum cognoscitur, nempè O. quod si duplicauero, efficiam P. basim rectanguli ex duobus compositi, sed altitudo quæritur quæ est altera pars lateris totius, & latus quadrati minoris. Itaque per latus cognitum tentamus inuentionem alterius, & notata litera, tum per se ducitur, vt habeamus quadratum F.H. nempè R. tum multiplicatur per P. duplum alius lateris, fitque S. summa nempè amborum rectangulorum. His tandem R. & S. sublatis nihil supereſt, vnde numerus oblatus statuitur verè planus seu quadratus, & remanet latus conflatum ex O, & Q. quod quærebatur.

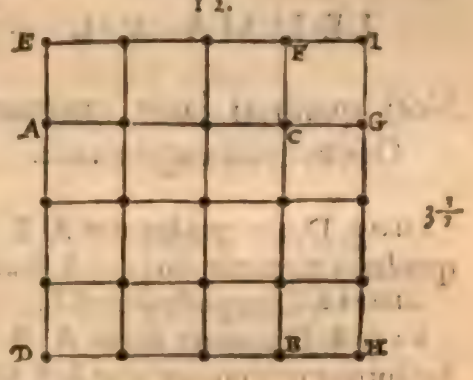
[a] per 4. pet. sis.

[b] Inuenta 6ma prat.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc est methodus inueniendi lateris numeri perfectè plani. Verum quando numerus proponitur non quadratus, eruitur radix numeri quadrati maximi qui in eo contineatur. Et post operationem, supereſt excessus quo propositus numerus maior est. Verbi gratia sit inueniendum latus numeri D. F. Hic quia non est quadratus, radicem non habet, quæ numeris exprimi possit: Verum C.D. numeri proxime infra quadrati radix dabitur. Tum vt quam proxime fieri potest accedamus ad numerum qui in se ductus producat D.F. supra lineolam collocabimus A.F, cui duplum inuentæ radicis vnitate adauctum subscribemus, fietque minutia numerata ab eo quod supereſt, & denominata à gnomone, quo quadratum lateris vnitate maioris, quàm sit A.D. vt lateris E.D. superat quadratum D.C. cuius est latus seu radix A. D. Etenim quadrata habueris omnium numerorum si quadrato præcedentis addideris bis suam radicem cum vnitate. Vt si noueris quadratũ numeri A. esse B. & quæras quadratum C. addeipsi B. bis A. cum vnitate: conficies D. numerum æqualiter planum, cuius radix est C. Bis autem capitur latus, quia ductum in vnitatem, qua latus excrescit, restituit in numeris idem duplicatum latus, pro duobus supplementis vt A.F. & B.G, & tandem additur vnitas nempè quadratum G. F. Ex gnomone ergo seu minutiæ denominatore, aufer quod supereſt post inuentionem radicis numeri inæqualiter plani, supererit id quo deficit à vero & quadrato plano.

D. F.
1 2.



$3\frac{1}{7}$

A. 4.
B. 16.
C. 5.
D. 25.

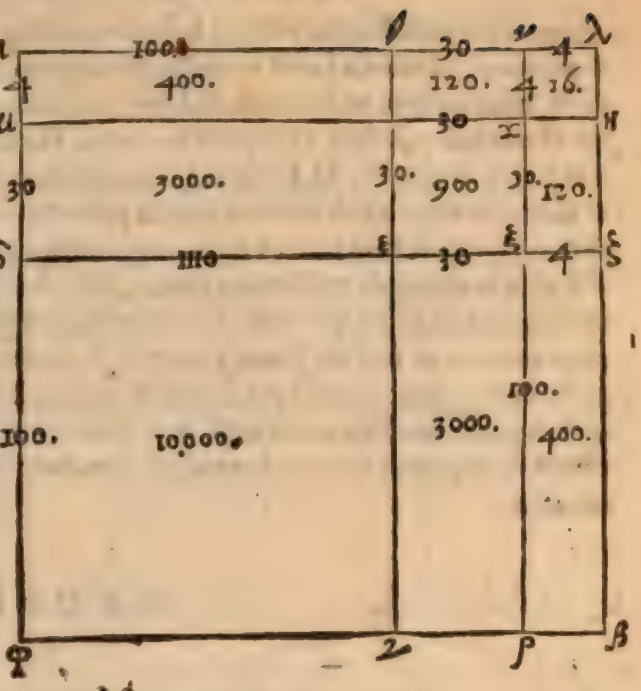
Denique non alia est methodus extrahendæ radicis numeri pluribus quàm quatuor syphris constantis. Nam quantuscumque sit, in ipsius inuestigando latere, duas tantum partes consideramus quadratas, reliquæ sunt supplementa. Ducatur X. in se & producetur quadratus numerus V. Huius producti censentur partes Y. & Z. quadratæ: reliquæ continent duo supplementa sub lateribus amborum Y. & Z. nempè A. & B. itaque quodlibet est C.[a] Cæterum quadratarum partium prima & maior litera vel literis constat vltimæ sectionis (Hic enim à dextra ad lævam itur Hebræorum more, qui primi fuere harum artium doctores) si complete quadratum complent cum tot syphris quot præcedunt literæ in primis sectionibus. Aut si quid habent præter quadratum, litera vel literis explicatur quadrati proxime inferioris cum totidem syphris, quot sunt itidem præcedentes literæ in prioribus sectionibus. Secundum verò quadratum constat tot numero characteribus, quot sunt gradus numerales ab vltima sectione. Radix demum primi quadrati constat litera quæ est radix numeri quadrati vt simplicis sumpti[b] in vltima sectione, & tot syphris quot sectiones præcedunt. Radix denique secundi & minoris quadrati tot χαρακτῆρας habet, quot sunt sectiones, vltima dempta. Hæ autem duæ radices supplementorum latera cõstituunt, & simul iunctæ totum propositi quadrati latus absoluunt. Prima quidem facile inuenitur: Imo secundam, quæ pluribus vna literis significatur, vix alia quàm quæ explicata est cautela venamur, hoc solum est discriminis, quòd dispescitur gnomon, reliquus ex priori quadrato in

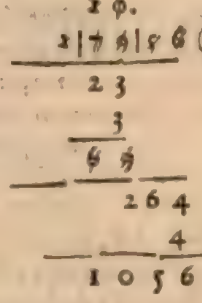
X	134	
V	17956	
Y	10000	
Z	1156	
A	100	
B	34	
C	3400	
D	20	
E	3	

[a] ex 4. lemmate.

[b] Ex 4. æstimat.

multos gnomones qui omnes pari mensurantur artificio. Detur α. β. quadratum: sectionibus factis vt decet, manet vltimum quadratum Y. cuius est A. latus: itaque secatur in A. & B. At quia B. ignoratur, & sunt duæ sectiones ante vltimam, diuidi intelligitur quadratum in duos gnomones. δ κ γ. & μ λ ρ, quorum binæ altitudines vt δ μ, μ. α. Duabus inueniendis literis significantur. Vt prima habeatur, duplicatur inuēta prius litera, fitque bis φ. γ. quia sunt duo supplementa ρ ι. & ι. μ, & hoc duplo, putà D. diuido superiores caracteres, inueniturque E. latitudo nempè δ. μ. & in se ducitur ι. vt habeatur quadratum ι. κ. Tandem vltima operatione duplicatur complexum ex D. & ε. nempè tota μ. κ. vt iungantur simul longitudines supplementorum μ. ι. & κ. ρ. & tandem inuenitur eorumdem & quadrati κ. λ. latitudo μ α. Interim notandum huiusmodi literas etui vt simplices, quæ tamen operationis decursu vires, & pondus denariorum, centenariorum, millenariorum, & similium graduum numeralium, pro locis quæ occupant, nanciscuntur.





LEMMA VII.

Noti quadrati latus ignotum Geometrice cognoscere.

ΑΠΟΔ. Detur quadratum A. B. in mensura C. E. quadrata, terminiq. rationis A. B. ad C. E sint H. & I.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico posse dari A. F.

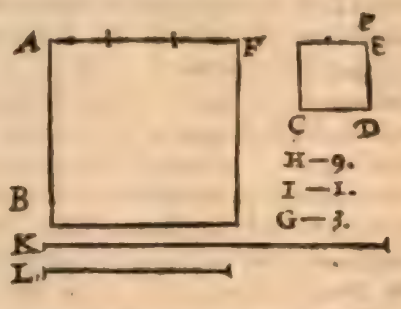
ΚΑΤΑΣ. Quoniam datur A. B. in mensura C. E. danturque termini rationis A. B. ad C. E. inueniatur [a] medium proportionale inter H. & I. quod sit G.

[a] per lemma 5. & 11 li. 8.

ΑΠΟΔΕΙ. A. B. est ad C. E. Hoc est H. ad I. in duplicata [b] ratione lateris A. F. quæsiti ad latus C. D. mēsuræ propositæ. Atqui H. est ad I. in duplicata ratione H. ad G. Ergo vt H. ad G. vel G. ad I. sic est A. F. ad C. D. Proinde C. D. metitur A. F. per numerum G. Verùm si quadratum A. B. sit ad mensuram C. E non sicut quadratus numerus ad quadratum numerum, non erit [c] mensura C. D. commensurabilis ignoto lateri A. F: itaque numeris non cognoscetur, sed lineis hoc modo.

[b] per 20. l. 6 & 11 d 8.

[c] per 4 d 10



ΚΑΤΑΣ. Habe lineam k. in qua C. D. repetatur per numerum, per quem C. E metitur A. B. tum inter K. & C. D. inueniatur [d] media proportionalis L.

[d] per 13. d. 6

ΣΥΜΠ. Dico esse L. ignotum latus. Nam quadratum A. B. est [e] ad C. E. seu k. ad C. D. in ratione dupla lateris ignoti ad C. D. latus: sed k. ad C. D. duplam habet [f] rationem eius quam habet L. ad C. D. Ergo L. & ignotum latus sunt [g] æqualia. Si ergo in L. repetieris C. D. quantum fieri poterit, ipsam L. seu ignotum latus cognosces proximè vero, quod hic tantum possumus.

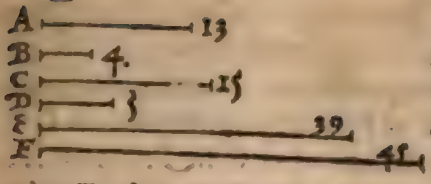
[e] per 20. l. 6

[f] per 10 definit. l. 5.

[g] per 9. l. 5.

LEMMA VIII.

Si quatuor magnitudinum prima ad secundam maiorem rationem habuerit quam tertia ad quartam, sumantur autem primæ & tertiæ æquemultiplices: æquemultiplex primæ habebit maiorem quoque rationem ad secundam quàm æquemultiplex tertiæ ad quartam.



ΥΠΟΘ Habeat A. prima ad B. secundam maiorem rationem quàm tertia C. ad D. quartam: primæ autem A. & tertiæ C. æquemultiplices sint E. & F. & E. quidem ipsius A. verum F. ipsius C.

ΣΥΜΠ. Dico E. habere ad B. maiorem rationem quàm F. ad quartam D.

ΑΠΟΔ. Si A. esset æquemultiplex B. quotuplex est C. ipsius D. haberet [a] A. ad B. eandem rationem quam C. ad D. Atqui maiorem rationem habet A. ad B. quàm C. ad D. ergo maior est [b] A. quàm vt sit dumtaxat totuplex B. quotuplex est C. quartæ D. Sunt autem E. & F. æquemultiplices A. & C. Ergo E. pluries continet B. quàm F. ipsum D. atqui si E. totuplex esset B. quotuplex F. est D. esset [a] E. ad B. vt F. ad D. sed maior est E. quàm totuplex B. quotuplex est F. ipsius D. Et maior ad eandem maiorem rationem habet. [b] Ergo E. maiorem rationem habet ad B. quàm F. ad D. vt vult lemma.

[a] per 13 l. 5.
[b] per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. Γ.

ΘΕΟΡ. Γ.

Παντὸς κύκλου ἡ περίμετρος τῆς διαμέτρου τριπλάσιον ἐστὶ, καὶ ἔτι ὑπερέχει ἐλάσσονι μὲν ἢ ἑβδόμῳ μέρει τῆς διαμέτρου, μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις.

PROP. III.

THEO. III.

Cuiuscumque circuli circumferentia tripla est diametri, & adhuc excedit minori quidem quã septima parte diametri, maiori vero quam decem septuagesimis primis.

ΥΠΟΘ. Sit circuli cuiuspiam circumferentia A. B. C. D. & diameter A. C.

ΣΥΜΠ. Dico circumferentiam continere triplum diametri, & aliquid minus vna septima ipsius; sed maius decem ipsius septuagesimis primis.

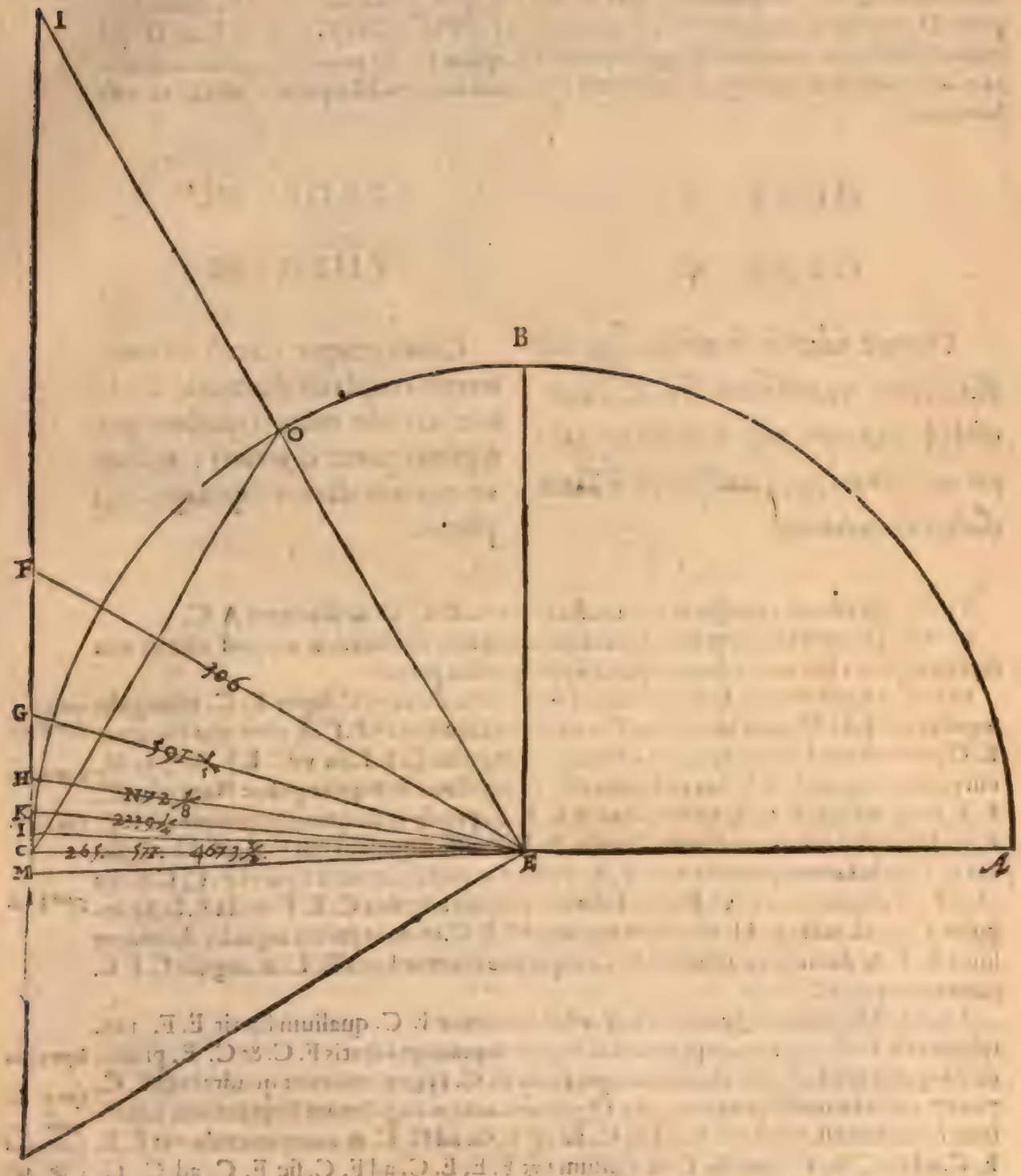
ΚΑΤΑΣ. Anguli recti B. E. C. sumantur duæ tertiæ descripto [c] super E. C. triangulo æquilatero E. C. O. tum in puncto C. tangat circulũ linea [d] P. C. I. cum qua cõcurrat E. O producta in I. Deinde bifariã diuidatur, angulus C. E. I. ita vt C. E. F. sit $\frac{1}{3}$ recti, cui posito [e] æquali C. E. P. fiat triãgulus F. P. E. æquilater & æquiangulus: Nam cùm C. E. F. sit $\frac{1}{3}$ recti, & F. C. E. rectus, manet C. F. E. pro $\frac{2}{3}$ recti, quantusquoque est F. E. P. vnde constat reliquum P. esse $\frac{1}{3}$ recti. Et F. P. esse æqualem ipsi F. E. Sed E. C. secat F. E. P. bifariam: proinde vt F. E, E. P. sunt æquales, ita sunt [g] pares F. C, C. P. Et ideo F. est dupla ipsius F. C. Rursus bifariam secetur angulus C. E. F. recta E. G. Et angulus C. E. G. recta E. H. Similiter angulus H. E. C. in duas partes æquales dirimatur linea K. E. & demum angulus K. E. C. bipartito secetur linea E. L. & angulo C. E. L. ponatur æqualis C. E. M.

[c] per 1 li. 3.
[d] per 17. l. 3.
[e] per 9. l. 1.
[f] per 23. l. 1.
[g] per 3. l. 6.

ΑΠΟΔ. τῶν ἀφ' οὗ μέσης. Quoniam E. F. est dupla lineæ E. C. qualium fuerit E. F. 306. talium erit E. C. 153 Atqui quadratũ E F. est [h] æquale quadratis F. C. & C. E. proinde ex quadrato E. F. 93636. ablato [i] quadrato F. C. 23409. remanet quadratum E. C. 70227. cuius latus est [k] proximè, 265. Quoniam autem angulorum sequentium bipartitio continua est, vt est [m] F. E. ad E. C. sic est F. G. ad G. C. & componendo [n] vt F. E. E. C. ad E. C. sic F. C. ad G. C & vicissim [o] vt F. E, E. C. ad F. C. sic E. C. ad C. G. Est vero E. C. aliquantulo longior quam 265. qualium est E. F. 306. proinde ambæ simul sunt quid aliquantulo maius quam 571. vnde habent E. C. & E. F. simul maiorem rationem [p] ad 153. quam 571. ad eadem 153 Ergo similiter E. C. habet [q] ad C. G. maiorem rationem quam 571. ad 153. Et si C. G. ponatur 153. necesse est fateri C. E. aliquãtulo maius esse quam 571. & eius quadratum maius [r] quam 326041. Et demum quadratum E. G. (quod quadratis amborum E. C. & C. G. æquale est) excedere 349450.

[h] per 47. l. 1
[i] per 3. axioma.
[k] per lemma 5. & 9. axio.
[m] per 17. l. 5
[n] per 18. l. 5.
[o] per 8. l. 5.
[p] per 11. l. 5.
[q] per coroll. 20. lib. 6.
[r] per 8. l. 5.

denique ipſum latus E. G. maius eſſe quam 591 $\frac{1}{4}$ Propterea concludimus quadratum
[a] per 8. l. 5. E. G. eſſe [a] ad quadratum C. G. in maiori ratione quam 349450. ad 326041. & latus E.
[b] per 3. l. 6. G. eſſe ad C. G. latus ὁ μείζων λόγος ἢ 591. $\frac{1}{8}$ ad 153. Eodem prorſus argumento cum angu-
[c] per 18. l. 5. lus G. E. C. ſit bifariã ſectus, vt G. E. ad E. C. ſic [b] G. H. ad H. C & cõponendo [c] vt G. E,
[d] per 16. l. 5. E. C. ad E. C. ſic G. C. ad H. C. & permutãdo [d] vt G. E, E. C ad G. C ſic E. C. ad C. H.
Atqui E. C. quid maius eſt quã 571. Tũ E. G. quid maius quã 591 $\frac{1}{4}$ Simul itaque G. E.
& E. C. sũt ad G. C. hoc eſt ad 153. in maiori ratione quã 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153. Et proinde E. C.
[e] per 47. l. 1 quoq; eſt ad C. H. in ratione maiori quã 1162 $\frac{1}{8}$ ad 153. Et quia quadratũ E. H. eſt [e] æ-

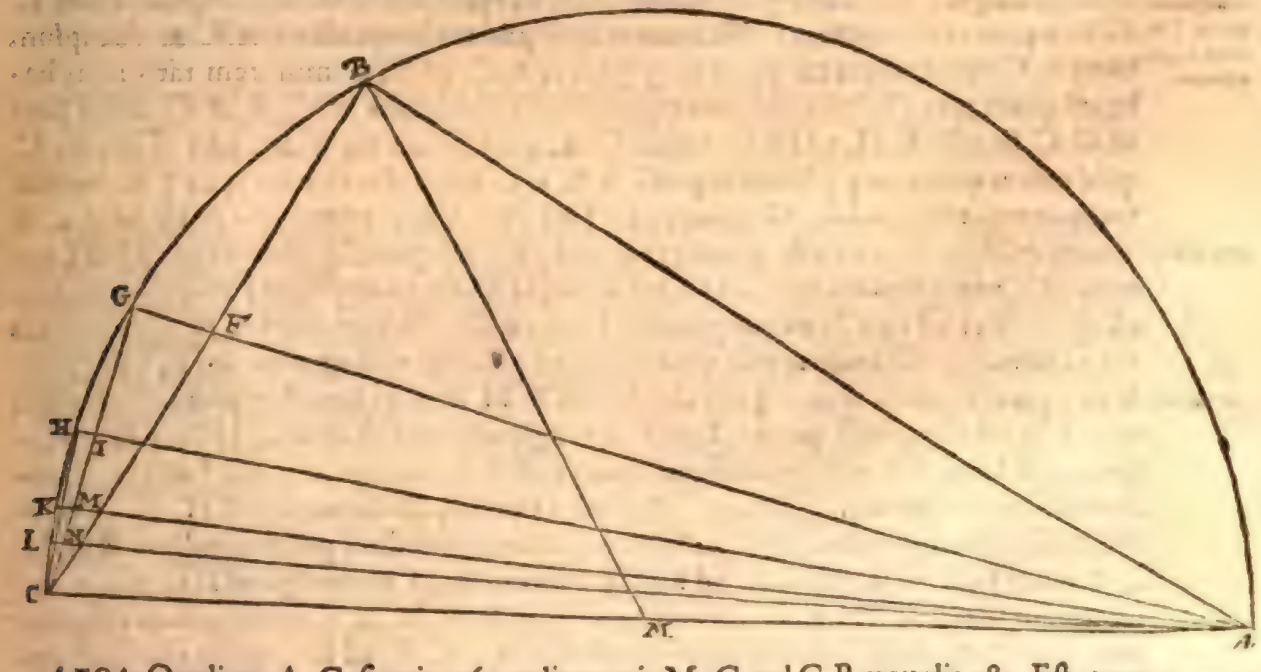


quale quadratis E. C, C. H. quę paulo maiora ſunt quã quadrata numerorũ 1162 $\frac{1}{8}$ &
[f] per 2. pro. huius. 153. quæ ſunt 1350534 $\frac{1}{64}$ & 23409. & ſimul [f] complent 1373943 $\frac{1}{64}$ ſequitur quadratum
E. H. excedere 1373943 $\frac{1}{64}$ & eſſe E. H. latus quid maius quàm 1172. $\frac{1}{8}$ & denique H.
E. ad H. C. maiorem rationem habere quam 1172 $\frac{1}{8}$ ad 153. Haud diſſimili via E. K.
probatur ad K. C. maiorem rationem habere quàm 2339 $\frac{1}{4}$ ad 153. Nam ex præcedenti
angulorum diuiſione bifaria H. E. ad E. C. eſt [b] vt H. K. ad K. C. coniungendo ac per-

mutando [a] H. E, E. C. sunt ad H. C. vt E. C. ad K. C. Atqui H. E. & E. C. simul maiorem rationem habent ad C. H. seu ad 153. quàm 1172 $\frac{1}{8}$ & 1162 $\frac{1}{8}$ simul, hoc est 2334 $\frac{1}{4}$ ad eadem 153. Ergo pariter E. C. est ad K. C. in maiori ratione quàm 2334 $\frac{1}{4}$ ad 153. Vnde sequitur posito K. C 153 esse E. C. quid maius quam 2334 $\frac{1}{4}$ eiusque quadratum quid amplius quàm 5448723 $\frac{1}{16}$ Ac proinde quadratū hoc 5448723 $\frac{1}{16}$ quod cū quadrato lineæ C. K. seu 153. nēpe cū 23409. efficit 5472132 $\frac{1}{16}$ quid minus cōponere quadrato E. K. Iā quadratum E. k. æquale est [a] quadratis E. C, C. k. Et ideo E. k. quid maius est quàm 2339 $\frac{1}{4}$ habetque ad C. k. maiorem rationem quàm 2339 $\frac{1}{4}$ ad 157. [a] per 47 l. 1

Denique cum diuidatur rursus bifariam angulus k. E. C. linea E. I. sunt [b] k. E. & E. C. simul ad C. k. vt E. C. ad C. L. Atqui k. E. & E. C. simul maiorem rationem habent [c] ad C k. quàm 2339 $\frac{1}{4}$ fere k. E. & 2334 $\frac{1}{4}$ fere C. E. simul seu 4673 $\frac{1}{4}$ ad 153. Ergo E. C. ad C. L. in maiori ratione est quàm 4673 $\frac{1}{4}$ ad 153. Est autem L. M. dupla L. C. cum sint enim æquales anguli L. E. C, C. E. M. & æquales anguli ad M. vt recti latus M. E. commune, latera C. L, C. M. sunt æqualia, & totum M. L. duplum alterutrius. Deinde tota diametrus C. A. dupla est radij C. E. Proinde tota C. A. est [d] ad L. M. totam in maiori ratione quam 4673 $\frac{1}{4}$ ad 153. & inuertendo [e] L. M. ad A. C. in minori ratione vt ad maiorem [f] quàm 153. ad 4673 $\frac{1}{4}$ vt ad minorem ipsa A. C. Cæterum quoniam angulus F. E. C. fuit $\frac{1}{3}$ recti : erit $\frac{1}{12}$ quatuor rectorum qui fiunt in centro circuli à duobus diametris sese bifariam illic secantibus. Et proinde semissis anguli F. E. C. nempe G. E. C. est eorumdem 4. rectorum $\frac{1}{24}$ tum eiusdem semissis H. E. C. $\frac{1}{48}$ demum k. E. C. $\frac{1}{96}$ denique L. E. C. $\frac{1}{96}$ dictorum 4. rectorum. Atqui totus angulus L. E. M. duplus est ipsius L. E. C. qui ideo est $\frac{1}{96}$ dictorum rectorum. Et idcirco linea L. M. latus est polygoni laterum 96. circa circulum descripti: cumque singula polygoni latera ad diametra A. C. sint in minori ratione quàm 153. ad 4673 $\frac{1}{4}$ sequitur [g] (ductis 153. per 96) esse totum nonagesexagoni polygoni ambitum in minori ratione ad diametrum A. C. quàm 14688. ad 4673 $\frac{1}{4}$ Atqui 14688. non sunt tripla sesquiseptima numeri 4673 $\frac{1}{4}$ sed 14688 $\frac{6}{7}$. Ergo multo minus ambitus nonagesexagoni triplus sesquiseptimus est diametri A. C. Atqui ambitus ille maior est [h] circumferentia circuli. Ergo rursus circumferentia circuli minor est quàm tripla sesquiseptima diametri: quæ fuit prima pars propositionis. [b] per 3. l. 6. [c] per 8. l. 5. [d] per 15. l. 5. [e] per coroll. 4. l. 5. [f] per 8. l. 5. [g] per 8. Lemma. [h] per 3. hyperb. l. 2. de sphær. & cylindro.

ΚΑΤΑΣ. τὸ δεύτερον μέρος. Vt secunda propositionis pars demonstretur, sumatur rursus circulus A. C. B. in cuius centro M. constituatur [a] angulus trianguli æquianguli & æquilateri C. B. M. æqualis duabus tertijs recti, & ducatur B. A. vt fiat angulus B. A. C. $\frac{1}{3}$ recti: [b] qui bisecetur [c] linea A. G. tum rursus angulus G. A. C. bifariam diuidatur, eiusque semissis H. A. C. similiter, & item k. A. C. adhuc in duos æquales k. A. L. & L. A. C. dirimatur, ductis lineis C. L, C. k, C. H, C. G. [a] per 23. l. 1. [b] per 20. l. 3 [c] per 9. l. 1



ΑΠΟΔ. Qualium A. C. fuerit 1560. talium erit, M. C. vel C. B. æqualis 780. Est [d] vero C. B. A. angulus rectus. Ergo quadratum A. C. vel numeri 1560. quod est [e] 2433600. [d] per 31. l. 3 [e] per 47. l. 1

Digitized by Google

ambas lineas A. K. & K. C. illorumque quadrata nempe 1014049. & 4356. harũ quadrata superent. Atqui harum A. K. & k. C. quadrata sunt [a] æqualia quadrato A. C. Et proinde quadratum A. C. minus est quàm duo 1014049. & 4356 simul, seu quàm 1018405. & demum A. C. latus, minus quam 1009 $\frac{1}{2}$ & ideo tandem A. C. minorem rationem habet ad C K. quam 1009 $\frac{1}{2}$ ad 66. Denique quia angulum K. A. C. bifariam diuidit linea A. L. & sunt trianguli L. C. N. & L. C. A. similes componendo & permutando, vt sunt k. A, A. C. simul ad k. C. sic est L. A. ad L. C. Atqui k. A. minor est quàm 1007. & A. C. minor quã 1009 $\frac{1}{2}$. Tum C. k. est 66. Et ideo k. A. & A. C. simul in minori ratione est ad k. C. quam 1007. & 1009 $\frac{1}{2}$ simul, seu quam 2016 $\frac{1}{2}$ ad 66. Et proinde quoque L. A. est [b] ad L. C. in minori ratione quam 2016 $\frac{1}{2}$ ad 66. Itaq; si L. C. constituatur 66. minus quid erit A. L. quam 2016 $\frac{1}{2}$ eiusque quadratum, minus quam 4064928 $\frac{1}{16}$ Ambo ergo quadrata numerorum 66. & 2016 $\frac{1}{2}$ nempe 4356. & 4064928 $\frac{1}{16}$ simul, hoc est 4069284 $\frac{1}{16}$ excedũt quadratum A. C. æqual[c] duobus quadratis ex A. L. & C. L. Vnde sequitur constituto L. C. 66. partium, pauciorum esse A. C. talium quam 2017 $\frac{1}{4}$ Et ideo A. C. minorem rationem habere [d] ad C. L. quam 2017 $\frac{1}{4}$ ad 66. Et inuertendo C. L. esse in maiori ratione ad A. C. quam 66. ad 2017 $\frac{1}{4}$ Cæterum arcus C. B. est [e] vna sexta totius circumferentiæ circuli: corda enim C. B. est par lateri hexagoni. Et ideo C. G. arcus est $\frac{1}{12}$ Tum C. H. arcus $\frac{1}{24}$ Præterea arcus C. k. $\frac{1}{48}$ demum reliquus L. C. $\frac{1}{96}$ Cum itaque C. L. maiorem rationem habeat ad A. C. quã 66. ad 2017 $\frac{1}{4}$ si multiplicentur 66. per 96. & fiant 6336. habebit totus polygoni nonagesexagoni ambitus ad diametrum A. C. maiorem rationem quam 6336. ad 2017 $\frac{1}{4}$ Atqui 6336. superat triplum 2017 $\frac{1}{4}$ vnitatibus 384. & $\frac{1}{4}$ hoc est plusquam decem septuagesimis primis eiusdem numeri 2017 $\frac{1}{4}$ Ergo nonagesexagonæ figuræ æquilateræ circulo inscriptæ ambitus maior est triplo diametri A. C. & decem septuagesimis primis eiusdem. Atqui circumferentia circuli longior est [f] ambitu dictæ figuræ τῆς ἐβδομηκοντάγωνου. Proinde tandem sequitur circumferentiam circuli excedere triplum diametri & $\frac{10}{71}$ eiusdem, vt vult secunda pars propositionis.

[a] per 47. l. 1
[b] per 8 l. 5.
[c] per coroll. 4 lib 5. & 8. eiusdem lib.
[d] per coroll. 15 l. 4.
[e] per 8. lemma.
[f] per 3. hyp. l. 1. de sph. & cyl.

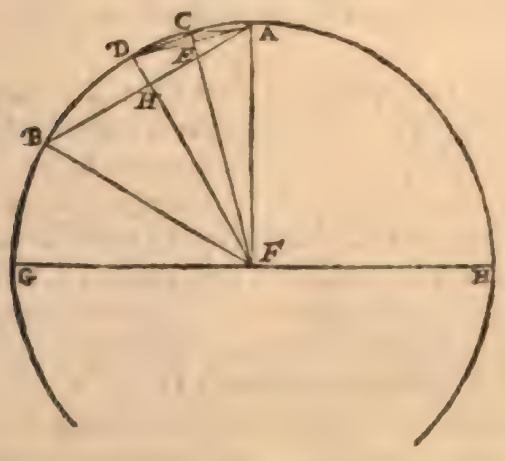
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Refert Eutocius Apollonium Pergæum, tum Philonem Apogadarum hoc exquisitius inuenisse, & (vt inquit) δι' ἀεθμῶν ἐπίστασθαι τὴν ἀναλογίαν μᾶλλον ἀγαχθέν. Verum vsos esse multiplicationibus per myriadas, ac diuisionibus quæ non facile in vsum caderent, nec tandem scopum attingerent. At Archimedem operam suam publico vsui vouisse, & certè omnium qui hactenus in quadrando circulo gnauiter insudarunt, nullus propiùs scopum collimasse visus est, adeo vt hæc τῆ κύκλου μέτρησις iam vulgo trita sit, admodumque familiaris. Hoc ergo diuinitus inuento vtamur, fruamur, donec mens quędam diuinior Geometris illuxerit. Cæterum infiniti propemodum numero sunt, qui circuli παρεγγράμματα susque deque agitarint, quorum fortasse industriam, nec non à scopo multifidam deuiationem meminisse locus requireret. Verum ad Buteonem lectorem remitto, & ad ea quæ multi suorum laborum suspicienda quidem & laudanda reliquerunt monumenta: si tamen monuero vt lustrentur cum iudicio, inspectorque à scopulis caueat, in quos magni etiam viri non sine famæ iactura impegerunt.

Nihilominus antequam hoc opusculum relinquamus, visum est nobis perpendere nobile paradoxon, quod in Geometria aduertit Scaliger: ignorauit (ait) Archimedes, nempe, *ambitum* [g] *dodecagoni circulo inscribendi plus posse quam circuli ambitum. Et quanto deinceps plurium laterum fuerit polygonum circulo inscribendum, tanto plus posse ambitum polygoni quam ambitum circuli.* Etenim hoc si legitimè demonstrasset Iosephus Scaliger, tantus fortasse inter Mathematicos vir esset habẽdus, quãtus inter literatissimos suspiciẽdus est. Sit ergo circulus G. A. H. cuius diameter G. H. radius F. A. cui æqualis sit A. B. latus [h] sexagoni, quod in æqualia dirimatur [i] perpẽdiculari F. H. D. iũgatur D. A. latus dodecagoni, quod itidẽ bifariam secetur [i] perpendiculari F. E. C. ac demum ducantur D. C, C. A. latera τῆ πεντεκαιδεκαγώνου. Quandoquidem posito G. H. diametro 16 (nam magnus Scaliger tantum in numeris vult hoc proponi ἀριθμητικῶς) erit B. F. 8. eiusque quadratum 64. & quia B. A. dirimitur in H. bifariam, erit B H. 4. Et ideo quadratum H. F. 48. cuius latus est $6\frac{12}{13}$ fere vti ipse admittit. Sed $6\frac{12}{13}$ in se ductus reddit duntaxat $47\frac{17}{169}$ quæ deficiunt à 48. nempè à potentia lineæ F. H. partibus $\frac{113}{169}$ vt proinde vbi dempseris ex toto F. D. seu ex 8. numerum $6\frac{12}{13}$ remanserit $1\frac{1}{13}$ quod est quid amplius quam sit potentia

[g] prop. 5. Elem. Cyclomet. de ambitu circ.
[h] per 15. l. 4.
[i] per 3. l. 3.

D. H. proinde quãuis $1\frac{1}{15}$ duodecies additus potẽtialiter triplo diametri excederet $\frac{11}{16}$ quibus amplissimus Scaliger metitur perimetrũ circuli (quã tamẽ Archimedes faceret tantũ $50\frac{1}{7}$ nõ statim sequeretur ambitũ dodecagoni aut deinceps figuratũ plurium angulorũ, superare circuli ambitũ. Verũ nec his numeris rite tractatis, & vt decet Arithmeticũ, excedet A. D duodecies sumpta periferiã circuli. Quippe D. H. nempe $1\frac{1}{15}$ quadratum reddit $\frac{196}{169}$ quod iunctum quadrato A. H. scilicet 16. faciet quadratum A. D. $\frac{2900}{169}$ cuius latus est $4\frac{1}{15}$ quod duodecies sumptum facit ambitum dodecagoni tantum $49\frac{11}{15}$ quæ longè distant à $50\frac{1}{7}$ quanta esset circuli circumferentia secundum Archimedem posita diametro 16. Videamus de latere figuræ 24 laterum cuiusmodi est A.C. Etenim A. E. quadratum est $\frac{725}{169}$ nempe quarta pars quadrati A. D. quod est $\frac{1900}{169}$ Hoc vero quadratum A. E. si subsstuleris ex 64. quadrato nimirum radij F. A. relinquetur quadratum F. E. $\frac{10091}{3611}$ cuius latus est proximum $7\frac{1970}{3611}$ proinde E.C. est $\frac{711}{3611}$ qui numerus in se ductus efficit $\frac{505569}{13027769}$ & additus quadrato A. E. $\frac{725}{169}$ dat quadratum A. C. seu lateris figuræ viginti quatuor laterum $\frac{509360406856}{1171892961}$ cuius radix vero maior est $\frac{700066}{34268}$ seu $2\frac{30020}{34268}$ quod sumptum vicesies quater reddit $50\frac{4784}{34268}$ quæ deficiunt à $50\frac{1}{7}$ nempe ab amplitudine circumferentiæ Archimedeæ quantitate $\frac{24448}{239778}$ & proinde multo minor quam 51. quantam ponebat Scaliger circuli circumferentiam. Verum vt hoc ex numeris clarius pateat, negotium examinemus statera sinuum, & ponamus sinum 10000. erit enim tota diameter G.H. 20.000 eiusque triplum 60.000. septima autem pars 2. 857. Ita vt tota circumferentia maneat 62. 857. Hoc posito videamus quid dederit angina pro figuris duodecim vel 24. laterum. Quadratum B.F. est 100. 000. 000. cuius $\frac{3}{4}$ nempe 75. 000. 000. faciunt quadratum perpendicularis F. H. quarta vero 25. 000. 000. reddit quadratum B. H. seu H. A. Est itaque linea F. H. 8660. quæ ablata à toto sinu relinquit D. H. 1340. cuius quadratum 1. 795. 600. additum quadrato H. A. 25. 000. 000. constituit 26. 795. 600. quadratum scilicet D. A. cuius proinde latus est 5176. quod duodecies sumptum facit ambitum dodecagoni circulo inscripti 62. 112. qui minus est quam circumferentia eiusdem circuli, partibus 745. Rursus si D. A. est partium 5. 176. erit E. A. 2588 eiusque quadratum 6. 697. 744. quod ablatum ex quadrato radij, reddidit pro quadrato F. E. 93. 302. 256. cuius radix est 9659. quæ ablata à radio toto relinquũt C. E. 341. cuius quadratum est 116. 281. quod additum quadrato E. A facit 6. 814. 025. nimirum quadratum C. A. cuius latus est 2610. scilicet figuræ laterum 24. Hoc itaque latus sumptum vicesies, quater efficit 62640. ambitum videlicet figuræ 24. laterum circulo inscriptæ, minorem quam circumferentia particulis 217. paucioribus quidem quam ambitus dodecagoni. Nam quanto figura plurium erit laterum tanto minus deficiet ab amplitudine, periferiæ vt est rationi consentaneum. Viderint ergo docti Scaligeri manes, an adeo quantitas discreta continuæ contrarietur, vt tantum in Geometria monstrum pepererit. Archimedes itaque non iniustè numeris circumferentiam circuli perpendit, cum indiscreta quantitas discretæ lumine clarissimè illustretur.



APXI-

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΕΠΙΠΕΔΩΝ ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ, Η ΚΕΝΤΡΑΒΑΡΩΝ ΕΠΙΠΕΔΩΝ,

ΤΟ Α.

ARCHIMEDIS PLANORVM ÆQVIPONDERANTIVM, SEV CENTRA GRAVITATVM PLANORVM, vel de æquiponderantibus.

LIBER I.

PRÆFATIO.

MECHANICEN duabus constare partibus, ex antiquo mechanico Herone repetit [a] *Pappus Alexandrinus: altera quidem rationali petita ex Geometria, Arithmetica, Astronomia, & ex Physicis rationibus: altera effectiua, manuumque opera vtente, quæ desumitur ex artibus attrectandæ materiæ immersis, æraria, fabrili, ædificatoria, tectonica, statuaria, & huiusmodi. Miri vero hæc ars momenti est, quia ex naturæ Genio* [b] Θωμάζονται μὲν τῇ φύσει συμβαινόντων ὅσων ἀγνοεῖται τὸ αἴτιον τῶν δὲ παρὰ φύσιν ὅσα γίνεται διὰ τέχνης πρὸς τὸ συμφέρον τῆς ἀνθρώπου. *Scilicet miramur quæ hinc promanant instrumenta, ob effectus qui præter naturam in hominum vtilitatem, mediantibus ipsis præstantur, & eo magis quanto materiæ insolubiliùs adhærent. Materiam enim materiæque errores domare, & naturalem ipsius qualitatem, quà potest esse & non esse, ad aliquem certum & determinatũ effectum adigere, non parũ arduũ ac difficile est, illicq; maxima humani animi vis & præstãtia relucent. Ea de causa Archim. mirũ nactus ingeniũ in hac mi-*

a Præmio l. 8. collect. Mathem.

b In Mathematicis.

Digitized by Google

rabili arte excelluit: cumque perfectissimè omnes mathematicas artes fuisset contemplatus, eas denuo ad praxim & ad hominũ commoditates stupendis modis revocauit. Hinc ἄθημα quo cœlestis moles, cœlestisque compaginis motus enixè referebatur: hinc manium per terram decursus, hinc illius Alexandrinæ immanis magnitudine in mare protrusio, sola regis manu præstita, hinc ἁρμόβολα, ἢ πλοίοβολα ὄργανα: reliqua denique ἀφετήρια, quibus ab expugnatione Marcelli diu Syracusas defendit: hinc demum immixti votiuæ coronæ argenti deprehensio manauit. Huic itaque parti tantum operæ tribuit diuinus hic Syracusius, vt mirer Plutarchum scribere [a] Archimedem hac in arte nihil memoriæ mandasse. Non legerat Archimedem ipsum, qui scribit ad propositionem 6. lib. περὶ τῆς πεπαγωίσμου ἁρμοβολῆς δίδακται γὰρ τῷ τὰ ὁμοῖα τοῖς μηχανικοῖς. Scilicet concludat centrum grauitatis trianguli cuius inuentionem docuerat in his libris, quos proinde illic loci intelligit quosque μηχανικὰς vocat: quia fundamentum totius mechanices continent, nullumque mechanicum instrumentum excogitari aut fabricari potest, quod non innitatur ijs quæ his libris ostenduntur. Tum etiam credibile est Archimedem alios ab istis libros scripsisse περὶ τῶν μηχανικῶν, quos rursus citat propos. 10. de quadratura paraboles, quique iniuria temporum perierint. Etenim quamuis deduci possit ex his quæ hoc opere demonstrantur, vt & deducemus, [b] quod illic infert Archimedes, tamen hic non habetur formaliter demonstratum. Deinde scripsit Archimedes mechanicam librum περὶ ὀχουμένων quem explicamus in sequentibus: Et alium περὶ τῆς σφαιροποιίας vt ex Carpo Anthiocensi refert [c] Pappus, qui rursus citat [c] librum Archimedis περὶ ζυγῶν vt & Zetzes alium περὶ τῆς ὑδροποιίας, vt aliàs diximus. Denique hic Artifex, cui præter quemcumque alium conuenit dictum illud Antiphontis, τέχνη γὰρ κρατοῦντος ὧν φύσει πεπάθασι, vera mechanices elementa his duobus libellis reliquit, primæ videlicet partis. Etenim vt quod res est fatear, fabrilis artis, arariæ aut statuariæ elementa non continet. Ita vt si de hac secunda parte operaria loquutus fuerit Plutarchus, fortasse sit audiendus: licet etiam Pappus contradicere videatur, qui quadragesimum organum mechanicum Archimedis memorat, [b] vt Zetzes τεσσαρακοστόν. Verum hæc ὄργανα inuenit quidem ordinémque ac constructionis proportionem dedit, sed manum dolandæ materiæ, findendæ, fundendæ, denique parandę, construendæ imposuisse non est quod credamus: operarios potius habuit quibus quod vellet fieri perhiberet. Propterea hac de parte nihil edidit. Quamquam Archimedi non denegarim, quod in mechanico requirit [d] Vitruuius, omnem nempe γραφίδος partem ἀριθμητικὴν & κοσμικὴν: verum vtramque profert Geometria. Et licet tandem materiam aptasse condonemus ipsi, nec tantum lineas radio, aut circulos circino delineasse, sed corpora quoque quadrata, quadrangula, rotunda deformasse securi & torno verbis Polybij presi, qui de machinis Archimedis scribens habet, ὡς ἂν Ἱέρωνος μὲν ἀρχιτέκτονος γενομένου, ἀρχιτέκτονος δὲ & δημιουργοῦ τῶν ὁπλομαχιῶν Ἀρχιμήδους: tamen ne artem suam faceret illiberalem, ἀπελεύθερον ἔργον καὶ ἀγεννῆ, à præceptis huius partis abstinuit. Cæterum hoc opus in duos libros diuiditur: in quorum primo agitur de centro grauitatis, & æquiponderatione corporum, quę figura rectilinea & plana comprehenduntur: in secundo tractatur de ijsdem æquipondio ac grauitatis polo corporum mixtis constantium figuris, cuiusmodi sunt, quę conicis sectionibus continentur. Atque vbi quidē primi libri sexta & septima prop. ostendit reciprocas radiorũ & ponderũ rationes in æquipondio,

[a] In vita Marcelli.

[b] Prop. 10. li. 8 collect. Mathem. Lemmatet.

[c] Ad 15. prop. huius.

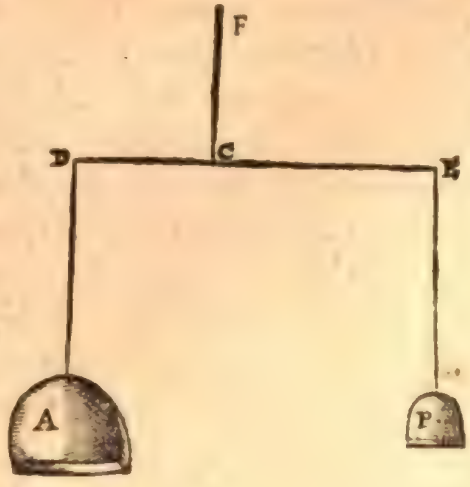
[d] Lib. 1. c. 1. Architect.

Polyb. li. 8.

Diuisio Operis.

Vsus.

deinceps particulatim quærit æquiponderationem, tùm in singulis corporibus, tum in coniunctis: quod est vniuersum mechanicorum fundamentum. Licet enim corpora suspendas, efferas, trudas, pulses, demittas, aut quocumque modo moueas, ex æquiponderatione eorum cum alijs oneribus, de proportione instrumenti, deque vi mouente fertur iudicium. Ad mouendum enim non sufficit vis quæ in æquilibrio suspendat, sed maior requiritur, quæque ad pondus maiorem rationem habeat, quàm sit ea quæ est radiorum reciproca. Titulum autem fecit Archimedes huic operi ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν, ἢ κέντρα βαρῶν ἐπιπέδων, vt habet manuscriptus & regius codex: seu ἢ κέντρα βαρῶν separatim, vt est in libro impresso & vulgari, seu ἐπιπέδων ἰσορροπικῶν, ἢ κέντρα βάρων ἐπιπέδων, vt legit [a] Guidus Vbaldus. Communis Latina ἐπιγραφὴ, est, De æquiponderantibus. Et quoniam hæc inscriptio tam variè sumitur, placet conuenientiorem seligere. Impressa vulgaris & Guidi Vbaldi vix græca est. Quippe particula ἢ disiunctiua similes casus non disiungit, & rectius haberetur ἢ κέντρων βάρων: vel si κέντρα dictio sit retinenda, coniunctim sit legendum κεντροβαρῶν, Aut si duas hic ἐπιγραφὰς adnotari quis dixerit, & proinde addi τελείαν στιγμὴν ante disiunctiuam particulam, dicam quòd cùm in prima intelligatur propositio τοῦ sensum requirere, vt & eadem inscriptioni secundæ subseruiat: porro hinc quidem patere, iam olim incertum fuisse horum librorum titulum. Deinde non tam libenter reciperem ἰσορροπικῶν, quamquam sit Eutocij & libro sequenti præfigatur vulgo, quàm ἰσορροπιῶν vel ἰσορρόπων seu ἰσορροπιόντων. Propterea ad regiam inscriptionem me recipio. Atque huius quidem tituli partes duæ bipartitum operis subiectum manifestant. Etenim hic agitur, vel de collatione ponderum inter se, quatenus æquiponderant, aut non seruant æquilibrium, & hoc designatur his verbis ἐπιπέδων ἰσορροπιῶν: vel agitur de centro seu polo grauitatis singulorum corporum, puncto nempe quo appensa manent parallela horizonti, & secundum omnes suas partes æquiponderant, quod reliquo tituli indicatur. Aliud est enim loqui τοῦ τῆς ἰσορροπίας corporum inter se collatorum, aliud de centro grauitatis & æquipondio cæterorum corporum. Etenim dum pondera inter se conferuntur, æquilibrium apparet in statera & in radijs, aut agina trutinæ, non in ipsis corporibus quæ librantur. Quippe nihil interest quomodo appendeant, vel an horizonti recta sint, vel sint obliqua: satis est vt stateræ scapus quo appenduntur & pensitantur, horizonti parallela stet. Conferantur inter se pondera A. & P. tententúrque statera D. C. Etenim si in examine stante librili in C. maneat scapus D. E. æqualium momentorum & æquidistans horizonti, dicentur æquiponderare corpora A. & B. siue pondere æqualia sint, siue sint imparia, & siue recta horizonti seu obliqua stent. At vero æquilibrium in singulis corporibus est, quando appensa à centro grauitatis steterint horizonti omni ex parte sui æquidistantes. Est enim polus seu centrum grauitatis planorum corporum, qualium est hoc opus punctum intra ipsa corpora, à quo suspensa in aërem parallela horizonti planitiei manent:



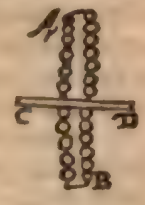
Titulus.

[a] Sua in opus paraphrasi elegantissima.

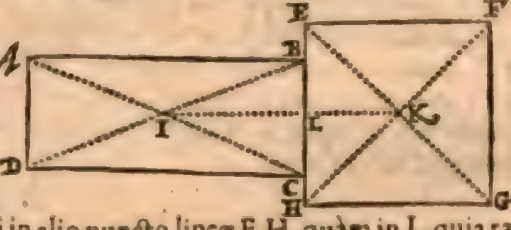
qui pondus inter quantitates recensuit. [a] *Ratio enim quantitatis nempe componi ex partibus integrantibus, ponderi conuenit, cum pondus variis grauitatis vncijs tanquam partibus componatur. Deinde omnes quantitatis affectiones etiam ipsi ponderi competunt: nempe diuidi in vncias quibus constituitur, mensurare grauitatem corporum, eorumq; inter se æqualitatem vel inæqualitatem penes grauitatem ostendere. Quamquam autem Philosophus non meminerit ponderis vbique suorum operum, quibus sibi de quãtitate sermo fuerit, tamen satis est si vspiam ipsum inter quantitates recensuerit: imo vero si nusquam pondus albo quantitatis adscripserit, vnde tamen non statim esset à quantitatum numero amandandum. Argumentum enim ab authoritate negatum non concludit, vt dialectici perhibent. Deinde vera ratio ponderis non pendet ex eo quo corpora deorsum deprimuntur, quodque est grauitas & inde qualitas: verum ex eo quo corpora penes grauitatem mensurantur. Huius enim mensurationis species principium est momentum siue inclinatio, non secus atque punctum principium est lineæ. Et proinde pondus est species continuæ quantitatis, cuius partes momento copulantur: licet non desint qui discretam quantitatem esse velint. Sed in eo continui ratio clarius quàm discretæ lucescit. Sed audiamus Archimedem quàm iustissimè de ponderibus & ponderantibus edicentem.*

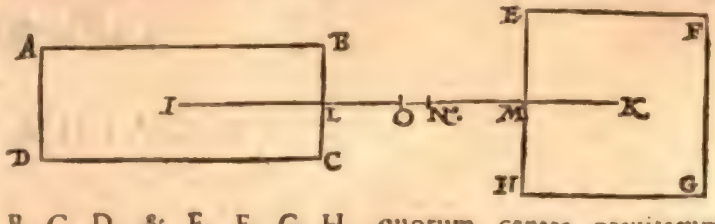
[a] Lib. 10. Metaphysices cap. 2. ex B. Thomæ expositione.

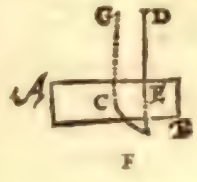
pendatur pondus Q. Certum est pondus ipsum sua grauitate motũ impertiri rotæ D.E,G. & ex consequenti alij concentricæ I.L. quæ identidẽ dentibus suis impactis dentib. rotæ F. N. eandẽ secũ rapiet & hæc tandẽ cõcentricã sibi O.P. monebit. Similiter si tenuis & oblõga lamina ex chalybe præparetur recta, & æqualis spissitudinis, quæ axi S.P. altera extremitate impacta, altera cauo cylindro S.T. adfixa pressim reuoluatur circa eundẽ axẽ S.P. scilicet reuoluto fune circa conũ V.Z. vt fit in cõmunibus horologijs: nõ quiescet arcuata lamina & strictim cõplicata, nec trahere desiner, donec laxioré statunacta fuerit intra cauitatem cylindri R.T. quantúque sibi licuerit rectam sibi figuram restituet. Imò si communis arcus ε. tendatur reuolutione rotæ α.β.γ. rectam repetet lineam, & donec fuerit extensus rotam monebit cui fune adligatur. Hinc balistarum ciaculationes; hinc denique reliqui effectus oriuntur, qui ex ligni, ferri, funis, & aliarum materierum tensione fiunt. Duplicetur funis A. B. & ferro vel ligno C.D. sæpe conuoluto contorqueatur: maxima vi contorsus funis in pristinum statum redire enitetur. Denique non figura tantum recta has vires nacta est, sed circularis quoque si ad rectam vi adducatur. Quam enim quodlibet res primum figuram sortita est, eam pertinaciter retinet. Vt si lamina ferrea primum in arcum deformetur, deinde vi dirigatur, non cessabit donec obliquetur. Hinc fit vt non tantum æqualia pondera in æqualibus rectis distantijs æqualiter ponderant, sed in radijs etiam obliquis. Siquidem fuerint D. E. æqualiter grauia, à radijs obliquis æqualibus, & vniformiter arcuatis A. B, A.C. appensa fiet æquilibrium. Cæterum si duo æqualia plana, æqualiterque ponderantia simul iunxeris, ne putes distantiam ita inter vtrumque absorptam fore, vt cum æqualiter ad se inuicem coniungenda accesserint, tandem centrum grauitatis totius compositi maneat in linea coniunctionis. Fieri enim potest vt hoc non contingat, sed contra vt æqualia priùs ponderantia non censeantur æquiponderare.



Sint[a] æqualia plana rectangulum D. B. & quadratum E.G. æqualiterque separatim ponderantia. Coniungantur ita ut eorum centra ponantur in recta linea quæ latera coniuncta B.C. E. H. diuidat ad angulos rectos & bifariam. Dico centrum grauitatis non reperiri in linea E. H. Etenim horum parallelogrammorum diametri secent se in I. & k. vt sint[b] I. & k. centra grauitatum ipsorum. Ducaturque I.k. efficiens rectos ad L. ex hypothesi. Erit I. L. maior quàm L. k. quia dimidium lateris A. B. maius est dimidio lateris E. F. Proinde si appendantur duo parallelogramma proposita à puncto L. erit grauius A. C.[c] appensum à longiori distantia I. L. quàm E. G. dependens à breuiori radio L. k. Sed & multominus foret centrum grauitatis totius compositi in alio puncto lineæ E.H. quàm in L. quia radij essent adhuc inæquabiles. Hinc fit vt quæ partes plani fuerint æquales magnitudine, non proinde sint æquales pondere, dum in toto sunt, nec rectè ex æquali partium magnitudine, æqualitatem ponderis earumdem concluderemus. Nec quando linea quomodolibet acta per centrum grauitatis secat[d] totum planum in æqueponderantia, inferremus partes esse magnitudine æquales. Nequaquam enim est magnitudinis, & ponderis eadem ratio: nisi fuerint æquales partes etiam similes. Tunc enim pondus & magnitudo se æqualitate consequuntur, vt luculentius postea ostendemus. Hinc denique assumendum pro sequentibus, quæcumque æquiponderant in aliquibus distantijs, appendi per centra grauitatis, distantiasque numerari, non ab extimis ponderum superficiebus, sed à centris grauitatum ad centrum librationis, quod reperitur in linea quæ illa grauitatum centra coniungit. Verbi gratia repetantur superiora plana æqualia A. B. C. D. & E. F. G. H. quorum centra grauitatum I. & k. iungantur linea recta I. k. Dico æqualitatem distantiarum quæ hic requiritur ad æquilibrium horum planorum æqualium, non sumi ab extimis punctis L. & M. ita ut sit punctus æquilibrationis in N. medio scilicet inter L. & M. sed accipi in puncto O. pari interuallo dissito à centris I. & k. Vnumquodque enim graue ponderat in centro grauitatis. Ita vt si libratio fieret in N. foret vt distantiæ essent inæquales: maior enim est N.I. quàm N.k. Experimur autem ponderationem, à centro tanquam polo proficisci, quia si quodlibet pondus appensum fuerit filo aut alio ligamento quò liberè deorsum tendat, numquam cessarit, donec centrum grauitatis abierit quantum poterit infimè. Plani A.B. centrum grauitatis sit C. & appendatur filo à puncto E. Certum est maiorem partem A. E. tendere deorsum donec C. descripserit arcum C.F. fueritque in linea librationis D.E.F. At si suspendatur filo G. C. quiescet neutraque pars inclinabitur. Vnde si statera appenderis illa duo plana A. C, E. F. per centra I, & k. fueritque libratile in N.







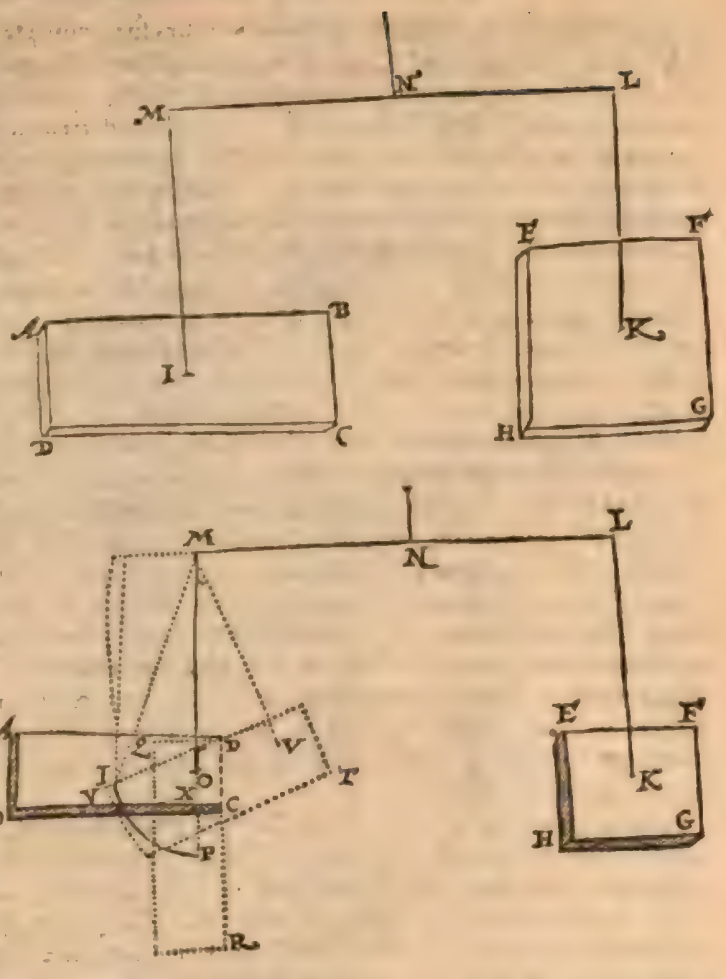
aper 14. l. 1.

b secundum 10. l. huius.

c secundum 6. & 7. huius.

d per definitionem centri grauitatis à Campano.

puncto medio inter M. & L. & ex æquo respondenti puncto intermedio inter centra I. & k. fiet æquilibrium, manebuntque plana horizonti parallela. Verum si suspensio ipsius A. C. fieret à puncto O. non centro grauitatis, caderet punctum I. in P. & planum A.C. in Q.R. vt graue appenderet à centro. Aut si A.C. eo modo suspenderetur, vt A.O. non sineret partem A. D. elabi: & esset putà M. O. ferrea virga quæ retineret A.C. perpetuo ad angulum rectum, alterum ex duobus contingeret: nempè vt si M. O. ita arctè deligatur extremitati M. vt diuerti ad latus non possit, nec mutet angulum M. non foret æquilibrium ex N. nam A. C. licet æquale ipsi E.G. grauius erit ex puncto O. quàm E. G. quia pondus quodlibet quo appenditur à radijs seu partibus inæqualioribus, eò grauius est, vt ostendimus in mechanicis: scilicet appenderet sicut à radio S. N. & offerretur E. G. nutusque esset ad partem A.B. Aut equidem si linea O.M. posset mutare angulum M. ipsum à recto deduceret quantitate anguli I. M.O. ita vt ipsa caderet in lineam M. V. & linea M.I. fieret M.X. punctusque I. reperiretur in puncto X. perpendicularis deductæ à puncto M. distantiæ extremo ad centrum terræ, vt pondus tandem factum Y.T. penderet à centro suæ grauitatis. Distantiæ itaque numerantur à centris grauitatum in recta linea quæ ipsa centra coniungit. Ex quo denique superest, centrum æquilibrij ambarum magnitudinum, seu vt loquitur Archimedes, compositæ magnitudinis, esse in linea illa quæ rectò ab vno centro ad aliud fertur.



PETITIO II.

Æqualia verò pondera ab inæqualibus distantijs non æquiponderare, sed inclinari ad grauitatem quæ à distantia maiori tendet.

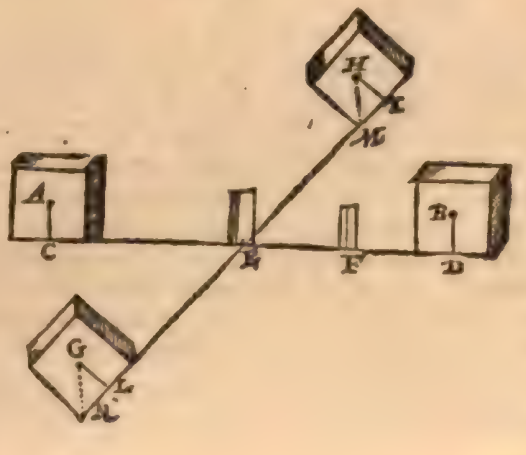
AITHMA B.

Τὰ δὲ ἴσα βαρέα ἀπὸ τῶν ἀνίσων μοχλέων μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος τὸ ἀπὸ τοῦ μείζονος μοχλέως.

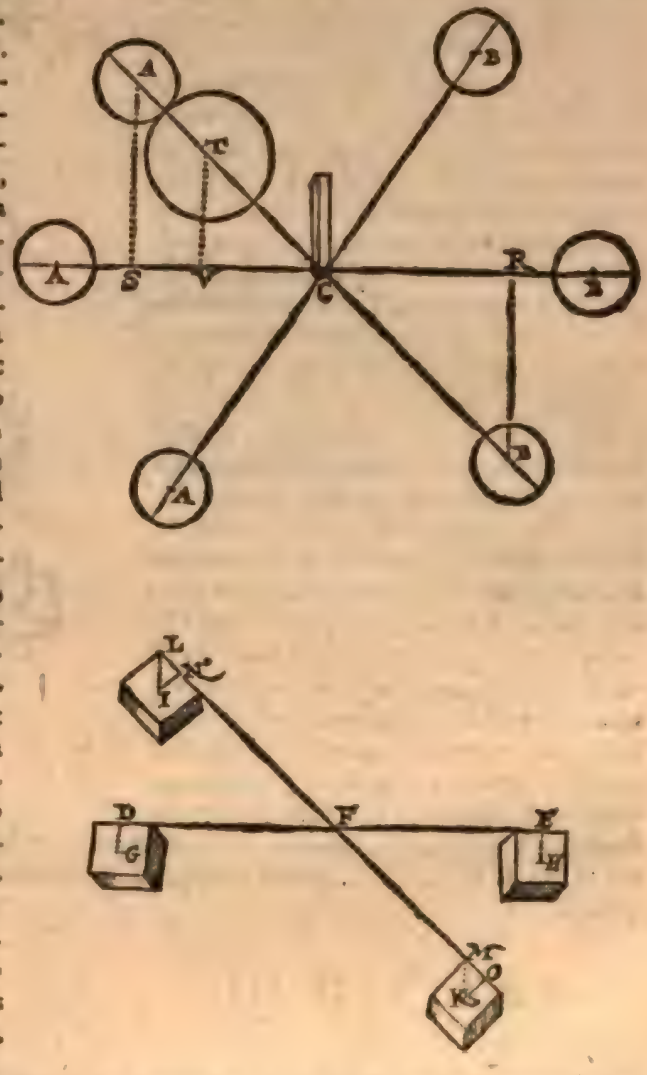
ΣΧΟΛΙΟΝ.

a per præcedentem petit.

Ponderent[a] æqualiter paria pondera A. & B. ab æqualibus distantijs C.E, & E.D. Mutetur verò ansa seu librile, & iam appendeantur à puncto F. inæqualibus scilicet radijs C.F, F.D. vult Archimedes, in hoc vltimo ponderum situ perdi æquilibrium. Notandum verò est æqualitatem aut inæqualitatem radiorum non sumi perpetuo à perpendiculari ducta à centro grauitatis ponderis in scapum trutinæ, sed duntaxat in stateris horizonti parallelis, vt hic



in C.D. In reliquis verò mensurantur radij seu distantiæ ab agina ad puncta scapi, in quæ incidunt lineæ rectæ ductæ à centro grauitatis ad centrum terræ. Sit scapus L. I. æqualis scapo C. D. sintque pondera H. & G. æqualia duobus A. & B. vel si mauis trutina C. D. loco moueatur in L. & I. Iam radij erunt non quidem E.L. & E.I. sed E.N, & E.M. resecti à lineis G.N, & H. M. quæ ad centrum terræ tendunt. Ita ut iam etiam immoto librili, pondera æqualia non æquiponderent, sed præponderet inferius G. quia iam censetur appendi à radio maiori. Ergo mutatio æquilibrij in æqualibus ponderibus non accidit solùm ex translatione librilis, sed etiam ex commutatione situs stateræ. Nisi quidem statera ipsa transierit per centrum grauitatis ponderum. Tunc enim in omni situ, æquiponderantia manet, vt hic cernere est. Si fuerint enim radii A.C, C.B. æquales, tum A. & B. paria, vbicumque fuerit A. manebit cum B. in æquilibrio, quieſcetque statera. At si pondera pendeant infra trutinam (supra præcedentia posuimus) vt G. & H. In radiis quidem æqualibus D.F, F.E, æquiponderabunt, quia tunc conueniunt perpendicularis ducta à centro grauitatis in scapum, & linea tendens ab eodem centro ad centrum terræ. Verum si loco mutentur, quod superius feretur, grauius fiet. Pendeant enim I. & k, à trutina N. O. æquali præcedenti D.E: tunc radius à quo pendebit I. erit F. L. alter verò à quo suspendetur k, erit F.M, minor illo F. L: proinde erit *a* I. ponderosius, & si liberum maneat attrahet k. donec redierit ad G. quod fusiùs alibi ostendimus. *b* Cæterum difficultatem suboleo, videoque *ἔτσιν* hic formari posse ex his quæ de æquilibrio diximus, quod definiuimus *c* statum trutinæ horizonti parallelæ: cuius iam contrarium innuimus, quando æquiponderare pondera diximus æqualia, in distantiis æqualibus, licet trutina horizonti non æquidisset. Mota etenim A. & B. quocumque voluerit, æquiponderare mox affirmauimus. At verò *ὀκνηρῶς* satisfiet si notauerit æquilibrium illud intelligi factum à trutina horizonti parallela. Nam si à punctis A. & B. trutinæ obliquæ lineas duxeris ad centrum terræ ipsæ secabunt A.B. horizonti parallelam recto in punctis S. & R. ita ut in ipsis punctis libratio fieri videatur. Et cùm sint S.C, C.R. æquales radii: triangulorum enim A. S. C, & C.R.B. anguli ad C. sunt *d* æqui: tum ad R. & S. recti, & idcirco A. C, C. B. sunt ex hypothesi pares, ita quoque S.C, C.R. æquantur: *e* sequitur suspensum A. à puncto S. & appensum B. à puncto R. æquiponderare. *f* Ergo in situ illo obliquo æquipondium ex hac recta trutina S. C. R. metimur. Quod etiam in æquilibrio ex reciproca ponderum, & distantiarum ratione nato, fit. Suspensa quippè T. & B. inæqualia pondera ex radiis T.C, C.B. quiescant & æquiponderent: tum à punctis T. & B. perpendiculares agantur T.V, B.R. in trutinam horizonti parallelam. Nam cùm æquiponderent T. & B, vt est sphæra T. ad B. sphæram, ita est *g* distantia B.C. ad distantiam C. T. Atqui ex triangulorum T.V.C. & B.R.C, paribus angulis, latera sunt proportionalia *h*, & vt B.C, ad C.R, sic T.C. ad C.V. & permutando *i* vt B.C, ad C.T. sic R. C. ad C.V. Proinde vt T. sphæra ad B. sphæram, sic reciprocè R.C. ad C.V. Quidni ergo suspensum T. ex V. & appensum B. ex S. non æquiponderabunt? Vera ergo ratio *ἰσορροπίας*, quam supra definiuimus, in recta trutina est. Verum æquiponderare etiam esse dicimus, æqualis esse ponderis, & gestanti par imponere onus. Itavt cùm dicimus A. & B. vel T. & B. æquiponderare, siue in obliquo, siue in recto situ ad horizontem intelligimus, si manus fuerit C. quæ gerat ipsa pondera, æqualiter grauari: dummodo radii quibus gestantur onera, sint vbique iidem. Hoc tamen est discriminis inter æquilibrium primum, seu primò definitum, quod & artis est, ab æquilibrio hoc vltimo, quod metimur grauamine manus gestantis: & appellamus æquilibrium oneris. Etenim æquipondium artis remanet, siue sint iidem radii longi, siue sint breues in eadem ratione. Etenim T. & B. non tantum æquiponderant in radiis T.C, C.B. longioribus, sed etiam in breuioribus V.C, C. R. qui sunt in eadem ratione ac T. C, C.B. Quinimò quando T. & B. fere sese tangerent ad punctum C. dummodo seruetur semper ratio distantiarum à centris grauitatum eorum ad C. punctum reciproca, quia sunt inæqualia, quæ est ipsorum ponderum, mane-



a per petit. hanc 2.

b Lib 1. nostrorum mechanicorũ.

c præfation. huiusperti.

d per 15. l. 1.

e per 4. l. 6.

f per æquum præcedens.

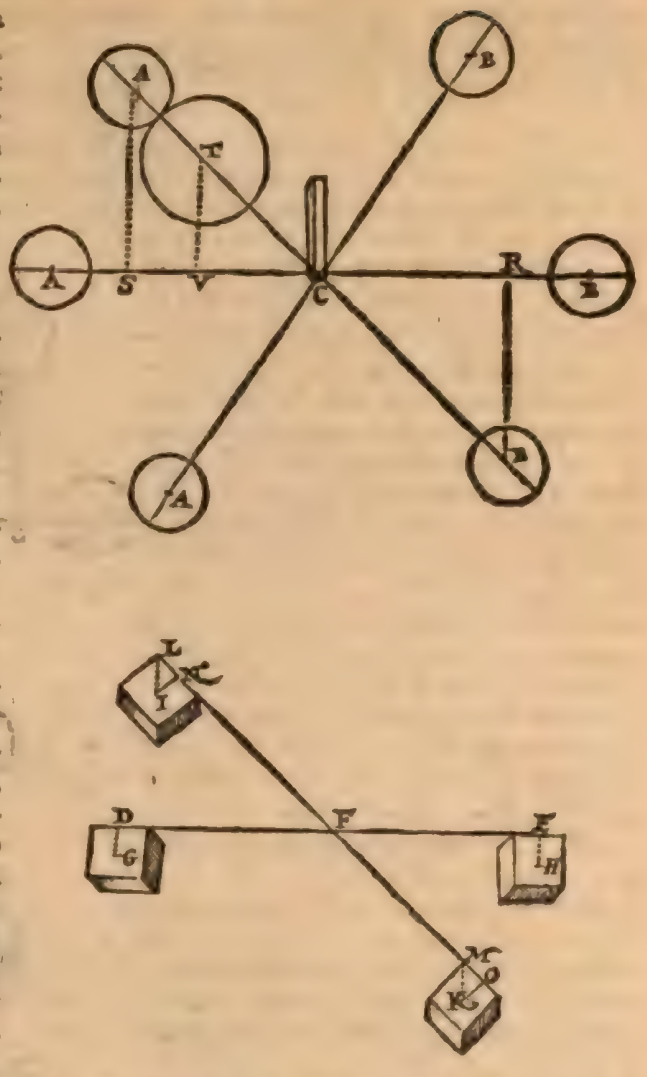
g per 6. & 7. prop. huius.

h per 4. l. 4.

i per 16 l. 5.

Digitized by Google

bit semper æquilibrium, quod artis deinceps appellabimus. Et denique si pondera sint æqualia, & iungantur ad punctum C. alterum hinc, alterum illinc, ita vt C. maneat medium inter eorum centra grauitatis, etiam æquiponderabunt à centro C. Verum non idem erit de manu gestante. Quandoquidem maioris sunt ponderis T. & B. manui gerenti à distantiis T. C, C. B. quàm ab V. C. C. R. nam hæ sunt breuiores, illæ longiores. At quò aliquid fertur in radiis prolixioribus eò grauiùs sentitur, vt demonstrauimus in mechanicis. Et licet quodlibet pondus in centro proprie grauitet, non tamen semper similiter grauitat. Semper quidem similiter si corpus sit simplex, A. v. g. semper æqualiter ponderat in proprio centro: At magnitudo composita qualem efficiunt T. B. iuncta linea T. B. & cuius est centrum C. non perpetuo æqualis est oneris in C. Etenim si à se inuicem recesserint, seruata semper ratione distantiarum, quæ est B. C. ad C. T. grauior fiet magnitudo, si accesserint, leuior. Imò eadem quantitas si mole extendatur grauior fieri potest, si contrahatur, leuior. Cæterum aliquis rursus obiicier, lineas à centris grauitatum A. T. vel B. ductas ad vmbilicum terræ non incidere recto in trutinam A. B. horizonti parallelam: Qui enim fieret vt quæ concurrunt lineæ in terræ meditullio, [illegible] caderent in eandem rectam lineam? Sed hic nos Physica tuetur, quæ ad Mathematicam amussim omnia hæc mechanica referre prohibet. Dicimus itaque, si Geometricè sit agendum, valere instantiam: si verò sensuum iudicio sit lis dirimenda, vt his in rebus oportet, exactè perpendiculareis esse A. S, T. V, & B. R. neque quicquam discrimimis à sensu iudicari, quod etiam aliàs testigimus.



PETITIO III.

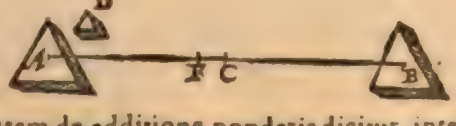
Si ponderibus æquiponderantibus ab aliquibus distantijs alteri ipsorum ponderum adijciatur aliquid, non amplius æquiponderare, sed inclinari ad pondus illud qui additum est.

AITHMA Γ.

Εἶναι βαρέων ἰσορροπούντων ἀπὸ τινῶν μακέων ποὶ τὸ ἕτερον τῶν βαρέων ποιεῖν τὸ μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐκεῖνο ᾧ προσετέθη.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Æquiponderent A. & B. in distantiis A. C, & C. B. Vni autem A. addatur D. inclinabitur A. & cessabit æquilibrium. Hac enim additione inæqualia reddunturpondera, vel ratio ponderis ad pondus desinit esse eadem, quæ ratio radii ad radium reciprocè. Quod autem de additione ponderis dicitur, intelligi quoque oportet de additione radii. Nam si augeatur C. B. & fiat F. B. alter verò F. A. perdetur quoque æquilibratio.



AITH. Δ.

Ομοίως δὲ καὶ εἴκα ἀπὸ τῶ ἑτέρω τῶν βαρέων ἀφαιρεθῆ τι, μὴ ἰσορροπεῖν, ἀλλὰ ῥέπειν ἐπὶ τὸ βάρος ἐφ' ὃ οὐκ ἀφηρέθη.

PETIT. IV.

Similiter verò, & si ab altero ponderum auferatur aliquid: non æquiponderare, sed inclinari versus illud pondus à quo nihil ablatum fuerit.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vt enim superiori additione deleta est ponderum æqualitas, hic abstractione similiter profligatur, & ex consequenti eorumdem æquiponderatio. Idem intellige de radijs.

AITH. E.

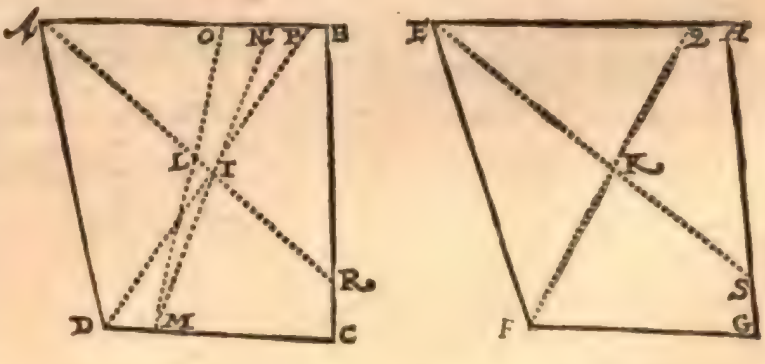
Τῶν ἴσων καὶ ὁμοίων σχημάτων ἐπιπέδων ἐφαρμοζομένων ἐπ' ἄλληλα, καὶ τὰ κέντρα τῶν βαρέων ἐφαρμόζειν ἐπ' ἀλληλα.

PETIT. V.

Æqualium & similium figurarum planarum inter se mutuo conuenientium, centra grauitatum inter se mutuo conuenire.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sint duæ quælibet figuræ æquales & similes A.B. C.D. & E.F. G.H. quæ, si mutuo adaptentur; vnius nimirum anguli æqualibus sibi angulis, & latera lateribus conueniant: Optat Archimedes sibi concedi, non solum alteram alteri ex æquo accommodari, & perfectè conuenire, sed ambarum quoque centra grauitatum in vnum punctum coincidere.



Quod quidem licet gratis concedi oporteat, neganti tamen extorquere possumus hac ratione. Sint propositarum figurarum centra grauitatum I. & k. Siquidem cuiusque duo esse grauitatum, vel vno demum plura centra non possunt. Si possint, admittamus L. & I. centra grauitatum in figura A. B. C. D. & per L. & I. à puncto M. quomodocunque sumpto, agantur lineæ M.I.N. & M.L.O. Quippè linea M.I.N. bifecat figuram in partes æqualiter ponderantes, ex definitione centri grauitatis. [a] Iam parti M.N.B.C. addatur particula O.N. M. Tunc O.M,C.B. grauior erit [b] parte A.D.N.M. & multo proinde grauior alia minore parte A. D. M. O. Atqui existente L. centro grauitatis debent partes A. D.M.O. & M.O. B. C. æqualiter ponderare. [c] Absurdum ergo est plura vno inuehere grauitatum centra in qualibet figura. Rursus ducatur linea E.k.S. per centrum grauitatis, & ad punctum A. ponatur [d] angulus B.A.R. æqualis angulo H.E.S. Triangulus enim E.H.S. angulos H. & H. E. S. æquales habebit [e] angulis B.& B.A.R. trianguli B.A.R. latus præterea H.E. lateri B. A. æquale est: proinde alter triangulus H.E.S. alteri B.A.R. est [f] æqualis. Atqui figuræ æquales sunt, & æqualiter ponderant, [g] vt similes. Tum æquales & similes trianguli E.H.S. & A.B. R. æqualiter ponderant. Demum E.H.S. æquiponderat [h] cum E.F.G.S. quia linea E.S. agitur per centrum grauitatis. Ergo quoque A.B. R. æquiponderat cum reliquo A.D.C.R. & proinde A. R. transit [i] per I. centrum grauitatis. Adhuc à puncto F. per k. tranſeat linea F.k.Q. & ad punctum D. ponatur [k] angulus A. D. P. æqualis angulo E.F.Q. Similiter ostendemus triangulum E. F. Q. æqualem triangulo A.D.P. similem & æquiponderantem, ac demum lineam D.P. habere in se centrum grauitatis, & proinde agi per punctum I. Cæ-

a Campano data.
b per 4 petitionem.
c per eandem centri grauitatis definitionē.
d per 23 l. 1.
e ex figurarum æqualitate & similitudine per 1. definit. l. 6.
f per 26 l. 1.
g per eas quæ 1. petitione diximus.
h per definit. centri grauit.
i per eandem definitionem.
k per 23 l. 1.

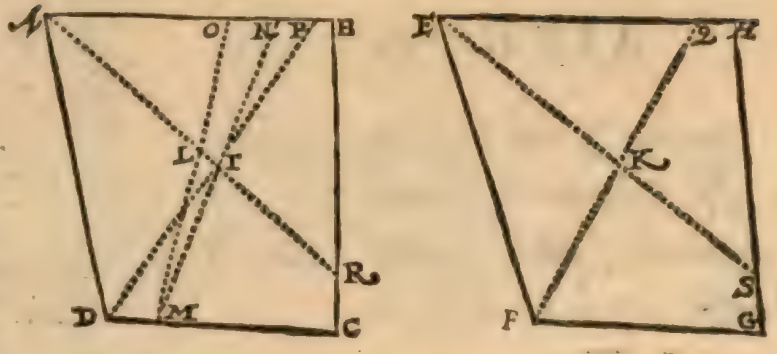
Digitized by Google

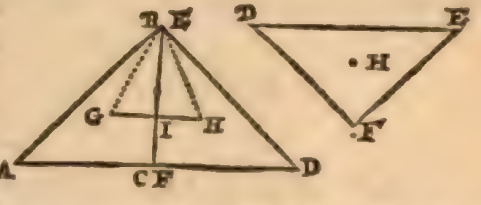
terum triangulus A.I.D. duos angulos I. A. D, & I.D.A. æquales habet angulis. k. E. F, & k. F. E. trianguli. E. F. k. & latus A.D. est æquale lateri E. F. proinde totus triangulus toti triangulo est [a] æqualis: & angulus A.I. D. per angulo E. k. F, & demum latera A.I, I. D. æquantur lateribus E.k, k. F. Applicato ergo A. C. planum plano E. G. secundum angulos æquales incidet necessario I. in k. & centrum centro, quod fuit probandum.) Hinc deducere possumus, æquales figuras & similes, si coniungantur homologis lateribus, habere centrum grauitatis in linea qua coniungantur, puncto per quod transit linea coniungens centra grauitatum eorumdem. Sint enim plana æqualia & similia A.B.C, D.E.F. quorum centra grauitatum sint G. & H. Applicentur sibi mutuo homologis lateribus C. B, & E. F, iungunturque grauitatum centra linea G.H. Dico centrum grauitatis compositi esse in puncto I. Ducantur enim G.E. & H.E. Erunt quippè ex ante demonstratis, & ex simili positione punctorum G. & H. anguli G.E.I. & H.E.I. æquales: tum latera G.E, & E.H. æqualia. Est verò E.I. commune triangulis G.E.I, & H.E. I. Proinde bases G.I, I.H. sunt [b] æquales. Appensæ ergo æquales partes A.C.B, & F.E.D. seu C. B. D, in æqualibus distantijs G.I, & I.H. æqualiter ponderabunt [c], & erit I. centrum grauitatis totius compositi. Quod fuit probandum. Cæterum vulgaris liber legit ἐφαρμόζει, manuscriptus ἐφαρμόζει. Ego verò reposui ἐφαρμόζειν, vt petitionem magis redoleat, præcedentique ac subsequenti sensui conueniat.

[a] per 26. li. 1.

[b] per 4. l. 1.

[c] per 1. pos. huius.





PETIT. VI.

Puncta verò similiter poni in similibus figuris, à quibus ad æquales angulos ductæ rectæ, angulos ad latera similium rationum æquales efficiunt.

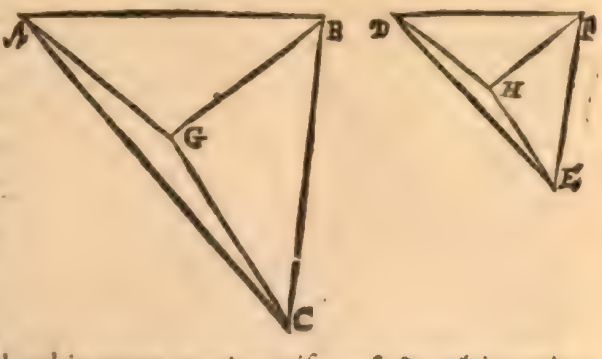
AITH. ς.

Ομοίως δὲ σημεῖα λέγεσθαι ποὶ τὰ ὅμοια σχήματα ἀφ' ὧν ἐπὶ ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι ποιοῦσι γωνίας ἴσας ποὶ τὰς ὁμολόγους πλευράς.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sint duæ figuræ similes, sitque vt A.B. ad D.F. sic B.C. ad F.E. & C.A. ad D.E. Sumantur autem G. & H. puncta, à quibus ducantur lineæ G.A, G.B, G.C. tum H.D, H.F, H.E. ita vt lineæ ab vtroque ductæ in latera homologa, seu similis rationis, putà A.B. D.F. efficiant tum angulos A.G. B, D.H.F. æquales, tum G.B.A, H.F.D. pares, reliquos item H.D.F. & G.A.B. æquos. Deinde idem sit de reliquis triangulis figuratum. Petitur puncta G. & H. similiter poni. Ordinem verò huius petitionis peruertimus: & quam hic sextam facimus, Archimedes septimam statuit: quod nobis operæ prætium visum est, & ne ὕστερον πρότερον ab hac doctrina alienissimum admitteremus. Ex vulgari enim textus ordine, antequam petierit quid sit punctum similiter positum, assumit in similibus figuris inæqualibus centra grauitatum similiter poni. Cæterum assumpto puncto in vna figurarum, reperiri potest in altera punctum similiter positum. Sumatur enim G. à quo ducantur lineæ ad figuræ angulos G.B, G.A, G.C. Et ad puncta D.F. ponantur [d] anguli F.D.H. æqualis ipsi B.A.G. & D.F.H. æqualis A.B.G. tum ducatur H.E. Etenim H. erit punctus similiter positus ac est G. Nam triangulorum D.H.F. & A.G.B. reliqui anguli ad G. & H.

[d] per 23. l. 1.



& H. sunt [a] æquales, & proinde vt G.B. ad A.B. sic [b] H.F, ad F. D. Atqui ex similitudine figurarum vt A.B. ad B.C. sic D.F. ad F.E. Et ergo ex æquo, [c] vt G.B, ad B.C. sic H.F. ad F.E. Remanserunt autem anguli G.B.C. & H.F.E. æquales sublatis paribus A.B.G.D.F.H. ex totis B. & F. æquis propter figurarum similitudinem. Ergo anguli B.C.G. & F.E.H. sunt [d] æquales, & item F.H. E. & B.G.C. Denique triangulorum A.G.C, & D.H.E. anguli facillimè probabuntur æquales, lateraque proportionalia. Et proinde H. erit [e] similiter positus ac G. qui quærebatur.

[a] per 32. l. 1.
[b] per 4. l. 6.
[c] per 22. l. 5.
[d] per 6. l. 6.
[e] per hanc pet.

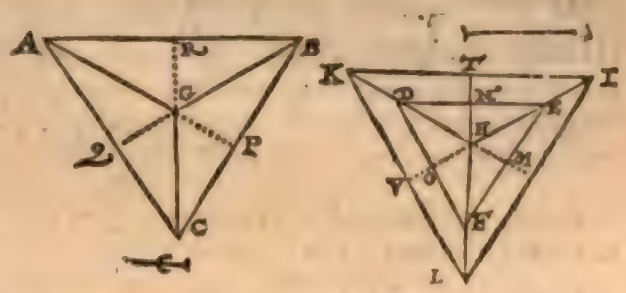
AITH. Z. PETIT. VII.

Τῶν δὲ ἀνίσων, ὁμοίων δὲ, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως κεῖσθαι.

Inæqualium verò, sed similium centra grauitatum similiter esse posita.

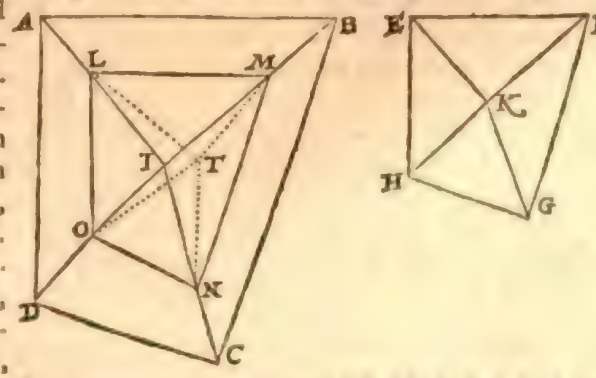
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sint plana A. C. B, & D.F.E. inæqualia, sed similia: Petit Archimedes centra grauitatum ipsorum G. & H. fateri esse similiter posita. Quod si quis ἀναισθητῶν negauerit, eius pertinaciam sic ratione retinemus. A centro H. ducantur lineæ ad angulos E. D.F. quæ sint H.E, H.D, H.F. & in A.C.B. inueniatur [f] punctum quodcumque G. similiter positum, vt est H. & ducantur G.A, G.C, G.B. quæ ex hypothesi erunt maiores illis H.D, H.E, H.F. Protendantur ergo hæ H.D, H.E, H.F. & fiant H.k, H.I, H.L. æquales illis G.A, G.C, G.B. Iunganturque k.I, I.L, L.k. Quoniam enim angulus k.H.I. est æqualis angulo A.G.B. ex simili positione punctorum G. & H. tum latera A.G, G.B. æqualia sunt lateribus k.H, H.I. Est [g] triangulus k.H.I. æqualis triangulo A.G.B. Eadem ratione I.H.L. est æqualis triangulo B.G.C. & reliquus k.H.L. reliquo A.G.C. Totus ergo k.L.I. toti A.C.B. par est, & centrum grauitatis vnius conuenit [h] cum centro grauitatis alterius. Atqui quoniam anguli H.D.E. & G.A.B. tum H.E.D. & G.B.A. sunt æquales ex similitudine positionis punctorum G. & H. Etiam H.D.E, & H.k.I. sunt [i] æquales, reliquique [l] ad E. & I. & sunt [m] trianguli H.D.E. & H.k.I. similes, eadem ratione similes sunt E.H.F. & I.H.L. & demum D.H.F. & k.H.L. Et proinde quæ erit pars D.H.E. trianguli D.E.F. eadem erit H.k.I. trianguli k.I.L. & ita de reliquis. Atque producta L.H. recto in T, erunt [n] anguli H.N.D, & H.T.k. æquales, quia sunt D.E, & k.I. parallelæ, & proinde H.N.D. erit [m] similis ipsi H.T.k, & quæ erit pars H.N.D. totius D.E.F. eadem erit H.T.k. alterius I.k.L. & coniungendo, quæ erit pars tota F.N.D. figuræ F.D.E. eadem erit [o] tota L.D k. figuræ k.L.I. Vt ergo F.N. secat D.F.E. in duas æquiponderantes partes, ita L.T. secat k.L.I. in duo æquiponderantia, & ideò L.T. habet [p] in se centrum grauitatis figuræ k.L.I. Idem concludam de lineis I.V, & k.X. quæ cùm nullum punctum commune habeant præter H. necesse est punctum H. esse centrum grauitatis figuræ k.L.I. quod cùm sit positum, similiter idemque ac centrum grauitatis D.E.F. Sequitur punctum G. esse quoque centrum grauitatis A.C.B. & similiter poni ac H. centrum grauitatis D.F.E. quod erat probandum.



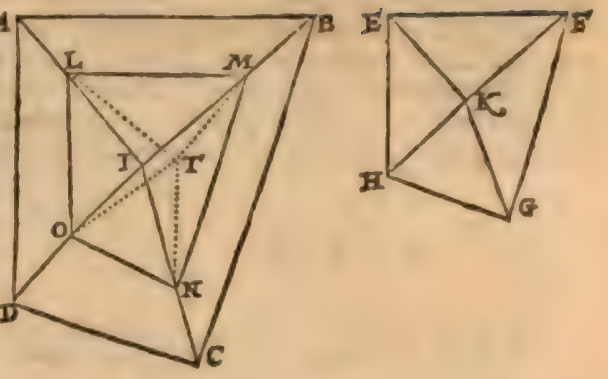
[f] per præced. pet.
[g] per 4. l. 1.
[h] per 5. petit. huius.
[i] per 1. cõm. sent.
[l] per 31. l. 1.
[m] per 4. l. 6. & definit. eiusdem.
[n] per 29. l. 1.
[o] per 24. l. 5.
[p] per defin. centri.

Minorem autem maiori applicare, ita vt centra grauitatum conueniant, lateraque vtriusque sint parallela possumus. Sint enim similes & inæquales figuræ A,B,C,D. E.F,G,H, in quibus sumpta sint [q] duo puncta I. & k. similiter posita. Ab his ad angulos rectæ agantur triangulos componentes similes [r]. Tum in lineis I.A, I.B, I.C, I.D. maioris resecentur I.L, I.M, I.O, I.N, æquales lineis k.E, k.F, k.G, k.H, minoris, & demum iungantur lineis puncta L,M,N,O. Erit enim figura L,M.N,O, æqualis & similis minori E, F,G,H. nam triangulorum L, I, M, & E,k,F. anguli ad I, & k, sunt æquales, ex simili punctorum I, & k, positione: & proinde æquianguli, similes & æquales sunt [s] trianguli: Idem de reliquis esto iudicium. Quoniam verò anguli k, E, F, & I.A.B. sunt æquales ex simili positione, sunt quoque pares externus I.L.M. & I.A.B. & igitur parallela sunt [t] latera A.B, L.M. similique ratione reliqua reliquis.



[q] per iam demõstrata.
[r] ex simili punctorum positione.
[s] per 4. l. 1. & 4 l. 6.
[t] per 28 l. 1.

Aut igitur I. & k. puncta ſunt centra grauitatum, & ſic habemus quod quærimus: aut certè non ſunt. Sed tamen dico quæcumque puncta fuerint centra grauitatum horum planorum ſimilium ſibi mutuo ſimiliter applicatorum, ipſa congruere & ſimul eſſe. Quandoquidem ſi fieri poteſt ſit I. centrum vnius, nempè maioris, & T. alterius, ſcilicet minoris, & à puncto T. lineæ ducantur ad angulos L.M. N.O. angulos conſtituentes diſſimiles angulis prioribus, tum ijs qui ſiunt ad puncta A.B. C. D. Hinc etenim ſequeretur ſimilium figurarum centra grauitatum non ſimiliter poni: contra id quod nuper demonſtrauimus.



PETIT. VIII.

Si magnitudines ab aliquibus diſtantijs æquiponderant, etiam alias ipſis æquales ab ijſdem diſtantijs æquiponderare.

AITH. H.

Εἶναι μεγέθη ἀπό τινων μακέων ἰσορροπέωντι, καὶ τὰ ἴσα αὐτοῖς ἀπὸ τῶν αὐτῶν μακέων ἰσορροπήσει.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

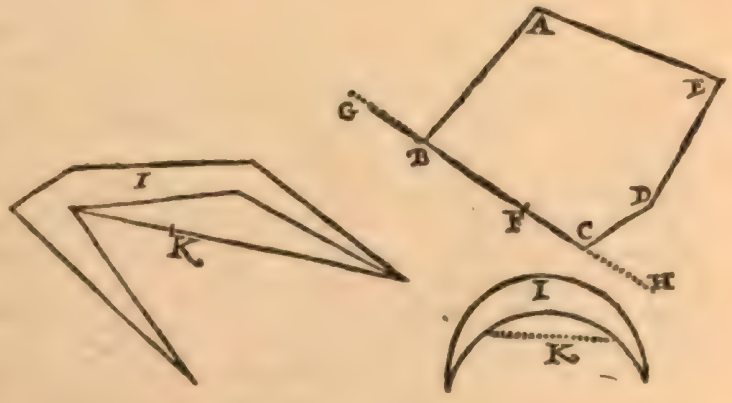
Nihil hac petitione iuſtius. Si enim æqualium pondere magnitudinum, æqualia ſunt momenta, quæ fuerit priorum vis ad mouendum infernè, eadem erit poſteriorum. Cùm autem æquales dicit magnitudines, intellige pondere & grauitate, non extenſione.

PETIT IX.

Cuiuſcumque figuræ ſi fuerit ambitus in eaſdem partes cauus, centrum grauitatis figuræ intus eſſe.

AITH. Θ.

Παντὸς σχήματος εἶναι ἀπειλημμένης ὑπὸ τὰ αὐτὰ κοίλα ἢ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος αὐτὸς εἶναι τοῦ σχήματος.



a in 1. & 2. definit. l. 1. de Sphær. & cyl.

De lineis & figurarum perimetris in eaſdem partes cauis antea diximus. *a* Sit igitur figura A.B.C. D.E. cuius perimetrus ſit ὑπὸ τὰ αὐτὰ κοίλα: vult Archimedes centrum grauitatis intra ambitum eſſe. Etenim ſi fieri poteſt ſit in ipſomet ambitu, putà F. Et ſecus lineam B. C. agatur planum G. H. tranſiens per centrum grauitatis ponderis. Debet hoc planum in duo æqualia grauia diuidere figuram. At nõ ipſam ſecat, ſed duntaxat attingit. Ergo non eſt hoc centrum in ambitu. Multo verò minus extra eſſe poteſt, ob eandem rationem. Cæterum figuræ quarum ambitus in diuerſas partes cauus eſt, vt I. extra propriam periferiam centrum grauitatis habent, ſicuti in k. quia intra ipſam adigi non poteſt planum quæ eas in duo æqualiter ponderantia ſecet. Quamuis enim poſſit ſecari quidem in duas partes, quæ in ſtatera diuiſim appenſæ pariter in aliquibus diſtantiis ponderent: tamen illic non erit centrum grauitatis totius *b*, quia dum partes totum conſtant, aliter ponderãt quàm ſeparatæ. Extremæ enim partes, quia longùs recedunt à medio, & maioribus appendentur radiis, grauiores ſunt quàm interiores.

b per ea quæ diximus ad finem 1. petit. huius.

Τούτων ὑποκειμένων. His verò ſuppoſitis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

An quæ præmiſit Archimedes rectè ἀιτήματα, ſeu petitiones dixerit, an potius fuerint vel hypotheſes, vel communes ſententiæ, ſeu axiomata dicenda, quidam dubitarunt. Atque harum quidem petitionum multas, vt primam, quintam, & ſeptimam, verius appellari ἀξιώματα, quàm αἰτήματα, cenſuit Geminus, ſubſcripſitque [a] Eutocius: quaſdam quoque eſſe definitiones, vt ſextam. Hoc autem non latuiſſe Archimedem credibile eſt. Verum cùm opus exiguum emitteret magno, vti apparatu noluit, imò ne proœmio quidem, ſicuti in reliquis conſueuerat: Principiaque quæ eſſent præmittenda nomine, vt vult Proclus [b], comprehendit, quod eſſet, & definitionibus & dignitatibus, cum petitionibus commune. Petere enim poſſumus hoc vel illud ſic appellari, tum hoc vel illud quod naturæ lumine cognoſcimus, ratum ſtatui: denique hoc vel illud poſſibile fieri. At omne quod fieri, vel ſic nominari poteſt, dignitatem appellare nequimus, nec innatam mentibus noſtris cognitionem, definitionem eſſe concedetur. Breuitati itaque ſtudens Archimedes principia ſua duntaxat petiuit, non definiuit, non ſtatuit. Cæterum Græci codices alia duo vel tria poſtulata ſubnectunt, quæ nos propoſitiones fecimus. Quamuis enim à poſtulatis parum differant, ſimpliciſſimaque ſint, tamen ea poſtulata facere alienum videtur à mente Archimedis: Quippè cum præcedentia ſimpliciter petijſſet nulla addita cauſa vel ratione, hæc non purè aut nudè proponit, ſed ipſis demonſtrationem ſubnectit. Nullius verò artificis eſt ſua principia probare. Neutiquam ergo vt principia, ſed vt propoſitiones Archimedes ſubiunxit. Exſcriptorum autem errore factum eſt, vt poſtulatorum loco habita ſint: quia cum poſtulata propoſitioneſque primùm ſolis literis numeralibus ad marginem adpoſitis, diſtinguerentur, vixque hic breues demonſtrationes diiudicarent, vna aut altera linea inferius, quàm par fuerat primum characterem adnotarunt, & primam, quæ tertia erat, propoſitionem fecerunt. Cæterum pro ſequenti libro alia hæc etiam petemus.

[a] Eutocius ſuis comm.

[b] in 2. & 3. lib. ſuorum comm. mat. Euclidis.

AITHMA I. PETIT. X.

Planum contentum ſub recta linea, & rectanguli coni ſectione, planum parabolicum appellari.

Hoc autem planum qualenam ſit, quibuſque ſuperficiebus contineatur, ſequentis libri proœmio dicemus.

AITH. IA. PETIT. XI.

Similes ſectiones Coni eſſe, in quarum ſingulis, ductis lineis baſi parallelis numero æqualibus, ſunt ipſæ parallelæ, & baſes ad abſciſſas, ab ipſis parallelis à vertice partes diametrorum, in eadem ratione, tum abſciſſæ ipſæ ad abſciſſas.

Ex ſexto libro Conicorum elementorum Apollonij hoc αἴτημα refert Eutocius: ſed quia liber abeſt, quem nobis ſurripuit temporum miſeria, infelici harum ſcientiarum caſu, petitioni rationem illam ſubiungemus, quam alias dedimus [c], ne quid impoſſibile, indecens, aut iniuſtum poſtulare videamur: Quamquam relatoris authoritati fortaſſe aliquid debetur. Verum hic nihil nomini, vel famæ condonamus: ſoli rationi, vt ſoli in humanis conſtanti veritatis amicæ, ſolique demonſtrationis ἀψευδίᾳ credimus.

[c] ad 17. definit. li. de conoidib. & ſpharoidib.

AITH. IB. PETIT. XII.

Figuras euidenter deſcriptas in portionibus parabolicis eſſe ſimiles, quæ deſcribuntur numero laterum pares.

Quæ ſit figura euidenter inſcripta in parabolica portione habebimus in manifeſto libri ſecundi huius operis.

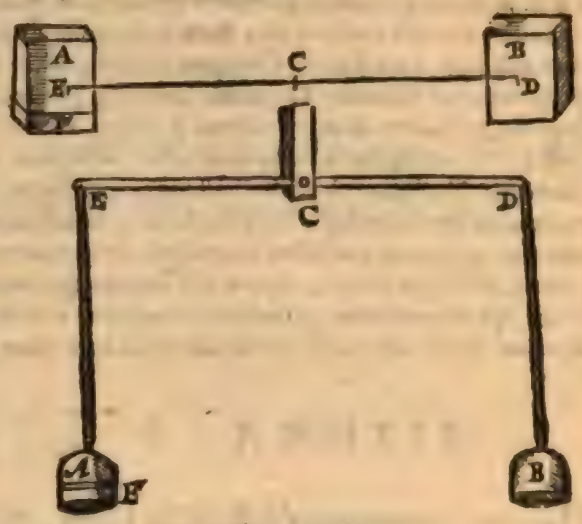
Tum similes esse eas quæ paribus numero lateribus constant, habebitur ex 3. & 7. eiusdem libri: quæ enim in tertia describuntur pari laterum numero, similes ἴσιαι καὶ ὁμοιόγωνιαι ab Archimede demonstratione propositionis septimæ dicuntur.

PROPOS. I. ΠΡΟΤ. Α.

THEOR. I. ΘΕΩΡ. Α.

Æquiponderantia grauia ab æqualibus distantijs, æqualia sunt.

Τὰ ἀπὸ ἴσων μακέων ἰσορροπέοντα βαρέα, ἴσα ἐστί.



ΥΠΟΘ. Sint æquiponderantia pondera A. F. & B. à distantijs æqualibus E. C, D. C.

ΣΥΜΠ. Dico A. F. & B. esse æqualia.

ΚΑΤΑΣ. Si non sunt æqualia, alterum altero maius est. Sit itaque A. F. maius, & ab eo excessus tollatur F.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Sublato F. ex A. F. reliquum A. non æquiponderat[a] cum B. At nihilominus ipsi B. æquale est A. Ergo æqualia grauia ab æqualibus distantijs non æquiponderant, contra primam petitionem huius. Absurdum ergo est totum A. F. & B. non esse æqualia.

[a] per 4. petit. huius.

PROP. II. ΠΡΟΤ. Β.

THEOR. II. ΘΕΩΡ. Β.

Inæqualia grauia non æquiponderant ab æqualibus distantijs, sed inclinabuntur ad maius.

Τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων μακέων ἄνισα βαρέα οὐκ ἰσορροπεῖ, ἀλλὰ ῥέψει ἐπὶ τὸ μεῖζον.

ΥΠΟΘ. Sint iam A. F. & B. pondera inæqualia: A. F. quidem maius, B. verò minus, appensa ab æqualibus distaniijs E. C, C. D.

ΣΥΜΠ. Dico non æquiponderare ipsa, sed inclinari ad A. F.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam A. F. maius est altero B. tollatur excessus, qui sit F.

ΑΠΟΔΕΙ. A. tandem æquale fiet ipsi B. proinde in distantijs æqualibus E. C, C. D. æquiponderant[b] A & B. Si itaque F. restituatur parti A. totum A. F. inclinabitur[c], quod fuit probandum.

[b] per 1. petit. huius.
[c] per 3. petit. huius.

ΠΡΟΤΑ. Γ.

ΘΕΩΡ. Γ.

Τὰ ἄνισα βάρεα ὑπὸ τῶν ἀνίσων μακρῶν ἰσορροπήσουσιν, ᾗ τὸ μεῖζον ὑπὸ τοῦ ἐλάσσονος.

PROP. III.

THEOR. III.

Inæqualia grauia ab inæqualibus distantijs æquiponderant, & quidem maius à minori.

ΠΡΟΘ. Æquiponderent A.F. & B. inæqualia pondera, scilicet A. F. maius ex parte F. & B. minus à distantijs E.C, C.D.

ΣΥΜΠΕ. Dico inæquales esse distantias E.C, C.D. & minorem esse E.C. à qua scilicet maius pondus A.F. appenditur.

ΑΠΟΔ. Sublata parte F. manebit A. æquale alteri B. sed inclinabitur [a] B. Et proinde C.D. distantia maior est [b] altera E. C. quod fuit probandum.

[a] per 4. petit. huius.
[b] per 2. petit. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vocabulum ζ μεῖζον, quod in typico libro deerat, restitui ex manuscripto.

ΓΡΟΤ. Δ.

ΘΕΩΡ. Δ.

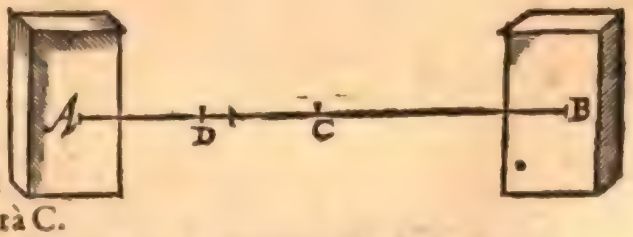
Εἴκα δύο ἴσα μεγέθεα μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βαρέος ἔχοντα, τοῦ ἐξ ἀμφοτέρων τῶν μεγεθῶν συγκειμένου μεγέθους κέντρον ἔσται τοῦ βαρέος τὸ μέσον τᾶς διαστάσας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τῶν βαρέων.

PROP. IV.

THEO. IV.

Si duæ æquales magnitudines non habent idem centrum grauitatis: magnitudinis ex vtrisque magnitudinibus compositæ centrum grauitatis est in medio rectæ lineæ centra grauitatum ipsarum magnitudinum coniungentis.

ΠΡΟΘ. Sint æquales pondere magnitudines A. & B. quarum grauitatum centra iungantur linea recta A. B.



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico sic compositæ ex vtrisque magnitudinis centrũ grauitatis esse in medio rectæ A.B. putà C.

ΚΑΤΑΣ. Etenim si non est centrum æquilibrij in C. ponatur in D. si fieri potest.

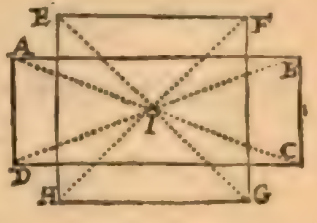
ΑΠΟΔ. Centrum ipsum æquilibrij esse in linea A.B. distantiasque numerari à centris A. & B. superiùs ostendimus [c]. Et quoniam constituitur ab aduersario in D. non in C. erunt distantiæ A.D, D.B. inæquales: Et ita duo grauia æqualia in distantijs inæqualibus æquiponderabunt contra quàm supra [d] petijmus.

[c] Scholio prioris pet.
[d] 2. petit. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes sua demõstratione habet, ὅτι δὲ τὸ κέντρον τοῦ ἐκ τῶν Α. Β. συγκειμένου. Vbi verò centrum æquilibrationis magnitudinis cõpositæ esse in linea coniungente componentiũ magnitudinũ centra, ostenderit, nõ patet. Hoc videtur potius in omnibus quæ præcesserũt assumere, quàm apertè petere aut clarè demõstrare. Nos verò exposuimus σχολίῳ primæ petitionis. Duo sunt rursus hic in textu notanda: nempè vocari μεγέθεα, seu magnitudines, quæ hactenus βάρεα seu grauia dicta fuerant: tum compositam dici magnitudinem, quæ conflatur ex duabus illis, quæ inter se penes grauitatem conferuntur. Pri-

mum sit, quia ex his quæ de grauibus huc vsque dixit, dubitari non potest, num loquatur de puris magnitudinibus, an de magnitudinibus grauibus. Cùm enim petierit ea quæ necessaria sunt ad demonstrandas grauium rerum proprietates, non est ambigendum qua formali ratione de magnitudinibus agat: sed satis intelligere est magnitudines hic agitari, non quatenus magnitudines sunt, sed vt sunt graues: itavt dum in posterum μεγέθεα enunciat, βάρεα sit subintelligendum: vt materiale sit subiectum magnitudo, formale sit grauitas. Grauis autem in postulatis solùm mentionem fecit, quòd præmissæ sint in gratiam formæ, & proprietatum quæ ex ea manant, non causa magnitudinis, cuius vt magnitudo est, nullæ hic affectiones demonstrantur. Cæterum non vsus est nomine magnitudinis in 3. primis propositionibus, quia vix aberant à petitionibus, simplicemque ac nudum habebant conceptum: tum eodem vocabulo incipit proponere quo petierat, ne quid alienum à postulatis enunciare videretur. Aliam rationem affert Guidus Vbaldus, qui ab Archimede vult nomen μεγέθεων vsurpari, quia deinceps pondera considerat diuisibilia: diuiduntur autem vt magnitudines sunt, non vt grauia. At verò libenter causam hanc minimè reciperem, cum etiam grauia, quæ tam in prima, quàm in secunda & tertia appendimus, in demonstratione diuiserimus. Illic itaque etiam non grauia sed magnitudines dicendæ fuerant. Quantum autem attinet ad secundum, duplici nomine Archimedes magnitudinem compositam appellare videtur: Tum quia copulantur ambæ lineæ coniungente earum centra, itavt coniunctas vocet, quæ tantum copulatæ sunt: tum quia ambarum suspensarum sit vnum idemque centrum grauitatis. Cùm enim magnitudines hic considerentur, vt concipiuntur graues, rationi videtur consentaneum multitudinem magnitudinum metiri ex grauitatum centris: itavt vbicumque fuerit vnicum grauitatis centrum, vna etiam magnitudo esse dicatur. Non enim grauitates omnium partium in vnum polum conspirant, nisi mutua continuaque partium coniunctio sit, ex qua vnica magnitudo dici debeat. Hinc fit vt inposterum magnitudines omnes quæ efferentur vnico puncto, coniuncta magnitudine intelligantur.



Denique duas magnitudines æquales, idem centrum habere grauitatis, haudquaquam incongruum est. Possumus enim æqualia rectangulum & quadratum proferre A.B.C.D. & E.F.G.H. quæ idem grauitatis centrum habeant, nempè I. vt ostendetur postea propositione 10. huius. Propterea ergo hanc ὑπόθεσιν ponit Archimedes, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τῶ βάρεος ἔχοντα.

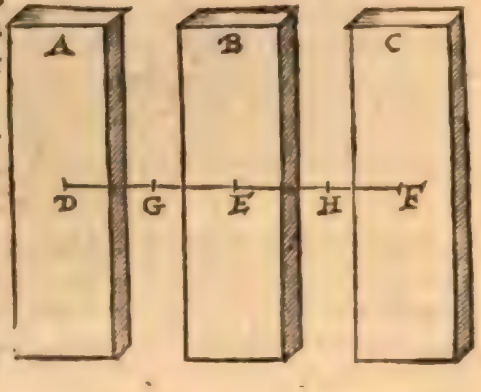
PROP. V. ΠΡΟΤΑ. Ε.

THEO. V. ΘΕΩΡ. Ε.

Si trium magnitudinum centra grauitatis in rectam lineam fuerint posita, & magnitudines æqualem grauitatem habuerint. Tum quæ inter centra lineæ, fuerint æquales: magnitudinis ex omnibus compositæ centrum grauitatis erit punctum, quod est mediæ ipsarum centrum grauitatis.

Εἶπα τριῶν μεγεθέων τὰ κέντρα τοῦ βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐόντα κείμενα, καὶ τὰ μεγέθεα ἴσον βάρος ἔχοντα, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι, ἴσαι ἐόντι· τοῦ δὲ πάντων μεγεθέων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστεῖται τοῦ βάρεος τὸ σημεῖον, ὃ δὲ τοῦ μέσου τῶν ἄκρων κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος.

THEO. Sint tres magnitudines A. B. C. æquales, quarum centra grauitatum D. E. F. iungat recta linea D. F. ita vt æqualiter distent: nempè D E. sit æqualis ipsi E.F.



SYMP. Dico centrum grauitatis compositæ magnitudinis ex tribus, A. B. C. esse punctum E. scilicet centrum grauitatis mediæ ipsarum.

APODEI. Quoniam D.E, & E.F. distantiæ sunt æquales, centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex A. & B. est[a] punctum E. Atqui idem punctum E. est centrum grauitatis ipsius B. mediæ magnitudinum propositarum.

[a] per præcedentem.

Ergo idem punctum E. centrum est grauitatis & mediæ propositarum magnitudinum & compositæ ex tribus propositis, quod erat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic est demonstrationis Archimedeæ typus: verum quia non videtur clarissima conclusio, nec patuit hucvsque idem punctum quod fuerit duarum magnitudinum centrum grauitatis, fore quoque centrum compositæ ex illis duabus: sic aliter ostendo. Diuidantur [a] D. E. & E. F. bifariam in punctis G. & H. Erunt [b] quippe partes æquales. Et quia A. & B. sunt æqualia grauia. Et D. G, G. E. æquales distantiæ, est [c] G. centrum grauitatis compositæ ex A. est B. Rursus centrum grauitatis compositę ex B. & C. est H. Atqui G. E. & E. H. sunt pares distantiæ: tum magnitudo composita ex A. & B. æqualis est compositæ ex B. & C. Ergo compositæ magnitudinis ex his duabus compositis centrum grauitatis erit in E. quod fuit probandum. Cæterùm hinc deducemus hoc corollarium.

[a] per 10. l. 1.
[b] per 15. l. 5.
[c] per 4. huius.

COROLLARIVM.

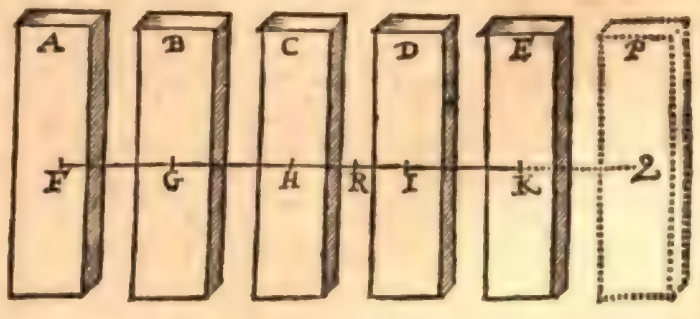
Punctum quod fuerit duarum magnitudinum centrum grauitatis, erit quoque centrum magnitudinis ex ipsis duabus compositæ. Valet enim vbique præcedens demonstratio.

ΦΑΝΕΡ. Α.

Ἐκ δὴ τούτου φανερὸν ὅτι ὁποσωνοῦν ἐν τῷ πλήθει ἀρτίων μεγεθῶν τὰ κέντρα τῶν βάρεος ἐπ' εὐθείας ἐὰν ᾖ κείμενα εἶναι τὰ ἴσον ἀπέχοντα ἀπὸ τοῦ μέσου μεγέθους, ἴσον βάρος ἔχοντα, καὶ αἱ διάμεσοι αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων αὐτῶν ἴσαι ἐὰν ᾖ τοῦ σὺν πάντων τῶν μεγεθῶν συγκειμένου μεγέθους, κέντρον ἐστεῖται τοῦ βάρεος τὸ σημεῖον, ὃ καὶ τοῦ μέσου αὐτῶν κέντρου ὑπάρχει τοῦ βάρεος.

MANIFESTVM I.

Ex hoc manifestum est, quod si quotcumque magnitudinum numero imparium centra grauitatis in recta linea fuerint constituta, sique æqualiter abfuerint à media magnitudine & æqualem habuerint grauitatem, nempe si rectæ lineæ inter earum centra fuerint æquales: magnitudinis ex omnibus compositæ centrum grauitatis erit punctum quod & mediæ ipsarum centrum est grauitatis.



ΥΠΟΘ. Sint plures tribus magnitudines numero tamen impari & æquales A. B. C. D. E. quarum centra recta linea F. K. coniungantur, cuius partes inter centra sint pares.

ΣΤΜΠ. Dico centrum magnitudinis ex illis compositæ esse centrum H. nempe inter ipsas mediæ.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam centrum compositæ ex tribus A. B. C. est [d] G. Deinde centrum compositæ ex C. D. E. est [e] I. Tandem compositæ ex duabus æqualibus compositis nempe ex A. B. C. & ex C. D. E. est, H. quod fuit probandum.

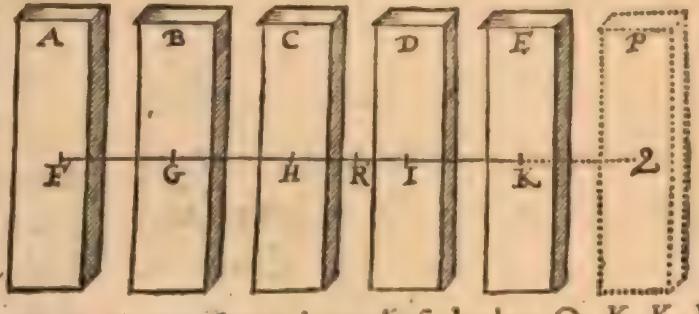
[d] per 5. huius.
[e] per 4 huius.

MANIFESTVM II.

Si quoque pares fuerint multitudine magnitudines, & centra grauitatis earum in rectam fuerint constituta, & mediæ ipsarum æqualem grauitatem habuerint, fuerintque lineæ inter centra rectæ æquales: magnitudinis ex omnibus illis magnitudinibus compositæ grauitatis centrum erit medium rectæ lineæ coniungentis centra grauitatis magnitudinum, vt dictum est.

ΦΑΝΕΡΟΝ Β.

Εἶπα καὶ ἄρπα ἐόντι τῷ πλήθι τὰ μεγέθια, καὶ τὰ κέντρα τᾶς βάρεος αὐτῶν ἐπ' εὐθείας ἐόντι κείμενα, καὶ τὰ μέσα αὐτῶν ἴσον βάρος ἔχοντι, καὶ αἱ μεταξὺ τῶν κέντρων εὐθεῖαι ἴσαι ἐόντι, τᾶς δὲ πάντων τῶν μεγεθίων συγκειμένου μεγέθεος κέντρον ἐστῖται τὸ βάρεος, τὸ μέσον τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τὸ βάρεος τῶν μεγεθίων, ὡς ὑπογέγραπται.



ΤΥΠΟΣ. Superiori magnitudinum numero addatur sexta P. æqualis singulis aliarum, & sit eius cẽtrum Q. æquali reliquis distantia seiunctum à cẽtro K.

ΣΥΜΠ. Dico centrum magnitudinis ex omnibus sex cõpositæ esse medium lineæ F.Q. nempe R.

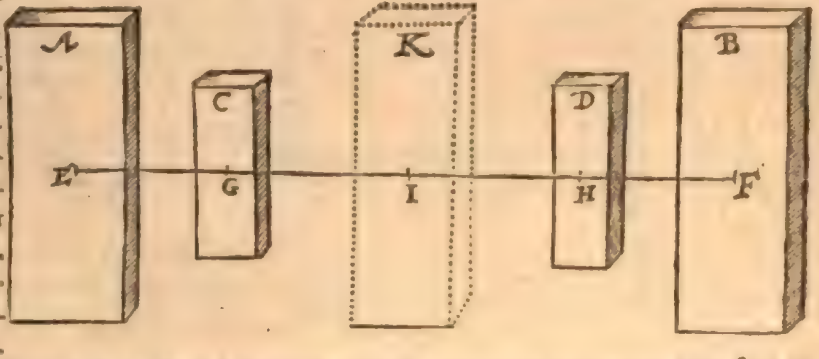
ΑΠΟΔ. Nam sunt duæ lineæ F.G, G.H. æquales ex hypothesi duabus Q.K, K.I. Cum ergo R. ponatur medium punctum totius F.Q. sublatis æqualibus F.H. & I.Q. ab æqualibus dimidijs F.R. & R.Q. remanebunt R.H. & R.I. æquales. Atqui magnitudinis A.B.C. centrum grauitatis est [a] G. Tum magnitudinis D.E.P. centrum est [a] K. Compositæ ergo ex ambabus A.B.C. & D.E.P. centrum magnitudinis est [b] R. quod fuit probandum.

[a] per 5. huius.
[b] per 4. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quoniam qui habentur & typo & calamo libri legunt in textu huius manifesti καὶ τὰ μέσα αὐτῶν ἴσον βάρος ἐχόντι, ita scripsi: quamquam optime restituatur καὶ τὰ μεγέθια αὐτὰ ἴσον βάρος ἐχόντι, vt fere Vbaldus. Nihilominus si sensum Archimedis ex his verbis hunc esse velimus, vt positis duabus extremis æqualibus satis sit vt binæ æqualiter à medio distantes inter se sint æquales, licet alijs comparibus sint impares, etiam constabit φάνερον. Sunt enim A. & B. magnitudines pondere æquales, & sint E.I. & F.I. æquales, scilicet F.E. coniungens ambarum centra grauitatis, bifariam diuidatur in I. Erit [c] quippe I. centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex A. & B. Sint rursus æquales C. & D. inæquales vero ipsis A. & B. & æqualiter distent eorum centra G. & H. à puncto I. [c] erit iterum compositæ ex C. & D. magnitudinis centrum grauitatis in I.

[c] per 4. huius.



Ergo tandem totius compositæ ex A.B.C.D. erit etiam punctum I. centrum grauitatis. Imo si addi-

derimus K. cuiuscumque molis, ita vt centrum grauitatis ipsius sit I. erit [a] secundum primum I. magnitudinis ex 5. A. C. K. D. & B. compositæ centrum. [a] per coroll. 5. huius.

LEMMA.

Si A. fuerit ad B. vt C. ad D. Et A. commensuretur ipsi B. vt C. quartæ D. Quoties vero E. communis mensura ipsarum C. & D. fuerit in antecedente C. toties G. sit in A. erit G. communis mensura quantitatum A. & B.

ΑΠΟΔ. Quoniam G. toties est in A. quoties E. est in C. quæ pars est G. ipsius A. eadem est E. alterius C. & G. est [a] ad A. vt E. ad C. Atqui A. est ad B. vt C. ad D. Proinde ex æquo G. est [b] ad B. vt E. ad D. & G. toties est in B. quoties E. in D. Cum itaque G. sit toties in A. quoties E. in C. & adhuc toties in B. quoties E. in D. Erit [c] & G. toties in A. & B. quoties E. reperitur in C. & D. Vt ergo E. exactè metitur C. D. ita G. exactè metitur A. B. & est vtriusque communis mensura quod fuit probandum.

A. B. C. D. E. G.

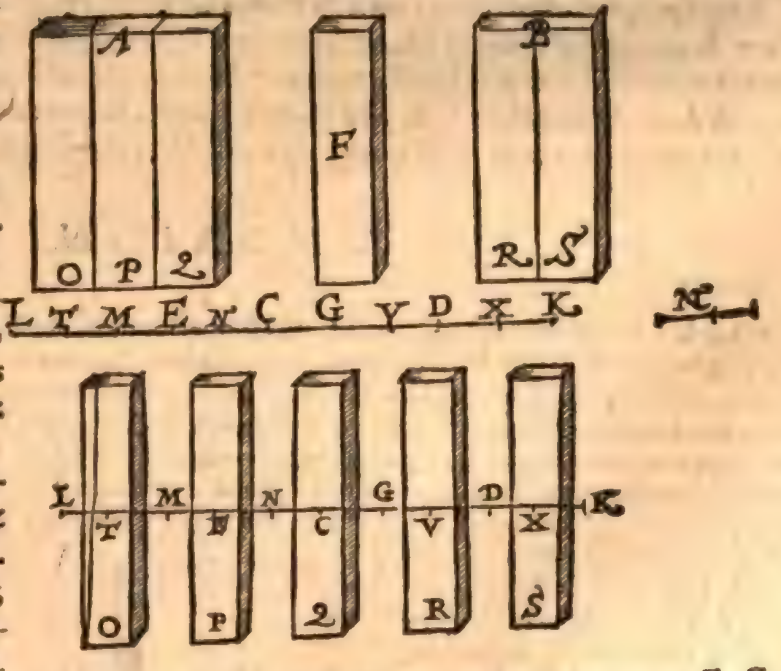
[a] per 15. l. 5. [b] per 22. l. 5. [c] per 2. l. 5.

ΓΡΟΤ. 5. PROP. VI.

ΘΕΩ. 5. THEOR. VI.

Τὰ σύμμετρα μεγέθη ἰσορροπέσει ἀπὸ μεγεθῶν ἀντιπεπονθότων, οἷς καὶ λόγον ἔχουσι τοῖς βάρεσιν.

Commensurabiles magnitudines ex distantijs reciprocis eandem rationem habentibus quam pondera, æquiponderant.



ΥΠΟΘ. Sint commensurabiles magnitudines A. & B. sitque vt A. ad B. sic distantia D. C. ad distantiam C. E.

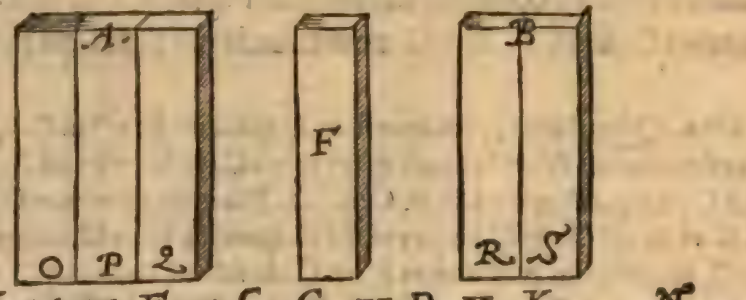
ΣΥΜΠΕ. Dico pondus A. suspensum centro grauitatis à puncto E. & B. similiter à puncto D. æquiponderare ex puncto C. tanquam grauitatis centro magnitudinis ex A. & B. compositæ.

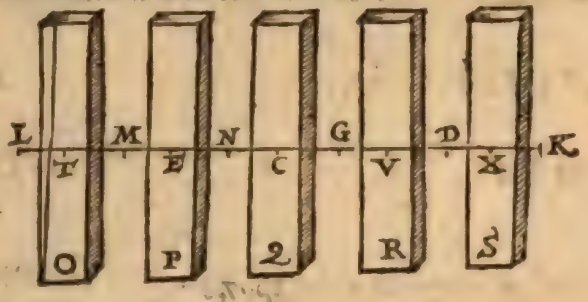
ΚΑΤΑΣ. Recto producatur vtrinque E. D. & fiat E. L. æqualis parti C. D. tum sumantur D. G, D. K. singulæ æquales alteri E. C. Et quoniam D. C. est ad C. E. vt A. ad B. erit quoque L. G. ad G. K. vt A. ad B. Nam cum E. C. & G. D. sint æquales, vtrique addita C. G. fient [d] C. D. & E. G. æquales. Sed eidem C. D. æquatur & L. E. proinde L. E, E G. sunt æquales. Et L. G. dupla ipsius C. D. At G. K. posita est quoque dupla ipsius C. E. Ergo dupla L. G. ad duplam G. K. erit [e] vt simplex C. D. ad simplicem C. E. hoc est vt A. ad B. & proinde L. G, G. K. sunt [f] cõmensurabiles. Earum sit [g] communis mensura N. & quoties N. est in L. G. toties F sit in A. vt F. sit [h] æqualis & communis mensura ambarum A. & B. ita vt toties N. sit rursus in G. K. quoties F. in B. Diuidantur A. & B. in partes æquales mensuræ F. nempè

[d] per 3. com. sent. [e] per 15. l. 5. [f] per 10. l. 10. [g] per 1. l. 10. [h] per præcedens lemma.

O. P. Q. R. S. Tum L. G, G. K. secentur in partes æquales ipsi N. nimirum in L. M, M. Y, Y. G, G. D, D. K. Incident enim sectiones tum in G. quia est finis partis L. G. tum in D. Quia cum G. K. sit dupla simplicis E C. Et sit N. mensura bis in G. K. sicuti F. bis in B. incidet sectio in D. Et erit N. æqualis ipsi G. D. vel E. C. Denique partes huiusmodi lineæ L. K. dirimantur bifariam [a] in punctis T. E. C. V. X. inter quæ E. & C. reperientur: quia cum N. sit communis mensura duplarum L. G, G. K. erit ipsa dupla communis mensura simplicium D. C, C. E. Et vt N. ter repetitur in G. L. quia F. ter est in A. sic semissis N. ter erit in D. C. Cum ergo N. impleat exactè K. D, D. G. extensa rursus transibit vltra C. eiusque medium cadet exactè in C. & extremum exactè inter C. & E. cum etiam C. E. illi sit æqualis, & propterea adhuc extensa etiam ipsius medium cadit in E. Ab ipsis tandem punctis appendantur singulæ partes magnitudinum A. & B. per earum grauitatis centra.

[a] per 10. l. 1.





APOD. Est L. E. æqualis ipsi C. D. tum E. C, par reliquæ D. K. proinde L. C, C. K. sunt æquales, & C. est punctum medium lineæ L. K. seu T. X. Nam L. T. & X. K. sunt pares, sicuti aliæ omnes distantiæ inter centra appensarum magnitudinum. Idcirco centrum grauitatis compositæ magnitudinis ex his S. O. P. Q. R. S. erit [b] punctum C. Atqui magnitudinis compositæ ex tribus O P Q. centrum est [b] in E. Et simul iunctæ in E. æquiponderant [c] ex E. vt separatæ: Tum magnitudinis compositæ ex R. & S. centrum est [d] D. & illic iunctæ æquiponderant vt separatæ. Proinde si tres O. P. Q. hoc est A. appendeant ex E. & duæ R. & S. hoc est B. pendeant ex D. centrum grauitatis magnitudinis ex A. & B. compositæ erit C. quod fuit probandum.

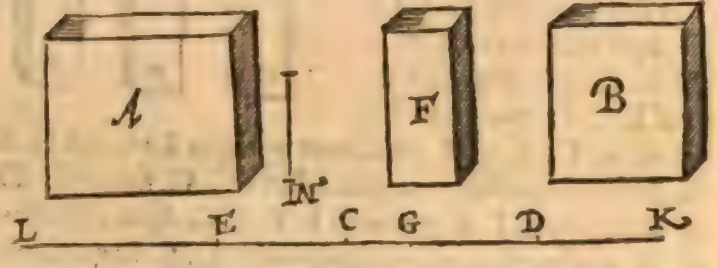
[b] per manifestum 1. huius.

[c] per ea quæ ostendimus 2. petitione huius.

[d] per manifest. 2. huius

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ex hac & sequenti propositione tota Mechanice dependet: ita vt vix dici possit quàm stabile nobis hic Archimedes totius illius artis fundamentum statuerit. Apprimè autem nobis aduertenda est distinctio, quàm supra fecimus duplicis speciei æquilibrij. Propositio quippe statim constat si de æquilibrio quod diximus artis, intelligatur: sed ambigitur, hæsiturque si de æquiponderatione, quam onerisappellauimus, sermo sit: Quamquam de vtroque verissima est. Etenim in præcedenti χῆμα, quanta distantia accedit O. tanta recedit Q. Et quod alterum detrahit, alterum addit. In alia itidem parte recedit R. accedit æqualiter S. ita vt manus æquale perpetuo onus dijudicet, & censeantur distantiæ posteriores prioribus æquales. Hoc vero discriminis est quod si A. & B. disiungantur secundum lineam L. k. maioribus distantijs proportionalibus, tamen illis primis semper ex arte æquiponderent in C. ex manu vero non æqualiter grauitent. Quoniam autem impari partium numero vsi sumus sic generalius videtur propositio demonstrari. Suppositio vt supra L. G. esse ad G. k. vt D. C. ad C. E. seu vt A. ad B. Et esse L. G. duplum ipsius C. D. tum G. k. duplum consequentis E. C. demum E. & D. esse puncta media partium L. G, G. k. Tandem N. communem esse mensuram distantiarum L. G, G. k. vt est F. magnitudinum A. & B. Secentur L. G. in partes æquales ipsi mensuræ N. & in



tot partes A. diuidatur pares mensuræ F. cum sint L. G. ipsius N. & A. ipsius F. æquemultiplices. Tũ G. k. toties dirimatur per N. quoties B. per F. cum sint rursus G. k. lineæ N. & B. plani F. æquemultiplices. Appendantur denique partes A. à partibus L. G. ita vt planarum partium centra grauitatum respondeant mediis punctis partium L. G. Et partes B. adstruantur partibus G. k. per centra planorũ, & media puncta linearum. Magnitudinis enim compositæ ex omnibus, quia æquales sunt, & æqualiter distant earum centra à se inuicem, nempè per quantitatem N. centrum grauitatis est [a] C. dimidium ipsius L. k. Atqui magnitudo composita ex separatim appensis ad L. G. ponderat in medio. Tũ magnitudinis compositæ ex diuisim appensis ad G. k. centrum est [a] in D. Tum omnes ex L. G. simul coniunctæ, hoc est A. æquiponderant [b] etiam in E. vt omnes ex G. k. coniunctæ scilicet B. æqualiter grauitant in D. magnitudo ergo composita ex A. appenso ad E. & B. pendente ex D. centrum habet grauitatis in C. quod fuit probandum. Sic breuius & simplicius Archimedes, qui tamen clarius auditur ex iis quæ præmisimus. Cæterum maior propositionum pars quas Archimedes vt Theoremata profert, etiam vt problemata tradi queunt, Etenim hæc præsens his concipi verbis potest.

[a] per 1. vel 2. manifest. huius.

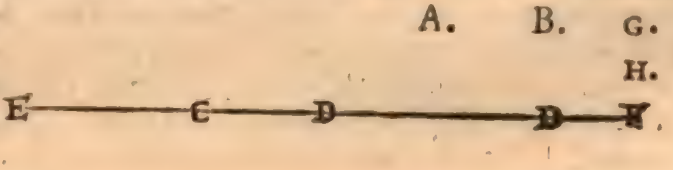
[b] per ea quæ diximus ad 2. postulatũ huius.

Data pondera inæqualia commensurabilia in distantijs appendere vt æquiponderent.

Nam sumptis distantijs D. C, C. E. in eadem ratione quam habet A. ad B. ita vt D. C. sit ad C. E. sicut A. ad B. permutatimque appensis nempè A. à puncto D. tum B. à puncto E. probabuntur itidem æquiponderare, & esse magnitudinis ex ipsis compositæ centrum grauitatis C. Ad appendendum vero magnitudines incommensurabiles, in distantijs quibus stent in æquilibrio, hæc præmittenda sunt.

COROLLARIVM.

Hinc deducimus, inæquales sed commensurabiles magnitudines appensas à distantijs quæ sint reciprocè in maiori ratione quàm magnitudines, accidere magnitudinum inclinationem. Sit enim D. C. distantia ad C. E. vt A. magnitudo ad B. Sumatur vero C. F. maior quam D. C. quæ propterea habeat [c] ad C. E. maiorem rationem quam A. ad B. Et appendatur A. ex E. Tum B ex F.



[c] per 8. l 5.

AIO. Dico B. inclinari.

APOA. Nam si B. penderetur ex D. æquiponderarent [d] A. & B. Cum ergo B. appenditur ex F. adijcitur illi aliquid, & propterea inclinatur [e].

[d] per præcedentem.

Vice versa. Si A. maiorem rationem habuerit ad B. quam D. C. ad C. E. Dico A. inclinari: Etenim sit G. ad B. vt D. C. ad C. E. Siquidem G. habebit ad B. minorem rationem quam A. ad idem B. & proinde G. erit minor quam A. Sit differentia H. & appendatur G. ex E. Tum B. ex D. Æquiponderabunt [d] B. & G. Ipsi vero G. addatur H. hoc est ponatur A. loco G. adijcietur ipsi G & ex consequenti inclinabitur [e].

[e] per 3. petitionem huius.

Denique sequitur appensis A. ex E. & B. ex F. vt priùs, addi debere aliquid ipsi A. ne fiat inclinatio, vel appensis A. ex E. & B. ex D. vt posteriùs, aliquid esse addendum ipsi B. vt non inclinetur.

At equidem B. priori modo appenso in F. detrahendum esse aliquam distantiæ partem ad æquilibrium consequendum. Ex eo quod enim C. F. sit maior quam C. D. fit inclinatio à parte B. Demum posteriori modo maior distantia quam C. D. adijci debet ipsi B. vt æquiponderet. Ex eo quod enim C. D. minorem rationem habet ad C. E. quam A. ad B. inclinatur A. Verum maior distantia quam D. C. maiorem quoque rationem haberet ad C. E. quæ tandem posset fieri æqualis ipsi quam habet A. ad B.

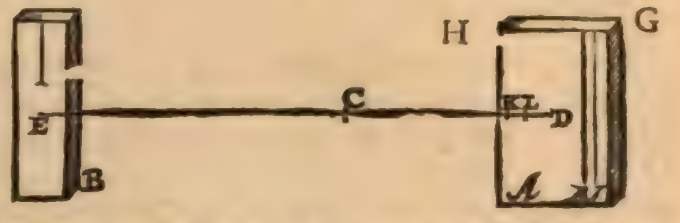
Digitized by Google

PROP. VII. ΓΡΟΤ. Z.

THEOR. VII. ΘΕΩ. Z.

At vero si incommensurabiles fuerint magnitudines: similiter æquiponderabunt à distantijs permutatim rationem habentibus eandem quam magnitudines.

Καὶ τοίνυν εἶκα ἀσύμμετρα ἐῶντι τὰ μεγέθεα, ὁμοίως ἰσορροπησοῦντι ἀπὸ μακέων ἀντιπεπονθότως Ⓦ αὐ Ⓦ λόγον ἐχόντων τοῖς μεγέθεσιν.



ΥΠΟΘ. Sint duæ magnitudines inæquales A. maior, B. minor incommensurabiles suspensæ à punctis D. & E. in distantijs D. C, C. E. eandem habentibus reciprocè rationē quam ipsæ magnitudines: scilicet quarum maior E. C. est ad minorem C. D. vt A. est ad B.

ΑΙΟ. Dico A. & B. æquiponderare.

ΚΑΤΑΣ. Si non æquiponderant altera inclinatur. Inclinetur A. nempè ob nimium pondus. Et ab ipso A. excessus ponderis auferatur, quo in huiusmodi libratione vincit B. sitque F. G. ita vt reliquum F. H. iam æquiponderet cum B. Duabus autem propositis magnitudinibus B. & F. auferatur dimidium ex B. Et rursus ex semisse dimidiū, idque toties fiat vt deueniamus[a] ad particellam minorem excessu F. G. Hæc particella metietur H. F. vel non metietur: si metiatur illic steterimus. Si non metiatur eam in F. H. quoties poterimus repetemus, & deinde eam extendemus tum in reliquum ex F. H. quod necessario minus ea erit & in partem aliquam excessu F. G. Repetitio autem exacta, ipsius particella fiat in magnitudine I. H. Ita vt I. H. sit ipse B. commensurabilis.

[a] per coroll. 1. l. 10.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam A. maius est parte I. H. maiorem rationem habet[b] ad B. quam I. H. ad eandem B. Sed A. est ad B. vt E. C. ad C. D. Proinde I. H. minorem habet rationem ad B. quam E. C. ad C. D. Inclinabitur ergo B[c]. & multo magis inclinabitur oppositum soli F. H. minori[d]. Absurdum ergo est ponere B. & F. H. in distantijs E. C, C. D. æquiponderare, & absurdum itidem negare A. & B. non esse in æquilibrio, vnde absurditas illa sequuta est. Quod si quis rationem negati retulerit ad distantias, dixeritque æquilibrium non fieri, quia distantia C. D. nimia sit.

[b] per 8. l. 5.

[c] per præcedens coroll.

[d] tanta petit 4 huius.

ΚΑΤΑΣ. Tollamus excessum, & sit K. D. ita vt A. appensum ex K. æquiponderet cum B. in distantijs K. C, C. E. Propositarum vero magnitudinum E. C, K. D. dissecemus C. E. quoad particella sese obtulerit quæ minor sit K. D. quæque metiatur ipsam C. E. cum partium commensurabilium semper facta sit διχοτομία. Repetatur ipsa particella in C. K. quantum poterit fieri: Si exactè repetatur, bene est: si non exactè, extendatur rursus ita vt cadat exactè in punctum L. medium necessario inter K. & D. quia minor est excessu K. D. & sint propterea E. C, C. L. commensurabiles.

ΑΠΟΔ. Distantia L. C. minor est quam C. D. & minorem rationem habet[b] ad C. E. quam D. C. ad C. E. hoc est quam B. ad A. Appensis ergo B. ex E. & A. ex L. inclinabitur[c] B. & vt consequamur æquilibrium, augenda[c] est distantia C. L. Tantum abest vt sit minuenda vel vt possint æquiponderare A. ex K. & B. ex E. Censendum ergo B. & A. æquiponderare ex E. & D. vt proponitur

Cæterum si particellæ fuerint commensurabiles, prima scilicet cum H. F. vel secūda cum C. K. vtemur partibus H. F. vel C. H. tanquam alijs I. H. & C L. vt deduca-

mus

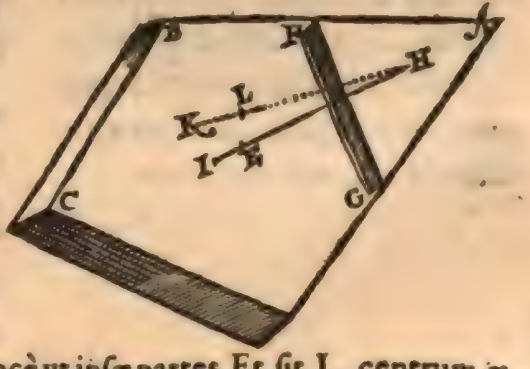
mus ὑπαπὸ, & pertinacem ad absurdum. Etenim cum F. H. sit minor quam A. vel C. k. quam C. D. reliquum sequitur demonstrationis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ἔτυμος non videbitur forsan perfectè elui, si quis animaduerterit nos corollario præcedenti assumpsisse magnitudines commensurabiles, hic vero poni incommensurabiles. Verum quoque animaduertendum, demonstrationem non dependere solum ab illo corollario, sed potissimum ex supposito à negante æquilibrio, primùm magnitudinum H. I. & B. à distantijs C. D. & C. E. tum magnitudinũ A. & B. à distantijs C. K. & C. E. Ex illis enim admissis æquilibriis, & conuicta necessitate aliquid addendi vel magnitudini H. I. vel distantiæ C. L. iuxta corollarium præcedens, sequitur perbellè conclusio absurditatis. Cęterum præter institutum Archimedis demonstrationem tum ex ratione ponderum, tum ex ratione distantiarum deduximus: vt quæ forent demonstrationes fundamenta totius mechanices, vtroque principio & naturali & Mathematico inniterentur, & euidentius amborum σημασία cerneretur.

LEMMA I.

Quolibet plano in duas partes secto, si partium centra recta linea coniungantur, agetur hæc recta per centrum totius.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit planum A. B. C. D. cuius centrum grauitatis sit E. quodque dirimatur in partes A. F. G. & G. D. C. B. F.

ΣΥΜΠΕ. Dico si partium centra I. & H. iungantur recta, transire rectam per E.

ΚΑΤΑΣ. Si non transit per E. sit K. alterum centrorum, lineaque centra iungens sit K. H. non acta per E.

ΑΠΟΔ. Quoniam K. & H. partium supponuntur centra, partes suspensæ manebunt [a] in æquilibrio, in distantijs quæ se habeant reciprocè vt ipsæ partes. Et sit L. centrum æquilibrationis seu centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex ambabus partibus. Sed eadem est quæ primum proposita est A. B. C. D. Ergo magnitudo proposita duo centra grauitatis haberet E. & L. contra quam superius demonstrauimus.

[a] per 6. & 7. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Cæterum licet in sequentibus agatur de planis, tamen ne planæ superficies intelligerentur, quæ pondus habere non cernuntur, figuras vt corpora adsignauimus.

LEMMA II.

Si æquiponderantibus æquiponderantia addantur, omnia æquiponderant: aut ab æquiponderantibus si æqualiter ponderantia auferantur, etiam reliqua æquiponderant.

Cum enim sint vbique eædem rationes reciprocæ ponderum & distantiarum, remanebunt [b] rursus cum post additionem tum post substractionem eędem rationes ponderum & distantiarum reciprocæ. Et propterea æquilibrium.

[b] per 11. l. 5.

PROP. VIII.

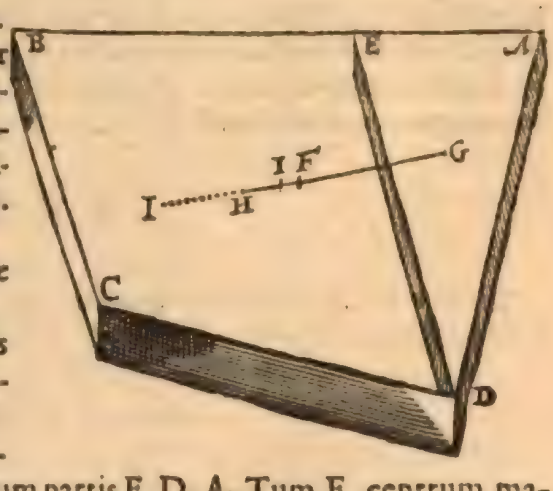
THEOR. VIII.

Si ab aliqua magnitudine resecetur quædam portio non habens idem centrum cum tota: reliquæ magnitudinis centrum grauitatis est in recta linea coniungente centra grauitatum totius magnitudinis, & ablatæ portionis, producta ad eas partes versus quas centrum est totius magnitudinis, nempe si assumpta aliqua pars ex producta coniungente dicta centra, habeat eandem rationem ad illam quæ est inter centra, quam habet grauitas detractæ magnitudinis ad grauitatem reliqui, erit centrum illud assumptæ terminus.

ΠΡΟΤ. Η.

ΘΕΩΡΗΜΑ Η.

Εἴκα ἀπό τινος μεγέθους ἀφαιρετῆ τὶ μέγεθος μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ, τοῦ λοιποῦ μεγέθους κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρους ἐπὶ σιβληθείσας τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰ κέντρα τῶν βάρεων, ζητῆ ὅλου μεγέθους καὶ τοῦ ἀφηρημένου ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἐφ' ἃ τὸ κέντρον τοῦ ὅλου μεγέθους, καὶ ἀπολαφθείσας τινὸς ἀπὸ λας σιβληθείσας τὰς ἐπιζευγνυούσας τὰ εἰρημένα κέντρα, ὥστε καὶ αὐ ἔχειν λόγον πρὸς τινὰ μεταξὺ τῶν κέντρων, ὃν ἔχει τὸ βάρος τοῦ ἀφηρημένου μεγέθους πρὸς τὸ τοῦ λοίπου βάρος, τὸ πέρας τὰς ἀπολαφθείσας.



ΥΠΟΘ. Detur quodcumque planum A. B. C. D. cuius centrum sit F. Ab eo resecetur portio E. D. A. cuius centrum sit G. Iungantur centra G. & F. recta G. F. quæ producatur in H. & fiat F. H. ad F. G. inter centra, sicuti est resecta portio A. E. D. ad reliquam B. C. D. E.

ΣΥΜΠΕ. Dico centrum grauitatis reliquæ portionis B. C. D. E. esse H.

ΚΑΤΑΣ. Si non est H. centrum grauitatis portionis B. C. D. E. ipsum sit I. in recta[a] scilicet linea centra F. & G. coniungente.

[a] per lemma præced.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam I. est centrũ grauitatis magnitudinis B. C. D. E. Et G. centrum partis E. D. A. Tum F. centrum magnitudinis ex ambabus compositæ: sequitur[b] G. F. esse ad F. I. vt est magnitudo B. C. D. E. ad magnitudinem E. D. A. Atqui eandem rationem habet G. F. ad F. H. Eadem ergo eandem rationem habet ad inæquales, contra certissima Geometriæ elementa.[c] Non potest ergo aliud punctum quam H. esse centrum grauitatis reliqui B. C. D. E. quod fuit probandum.

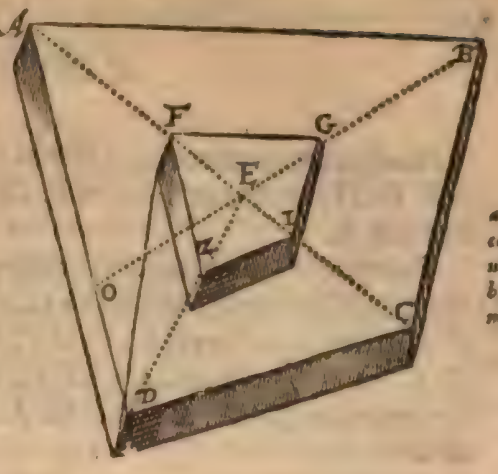
[b] per 6. & 7 huius.

[c] Contra 7. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Habet Archimedes μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον ἔχον τῷ ὅλῳ. Quandoquidem si portio auferretur in qua ipsum totius centrum iacet, ita vt ipsummet centrum totius supereesset partis resectæ centrum: iam non contingeret conclusio propositionis: verum accideret vt idem punctum esset centrum trium magnitudinum, totius resectę & reliquæ, quod sic ostendo.

Sit enim [illegible] A. B, C. D. cuius centrum E. diuellatur ab eo pars similis vel dissimilis F. L. I. G. cuius etiam grauitatis centrum sit E. & quocumque modo agantur lineæ B. E. O. & A. E. C. per E. centrum.



a per defin. centri grauitatis.
b per 2. lemma preced.

ΑΠΟΔ. Cum enim E. sit centrum grauitatis, æquiponderabunt [a] A. C. B. & A. D. C. Tum etiam in parte resecta erunt [a] æquiponderantia F. I. G. & F. L. I. Ab æquiponderantibus ergo A. C. B. & A. D. C. tollamus æquiponderantia F. G. I. & F. L. I. remanebunt [b] partes A. F. G. I. C. B. & A. F. L. I. C. D. æquiponderantes. Centrum ergo grauitatis partium reliquarũ vel reliquæ magnitudinis erit in linea A. C. Simili argumento probabimus centrum grauitatis reliquę magnitudinis esse in O. B. Ergo illud centrum reliquæ partis erit in puncto communi duabus lineis A. C. & B. O. nempè in E. Ergo idem punctum E. est centrum grauitatis totius, resectæ & reliquæ, quod fuit probandum. Cæterum figuras hac propositione dedimus irregulares licet omnibus sui partibus æquiponderantes, ne regulares aut parallelogrammæ figurę huic solæ negotio deseruire putarentur. Atque sic vniuersalior videtur demonstratio, & verbis authoris magis consentanea, qui generalissimè loquutus dixit [illegible], &c.

ΠΡΟΤ. Θ.

ΘΕΩΡ. Θ.

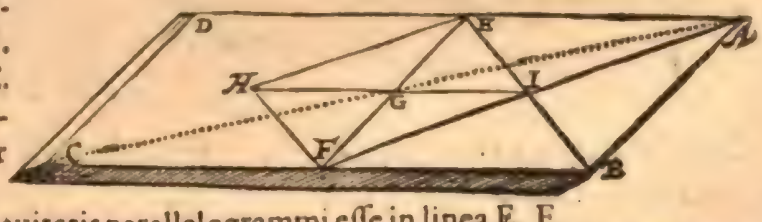
Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐστὶν ἐπὶ τῆς διαμέτρου ἐπιζευγνυούσης τὰς διχοτομίας τὰς κατ' ἐναντίον τοῦ παραλληλογράμμου πλευρᾶς.

PROB. IX.

THEOR. IX.

Cuiuscumque parallelogrammi centrum grauitatis est in recta linea coniungente opposita parallelogrammi latera bifariam secta.

ΥΠΟΘ. Sit planum parallelogrammum A. B. C. D. cuius latera A. D. & B. C. bifariam diuidantur [c] punctis E. & F. quæ iungantur linea E. F.



c per 10. l. 1.

ΔΙΟΡΙΣ. Dico centrum grauitatis parallelogrammi esse in linea E. F.

ΑΠΟΔ. Parallelogramma D. F. & E. B. sunt [d] æqualia, tum similia [e]: parallelas enim C. F, F. B. & D. E, E. A. iungentes D. C, E F, A. B. sunt [f] parallelæ. Vnde anguli primum D. C. F. & E. F. B. deinde C. D. E. & F. E. A. sunt [g] æquales. Ergo ipsa iuncta simul per latus E. F. cum efficiant totam C. A. sequitur centrum totius esse [h] in E. F. quod erat probandum.

d per 1. li. 6
e per 1. defin. l. 6.
f per 34. l. 1
g per 29. l. 1
h per ea quæ demonstr. 5. petit. huius.

ΑΛΛΩΣ.

ΚΑΤΑΣ Ponantur H. & I. centra grauitatum ambarum partium D. F. & E. B. & iũgantur lineæ H. I, H. E, H. F, I. E, I. F, I. A. & I. B.

ΑΠΟΔ. Quoniam sunt D. F. & E. B. parallelogramma: æqualia & similia, centra H. & I. similiter ponuntur [i]: proinde trianguli A. I. B, & H. F. E. sunt [l] æquianguli & æquilateri: Sed trianguli I. A. B. & I. E. F. sunt [m] quoque æquianguli & æquilateri: Ergo æquianguli & æquilateri sunt [n] trianguli H. F. E. & E. I. F. nempe I. F. æquale est lateri H. E. & angulus I F. G. æqualis angulo G. E. H. Sunt vero etiam æquales [o] anguli H. G. E. & I. G. F. Ideirco æquilateri sunt [p] trianguli H. G. E. & I. G F. & latus H. G. pari lateri G I. Cum ergo parallelogramma D. F. E B. sint æqualia, æquiponderant in distãtijs æqualibus [q] hoc est in radijs H. G, I. G. & magnitudinis ex vtroque compositæ cẽtrum grauitatis est G. in linea E. F. quod fuit probandum.

i per 5. & 7 petit. huius.
l per 26 l. 1.
m per 15. 29 & 26 l. 1.
n per 1. com. sent.
o per 15. l. 1
p per 6 & 7 huius.
q per 6 huius.

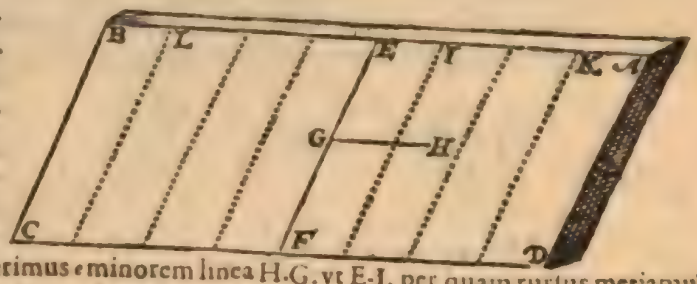
COROLLARIVM.

Hinc patet centrum illud esse in medio lineæ E. F. Cum sint enim trianguli I. G. F. & E. G. H. æquilateri, patent E. G, G. F. æquales. Et igitur G. punctum est in medio lineæ E. F.

Patet item, idem centrum occupare medium dimetientis coniungentis oppositos angulos. Ducantur enim lineæ G. A. & G. C. Cum sint [a] enim anguli G. F. G. & G. E. A. æquales: tum latera C. F, F. G. lateribus A. E, E. G. æqualia [b]: reliqua latera C. G, G. A. sunt [c] æqualia, & anguli F. G. C. & E. G. A. æquales. Vnde sequitur in rectum esse [d] duas C. G, G. A. & totam C. A. esse dimetientem, in cuius igitur medio centrum est G.

[a] per 29. l. 1
[b] per præsentē. prop.
[c] per 4. l. 1.
[d] per coroll. 25. l. 1.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Archimedes paulo aliter pr opositionem demonstrat hoc modo. Repetatur parallelogrammum A. C. lineaque E. F. in qua si non fuerit parallelogrammi A. C. centrum grauitatis, ipsum sit H. à quo in E. F. ducatur linea H. G. æquidistanter lateri A. B. Tum diuidatur A. E. bifariam, & rursus bifariam, quoad particulam inuenerimus [e] minorem linea H. G. vt E-I. per quam rursus metiamur E. B. cum sint E. B. cum sint E. B. & E. A. æquales & à punctis diuisionum lineas agamus [f] parallelas ipsi E. F. & lateribus A. D, B. C.

[e] per 1. l. 10.
[f] per 31. l. 1

ΑΡΟΔ. Siquidem cum B. F. & E. D. sint æqualia & similia, in similia & æqualia magnitudine ac numero parallelogramma diuidentur [g]: propterea eorum centra conuenient [h] si sibi mutuo apponantur: & proinde lineæ à centris in latera similiter ductis sunt æquales. Atqui omnium centra sunt [i] in recta linea quæ habet in se centrum magnitudinis ex omnibus compositæ, æqualiter distans ñ à centris æqualiter distantium parallelogrammorum. Et H. non potest æqualiter distare à centris parallelogrammorum v. g. C. L, D. K. æqualiter disiunctorum à medio totius, sed punctum quod esset in E. F. Ergo centrum totius est in E. F. quod fuit probandum.

[g] per 1. l. 6. & 29. l. 1.
[h] per 5 petit. huius.
[i] per 1. lemma præfixū 2. huius.
[ii] per 6. & 7. huius.

PROP. X.

THEOR. X.

Cuiuscumque parallelogrāmi centrum grauitatis est punctum quo diametri coincidunt.

ΓΡΟΤ. I.

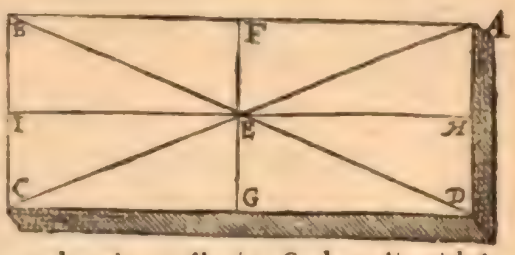
ΘΕΩΡ. I.

Παντὸς παραλληλογράμμου τὸ κέντρον τῦ βάρες ὅτι τὸ σημεῖον καθ' ὃ αἱ διάμετροι συμπίπτουσι.

ΤΠΟΘ. Sit planum parallelogrāmū A. C.

ΣΥΜΠ. Dico ipsius centrum esse in concursu dimetientiū puncto, cuiusmodi est E.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur diametri à lateribus F. G. I. H. tum à puncto E. concursus harum diametrorum ducantur ad angulos lineæ E. B, E. A, E. D, E. C.



ΑΡΟΑ. Propositionem demonstrauimus in præcedenti corollario. Sed vt aliquid Archimedi demus, dicemus centrum esse [l] in F. G. linea. Tum in I. H. [l] quæ quoque parallelogrammum A. C. διχοτομεῖ. [m] Ergo ipsum centrum est E. punctum concursus. Atqui in eodem puncto E. concurrunt & aliæ diametri ab angulis ducti B. D, A. C. Etenim H. I. diuidens bifariam latus A. D. etiam bifariam secat [n] F. G. Idcirco [o] triangulorū E. G. D. E. F. B. anguli ad F. & G. sunt [n] æquales, & latera B. F, F. E. paria lateribus E. G, G. D. Vnde fit vt sint [o] bases B. E, E. D. tū anguli G. E. D, & B. E F. æquales. Denique vt B. E. & E. D. in rectā ferātur [p] lineā. Ergo B. E. D. est diameter. Similiter probabitur

[l] per præced.
[m] per 34. l. 1
[n] per 29. l. 1.
[o] per 4. l. 1.
[p] per 15. l. 1.

diametrum esse A.C. & tandem conuenire quoque diametros angulorum in E. in quo probauimus esse centrum grauitatis parallelogrammi A. c.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Paululum recessimus ab Archimede, qui per applicationem similium & æqualium triangulorum B. D. A. & B. D. C. propositionem demonstrat: vt & in præcedenti per parallelogrammorum congruam dispositionem. Verum cum hæc figurarum mutua congestio quibusdam geometris non parui nominis displicuerit, vt mechanicæ actioni simillima, suaderem ab ea abstinere quando aliæ rationes suppetunt: quarum si non copia sit, illius tandem vsum à Geometria minimè reijcerem, eo argumento quia Archimedes eam vsurpauit, & ab ea summi alii viri non abhorruerunt. Quando autem Archimedes sumit centra triangulorum vt hinc conclusionem propositionis eruat, ea solùm per hypothesim capit non determinatiuè. Nondum enim trilateralium figurarum centra grauitatis quæ sint definiuit, quod statim facturus est. Eas autem centra habere, & quidem intra se, cum sint figuræ in eisdem partes cauæ, dubitarit nemo.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.

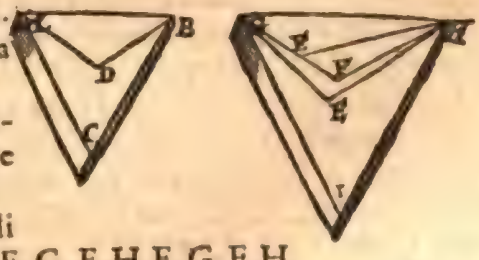
ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΑ.

Ἐὰν δύο τρίγωνα ὅμοια ἀλλήλοις ᾖ, καὶ ἐν αὐτοῖς σημεῖα ὁμοίως κείμενα πρὸς τὰ τρίγωνα, καὶ τὸ ἐν σημείῳ τῷ ἐν ᾧ ἐστι τριγώνου κέντρον ᾖ τοῦ βάρεος, καὶ τὸ λοιπὸν σημεῖον κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τοῦ ἐν ᾧ ἐστι τριγώνου· ὁμοίως δὲ λέγομεν σημεῖα κεῖσθαι πρὸς τὰ ὅμοια σχήματα, ἀφ' ὧν αἱ ἐπὶ τὰς ἴσας γωνίας ἀγόμεναι εὐθεῖαι, ἴσας ποιοῦσι γωνίας πρὸς ταῖς ὁμολόγοις πλευραῖς.

PROP. XI.

THEOR. XI.

Si duo triangula similia inter se fuerint, & in ipsis puncta similiter posita ad ipsa triantriangula, alterumq; punctum trianguli in quo steterit centrum fuerit grauitatis, reliquũ quoque punctum centrum est grauitatis eius in quo stat trianguli: similiter verò dicimus puncta iacere in similibus figuris illa, à quibus rectæ ad æquales angulos ductæ lineæ æquales, ad similia latera angulos faciunt.



ΠΡΟΘ. Sint duo triangula similia A. B. C, G. H. I. in quibus sumpta sint duo puncta similiter posita D. & F.

ΔΙΟ. Dico si D. fuerit centrum grauitatis trianguli A. B. C. fore punctum F. centrum quoque grauitatis trianguli G. H. I.

ΚΑΤΑΣ. Si F. non est grauitatis centrum trianguli G. H. I. sit ipsum E. & ducantur lineæ D. A, D. B, E. G, E. H, F. G, F. H.

ΑΠΟΔ. Quum F. & D. similiter ponantur in similibus triangulis, fiunt [a] anguli D. A. B, F. G. H. æquales. Atqui cum E. & D. sint grauitatis centra in similibus figuris, etiã anguli D. A. B. & E. G. H. pares sunt [b]. Et proinde anguli E. G. H. & F. G. H. sunt æquales, pars scilicet toti [c]. Quod si E. fuerit in linea G. F. probabuntur simili argumento E. H. G. & F. H. G. itidem æquales. Quod est absurdum. Quin ergo & absurdum erit negare punctum F. centrum esse grauitatis trianguli G. I. H.

[a] per 6. petitionem huius.
[b] per 7. petitionem huius.
[c] per 1. comm. sent.
[d] Quod aduersatur 9. comm. sent.

ΑΛΛΩΣ.

Quia anguli trianguli A. D. B. colliguntur [a b] æquales angulis tum trianguli G.F.H. tum alterius G. E. H. sequitur [c] angulos triangulorum G. E. H. & G. F. H. esse æquales. Basis autem vtrique communis est. Proinde totus triangulus altera alteri æqualis est: vel lineæ G. F, F. H. æquales sunt lineis G. E, E. H. altera alteri, quod omne Geometriam labefactat [d].

[a] per 6 petitionem huius.
[b] per 7. petitionem huius.
[c] per 1 com. sent.
[d] per 9. com. sent. & 7. lib. 1.

PROP. XII.

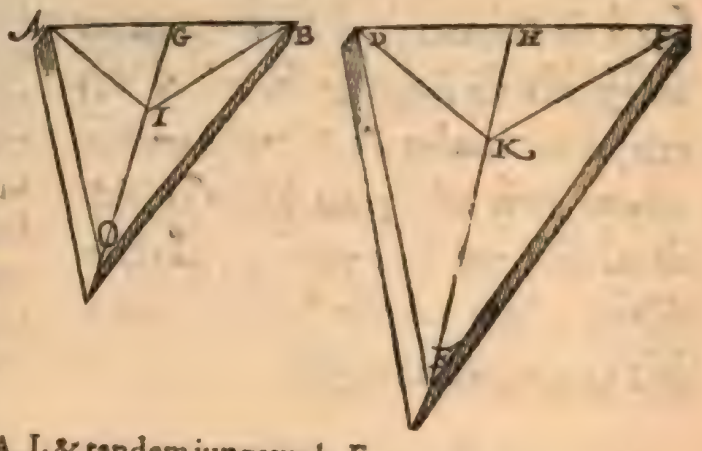
THEOR. XII.

Si duo triangula similia fuerint, vnius vero trianguli centrum grauitatis fuerit in recta, quæ ducta est ab vno angulo in mediam basim: etiam reliqui trianguli centrum erit grauitatis in linea similiter ducta.

ΠΡΟΤ. ΙΒ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Εἶκα δύο τρίγωνα ὅμοια ἔωντι, τοῦ δὲ ἑνὸς τριγώνου κέντρον ἢ τοῦ βάρεος ἔστω ἐπὶ τᾶς διαμέτρου ἀφ' ἣν δέδικται ἀπὸ γωνίας ἐπὶ μέσαν τὰν βάσιν ἀγομένα· καὶ τοῦ λοίπου τριγώνου τὸ κέντρον ἐσείται τοῦ βάρεος ἐπὶ τᾶς ὁμοίως ἀγομένας γραμμᾶς.



ΥΠΟΘ. Sint triangula similia A. B. C, D. E. F. ab angulis vero C. & F. æqualibus agantur rectæ C. G, F. H. quæ bases A. B, D. E. bifariam diuidant.

ΣΥΜΠ. Dico si centrum grauitatis trianguli A. B. C. fuerit in C. G. fore quoque centrum grauitatis trianguli D. E. F. in linea F. H.

ΚΑΤΑΣ. Sit I. centrum à quo ducantur l. A, I. B. Tum fiat angulus F. D. k. æqualis angulo C. A. I. & tandem iungatur k. E.

ΑΠΟΔΕΙ. Ex triangulorum similitudine A. C. est [e] ad A. B. vt D. F. ad D. E. & igitur [f] C. A. ad A. G. vt F. D. ad D. H. Atqui anguli C. A. G. & F. D. H. sunt æquales. Ergo trianguli A. G. C. & H. D. F. sunt [g] æquianguli: nempè angulus A. C. I. æqualis est angulo D. F. K. Est autem ex fabrica I. A. C. æqualis angulo k. D. F. proinde reliquus A. I. C. reliquo D. k. F. æquatur [h] & est [i] vt D. F. ad F. k. sic A. C. ad C. I. vel vt D. F. ad D. k. sic A. C. ad A. I. Cum verò A. C. ad C. I. sit vt D. F. ad F. k. vicissim est A. C. ad D. F. vt C. I. ad F. k. Atqui ex triangulorum similitudine quia A. C. est ad C. B, vt D. F. ad F. E. vicissim [l] est A. C. ad D. F. vt C. B. ad F. E. Et ex consequenti [m] C. I. est ad k. F. vt C. B. ad F. E. & permutando [l] C. I. ad C. B. vt k. F. ad F. E. Sed ex totis angulis C. & F. æqualibus sublatis paribus A. C. I, D. F. K. remanent [n] I. C. B, k. F. E. æquales. Et igitur trianguli I. C. B, k. F. E. sunt æquianguli. Eodem argumento probabuntur æquianguli trianguli A. I. B, D. k. E. & inde sequetur, I. & k. puncta similiter poni. Atque tandem si I. fuerit trianguli in quo est centrum grauitatis esse [p] itidem k. centrum grauitatis trianguli D. F. E. quod erat probandum.

[e] per 1. defin. lib. 6.
[f] per 15 l. 1.
[g] per 6. l. 6.
[h] per 32. l. 1
[i] per 4. l. 6.
[l] per 16. l. 5
[m] per 22. l. 5
[n] per 3. com. sent.
[o] per 6. petition. huius.
[p] per prac.

ΑΛΛΩΣ.

Si H.F. secta [a] fuerit in puncto k. vt est G.C. in I. eadem elicietur conclusio, ductis lineis quæ patent. Nam probabatur A.C. ad D.F, vt A.G, ad D.H, & triangula A.C.G, D.F.H. similia, & hinc vt A.C. ad D.F. sic G.C. ad H.F, quia vt G.C. ad I.C. sic H.F. ad F.k, vicissim [b] vt G.C. ad H.F. hoc est [c], vt A.C. ad D.F. sic I.C. ad k.F, & A.I, ad D.k: vnde anguli patebunt æquales, & tandem puncta I. & k. similiter posita, simulque grauitatum esse centra suorum triangulorum.

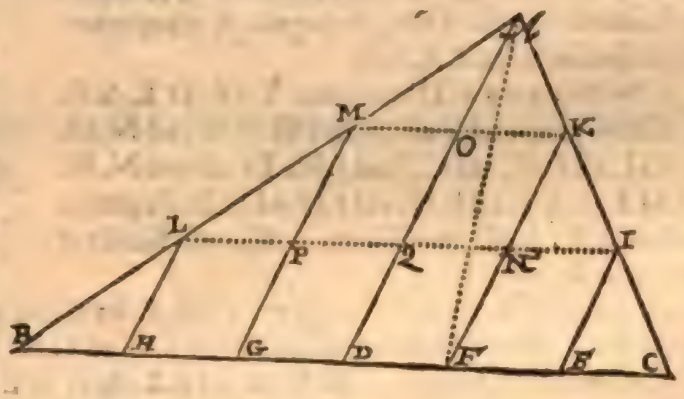
[a] per 12 l. 6
[b] per 16. l. 5.
[c] per 11. l. 5.

COROLLARIVM.

Hinc possum ~~diuidere~~ triangula similia in partes similes, seu triangula similia diuidi, lineis ab angulis æqualibus in medias bases eductis. Ostendimus enim triangula A.G.C, D.H.F. esse similia. Idemque censendum est de reliquis G.C.B. & H.F.E.

ΛΗΜΜΑ A.

Si triangulus bifariam dirimatur linea à superiori angulo in oppositum latus educta, ipsumque bifariam dirimente: basis autem semisses in partes æquales distribuantur, & à sectionum punctis rectæ intra triangulum ducantur, parallelæ illi bifariam triangulum secanti: harum parallelarum binæ æqualiter remotæ à secante æquales erunt.



ΤΡΟΘ. Sit triangulus A, B.C. à cuius angulo A. linea A.D. in semissem basis B.C. agatur, triangulum bifariam dirimens [d]: Tum basis binæ semisses D.B, & D.C. in partes æquales secentur [e] punctis H.G, F.E. à quibus erigantur [f] lineæ ipsi D.A. secanti parallelæ, quæ sint H.L, G.M, F.K, E.I.

[d] per 1. l. 6.
[e] per 10. l. 6
[f] per 31. l. 1.

ΣΥΜΠ. Dico harum parallelarum binas æqualiter remotas à linea D.A, vt H,L, E.I, vel G.M, & F.K. esse æquales.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam lineæ sunt omnes parallelæ ductæ intra triangulum, anguli ad triangulorum bases sunt [g] æquales, & proinde vt est C.D. vel B.D. ad D.A. ita est [h] C.E. ad E.I, sed vt B.D, ad D.A, sic itidem est [h] B.H. ad H.I. Proinde G.E. est [i] ad E.I. vt B.H. ad H.L. Et vicissim [l] vt E.C. æqualis est [m] ipsi B.H. Sic est E.I. æqualis alteri H.L. Simili argumento probari possunt G.M, & F.k, æquales.

[g] per 29. l. 1
[h] per 4. l. 6.
[i] per 11 l. 5.
[l] per 16. l. 5.
[m] per fabricam.

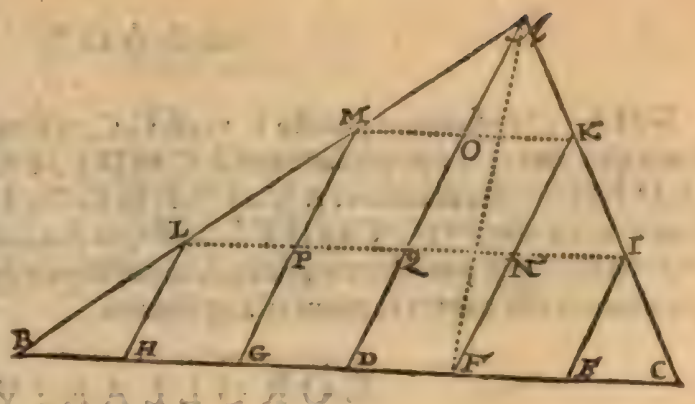
ΛΗΜΜΑ B.

Si iungantur lineæ L.I, M.K. erit triangulus A.D.C. ad triangula A.O.K, K.N.I, I.E.C. vt est A.C. ad A.K.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea A.F.

ΑΠΟΔ. Quoniam L.H. & I.E. sunt [n] parallelæ & æquales. Sunt [o] quoque H.E, & L.I. inter se æquales. Atqui D.Q. cum sit parallela vtrisque L.H. & E.I. efficit, vt parallelogramma sint L.D, D.I. quorum cum bases H.D, D.E. sint æquales, sunt [p] quoque L.

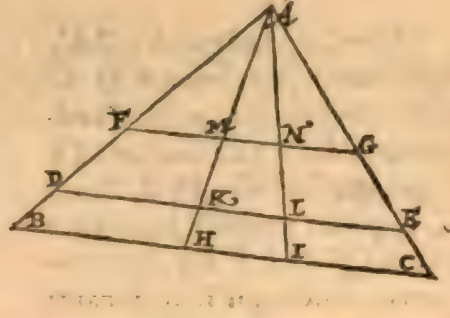
[n] per fabricam & lemma præced.
[o] per 33. l. 1.
[p] per 34. l. 1



a per 34. l. 1 Q.Q.I. pares, & Q.D. par, alterutri duarum L.H. & E.I. Similiratione, sunt N.I. & O.k. æquales duabus D.F, F.E, ac inter se. Tum Q.O, vni N.k. Ita vt quæque basium O.K, N.I, E.C. sit æqualis parti D.F. Tum tria latera, E.I, N.K.O.A. paria vni D.A. Igitur triangulus A.D.F. tribus A.O.k, k.N.I, b per 2 l. 6. & I.E.C. æquiualet b. Atqui triangulus A.D.C. triangulo A. c per 2 l. 6. D.F. se habet b, vt C.D. ad D.F, hoc est c, vt C.A. ad A K. Proinde triangulus A.D.C. triangulo A.D.F. seu triangulis tribus A.O.K, K.N.I, I.E.C, est vt A.C. parti A.k. quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Si trianguli bina latera lineæ secuerint basi æquidistantes, & ab angulo opposito in reliquum basim lineæ demittantur, hæc illas, & basim secant proportionaliter: tum viciſſim hæ, & latera secta ab illis, & basi proportionaliter secantur.



ΥΠΟΘ. Intra triangulum A.B.C. agantur lineæ D.E, F.G. secantes latera A.B, A.C, & æquidistantes basi B.C. Tum ab angulo A. demittantur in basim rectæ A.I, A.H.

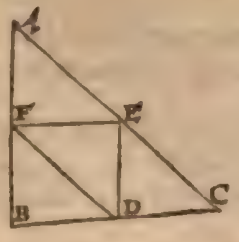
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico lineas F.G, D.E, & B.C. secari proportionaliter, & esse N.G, ad N.M, vt E.L. ad L.K, vel C.I, ad I.H. Et adhuc N.M. ad M.F, vt L.k, ad k.D. vel I.H. ad H.B. Præterea rectas A.I, A.H. tum latera A.C, A.B. similiter quoque dirimi.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam lineæ F.G, D.E. basi sunt parallelæ, trianguli A, N.G, A.L. d per 29. & 32. l. 1. E. & A.I.C. sunt d æquianguli, & est e vt A.G. ad G.N. sic A.E. ad E.L. & A.C, ad C.I. e per 4. l. 6. & viciſſim f vt A.G, ad A.E, sic G.N. ad E.L, & vt A.E. ad E.C. sic E.L. ad C.I. At simili ratione vt sunt A.G, A.E, A.C, sic se habent G.M, E.k, C.H. Ergo vt G.N, E.L, C.I, sic & G.M, E.k, C.H, & diuidendo b vt N.M, L.k, I.H, sic sunt G.N, E.L, C.I. Sic quoque sunt M.F, k.D, H.B, ex eadem ratiocinatione. Præterea vt est A.E, ad E.C, sic i A.L, ad L.I. & componendo l A.C, est ad E.C, vt A.I, ad I.L, & viciſſim f vt A.C, ad A.I, sic E.C, ad L.I. Atqui vt A.C, ad A.I. sic eadem ratione est G.C, ad N.I. Proinde E.C. est g ad L.I, vt G.C. ad N.I, vel etiam m G.A. ad A.N. Cùm ergo E.C, sit ad L.I. vt G.C, ad N.I. erit diuidendo b E.C, ad L.I. vt G.E. ad N.L. hoc est vt i A.G. ad A.N. Ac viciſſim erit E.C, ad E.G, & E.G, ad G.A, vt I.L. ad L.N. & L.N. ad N.A. Eodem modo probabimus, sic etiam esse H.k. ad K.M, & k.M. ad M.A. Tum denique B.D. ad D.F, vt D.F. ad F.A. quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ Δ.

Si trianguli omnia latera bifariam secentur, lineisque iungantur sectionum puncta: fient quatuor similia toti, & inter se & æqualia triangula.

ΥΠΟΘ. Trianguli A.B.C. bifariam dirimantur latera punctis D.E.F, quæ lineis iungantur.



ΣΥΜΠ. Ostendendum triangulos qui figura patent, esse similes & æquales.

ΑΠΟΔΕΙ. Lineæ A.C, F.D. sunt [a] parallelæ, & ergo triangulus F.B.D. toti A.B.C. est [b] similis. Idem concludendum est de duobus A.F.E, & E.D.C. ex eadem ratione. Demum cùm sint [a] F.D. & A.E. æquidistantes, sunt [b] anguli A.E.F, & E.F.D. æquales. Pares etiam sunt ex eadem causa F.E.D.E, & F.A. proinde reliquus [c] reliquo. Sunt itaque A.F.E, & F.E.D. similes, & hic toti [d]: & demum omnes 4. æquales esse hinc patet. Quia bases omnium 4. B.D, D.C, & F.E. quæ est duorum A.F.E, & E.F.D. sunt [e] æquales. Tum adiunctæ A.F, F.A, D.E. quæ communis est duobus F.E.D, E.D.C. Tandem hypotenusæ E.C, E.A, & F.D, duorum F.E.D, & F.B.D, sunt quoque pares. Trianguli proinde sunt [f] quoque pares: Ergo similes & æquales, quod fuit probandum.

[a] per 2 l 6
[b] per 19 l. 1. & defin 1. l 6.
[c] per 32. l. 1.
[d] per 21. l 6
[e] ex hypot.
[f] per 8. li. 1.

ΓΡΟΤΑ. ΙΓ.

ΘΕΩΡ. ΙΓ.

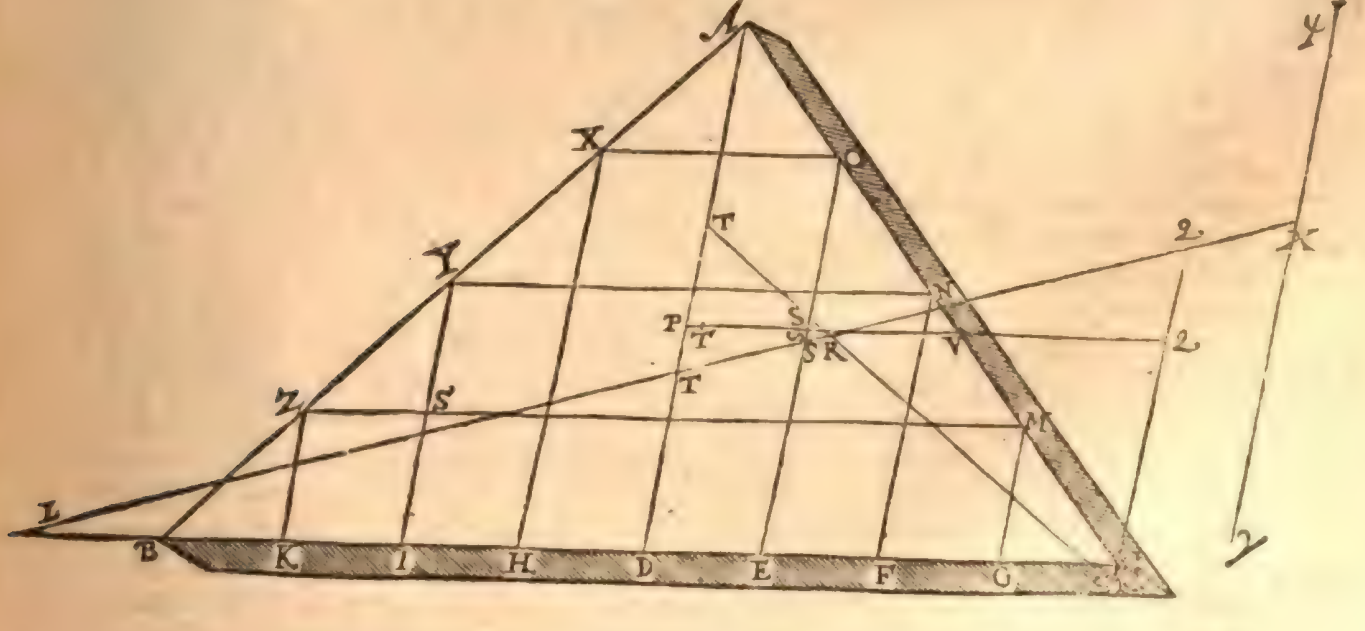
Παντὸς τριγώνου τὸ κέντρον ὄστι τοῦ βαρέος ἐπὶ τῆς διαμέτρου ἁ ἔστιν ἀπὸ τῆς γωνίας ἐπὶ μέσαν ἀγομένα τὰν βάσιν.

PROP. XIII.

THEOR. XIII.

Cuiuscumque trianguli centrum grauitatis est in recta linea, quæ ab angulo in mediam basim ducitur.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C, à cuius angulo A. in basim B.C. agatur linea A.D. eandem basim bifariam secans.

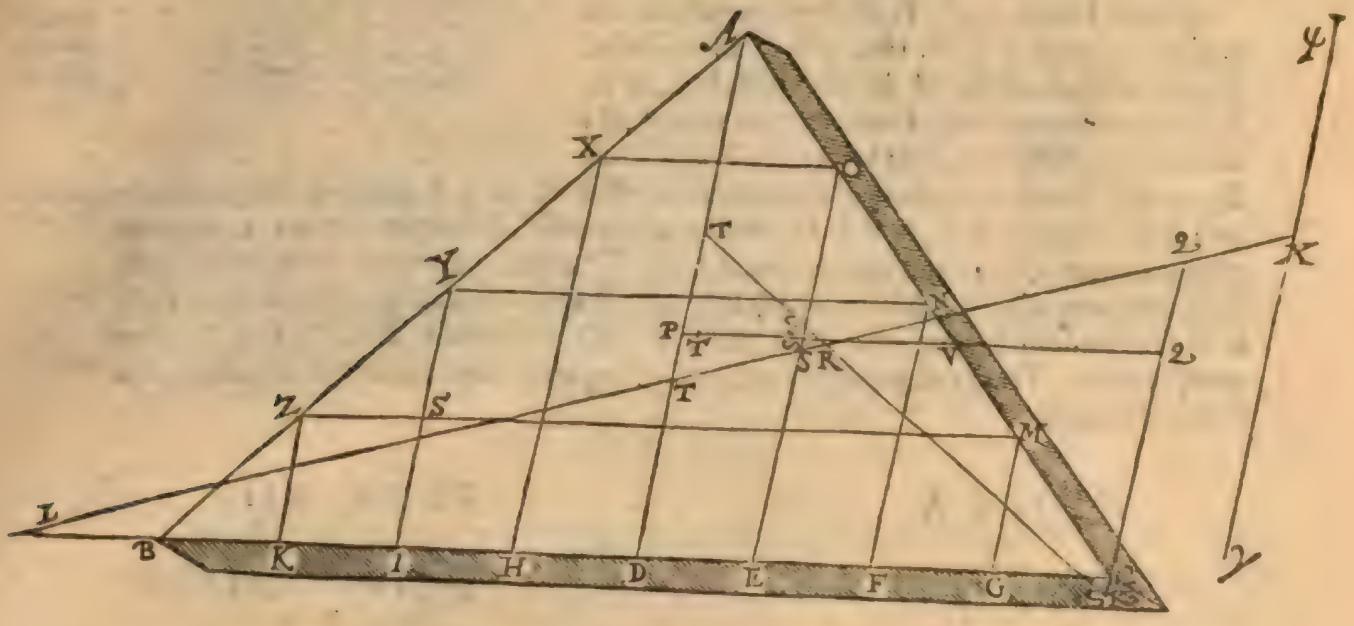


ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis trianguli A.B.C. esse in linea A.D.

ΚΑΤΑΣ. Si centrum illud grauitatis non est in A.D, sit in R, si possibile est. Et à puncto R. in A.D, linea ducatur [a] parallela basi C.B, quæ sit R.P. Quoniam verò R.P. minor est semisse basis C D. cum sit pars minoris [b] P.V. diuidatur, [c] C.D, bifariam in F. & rursus quæque pars bifariam in E. & G. idque fiat tandiu, quoad reliquæ particellæ sin-

[a] per 31. l 1.
[b] per 2. & 4. l 6.
[c] per coroll. 1. l. 10.

[a] per coroll. 1 l. 10 [b] per 31 l. 1 gulæ minores sint [a] linea R.P. Idem quoque fiat de semisse D.B, quæ vt præcedens D. C. dirimatur punctis K.I.H. Tum à punctis K.I.H, E. F. G, erigantur [b] lineæ intra triangulum, parallelæ sagittæ A.D, quæ sint K.Z, I.Y, H X, E.O, F.N, G.M, iungan-



turque transuersis Z M, Y.N, X.O, constituentibus parallelogramma Z.G, Y.F, X.E. quæ cum bifariam diuellat sagitta A. D, centrum grauitatis magnitudinis ex ipsis parallelogrammis compositæ in se habebit [c]. Ipsum itaque sit T. & à puncto T. per R. ducatur linea infinita T.R.Q. in quam à signo C. cadat [b] linea C.Q. parallela sagittæ A. D. Quia verò punctum T. incidit in P. vel infra P. versus A. vel demum supra P. versus D. incidat primùm in P. Tunc enim erunt parallelogramma C. S, & P.E. Erit-

[c] per 9. huius.

[d] per coroll. 7. l. 5. [e] per 2. l. 6. [f] per 15. 29. & 32. l. 1. [g] per 4. l. 6. [h] per 16. l. 5. [i] per 11. l. 5. [l] per vltimã com. sent. & coroll 31. l. 1 [m] per lẽma 3. præc. [n] per lema 2. præced. [o] per 15 l. 5. [p] per 8 l. 5.

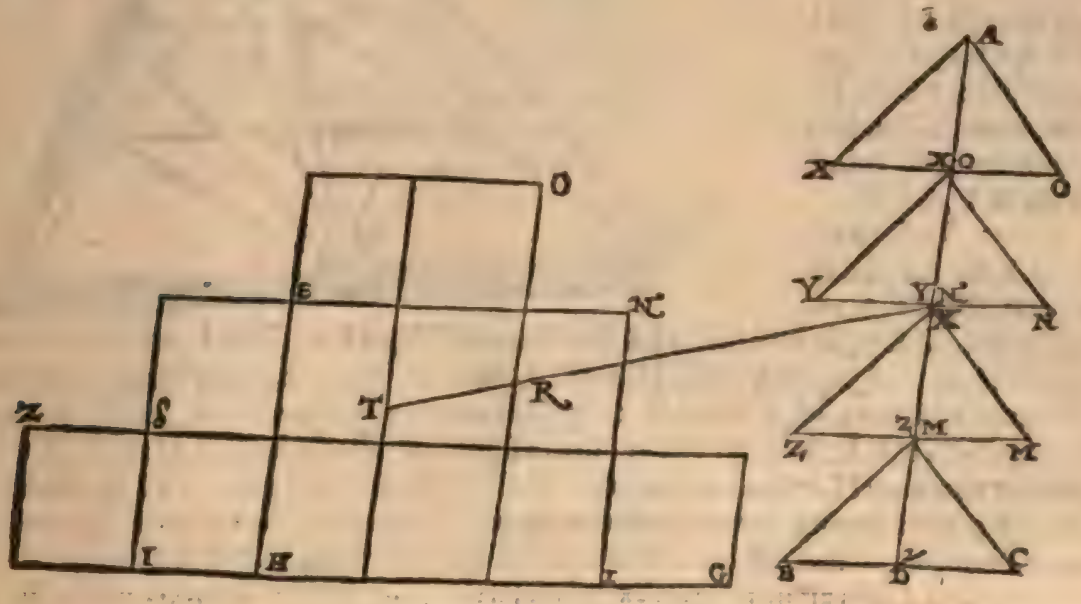
que [d] Q.S, ad S.P, vt æqualis C.E, ad æqualem E.D, hoc est [e] vt C.O, ad O.A. Si verò cadat versus A, ducatur linea P.R.Q, vt fiant [f] æquianguli trianguli T.P.R, & Q.R. Q, & sit [g] Q.R, ad R.Q. sicut T.R, ad R.P, ac vicissim [h] Q.R, ad R.T, sicut Q.R, ad R. P, hoc est [i] sicut C.O, ad O.A. Demum si iacuerit versus D, concurrent [l] Q.T, & C. D, in L. Et fient [m] Q.S, ad S.T, vt C.E, ad E.D, hoc est [e] vt C.O, ad O.A, & coniungendo [m] Q.T, est ad T S, vt C.A, ad A.O. Atqui vt est C.A, ad A.O, ita est [n] triangulus A.D.C, ad triangulos, quorum sunt bases A.O, O.N, N.M, M.C, vel triangulus A. D. B, ad triangulos illis compares, quorum sunt subtendentes A.X, X.Y, Y.Z, Z.B, vel tandem totus [o] A.B.C, ad omnes illos 8. triangulos. Igitur Q.T, est [p] ad T.S, vt A. B.C, triangulus ad 8. illos triangulos. Atqui Q.T, habet [p] ad T.R, vt ad maiorem, minorem rationem quàm ad T.S, minorem: Proinde Q.T, habet ad T.R, minorem rationem quàm A.B.C, triangulus ad 8. dictos triangulos. Fiat proinde T.X, quæ ad T. R, eandem rationem habeat quàm A.B.C, triangulus ad 8. triangulos. Et à puncto X, agatur linea α γ, [illegible] lineæ A.D, [illegible] in eodem plano, in quo fuerit T.X.

[q] per 17. l. 5. [r] per 6. vel 7. huius. [s] per 3 & 4 postulata huius.

ANOA. Etenim quoniam T.X, est ad T.R, vt A.B.C, triangulus, ad dictos 8. triangulos, erit diuidendo [q] X.R, ad R.T, vt parallelogramma Z.G, [illegible].N, & [illegible].O, ad dictos 8. triangulos. Appensis ergo parallelogrammis à puncto T, & rectangulis à puncto X, secus lineam α γ, centrum magnitudinis sic compositæ ex parallelogrammis, & triangulis erit [r] punctum R, quod nihilominus est impossibile: Quia quando pars triangulorum ponderat à parte B.A, & alia à latere A.C, supponitur nihilominus æquilibrium in R. Non stabit [s] ergo æquilibrium quando omnes trianguli ponderauerint ab vna eademque parte, & omnes habuerint ab eodem latere grauitatis centra. Absurdum est itaque R, esse centrum grauitatis trianguli A.B.C, vel posse ipsum esse extra lineam A.D.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Huius demonstrationis συμπέρασμα nonnihil habere videtur difficultatis, si consideretur ex verbis Archimedis, qui ita habet, τὸ ἀπὸ X. σημείου κέντρῳ τῷ βάρεος τῷ συγκειμένῳ μεγεθῶν, ὧν τὰ βάρη ἐστὶν ἀδιάστατα. ἐναρμόσαντα. Τοῦ γὰρ ἀπὸ τοῦ X. κέντρου ἐφαπτομένη ἐστὶ καὶ ἡ Α. Δ. εὐθεῖα ἐν τῷ ἰσοσκελεῖ, ὅτι πᾶσα πᾶσα ἴσον: ποιεῖ δὲ ἴσα μέρος. δῆλον οὖν τὸ ἀξιούμενον.



Neque enim absurdum est magnitudinis compositæ ex prædictis triangulis centrum esse posse punctum X. si secus lineam α.γ. æqualem ipsi A. D. exponantur, vt hic in schemate patent. Imò hoc probari potest: Tum nihil hucvsque in contrarium ostensum est. Præterea τὰ μεγέθη ἀδιάστατα ἴσα magnitudinis compositæ ex parallelogrammis Z.G, A.N, E.O. appensis à puncto T. & ex triangulis prædictis pendentibus ex centro X. grauitatis centrum esse R. Imò est S.R. necessario istud grauitatis centrum, si magnitudines ita disponantur. Quid itaque absurdum concludit Archimedes? hoc scilicet, quod isthæc verba redolent, ἴσα πᾶσα πᾶσα ἴσα: ποιεῖ δὲ ἴσα μέρος, quæ sic explicat manuscriptus codex, ἴσα τὰ αὐτὰ πάντα πάντῃ τὰ αὐτά. Nempè absurdum est idem punctum R. centrum esse huiusce compositæ magnitudinis, tùm cùm trianguli simul sunt ἴσα τὰ αὐτὰ, & in eadem parte hic disponuntur, tùm cum per medium diuiduntur, καὶ ἴσα ἴσα μέρος: ac in diuersis lateribus collocantur, partimque à parte puncti T. partim à latere X. ponderant. Hoc enim ἀδιάστατα, καὶ ἀνὰ ἴσα, iuxta præcedentia αἰτήματα.

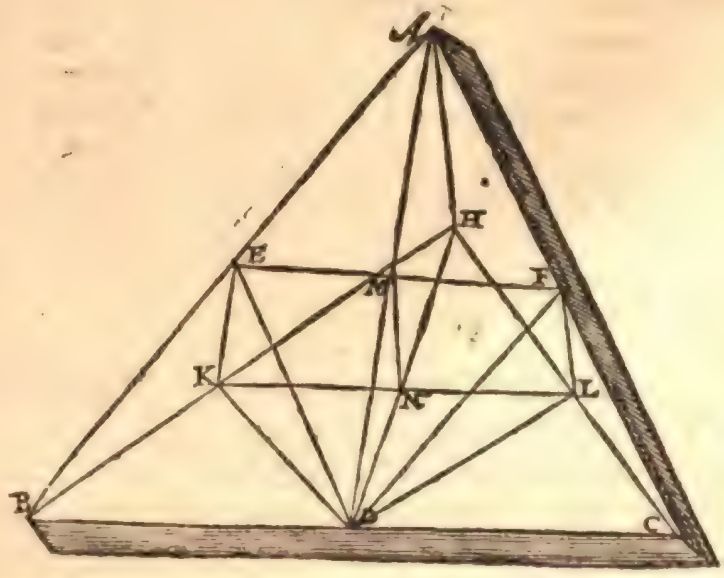
ΑΛΛΩΣ.

Eandem conclusionem demonstrat Archimedes hoc secundo medio.

ΠΡΟΘ. Sit triangulus A. B. C, è cuius vertice A. decidat linea A. D, basim B. C. medio dirimens.

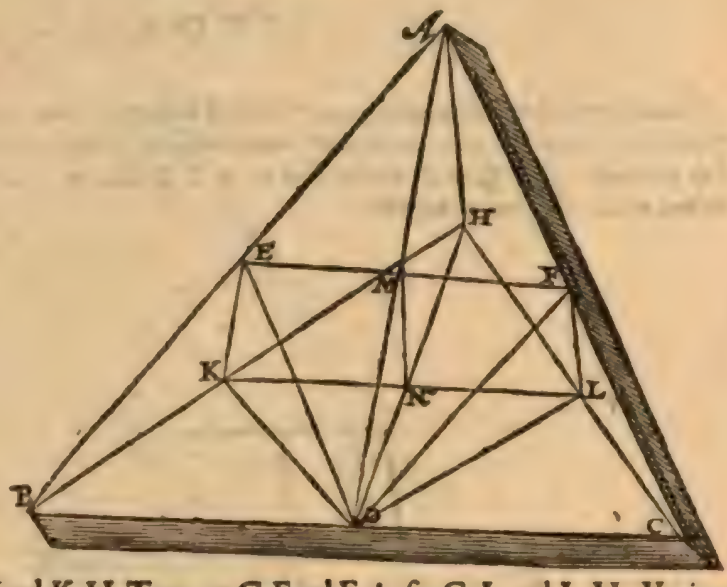
ΣΥΜΠΕ. Dico in A. D, centrum grauitatis esse trianguli A. B. C.

ΚΑΤΑ. Etenim si non fuerit centrum istud in A. D, sit alicubi extra lineam A. D, puncto nempè H.



Digitized by Google

tum agantur lineæ A.H,H,D, deinde duæ D.F, D.E, quæ alias A.B, & A.C, bifariam secent: vnde sequatur [a] vt D.F. sit parallela lateri A.B, sicut D.E, alteri C.A. Rursus ducantur H.C,H.B. Tum E.k,& F.L,æquidistãtes [b] lineę H.A, & inter se. Tandem coniungantur transuersæ K.L,& E.F.



ΑΠΟΔ. Vt C.D.est ad D.B, sic B.E, ad E.A, vel C.F,ad F.A. Atqui vt B.E, ad E.A, sic est [c] B.K,ad K.H. Tum vt C.F,ad F.A, sic C.L, ad L.H. Vt itaque C.D,ad D,B,sic [c] B.K,ad K.H, vel C.L, ad L.H. Vnde sequitur [d] L.D,parallelam esse lateri B.H,seu k.H, & aliam D.k.æquidistantem esse à latere H.C,seu H.L. Ac demum puncta k.& L, similiter esse [d] posita in similibus [e] triangulis B.E.D, & D.E.C, vt ponitur punctum H,in simili triangulo A.B.C. Etenim lineæ à punctis k.H.L,ductæ ad æquales angulos triangulorum similium, in quibus sita sunt, æquales constituunt angulos. Nam anguli [f] k.D.B,H.C.B,& L.C.B,sunt pares: tum H.B.C,k.D.B,& L.D.C, sunt æquales. Idem est de reliquis ex parallelarum proprietate. Fit ergo vt si H. fuerit centrum trianguli A.B.C, sint [g] pariter k,& L,centra grauitatum triangulorum,in quibus sunt. Ex simili autem sectione laterum B.H, C.H, tum A.B, A.C, patet [h] lineas E.F,k.L,esse vni B.C,parallelas, & ergo [h] inter se,ac parallelogrammum esse E.L. Verùm etiam probauimus lineas E.D, A.F, tum alias E.A, D.F, esse æquidistantes. Et ideò est quoque E.D.F.A,parallelogrammum,cuius diametri sunt A.D.E.F, sese mutuo secantes in M.puncto: quod proinde [i] est grauitatis parallelogrammi centrum. Cùm verò sint [l] trianguli B.E.D, & F.D.C,æquales,eorumque centra sint K, & L, vt mox probauimus: magnitudinis ex binis compositæ est [m] in medio lineæ k.L,nempè in N,quia cum H.N, sit [n] ad N.k,vt H.D,ad D.B,seu [o] ad D.C,& sit item H.N,ad N.L,vt H.D,ad D.C, sequitur H.N, habere eandem rationem ad vtrasque N.k, N.L, & proinde esse [p] pares, punctumque N.esse medium lineæ k.L. Cùm igitur magnitudinis E.D.F.A,centrum sit [i] M,alius verò compositæ ex duobus triangulis centrum grauitatis sit N. Sequitur centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex ambabus,hoc est triãguli A.B.C, esse [m] in linea M.N,& ergo esse punctum H,in M.N,linea,quod est absurdum,cum N.M,secet latera trianguli H.B.D,cuius H.est vertex. Deinde N.M,est parallela ipsi A.H. Nam M.est medium lineæ E.F: tùm N.medium alterius k.L,& proinde M.N,dirimit [q] bifariam parallelogrammum E.L, & est [r] parallela lateri F.L, & ideò ipsi A.H. Duæ itaque parallelæ concurrerent, quod est ἄτοπον in Geometria. Absurdum itaque est punctum H, non esse extra lineam A.D, quod fuit probandum.

[a] per 2.l.6.
[b] per 31.l.1.
[c] per 11.l.5.
[d] per 4. lemma præced.
[e] per 6. petit. huius.
[f] per 29.l.1
[g] per 11. huius.
[h] per 30.l.1.
[i] per 10. huius.
[l] per 4. lemma præced.
[m] per 6. & 7. huius.
[n] per 4 l 6.
[o] per 7 l.5.
[p] per 9.l.5
[q] per 1.l. 6.
[r] per 34.l.1.

PROP. XIV.

THEOR. XIV.

Cuiuscumque trianguli centrum grauitatis est punctum, in quod coincidunt lineæ ductæ ab angulis trianguli in media latera opposita.

ΠΡΟΤΑ. ΙΔ.

ΘΕΩΡ. ΙΔ.

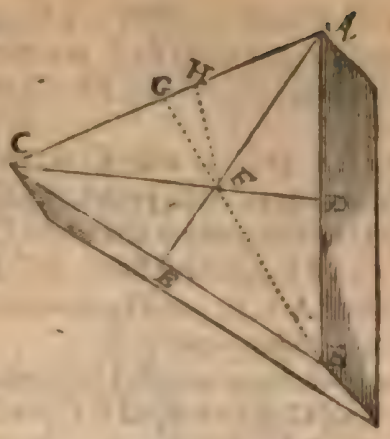
Παντὸς τριγώνου κέντρον ἐστὶ τοῦ βάρεος τὸ σημεῖον καθ' ὃ συμπίπτουσι τοῦ τριγώνου αἱ ἀπὸ τῶν γωνιῶν ἐπὶ μέσας τὰς πλευρὰς ἀγόμεναι εὐθεῖαι.

ΥΠΟΘ.

ΥΠΟΘ. Ab angulis A, & C. trianguli A.B.C, demittantur lineæ A.E.C.D, in media latera oppoſita C.B, A.B, quæ ſecent ſe in F.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico F. eſſe centrum grauitatis trianguli A B.C.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Nam C.D, linea habet[a] in ſe centrum grauitatis trianguli A.B.C. Idem quoque habet, & linea A.E. Ergo commune eſt iſtius centri punctum ambabus lineis C.D, A.E. Nullum verò commune punctum habent præter F. Ergo punctum F. eſt centrum grauitatis trianguli A.B.C. Linea verò quæ ab angulo B, traducetur in medium A.C, tranſibit[b] neceſſario per F.



a per præced.

b per lemma 11. ſuperiorum coroll.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc ſequitur lineam ab angulo trianguli per centrum grauitatis ipſius actam in oppoſitum latus, ipſum bifariam ſecare. Si enim B.F, non incidit in G. medium lateris A.C, cadat ſi poteſt in H, & ducatur B.G.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim B.G, habet[c] in ſe centrum F, ita vt B.F.G, ſit recta. Sed quoque ponitur B.F.H, recta: Ergo anguli H.F.A, A.F.B, ſunt[d] duobus rectis æquales, & proinde æqui quoque duobus G.F.A, & A.F.B. Si itaque ab vtraque parte ſubſtuleris communem A.F.B, abſurdè manebit H.F.A, æqualis maiori G.F.A. Ergo abſurdum quoque eſt negare lineam à B. actam per F, non cadere in G.

c per 13. huius.

d per 13. l. 1.

ΛΗΜΜΑ A.

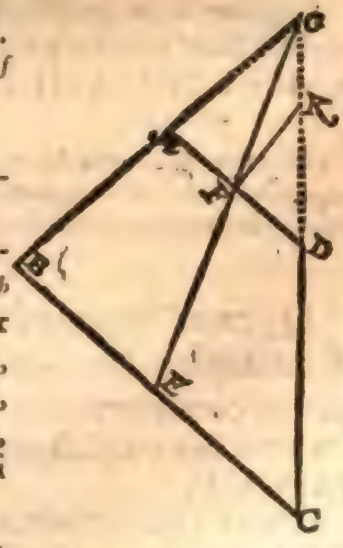
Si trapezium duo latera habuerit inæqualia & parallela, quæ bifariam ſecta recta linea iungantur è ſectionum punctis, reliqua verò latera producantur vna cum linea iungente: latera producta in iungente concurrent: Eritque in iungente centrum grauitatis trapezij.

ΥΠΟΘ. Trapezij A.B.C.D, ſint duo latera B.C, A.D, parallela & inæqualia, ſitque A.D, minus: vt reliqua latera B.A, C.D, producta concurrant[e] à parte A. D. in puncto G. Diuiſis[f] verò A.D, B.C, bifariam in punctis F. & E, iungatur F.E.

ΣΥΜΠ. Dico in producta E.F, eſſe punctum G.

ΚΑΤΑ. Si enim punctum G. non eſt in E.F, producta, tranſeat ipſa E.F, ſi fieri poteſt per K. non per G, & ducatur F.G.

ΑΠΟΔ. In triangulo B.G.C, quoniam A.D, baſi B.C, parallela eſt vt eſt G.D, ad D.A, ita eſt[g] G.C, ad C.B, & viciſſim[h] vt G.D, ad G.C, ſic A.D, ad C.B, ſeu[i] D.F, ad C.E. Atqui per eandem rationem, quia ponitur E.F.K, recta, K.D, eſt ad D.C, vt D.F, ad C.E. Et proinde G.D, eſt[l] ad G.C, vt K.D, ad K.C, & diuidendo[m] G D, eſt ad D.C, vt K D, ad D.C, ſicque G.D, & K.D, ad D.C, eandem habent rationem, & ideò G.D, eſt[n] æqualis ipſi K.D, hoc eſt totum parti, quod eſt abſurdum.[o]



e per 11. cō. ſent.

f per 10. l. 1.

g per 4. l. 6.

h per 16. l. 5

i per 15. l. 5.

l per 11. l. 5.

m per 17. l. 5

n per 9. l. 5

o per 9. com. ſent.

p per 13. huius.

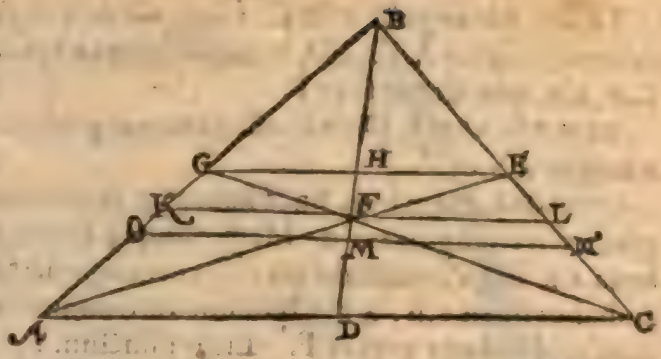
q per 8. huius.

Concurrunt ergo C.D, & B.A, in E.F, recto producta, ſeu E.F, producta incidit in concurſum G. Cæterum trianguli G. A.D, centrum grauitatis eſt[p] in G.H, ſed & totius G.B.C, centrum eſt[p] in G.E. Trapezij ergo centrum grauitatis eſt[q] in F.E, vt vult lemma.

ΛΗΜΜΑ B.

Si per centrum grauitatis trianguli agatur linea parallela vni ex lateribus: inter eam & dictum parallelum latus reſecabitur tertia pars aliorum laterū. Et ſi linea ducta parallela vni lateri reſecuerit tertiam reliquorum partem, centrum grauitatis trianguli in ea continebitur.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B C, cuius centrum grauitatis sit F. per quod linea ducatur K. F. L, parallela basi A.C.



ΣΥΜΠ. Dicitur esse K. A, tertiam partem lateris A.B, tum L.C. esse itidem tertiam partem alterius B.C.

ΚΑΤΑΣ. Agantur lineæ A.F.E, B.F.D, & A.F. G, per F. grauitatis centrum, iungaturque G.E.

a per coroll. 14. huius. b per 2. l. 6. c per coroll. prac. lemm. d per 4. l. 6. e per 15. l. 1. f per 29. l. 1 g per 32. l. 1. h per 16 l. 5

ΑΠΟΔ. Puncta G,E,D, diuidunt [a] bifariam latera B.A, A.C, & B.C. Proindeque vt B.G, ad G.A, sic B.E, ad E.C, vnde fit vt G.E, sit [b] basi A.C, parallela, vel semissis, G H, semissi A.D. Ita vt quemadmodum B.A. est duplum B.G, sic A.D, sit [d] duplum G.H. vel alterius semissis H.E. Atqui anguli H.F.E, & A.F.D, sunt [e] æquales: tum alij [f] A.D. F, & F.H.E, sequiturque [g] triangulos F.A.D, & F.H.E, esse æquiangulos, & esse [d] A.D, ad A.F, vt H.E, ad E.F, & vicissim [h] A.D. ad H.E, vt A.F, ad F.E. Vt ergo A.D, dupla est H.E, sic F.A, dupla est alterius F.E. Eodemque prorsus argumento demonstrabitur C.F, dupla alius F.G. Est [b] autem in triãgulo C.E.G, vt C.F, ad F.G, sic C.L, ad L.E. Idcirco C.L, dupla est alius L.E, & est L.E, vna tertia totius E.C, vel vna sexta lateris B.C. Similiter A.k, est vna sexta lateris B.A. Dupla ergo L.C, est vna tertia lateris B.C, vel k.A, vna tertia lateris B.A, vt vult prima pars Lemmatis. Quod ad secundam attinet.

ΥΠΟΘ. Sint A.K, & C.L, tertiæ partes laterum B.A, B.C, agaturque K.L.

i per 13. huius. ΣΥΜΠΕ. Erit in K.L, centrum grauitatis propositi trianguli, scilicet F. [i] punctum commune etiam lineæ B.D, decidenti ab angulo B, & secanti bifariam oppositum latus A.C.

l per 31. l. 1. ΚΑΤΑ. Si non est F. centrum grauitatis, ipsum sit M, & ducatur [l] O.M, O N, parallela basi B.C.

m per priorem partem huius demonst. ΑΠΟΔ. Est [m] ergo O.A, tertia pars lateris B.A, & est æqualis toti k.A, scilicet pars toti, quod est absurdum. Patet ergo centrum grauitatis non esse M, sed F, quod fuit probandum.

COROLL.

Sequitur lineæ cuiuslibet eductæ ab angulo per centrum grauitatis trianguli in oppositum latus, tertiam partem contineri inter centrum & oppositum latus. Nam vt B. A, [n] ad A.k, sic B.D, ad F.D.

n per lemma 3. prefixum 13. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc autem est de quo Archimedes prop. 6. & 10. libri de quadratura paraboles ait, Δέδεικται πρὸ τούτου ἐν τοῖς μηχανικοῖς: hos libros μηχανικοὺς appellans, vel alios libros de mechanicis insinuans, qui tandem maximo nostro malo perierunt.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Quatuor magnitudinum proportionalium, duplum primæ cum secunda est ad duplum secundæ cum prima, vt duplum tertiæ cum quarta ad duplum quartæ cum tertia.

ΥΠΟΘ. Sint A.B.C.D, proportionales, scilicet A.ad B, vt C.ad D.

ΣΥΜΠΕ. Dico duplum A.cum B. esse ad duplum B. cum A, vt duplum C, cum D. ad duplum D. cum C.

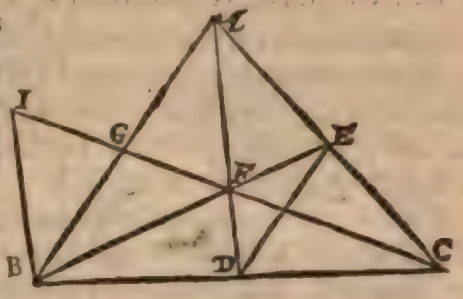
ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quia A. est ad B, vt C. ad D, vicissim est [o] A. ad C, vt B. ad D, & duplum [p] A, ad duplum C, vt B. ad D, & simul duplum A. cum B, est [q] ad duplũ C, cum D, vt B, ad D, vel A. ad C. Cùm rursus B. sit ad D, vt A. ad C. duplum B, est [p] ad duplum D, vt A, ad C. & simul [q] duplum B, cum A, est ad duplum D. cum C, vt A. ad C. Idcirco duplum A, cum B, est [r] ad duplum C, cum D, vt duplum B, cum A, ad duplum D, cum C. Et demũ permutando [o] duplum A, cum B, est ad duplum B, cum A, vt duplum C. cum D, ad duplũ D, cum C, quod fuit probandum.

o per 16 l. 5 p per 15. & 21. l. 5. q per 22 l. 5 r per 11. l. 5

ΛΗΜΜΑ Δ.

Si è duobus trianguli lateribus in latera oppoſita lineæ agantur, quæ ea ſimiliter ſecent: ipſæ quoque ſe diriment in ratione, quam habet quodlibet latus ad ſuam partem angulo proximam, tum ſi à reliquo angulo per punctum interſectionis præcedentium tertia linea ducatur in oppoſitum latus: ipſum bifariam ſecabit.

ΥΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C. è cuius angulis A. & B. lineæ agantur in oppoſita latera B.C. & A.C. nempè B.E, & A.D. quæ ipſa latera ſimiliter ſecent in punctis E. & D. Seſe verò mutuo dirimẽt in F. Quia anguli B.A.D, & A.B.E. minores ſunt duobus rectis. Ducatur rurſus per F. punctum à reliquo angulo C. linea C.F.G.



a per vltimum com. ſent.

ΣΥΜΠ. Dico partes linearum A.D. B.E, in quas ſe mutuo ſecant, nempè A.F, ad F.D. & B.F, ad F.E. eſſe vt latera ad ſuas partes reſectas, ſcilicet vt A.C, ad E.C. vel B C, ad D. C. Tum A.B. ſecari bifariam in G.

ΚΑΤΑΣ. Agatur D.E. tum B.I. parallela[b] vni A.D, & concurrat cum C.G. in I.

b per 31. l. 1. c per 2. l. 6.

ΑΠΟΔ. Quoniam ex hypotheſi vt B.C, ad D.C. ſic A.C, ad E.C. ſunt[c] A.B. & D.E. parallelæ. Et proinde vt B.C, ad D.C, ſic B.A, ad D.E. Atqui triangulorum A.B.F, F.D.E. anguli ad F. ſunt[d] æquales, tum reliqui[e] vnius reliquis alterius: Eſt[f] vt B.A. ad A.F, ſic D.E. ad D.F, & viciſſim[g] vt B.A ad D.E, ſic A.F, ad F.D. Et proinde A.F. eſt ad F.D. vt B.C, ad D.C, vel vt A.C, ad E.C. Idem probabitur de B.F, F.E, quod eſt prima pars lemmatis. Atqui vt B.C. ad D.C, ita[c] B.I, ad D.F, nam ſunt B.I, & D.F. parallelæ. Ergo I.B, ad A.F. ſunt[h] æquales. Cæterum quoniam I.B, & A.F, ſunt parallelæ, & anguli ad G. ſunt[i] æquales, patet triangulos I.B.G, A.G.F, eſſe æquiangulos, & vt I.G, ad B.G, ſic eſſe[l] F.A. ad A.G, & viciſſim[g] vt I.B. ad A.F, ſic B.G, ad G.A. Vt itaque I.B, & A.F, ſunt æquales, ſic pares ſunt B.G, & G.A, ita vt B.A, bifariam dirimatur in G, vt vult reliquum lemmatis.

d per 15. l. 1. e per 20 l. 1. f per 4. l. 6. g per 16. l. 5. h per 9. l. 5 i per 15. l. 1. l per 4. l. 6.

COROLLARIVM.

Hinc patet lineam ductam è medio lateris A.B, nempè è puncto G. ad angulum C. tranſire per F. Si enim alibi tranſiret,[m] duæ rectæ lineæ comprehenderent ſpatium, cum iam ſumpſerimus lineam C.F.G. eſſe rectam.

m contra 11 cõm. ſent.

ΓΡΟΤΑ. ΙΕ.

ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Παντὸς τραπεζίου δύο πλευρὰς ἐχοντος παραλλήλους ἀλλήλαις, τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐστὶ τῆς διὰ τῶν διχοτομιῶν τῶν παραλλήλων διαιρεθείσης, ὥστε τὸ μῆμα αὐτῆς τὸ πέρας ἔχον τὴν διχοτομίαν τῆς ἐλάσσονος τῶν παραλλήλων πρὸς τὸ λοιπὸν μῆμα τοῦτον ἔχειν τὸν λόγον ὃν ἔχει συναμφότερος, ἡ ἴσα τῇ διπλασίᾳ τῆς μείζονος μετὰ τῆς ἐλάσσονος πρὸς τὴν διπλασίαν τῆς ἐλάσσονος μετὰ τῆς μείζονος τῶν παραλλήλων.

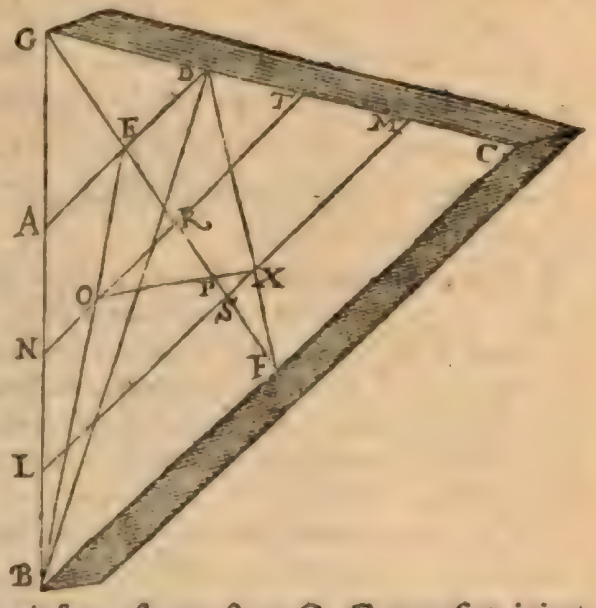
THEOR. XV.

PROP. XV.

Cuiuſcumque trapezij duo latera parallela habentis, centrum grauitatis eſt in recta linea coniungente biſectiones parallelorum, ita diuiſa, vt portio ipſius terminata in biſectione minoris parallelorum ad reliquam ſectionem, habeat eam rationem quam habet æqualis duplæ maioris cum minori ad duplam minoris cum maiori parallelorum laterum.

ΥΠΟΘ. Sit trapezium A.B.C.D cuius duo latera A.D. minus, & B.C. maius parallela

aperio ai



ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis trapezij esse in lineæ E.F. puncto, quo ita ita diuisa fuerit, vt portio terminum habens punctum E. se habuerit ad reliquam portionem, sicut est duplum B. C. cum A.D. ad duplum A.D. cum B.C.

ΚΑΤΑ Σ. Producantur latera B.A, C. D. quæ concurrant [a] in G. puncto lineæ F. E, vlteriusque eiectæ. Et diuidantur [b] eadem trifariam punctis N.L, & T.M. iunganturque N.T, L.M. tum B.E, B.D, & D.F. Demum O.X.

ΑΠΟ Δ. Centrum grauitatis trianguli D.B.C. est [c] in linea D.F, sed idem est [d] in linea M.L. Ergo ipsum est punctum X. Rursus trianguli A.D.B. centrum grauitatis est [e] in lineis B.D. & N.R. [d] Ergo ipsum est punctum O. Compositæ igitur magnitudinis ex ambobus triangulis D.B.C, & A.D.B. hoc est trapezij A.B.C.D. centrum grauitatis est in linea O.X. [e] Atque idem centrum est [f] in linea E.F. Ergo ipsum centrum est P. Et proinde est [g] O.P, ad P.X, vt triangulus D.B.C. ad triangulum A.B.D. hoc est [h] vt basis B.C, ad basim A.D. Atqui trianguli O.R.P. & P.S.X. habent [i] angulos ad P. æquales, vt etiam [l] in R. & S. Proinde sunt [m] æquianguli, & vt O.P. ad P.R. sic [n] X.P, ad P.S, & vicissim [o] vt O.P. ad P.X, sic R.P. ad P.S. Idcirco R.P. est [p] ad P.S. vt B.C. ad A.D. Et duplum R.P. cum P.S. est [q] ad duplum P.S. cum R P. sicut duplum A.C. cum A.D. ad duplum A.D. cum B.C. Verùm tres E.R, R.S, S F. sunt [r] æquales, vt pares sunt D.T, T.M, M.C. Proinde E R. semel continet, & R.P, & P.S. ita vt in tota E.P. sit bis R.P. & semel P.S. Tum S.F. itidem complectitur semel duas P.R. & S.P, ita vt in F.P, sit bis P.S, & semel P.R. Igitur E.P. nempè duplum R.P. cum P.S. est [p] ad F.P. scilicet ad duplum P.S. cum P.R, vt duplum B.C. cum A.D. ad duplum A.D. cum B.C. vt voluit propositio.

a per lemma 1. huius.
b per 12. l. 6
c per 13 huius.
d per 2. lemma proximè huius.
e per 1 lema præfixum 8. huius.
f per 1. lemma huius.
g per 6. vel 7. huius
h per 1. l. 6.
i per 15. l. 1.
l per 32 l. 1.
m per 29 l. 1
n per 4. l. 6
o per 16 l. 5.
p per 11. l. 5.
q per proximè lemma 3. huius.
r per 3. lema præx. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

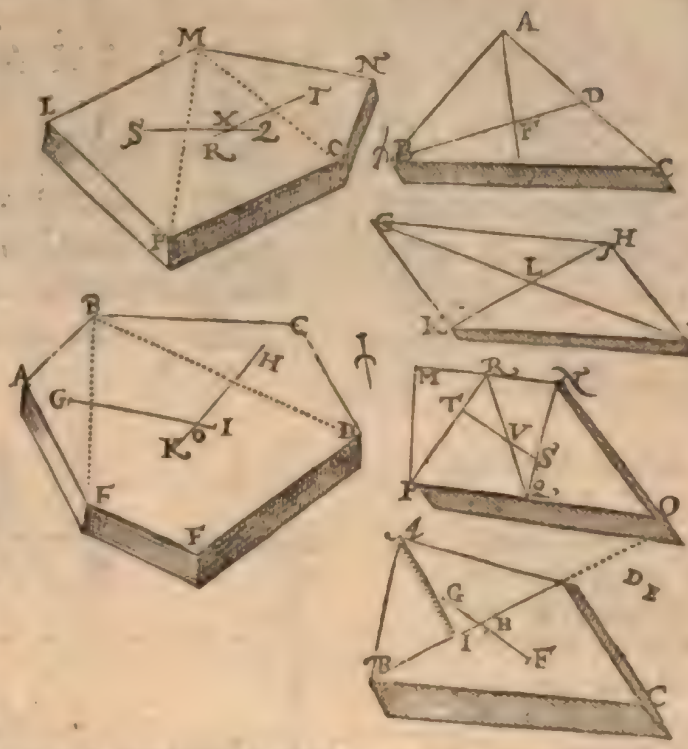
Quamquam Archimedes tradidit omnes huius libri propositiones specie theorematum, tamen etiam διὰ τῶν προβλημάτων proponi possunt. Si enim quarta sic offeratur: magnitudinis compositæ ex duabus æqualibus magnitudinibus centrum reperire. Bifariam verò diuiseris spatium quod est inter ambarum componentium centra, demonstrabis punctum sectionis esse compositæ magnitudinis centrum, sicque imperatum absolueris. Ita est de reliquis. Nihilominus conuenientius visum est Archimedi theoremata dicere quàm problemata: Quoniam proponendo διορισμοὺς data supponit centra componentium magnitudinum, quæ προβλήματος efferendo, fuissent quærenda: quod nódum tamen fecerat, deinceps que absoluit. Licet enim trium duntaxat figurarum, nempè parallelogrammorum, triangulorum & trapeziorum centra grauitatum ostenderit, omnium tamen figurarum rectilinearum demonstrasse censetur. Siquidem ex probatis hoc exequi problema possumus.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Cuiuscumque rectilineæ figuræ centrum grauitatis reperire.

ΚΑΤΑ. Ducantur ab angulis A. & B. trianguli A.dati A.B.C. lineæ in opposita latera, quæ ipsa bifariam secent, conueniantque in F. Dati verò parallelogrammi agantur diametri G.I, & k H, conuenientes in L. Dati trapezij duo latera M.N, P. O. parallela, bifariam secentur linea P.Q. tum iungantur P.R. (cuius tertia pars sit R.T.) & Q.N. (cuius tertia pars sit S.Q.) addaturque S.T. secans R.Q. in V.

Propoſiti alius trapezij omnimodè deformis A.B.C.D. iungantur anguli B.& D. linea B.D, & in B.D, educantur[a] perpendiculares A.I. C.E, ſcilicet altitudines triangulorum A.B.D, D.C.E. Tum centra grauitatum amborum triangulorũ, nempè G.& F.[b] iungantur recta G.F, quæ tandem diuidatur[c] in H. ita vt G.H, ſit ad H.F, vt eſt altitudo C.E. ad altitudinem A.I. vel vt[d] eſt triangulus B.D.C. ad triangulum A.B.D.



[a] per 12. l. 6
[b] per 14. huius.
[c] per 10. l. 6
[d] per 1. l. 6.

Pentagonum L.M.N.O.P. propoſitum dirimatur in triangula lineis M.O, M.P. Tum quadrilateri L.P.O.M. centrũ inueniatur[e] R. alius verò quadrilateri M.P.O.N. centrum grauitatis ſit Q. Triangulorum autem L.P.M, & M.O.N. centra ſint[f] S.& T. Denique iungantur puncta S.Q,& R.T. lineis ſecantibus ſe in X.

In hexagono A.B.C.D.E.F. capiantur duo triangula A.B.F, B.D.C, quorum centra grauitatum ſint[f] G.& H. Tum inueniantur[g] pentagonorum B.F.E.D.C,& A.B.D.E.F. centra etiam grauitatum k & I. ducantur demum lineæ G.I, H.k. cõcurrentes in O.

Denique in omnibus figuris regularibus ſiue irregularibus, excipiantur ſemper duo trianguli, eorumque grauitatum centra, tum reliquæ ſeorſim figuræ inueniatur quoque centrum grauitatis, ac demum permutatim iungantur hæc centra.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico expoſitarum figurarum centra grauitatum eſſe F, L, V. H. X. O.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. De F.[h] L.[i] vel[k] H.[l] nihil dubij. Cæterum quia S.Q. continet[m] in ſe centrum pentagoni L.M.N.O.P. compoſiti ex triangulo M.L.P. & ex quadrangulo M.N.O.P. quia iungit centra ambarum partium: Tum etiam T.R idem cẽtrum habet[m], quia iungit centra partium M.N.O,& M.O.P.L, idem pentagonum L.M.N.O.P. cõſtituentium: ſequitur& concurrere lineas S.Q.T.R.& concurſum X. nempè punctum vtrique lineæ commune eſſe centrum grauitatis propoſiti Pentagoni. Denique ob eãdem rationem, & concurrunt S.I, H k. in hexagono, & eſt concurſus, ſeu commune vtrique punctum O. centrum grauitatis Hexagoni: Ac tandem in quibuſlibet figuris lineæ iungentes permutata centra concurrent, & erit concurſus earum, centrum grauitatis figuræ, quod erat inueniendum.

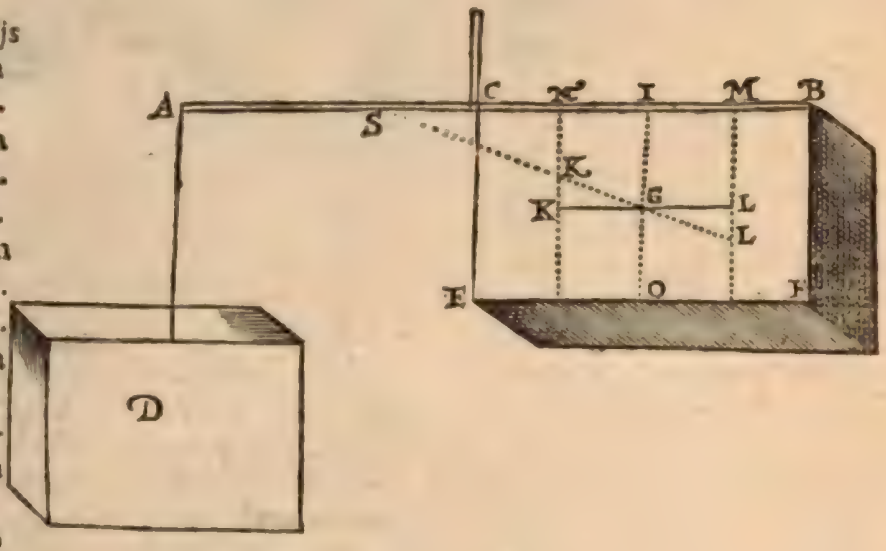
[e] per præcedentem operationem.
[f] ex proxima operatione.
[g] vt mox faciebamus.
[h] per 14. huius.
[i] per 10. huius.
[k] per 15. huius.
[l] per 6 vel 7. huius.
[m] per 1. lẽmą huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vocamus hanc permutatam centrorum coniunctionem, quia permutatim triangula aſſumpta, reliquam figuræ partem complent. Vt in Hexagono quando ſeorſim capis triangulum A.B.F. reliquum figuræ eſt B.F.E.D.C. quod completur alio triangulo B.D.C. Verùm quando triangulum B.C.D. detrahis, reliqua figuræ pars eſt A.B.D.E.F. in qua triangulum A.B.F. viciſſim reperitur. Hinc nobis permutando eſt. Cæterum hoc theorema vice Lemmatis addemus.

ΘΕΩΡΗΜΑ.

Si fuerint duæ quantitates in æquilibrio, quæ ambæ vel ambarum vna, radijs adhæserint: à centris autem grauitatum earumdem in radios, quibus appenduntur, perpendiculares agantur: incident hæ in radiorum puncta, à quibus si appensæ fuerint eædem quantitates, ita vt iam radijs non toto corpore adhæreant, sed tantum ab illis punctis appendeant, manebunt rursus in æquilibrio.



ΠΡΟΘ. A radijs A.C, C.B. stent in æquilibrio D. & C.F. cuius centrum grauitatis sit G. Pendeat verò D. è filo per centrum grauitatis: at C.F. adhæreat radio C.B. toto corpore: à centro verò G. agatur perpendicularis G.I. in radium C.B.

ΣΥΜΠ. Dico quod si C.F. à radio diuellatur, & à puncto I. per centrum G. filo pendeat in radio C.I. remanore ambarum magnitudinum C.F. & D. æquilibrium.

ΚΑΤΑΣ. Producatur I.G. vsque in O. & intelligatur dirimi C.F. secundum lineam I.O. partium autem C.O, & O.B, centra esse [a] K. & L. quæ iungantur linea K.L. transeunte per G. [b] necessario. Demum à punctis K. & L. perpendiculares cadant k.N, L.M. Ac tandem si k.L. non est parallela ipsi N.M, intelligantur produci, & concurrere in S.

[a] per præcedens problema.
[b] per 1 lemma nonæ huius.

ΑΠΟΔ. Vt est L.G, ad G.k, sic est [c] reciprocè pars C.O. ad partem O.B. Atqui vt L.G, ad G.K, sic est M.I, ad I.N, siue concurrant [d] K.L, N.M. siue parallelæ sint [e]. Proinde M.I est ad I.N, vt reciprocè pars seu pondus C.O. ad pondus O.B. Ergo à puncto I. æquiponderant [f] C.O, & O.B, in radijs N.I, & I.M, & tandem ex I. tantum ponderat magnitudo composita C.F, quantum ambæ partes C.O, & O.B, à punctis N, & M. vel quotlibet aliæ, in quas diuideretur C.F. Pondus enim totius puncto G. tamquam polo respondet. Æquilibrium ergo fit in radijs I.C, C.A, quod fuerat probandum.

[c] per 6. & 7. huius.
[d] per lemma 3. præsentium 13 huius.
[e] per 34 l. 1.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Idem quoque concluderetur si C.B. trutinæ radius transiret per centra K.G.L, seu per medium ponderis E.B. Centrum enim grauitatis perpetuo esset G. à quo radius æquilibrationis est dimetiendus, [f] qui proinde esset I. C.A puncto itaque I. quocumque modo appensum pondus E.B. æquiponderabit cum pondere D. Imò quoduis aliud pondus ipsi E.B. æquale. Æqualium enim ponderum æqualia sunt [g] momenta.

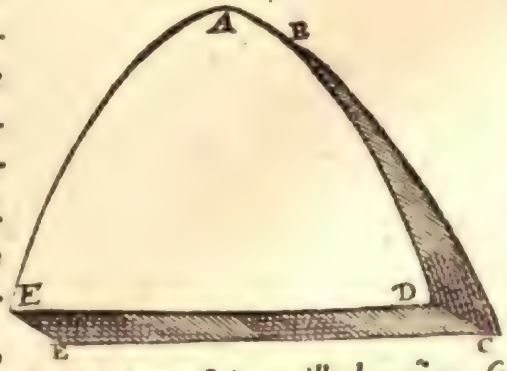
[f] per 3. petitionem primæ post. l. præced.
[g] per 8. post. l. præced.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΙΣΟΡΡΟΠΙΩΝ Β.

ARCHIMEDIS ÆQVI-
PONDERANTIVM LIBER II.

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.

NISI iam quantum satis est conicas sectiones explicuisse-mus, earumque profusiorem tractationem ad initium operis quod sequitur περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων commodius retulisse-mus, locus hic à nobis illud ipsum efflagitaret: cum in sequentibus propositionibus passim Archimedes ὀρθογωνίου κώνου τομὴν repetat. Hac autem rectanguli coni sectione intelligit parabolem. Sectio enim hæc quamquam in omnibus conis, sit vt ostenditur in conicis Elementis, tamen παραβολὴ dicta est ὀρθογωνίου κώνου τομὴ, quia primum generationem habuit in rectangulo cono, sicuti ὑπερβολὴ in amblygonio, ac demum ἔλλειψις in oxygonio. Propositum est itaque Archimedi hoc libro demonstrare, quanam via inueniatur centrum grauitatis plani contenti recta linea & rectanguli coni sectione: Est autem corpus quatuor comprehensum superficiebus, quarum tres sunt planæ, quarta verò curua iuxta sectionem parabolicam. Atque planarũ rursus duæ sunt æquales suprema, & ima, tertia quadrangularis basis ritè dici potest. Æqualium vna refertur superficie E. A. D. posita E. D. recta & linea curua E. A. D. sectione parabolica: tertia est E. F. D. Quartæ pars hoc intuitu visa est D. C. B. A. Tota vero est fascia quædam superficialis, æqualiter vbique ac basis lata, quæ à latere basis D. C. ad aliud latus E. F. figuram secus curuitatem sectionis D. A. E. complectitur. Ne quis igitur hic agi putet περὶ τῦ τμήματος seu de portione,

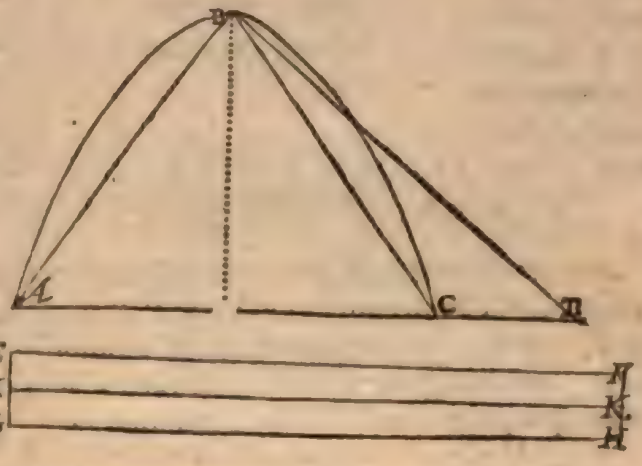


quę à cono parabolica sectione diuellitur: Longè enim interest inter illud τμῆμα seu segmentum, & planum, cuius hic centrum quærimus: illud enim conica superficie continetur, basimque habet circuli portionem: demum in illo tres tantum superficies notari possunt, vna conuexa, & duæ planæ. Et propterea aliter ac nostrum planum definitur

quod nihil conuexi habet, quamquam aliquid obliqui, sed plani. Nam fascia quidem illa contorquetur, sed non globosa est, non gibba, qualis est superficies sphæræ seu coni. Denique ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῆς γραμμαις κεῖται. Et est plana inter duas parabolicas sectiones E. A. D. superiorem, & B. F. C. inferiorem, licet curua sit habita ratione aliorum terminorum E. F, D. C. Superficierum enim planarum duplicem agnosco differentiam. Quædam ex æquo iacent inter suas rectas lineas, ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῶν εὐθείαις
a 7 definit. lib. 1. *vt definit a Euclides: & hæ quidem sunt perfectè planæ. Quædam etiam ex æquo iacent inter quædam quidem lineas, sed non rectas, ἐξ ἴσου ταῖς ἐφ' ἑαυτῶν γραμμαις, ἀλλὰ μὴ εὐθείας: cuiusmodi sunt tum hæc fascia nostra παραβολικῶς conuoluta, tum quælibet aliæ planæ quouismodo intortæ. A vera quidem & legitima planitie discedunt, nihilominus planæ dici possunt, cùm natura sua planæ natæ sint, curuitatemque duntaxat ab aliena contorsione recipiant. Non est eiusmodi sphærica superficies, quæ ideo non plana est, quia gibbosa nata est, concaua vel conuexa: nihil denique recti habet, aut in ea describi potest: fascia vero hæc parabolica, plana consideratur, in eaque rectæ lineæ describi possunt à summo ad imum. Eam ergo planam dicere non pigebit, figuramque quam constituit, planam appellare. Ea ratio fuit cur libri inscriptioni restituerim ἐπιπέδων, quod vocabulum forsan sublatum est, cùm hic aliquid non planum vulgus suspicaretur. Vulgaris enim ἐπιφανὴς est tantum ἰσοῤῥοπιῶν. quæ ideo minus accedet, quia nimis vniuersalis est. Omnia enim quæ æquiponderare possunt, complectitur, & plana, & minime plana. At de planis tantum agimus. Quamquam enim libro superiori Archimedes multa edixerit quæ omnibus grauibus conueniunt, vt quæ tertia, quarta, quinta, sexta, septima propositionibus demonstrantur, ob quod illic μεγέθεα dixit, seu βάρεα. in aliis παραλληλόγραμμα seu τείγωνα: Tamen si scopum Archimedu attentiùs intueamur, in centrum grauitatu planorum ponderosorum τὸν αὐτὸν κέντρον βαρέος καὶ περισχεῖν τὸν αὐτὸν animaduertemus: nonnullaque primò demonstrasse, quæ grauibus cunctis communis essent, vt inde centra planorum æquiponderantium inuestigaret, hoc est, puncta, seu polos, quibus quælibet plana appensa æquiponderarent, & horizonti parallela remanerent, libro primo plana rectilinea absoluit, hoc vero plana curuilinea persequitur, vt satius sit librum esse dicere planorum æquiponderantium, quam simpliciter æquiponderantium, ne ab Authoris scopo inaniter diuagemur. Antequam autem proponat Archimedes, problema hoc necessarium præmittemus.*

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Plano sub recta linea & parabolica sectione contento parallelogrammum æquale reperire, ipsumque ad datam rectam lineam applicare, ita vt recta hæc illud bifariam dirimat.



ΠΡΟΘ. Detur planum A. B. C. contentum sub recta linea A.C. & rectanguli coni sectione A. B.C. planum inquam parabolicum, [a] cuius vertex sit [b] B. Detur item linea I. k.

ΚΑΤΑΣ. Producatur A. C. & fiat C. D. tertia pars totius A. C. ducanturque lineæ A. B, C. B, D. B, Ad lineam autem I. k. in angulo k. I. G. applicetur [c] rectangulum I. H. æquale dimidio trianguli A. B. D. G. Tum producta rectò G. I. in E. fiat I. E. æqualis ipsi I. G. & perficiatur parallelogrammum E. k.

[a] per 12. primum lib. precedent. [b] per 3. defin. lib. de conoid. & sphæroid.

[c] per 44. l. 1

ΣΥΜΠ. Dico E. H. parallelogrammum æquale esse proposito plano parabolico A. B. C. & bifariam diuidi à linea I. k. cui applicatur.

ΑΠΟΔΕΙ. Planum parabolicum A. B. C. est [d] sesquitertium trianguli A. B. C. Atqui eiusdem trianguli A. B. C. sesquitertius est [e] altera A. B. D. Hic igitur triangulus A. B. D. æqualis est [f] proposito plano parabolico. Atqui parallelogramma I. H. & I. F. sunt [g] æqualia, tum alterum I. H. factum est æquale dimidio trianguli A. B. D. Totũ proinde E. H. triangulo A. B. D. par est, & itaque [h] plano parabolico A. B. C. Ad lineã ergo I. k. datam applicauimus parallelogrammum æquale dato parabolico plano, ita vt data linea parallelogrammum bifariam diuidat, quod fuerat agendum.

[d] per 17. & 24. lib. de quadrat. parabo. [e] per 1. l. 6. [f] per 9. l. 5. [g] per 1. com. sent.

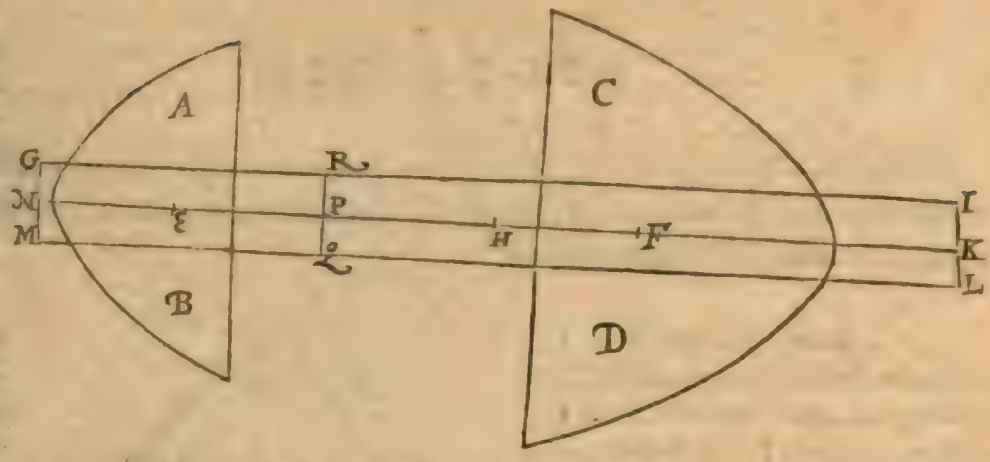
ΠΡΟΤ. Α.
ΘΕΩΡΗΜΑ Α.

Εἶκα δύο χωρία περιεχόμενα ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ἃ δυνάμεθα παρὰ παὶ δοθεῖσαν εὐθεῖαν παραβαλεῖν, μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἔχοντα· τοῦ δὲ ἀμφοτέρων αὐτῶν συγκειμένου μεγέθει τὸ κέντρον τοῦ βάρεος ἐστὶν ἐπὶ τῆς ἐπιζευγνυούσης τὰ κέντρα τῶν βάρεος αὐτῶν, διαιρέονται οὕτω τὰς εἰρημένας εὐθείας, ὥστε τὰ τμήματα αὐτῆς ἀντιπεπονθότων τοῖς αὐτοῖς λόγον ἔχειν τοῖς χωρίοις.

PROP. I.
THEOR. I.

Si duo spacia comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione, quæ possumus ad datam rectam lineam applicare, idem grauitatis centrum nõ habeant: compositæ ex vtrisque magnitudinis cẽtrum grauitatis erit in recta linea coniungente grauitatis eorum centra quæ dictam rectam sic diuiserat, vt portiones ipsius permutatim eandem rationem ac ipsa spacia habuerint.

ΥΠΟΘ. Sint duo ſpacia ſeu plana parabolica [a] A. B. C. D. quorũ grauitatũ cẽtra E. & F. recta linea E F. iunganturq; diuidatur in H. ita vt F. H. ſit ad H. E. vt eſt A. B. ad C. D.



[a] per 10. petitionem lib. precedent.

ΣΥΜΠ. Dico H. eſſe centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex duobus ſpacijs A. B. C. D.

ΚΑΤΑΣ. Lineæ E. H. fiat æquales quæque duarum F. P. & F. K. tum ipſi E. P. pari alteri H. F. Cuum cum ſint E. H. & P. F. æquales, communi P. H. ſublata manent [b] E. P. & H. F. æquales) ponatur E. N. quoque æqualis. Ad lineam autem N. P. applicetur [c] parallelogrammum G. Q. æquale ſpacio A. B. bifariamque diuiſum linea E. P. Denique perficiatur parallelogrammum Q. I.

[b] per 3. comm. ſent.

[c] per lemma precedens.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam quælibet duarum P. E, E. N. vni H. F. eſt æqualis tota P. N. ipſius F. H. eſt dupla. Deinde quæque duarum P. F, F. K. vni H. E. eſt æqualis, & ideo tota P. k. vnius H. E. eſt dupla. Vt itaque F. H. ad H. E. ſic eſt [d] N. P. ad P. K. vel Q. M. [e] ad Q. L. vel denique parallelogrammum [f] Q. G. ad aliud Q. I. Atqui vt F. H. ad H. E. ſic eſt [g] A. B. ad C. D. vt ergo Q. G. ad Q. I. ita eſt [h] A. B. ad C. D. & viciſſim; vt Q. G. ad A. B. ſic Q. I. ad C. D. Eſt vero Q. G. æqualis [g] ſpatio A. B. Eſt itaque Q. I. æquale ſpatio C. D. Eſt [i] autem parallelogrammi Q. G. centrum grauitatis E. ſicuti F. centrum grauitatis parallelogrammi Q. I. Et ideo H. [m] centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex duobus parallelogrammis Q. G. & Q. I. Proinde centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex duobus ſpacijs A. B. C. D. pondere æqualibus illis duobus parallelogrammis erit [n] punctum H. quod fuit probandum.

[d] per 15. l. 5. [e] per 34. l. 1. [f] per 1. l. 6. & per fabricam. [g] per 11. l. 5 [h] per 16 l. 5. [i] per 9 & 10. l. prec. [m] per 6 vel 7 l. prec. [n] per 8 petit. lib. preced & per coroll. addit. theorem. ad finem eiusdem lib.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vocabula duo propoſitionis mutauimus, & pro μὴ τὸ αὐτὸ κέντρον τῆ βάρεως ἔχοντα, vt vulgo legitur, poſuimus ἔχοντα; tum pro ἀφῃρῆσθαι ὕπως τὰν αἰρημένων εὐθειῶν ſcripſimus ἀφῃρῆσθαι. Sic enim ſenſus multo clarior eſt, & menti Archimedis conuenientior, qui aliter nullus fere eſt. Prima etenim clauſula verbo caret. Secunda vero ſectionem refert ad lineam quæ potius ſecatur quam vt ſecet. Centra ſunt grauitatum magnitudinum quæ ſecant diſtantiam E. F. aut ſaltem terminant. Magis quadraret lectio manuſcripti qui habet ἀφῃρημένας ὕπου τᾶς αἰρημένας εὐθείας quod nos aduerbio abſoluto explicaremus, diuiſa, ſcilicet, ſic dicta recta linea, &c.

MANIF. I.

Si in portione ſub recta & rectanguli coni ſectione comprehenſa triangulum inſcribatur eandem baſim habens ac portio, & altitudinẽ æqualem: & rurſus in reliquis portionibus triangula inſcribantur eaſdem habẽtia baſes cum portionibus

ΦΑΝΕ. Α.

Εἶνα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τρίγωνον ἐγγραφῆ τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμάματι, καὶ ὕψος ἴσον· ἢ πάλιν εἰς τὰ καταλειπόμενα τμάματα τρίγωνα ἐγγραφέωντι τὰς αὐτὰς βάσεις ἔχοντα τοῖς τμαμάτεσσι καὶ

ὑψος ἴσον, καὶ ἀεὶ εἰς τὰ καταλειπόμενα τμήματα τείγωνα ἐπεγραφέωνται τὸν αὐτὸν τρόπον· τὸ γενόμενον χῆμα ἐν τῷ τμήματι γραμμικῶς ἐπεγράφεσθαι λεγέσθω· φανερὸν δὲ ὅτι τοῦ ὅπως ἐπεγραφέντος χήματος αἱ τὰς γωνίας ἐπιζευγνύουσαι τάς τε ἴσας ἀπὸ τῶν κορυφῶν τοῦ τμήματος, καὶ τὰς ἐξῆς ἀπὸ τὰν βάσιν ἐσοῦνται τοῦ τμήματος, καὶ δίχα τμαθήσονται ὑπὸ τᾶς τοῦ τμήματος διαμέτρου, καὶ τὰν διάμετρον οὖσι εἰς τοὺς τῷ ἐξῆς πλειόνων ἀριθμῶν λόγους, οἵους λεγομένους ποὶ τᾶ κορυφᾶ τοῦ τμήματος. τοῦτο δεδειγμένον ἐν ταῖς πάξεσι.

& altitudines æquales, & semper in reliquis portionibus triãgula fiant hoc ipso modo: Natahinc figura in portione euidenter inscribi dicatur. Manifestum verò est, quod figuræ sic inscriptæ angulos à vertice quidem portionis deinceps proximos iungentes lineæ sint parallelæ basi portionis, & quod à diametro portionis bifariam diuidantur, diametrum vero (diuidant) in rationes numerorum, deinceps imparium, vno dicto ad verticem portionis. Hoc autem demonstrandum fuit in ordinibus.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

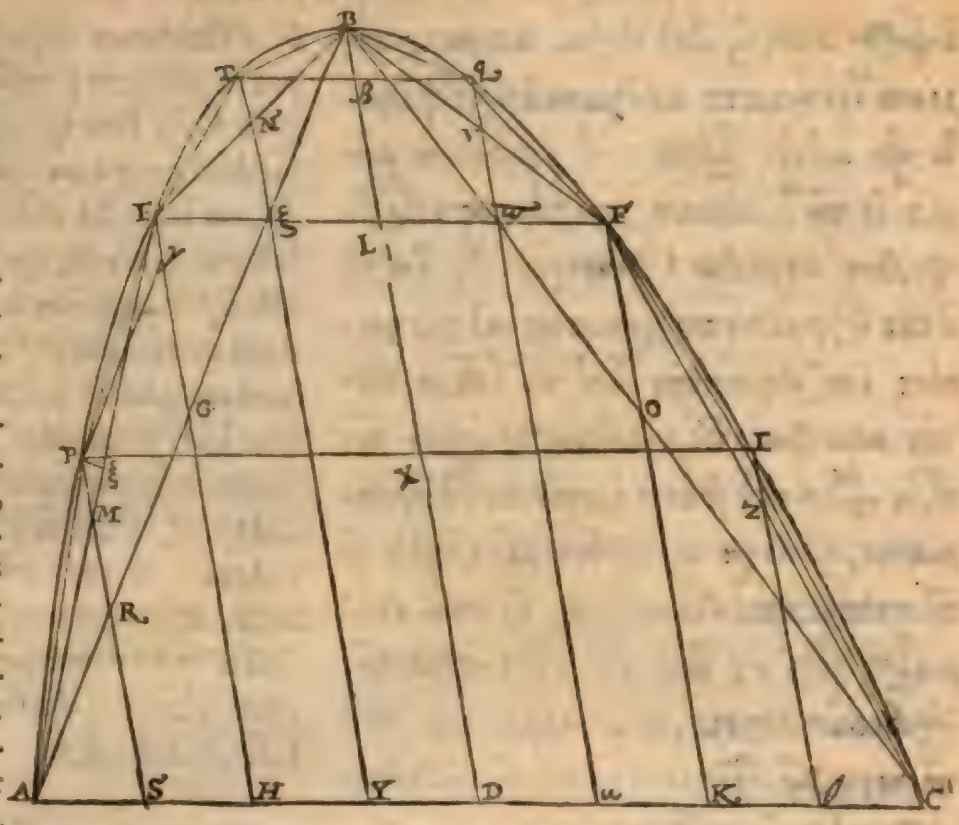
Passim textus Græcus apud hunc authorem corruptè legitur. Vulgaris liber habet διαμέτρου καὶ τῶν διαμέτρων ὑπεις &c. genitiui nempe pluralis vocabulum, quod accusatiui singularis est: ita ut hic nullos sit sensus. Tum vltimis verbis legit δέδεικται, quod manuscripti codices restituunt δεδειγμένον. Cuius mihi alia vis esse videtur quam præteriti. Quippe, huius demonstrandi manifesti, sibi Archimedes imponit onus, cum scribit δεδειγμένον, quod fortasse ab alio demonstratum innueret verbo δέδεικται. Per ordines autem, in quibus illud sibi demonstrandum dicit, intelligit linearum descriptiones, quas ordinatim applicari vocat Apollonius, figurarumque deformationes, quæ fiunt in sectionibus conicis per lineas ordinatim in ipsis applicatas. Etenim lineæ quas hic Archimedes proponit basi parallelas, ordinatim ὑπάρχουσι, καὶ κατὰ τάξιν positæ sunt, vt mox demonstrabimus. Atque ex hoc quidem loco manifestissimè deduci potest, hanc linearum ordinationem, illosque ordines seu τάξεις demonstrasse vsquam, nempe in conicis elementis, quæ Archimedi surripuisse Apollonium ex Heracho alibi retulimus: neque enim verisimile est hoc intactum reliquisse. Equidem hoc manifestum, ex aliis Archimedis scriptis demonstrari potest: & ipsum doctus Geometra Guido Vbaldus princeps: ingenij quidem sui potius subtilitate quàm Archimedis intentione ostendit. Nos itaque conica elementa quæ extant, non tanquam Apollonii: sed Archimedis inuenta, hic in consilium adhibebimus, vt pariter Archimedem per seipsum necessaria proposuisse manifestum fiat.

ΤΠΟΘ. Detur parabole, seu planum parabolicum A. B. C. cuius diameter a D. B. diuinat basin. A. C. bifariam: in ea inscribatur triangulus A. B. C. eadem basi, parique altitudine ac portio. Tum in reliquis segmentis A. E. B. & C. F. B. alii inscribantur trianguli A. E. B, C. F. B. paribus item basi ac altitudine cum segmentis. Demum in 4. segmentis reliquis A. P. E, E. T. B, C. I. F. & F. Q. B. trianguli vti præcedentes inscribãtur. Omnium scilicet portionum à prius inuentis diametris. Denique figuræ hoc pacto in portione euidenter καιρίως inscriptæ quæ lateribus definitur A. P, P. E, E. T, T. B, B. Q. Q F, F. I, I. C, & C. A. anguli oppositi lineis iungantur quæ sint P. I, E. F, T. Q. secantes diametrum seu axem D. B. in punctis .L X.

a *inuentum per 28. l. 2. conic.*

ΣΥΜΠ. Dico lineas T. Q, E F, P. I. ordinatim esse b applicatas, hoc est, esse basi A. C. parallelas: easque bifariam diuidi à diametro B. D. Demum eas ita partiri diametrum B. D. vt qualium partium B. g. ad verticem est vna, talium sit g. L. tres, & L. X. quinque, demum: X. D. septem: progrediendo nempe ratione numerorum imparium.

b *per 16. def. prim. l. 1. conic.*



ΚΑΤΑΣ. Omnium segmẽtorum axes educantur recto in basim A. C. qui incidant in puncta S. H. Y. ω. K. ℓ. & agatur P. γ. parallela linea R. G.

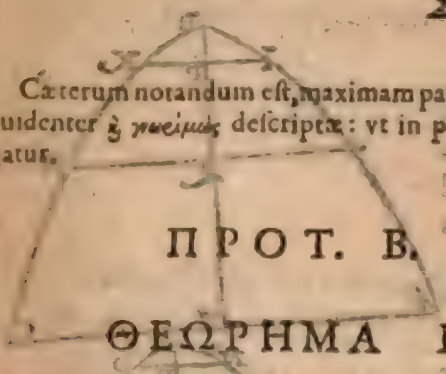
ΑΝΟΔ. Quoniam lineæ P. M, E. G, T. N, Q. V, F. O, I. Z. sunt portionũ diametri, omnes sunt diametro ex generatione B. D. æquidistants, ac inter se. Nam si v. g. P. M. non æquidistat diametro B. D. & alia vt P. ξ. duci possit à puncto P. vertice portionis A. P. E. parallela ipsi B. D. Ipsa P. E. erit [bb] diameter, & basim A. E. bifariam diuidet [c]: at eandem bifariam secat P. M. ex proprietate inuenti diametri: essent proinde A. M. & A. ξ. æquales, pars scilicet toti, quod est absurdum. Eductæ ergo P. S, E. H, T. Y, sunt vni diametro B. D. parallelæ: Et vt E. G. bifariam in G. sic A. D. trianguli A. B. D. latus bifariam diuiditur [d] in H. Deinde cum itidem sint N. R, E. G, N. ξ. æquidistantes, vt latus E. B. trianguli E. B. G. bifariam secatur in N. sic G. B. in ξ. dirimitur. [d] Rursus in triangulo E. A. G, vt latus E. A. æqualiter finditur in M. sic [d] A. G. in R. Erunt [e] itaque partes A. R, R. G, G. ξ. & ξ. B. æquales, cum sint æqualium A. G, G. B. semisses. Æquales ergo quoque sunt [f] A. S, S. H, H. Y, Y. D. Eodem argumento æqualiter diuisam probabimus D. C. in punctis ω. K. ℓ. Cumque sint A. D, D. C. æquales, erunt [e] & illius partes partibus huius æquales iam vt A. D. seu D. C. ad D. B. sic [g] A. S. ad S. R. Et & sic quoque C. ℓ. ad ℓ. ρ. est [h] itaque A. S. ad S. R. vt C. ℓ. ad ℓ. ρ. Et vicissim [i] vt A. S. est æqualis ipsi ℓ. C. sic S. R. par est quartæ ℓ. ρ. Et quoniam ℓ. I. est diametro D. B. æquidistans, vt est A. D. seu [l] D. C. ad D. ℓ. seu D. S. [m] ita est ℓ. ρ. ad ρ. I. Atqui rursus vt C. D. ad D. S. sic [m] S. R. ad R. P. Itaque vt ℓ. ρ. ad ρ. I. sic S. R. ad R. P. & vicissim [i] vt ℓ. ρ æquales est secundæ S. R. sic ρ. I. æquatur quartæ R. P. Vnde apparet P. S. & I. ℓ. esse æquales. Atqui sunt parallelæ. Ergo P. I. & S. ℓ. seu basis A. C sunt [n] parallelæ. Similiter probabimus E. F. & T. Q. parallelas esse basi A. C. Vnde sequetur ordinatim applicatas P. I. E. F, T. Q. à diametro A. B. bifariam secari, in punctis [o] L. X. Denique cum E. H. & F. k. sint æquales & parallelæ, sunt [n] etiam æquales & parallelæ E. F. & H. K. earumque semisses [e] E. L. & H. D. Atqui vt est B. D. ad B. L. sic est [p] quadratum A. D. ad quadratum E. L. seu ad quadratum H. D. Est [q] vero quadratum A. D. quadruplum quadrati H. D. quis H. D. est semissis ipsius A. D. Ergo qualium partium B. D. erit 4. talium erit vna B. L. aut qualium erit B. D. sexdecim, talium erit B. L. 4. & L. D. duodecim. Eodem argumento probabimus, qualium partium fuerit quatuor B. L. earumdem esse B ℓ. vnam, & ideo B. L. tres. Adhuc sunt E. H. & L. D æquales ideoque qualium L. D. erit 12. talium erit & 12. E. H. Atqui vt est A. D. dupla semissis A. H. ita est [ds]. B D. dupla quartæ H. G. ob trianguli A. H. G. & A. D. B. similitudinem. Qualium ergo erit B. D. sexdecim, talium erit H. G. octo. Est autem E. H. earumdem duodecim. Est ergo E. G. quatuor. Verum cum in portione A. E. B. basi A. G. B. parallela sit P. γ vt est quadratum A. G duplum quadrati P. γ. nempe quadrati R. G. ita est [f] quadruplum E. G. partis E. γ. ita vt qualium E. G. est quatuor, talium sit E. γ vnius & γ. G. seu æquales B. R.

[bb] per 46. El. & coroll 51. l. 1. conic.
[c] per 10. definit. l 1. conic.
[d] per 2. l. 6.
[e] per 15. l. 5.
[f] per 3. lemma præfixũ 23. libris præcedentib.
[g] per 4. l. 6.
[h] per 11 l. 5
[i] per 16. l. 5
[l] per 7. l. 5.
[m] per 4. lib. de quadratura paraboles.
[n] per 33 l 1 & per 10. definit. & coroll. 7. l. 1. Conic.
[o] per 20 l. 1. Conic
[p] per 20. l. 6
[q] per 20. l. 6

trium

trium. Atqui vt A. H. est dupla A. S. sic dupla est H. G. alterius S. R. Et qualium est H. G. octo, talium est S. R. quatuor, & tota P. S. septem. Sunt vero P. S. & X. D. æquales. Ergo X. D. est septem qualium tota L. D. est duodecim, vnde manet L. X. esse quinque. Tandem igitur qualium B. β. est 1. talium est β. L. 3, L. X. 5. & X. D. 7 quod fuerat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Cæterum notandum est, maximam partem huius manifestæ propositionis definitionem esse figuræ euidenter ἐγγεγραμμένης descriptæ: vt in posterum cum de hac figura mentio fiet, quænam sit, intelligatur.

ΠΡΟΤ. Β.

ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Εἰ δὲ ἐν τμήματι περιεχομένῳ ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς εὐθύγραμμον γεγράμμενον ἐγγεγραφῇ· τοῦ ἐγγραφέντος κέντρον βάρεος ἐστὶν ἐπὶ τῆς τοῦ τμήματος διαμέτρου.

PROP. II.

THEOR. II.

Si vero in portione comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione rectilineum euidenter inscribatur: inscripti centrum grauitatis erit in diametro portionis.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione A. B. C. cuius diameter B. D. & in qua euidenter descripta sit figura rectilinea A. P. E. T. B. Q. F. I. C.

ΣΥΜΠΕ. Dico figuræ euidenter inscriptę centrum grauitatis esse in diametro B. D.

ΚΑΤΑΣ. Coniungantur anguli figuræ lineis P. I, E. F, T. Q.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam trapezij A. P. I. C. latera P. I. & A. C. sunt [a] parallela, bifariamque dirimuntur [a] in X. & D. centrum grauitatis ipsius est [b] in linea X. D. Eadem ratione centrum grauitatis trapezij P. F. est in linea L. x. Rursus centrum grauitatis trapezij E. Q. est in β. L. denique trianguli T. B. Q. centrum grauitatis est [c] in B. β. Ergo centrum grauitatis compositæ magnitudinis ex omnibus illis figuris tribus trapezijs & triangulo, nempe figuræ γραμμικῶς inscriptæ, est [d] in linea coniungente omnium centra nempe in D. B. diametro: quod fuit probandum.

[a] per prac. manifest.
[b] per 15. lib. precedent.
[c] per 13. lib. preced.
[d] per 8. eiusdem prac. libri.

LEMMA I.

Parabolæ omnes sunt similes.

Ex Apollonij conicorum libro sexto refert Eutocius definitionem similium coni sectionum, quam alias explicuimus: cui subiungit ὅτι αἱ παραβολαὶ πᾶσαι ὅμοιαι εἰσίν. Verum rationem non addidit: quam hic in gratiam eorum quæ sequuntur, subnectemus.

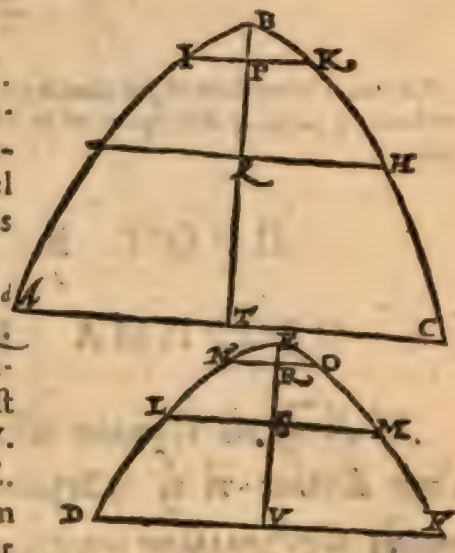
ΥΠΟΘ. Sint duæ parabolæ A.B.C, D.E.F.

ΣΥΜΠ. Dico eas similes esse.

ΚΑΤΑΣ. Earum inueniantur [a] diametri B.T, E.V. quæ diuidantur [b] similiter in punctis P. Q, R. S. figuris in ipsis si placet euidenter descriptis [b], quarum angulos lineæ coniungant I.k, G.H, N.O, L.M. Vel solum sint per puncta sectionum P.Q, R.S. basibus A.C. & D.F. ductæ [c] parallelæ.

ΑΠΟΔΕΙ. Vt est B.T. ad B.Q. sic est quadratum [d] A.T. ad quadratum G.Q. Atqui vt B.T. ad B.Q. sic est [e] E.V. ad E.S. Si enim notę sint sectiones diametrorum à figuris euidenter descriptis, quæ pars est B.Q. totius B.T. eadem est [b] E.S. diametri E.V. Ergo quadratum A.T. est [f] ad quadratum G.Q. vt E.V. ad E.E. hoc est, vt quadratum D.V. ad quadratum L.S. Et proinde lineæ A.T. est [g] ad lineam G.Q. vt D.V. ad L.S. Si enim rationes duplæ sunt similes, etiam simplices similes sunt. Ex cõsequenti tota A.C. est [g] ad totam G.H. vt tota D.F. ad totam L.M. Iam ponamus esse primo A.C. ad G.H. vt D.F. ad L.M. Erit rursus B.T. ad B.Q. vt E.V. ad E.S.

ΑΠΟΔ. Nam quia A.C. est ad G.H. vt D.F. ad L.M. erit [g] semissis A.T. ad semissem Q.G. vt semissis D.V. ad semissem L.S. & quadratum A.T. ad quadratum G.Q. vt [d] quadratum D.V. ad quadratum L.S. Proinde erit quoque B.T. ad B.Q. vt E.V. ad E.S. Hoc autem perpetuo accidit in omnibus parabolis. Ergo parabolæ omnes sũt [h] similes, quod fuit probandum



a per 28 1. 2. conic.

b per 1 cl. 6 vel per manif. huius.

c per 31 l. 1. d per 21. l. 1. conic.

e per fabricam.

f per 11. l. 5.

g per 15. l. 5.

h per 11 pet. huius, & per ea quæ dicta sunt ad 17. defin. libri de conoidib. & sphæroid.

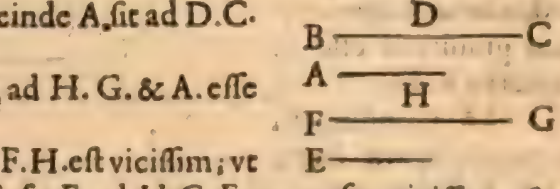
LEMMA II.

Si fuerit sicut totum ad ablatum, sic totum ad ablatum: & rursus vt totum ad reliquum, sic totum ad reliquum: Erit ablatum ad reliquum, vt ablatum ad reliquum, & vt totum ad totum, sic totum ad totum.

ΥΠΟΘ. Si A. est ad B.D. vt E. ad F.H. Deinde A. sit ad D.C. vt E. ad H.G.

ΣΥΜΠ. Dico B.D. esse ad D.C. vt F.H, ad H.G. & A. esse ad B.C. vt E. ad F.G.

ΑΠΟΔ. Nam quia A. est ad B D, vt E. ad F.H. est vicissim; vt A. ad E. sic B.D. ad F.H. Tum vt A. ad D.C. sic E. ad H.G. Ergo rursus vicissim; est vt A. ad E. sic D.C. ad H.G. Proinde [l] vt B.D. ad F.H. sic D.C. ad H.G. & vicissim vt B. D. ad D.C. sic F.H. ad H.G. Et simul omnes antecedentes [m] B.C. sunt ad omnes consequentes F.G, vt vna A.D. ad vnam F.H. hoc est vt A. ad E. & inuertendo [n] A. est ad B. C, vt E. ad F.G. quod fuit probandum.



i per 16. l. 5.

l per 11 l. 5.

m per 12 l. 5

n per coroll. 4. l. 5.

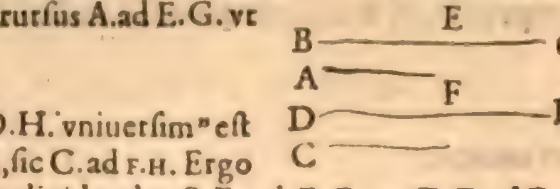
LEMMA III.

Si fuerit prima ad secundam vt tertia ad quartam, prima verò fuerit ad partem secundæ, vt tertia ad partem quartæ, erunt secunda & quarta diuisæ in eadem ratione, & contra.

ΥΠΟΘ. Sit A. ad B.G. vt C. ad D.H. Et rursus A. ad E.G. vt C. ad F.H.

ΣΥΜΠ. Erit B.E ad E.G. vt D.F. ad F.H.

ΑΠΟΔ. Nam quia A. est ad B.G. vt C. ad D.H. vniuersim [o] est B.G. ad A. vt D.H. ad C. Atqui vt A. ad E.G, sic C. ad F.H. Ergo ex æquo, B.G, est ad E.G. vt D.H, ad F.H, & diuidendo [p] B.E, ad E.G, vt D.F, ad F.H.



o per 22. l. 5

p per 17. l. 5.

Iam B. G. & D. H. similiter diuidantur hoc est, sit B. E. ad E. G. vt est D. F. ad F. H.

ΣΥΜΠ. Dico esse A. primam ad partem secundæ, putà ad B. E. vt est tertia C. ad D. F. ad partem quartæ.

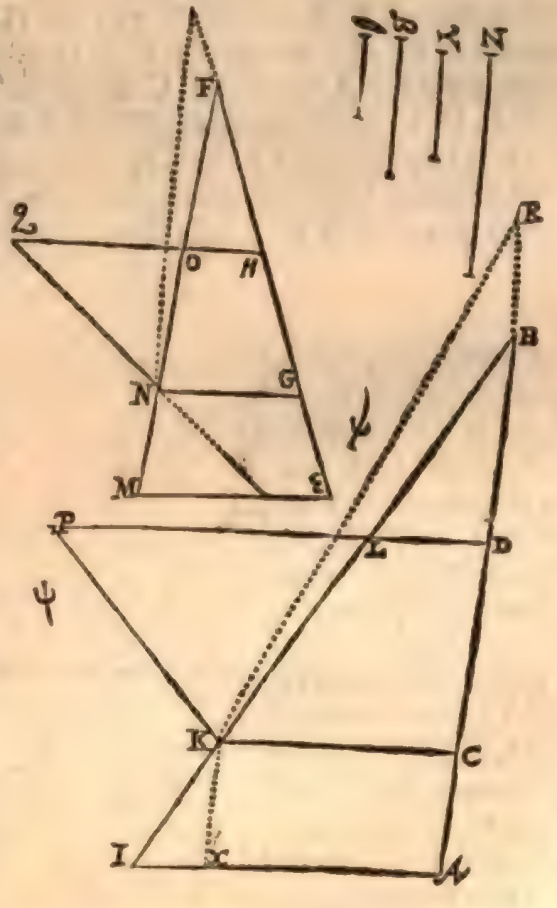
ΑΠΟΔ. Quia A. est [a] ad B. G. vt C. ad D. H. Tum B. E. ad E. G. vt D. F. ad F. H. & componendo [b] B G. ad E. G. vt D. H. ad F. H. Est ex æquo [c] A. ad E. G. vt C. ad F. H. Sed quia B. G. ad E. G. vt D. H. ad F. H. & [d] diuidendo B. E. ad E. G. vt D. F. ad F. H. & inuertendo E. G. ad E. B. vt H. F. ad F. H. sequitur ex æquali A. esse ad B. vt C. ad D. F. quod fuit propositum.

[a] per hypothesim.
[b] per 18. l. 5.
[c] per 22. l. 5
[d] per 17. l. 5

LEMMA IV.

Si duæ lineæ similiter secantur, & à punctis tam extremitatum quam sectionum lineæ assurgant parallelę in similibus rationibus, quarum extrema rectis iungantur: trapezia quæ hinc nascentur, erunt inter se sicuti trapezia quæ orientur illinc.

ΥΠΟΘ. Sint duæ lineæ A. B, E. F. similiter diuisæ in punctis C. D, G. H. à quibus vt ab A. & E. erigantur parallelæ A. I, C. K, D. L. succedentes minores maioribus. Tum E. M, G. N, H. O. quæ sint in eadem ratione, nempe A. I. ad C. k. vt E. M. ad G. N. Tum C. k. ad D. L. vt G. N. ad H. O. Hæ denique intelligantur iungi lineis I. k, k. L, M. N, N. O.



ΣΥΜΠΕ. Dico trapezium k. A. esse ad aliud k. D. vt trapezium M. G. ad aliud N. H.

ΚΑΤΑΣ. Producantur I. k, N. M. quousque concurrant cum A. B, E. F. in punctis R. & S. Nam concurrent, quia duæ C. k, G. N. minores sunt duabus præcedentibus A. I. & E. M. Et si à puncto k. decidat k X. parallela & æqualis [e] ipsi C. A. quæ secet A. X. parallelam & æqualem ipsi C. k. Erit [f] angulus I. minor externo k. X. A. ita vt duo I. & I. X. k. hoc est [g] I. A. C. minores sint duobus rectis, vnde fiat vt I. k. & A. B. C. productæ concurrant [h]. Idem est de N. M. Fiat autem vt quemadmodum A. I. est ad C. k. ita sit [i] C. k. ad Z. Et vt E. M. ad G. N. ita sit G. N. ad β. Rursus vt k. G. ad D. L. sic ponantur [k] D. L. ad Y. denique vt N. G. ad O. H. sic censeatur [l] O. H. ad δ.

[e] per 33. l. 1.
[f] per 16. l. 1
[g] per 29. l. 1
[h] per penult. sent. comm. lib. 1.
[i] per 11. l. 6.
[k] per 29. l. 1 & 4. l. 6.
[l] per 29. l. 6

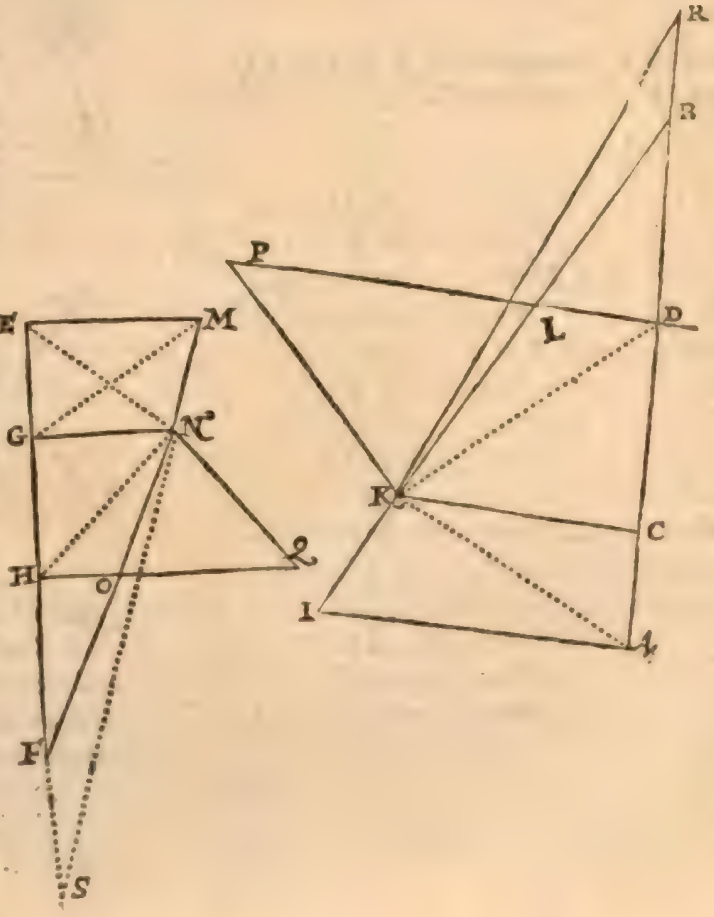
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam trianguli A. I. R, C. k. R. sunt [m] similes, primus est [n] ad secundum in ratione lateris A. I. ad latus k. C. duplicata, hoc est [o] vt I. A. ad Z. Similiter ostendam triangulum S. M. E. esse ad triangulum S. N. G. vt M. E. ad β. Verum vt I. A. ad k. C. & k C. ad Z. sic est [p] M. E. ad N. G. & N. G. ad δ. Proinde ex æquo [q] I. A. est ad Z. vt M. E. ad δ. Et ex consequenti [r] triangulus A. I. R. est ad C. k. R. vt triangulus S. M. E. ad alium S. N. G. Et diuidendo [s] trapezium

[m] per penult. sent. comm. lib. 1.
[n] per 11. l. 6.
[o] per 20. def. 5.
[p] per hypothesim.
[q] per 22. l. 5.
[r] per 11. l. 5.
[s] per 17. l. 5

A. I. K. C. est ad triangulum K. R. C. vt trapezium N. M. G. E. ad triangulum S. N. G. Rursus in propositis triangulis, vt est I. A ad k. C. sic est[a] R. A. ad R. C. Et vt M. E. ad N. G sic est S. E. ad S. G. Atqui vt A. I. ad k. C. sic est M. E. ad N. G. Ergo vt R. A. ad R. C. sic est[b] S. E. ad S. G. & diuisim[c] vt A. C. ad C. R. sic est E. G. ad G. S. & inuersim[d] vt R. C. ad C. A. sic S. G. ad G. E. Verum ex hypothetica propositarum linearum A. B, F. E. simili sectione, vt est A. C. ad C. D. sic E. G. ad G. H. Proinde ex æquo vt est R. C. ad C. D. sic est S. G. ad G. H. Sed ex eadem diuisione vt C. D. ad D. B sic G. H. ad H. F. & inuersim[d] vt D. B. ad D. C. sic F. H. ad H. C. & coniunctim[e] vt B. C. ad D. C. sic F. G ad F. H. & inuersim[d] vt C. D. ad C. B. sic G. H. ad G. F. Dicebamus vero R. C. ad C. D. vt S. G. ad G. H. & iam est C. D. ad C. B. vt H. G. ad G. F Ex æquali[f] ergo R. C. est ad C. B. vt S. G. ad G. F. hoc est[g] vt triangulus R. k. C. est ad triangulum k. C. B. sic est S. N. G. trigonus ad trigonum F. N. G. Et quoniam L. D. est parallela basi k. C. tum O. H. æquidistans basi N. G. sunt trigoni[h] B. k. C, B. L. D. similes, vt & alij F. N. G. & F. O. H. suntque[i] in ratione dupla laterum homologorum. Nempe B. k. C. est ad B. L. D. in duplicata ratione eius quam habet k. C. ad L. D. hoc est vt basis k. C. ad Y. & altera F. N. G. est ad F. O. H. in duplicata ratione N. G. ad O. H. hoc est, vt N. G. ad ℓ. Sed rationes simplices linearum k. C. ad L. D. & N. G. ad O. H. sunt[l] æquales: proinde rationes duplicatæ nempè linearum k. C. ad Y. & N. G. ad ℓ. sunt[m] similiter pares. Ideoque triangulus B. k. C. est ad trigonum B. L. D. vt F. N. G. ad F. O. H. Sed diuidendo L. k. C. D. trapezium est ad triangulum B. L. D. vt F. N. G. ad F. O. H. & inuertendo, triangulus B. D. est ad trapezium L. k. C. D. vt trigonus F. O. H. ad trapezium O. N. G. H. Sunt igitur ordine quantitates k. I. A. C. ad R. k. C. & hæc ad k. B. C. & hæc ad L. B. D. & demum hæc ad k. L. D. C. Sicuti aliæ ordine N. M. E. G. ad S. N. G. & hæc ad N, F. G. & hæc ad F. O. H. & hæc demum ad N. O. H. G. Ex æquo[n] itaque prima in primo ordine, trapezium nimirum I. k. C. A. ad vltimam, trapezium scilicet k. L. D. C. est vt in secundo ordine prima M. N. G. E. ad vltimam N. O. H. G. Quod fuerat probandum.

a per 4 l. 6
b per 11 l. 5
c per 17 l. 5
d per coroll. 4 l. 5.
e per 18. l. 5.
f per 22 l. 5.
g per 1. l. 6.
h per 19 l. 6. & 4. l. 6.
i per 19 l. 6.
l Ex fabr.
m per 15 l. 5
n per 22 l. 6

Cæterum si protendatur D. L. in P. & O. H. in Q. ita vt k. C. sit ad P. D vt N. G. ad Q. H. (vt lẽma sit generalius, & de quibuslibet perpendicularibus intelligatur maioribus vel minoribus.)



KATAΣ. Iungantur Q. N. & P. Q. Tum sumantur in P. D. & H. Q. minores portiones quàm sint lineę k. C, N. G. ita tamen vt k. C. sit[n] ad L. D. sicuti N. G. ad O. H. & producantur lineæ k. L. N. O. quousquè conueniant cum productis A. D, E. H. Denique iungantur lineæ k. D. N. H.

APOΔEIΞIΣ. Iam trapezium k. A. ad trapeziũ L. C. ostẽdimus esse vt N. E. ad O. G. Atqui triãg. k. D.

C. & L. D. k. sunt in eadem altitudine, & intra easdem parallelas. Proinde primus est[a] ad secundum vt basis k. C. ad basim L. D. Similiter ostendetur trigonum N. H. G. esse ad trigonum O. H. N. vt N. G. ad O. H. Est[b] vero N. G. ad O. H. vt k. C. ad L. D. Ergo trigonus K. D. C. est ad trigonum k. L. D. vt N. H. G. triangulus ad O. N. H. triangulum & componendo, trapezium L. C. est ad triangulum L. K. D. vt trapeziũ Q. G. ad triangulum, O. N. H. Verum k. L. D. triangulus est[d] ad triangulum L. P. k. vt D. L. ad L. P. & triangulus N. O. H. est ad alium O. Q. N. vt H. O. ad O. Q. Sed D. L. est[d] ad L. P. vt H. O. ad O. Q. quia fecimus vt esset K. C. ad P. D. tùm ad ablatum L. D. sicut N. G. ad Q. H. tùm ad ablatum O. H. Itaque k. L. D. triangulus est ad P. k. L. triangulum vt O. N. H. ad Q. N. O. Sunt igitur magnitudines, nempe in primo ordine k. A. ad L. C. & hæc ad L. k. D. & hæc ad P. k. L. sicut in secũdo ordine N. E. ad O. G. & hæc ad O. N. H. & hæc ad Q. N. O. Et est[e] prima ex æquo k. A. ad triangulum k. P. L. vt N. E. ad triangulum Q. N. O. Totum itaque k. A. trapezium est ad ablatũ L. K. C. D. vt totum N. E. ad ablatum O. N. G. H. deinde, idem totum K. A. est ad reliquum P. k. L. vt idem totum N. E. ad reliquum Q. N. O. Vnde fit[f] vt totum k. A. sit ad totum trapezium P. k. C. D. vt totum N. E. ad totum trapezium Q. N. G. H. quod fuerat probandum.

[a] per 1. l. 6.
[b] per fabr.
[c] per 18. l. 5.
[d] per 3. lemma preced.
[e] per 22. l. 5.
[f] per 2. lemma preced.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc deducere quoque possumus, trapezium I. C. esse ad triangulum K. D. C. vt aliud N. G. ad trigonum N. G. H.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur enim lineæ K. A. N. E.

ΑΠΟΔΕΙ. Cum enim triangulus k. I. A. sit[g] ad triangulum k. A. C. vt basis I. A. ad basim k. C. Tum triangulus[g] N. M. E. ad alium N. E. G. vt M. E. ad N. G. Est[b] vero I. A. ad k. C. vt M. E. ad N. G. sequitur[c] k. I. A. esse ad k. A. C. vt N. M. E. ad N. E. G. & componendo[d] I. C. est ad k. A. C. vt M. G. ad N. E. G. Sed k. A. C. est[g] ad k. C. D. vt A. C. ad C. D. seu vt[i] E. G. ad G. H. & vt E. G. ad G. H. sic[g] N. E. G. ad N. G. H. Ergo vt k. A. C. ad k. C. D. sic N. E. G. ad N. G. H. & ex æquo[m] I. C. est ad k. C. D. vt M. G. ad N. G. H. quod fuit probandum.

[g] per 1. l. 6.
[b] per fabri.
[c] per 11. l. 5.
[d] per 18. l. 5.
[i] per 22. l. 5.
[m] per 22 l. 5

ΓΡΟΤ. Γ.
ΘΕΩΡΗΜΑ Γ.

Εἶτα δύο τμαμάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, εἰς σιάτερ ἂν εὐθύγραμμον ἐπιζευχθῇ γραμμή, ἔχοντα δὲ τὰ ἐπιζευχθέντα εὐθύγραμμα τὰς πλευρὰς ἴσας τῷ πλήθει ἑκάτερα ἑκατέρων, τὰ κέντρα τῶν βαρέων ὁμοίως τεμοῦσι τὰς διαμέτρους τῶν τμαμάτων.

PROP. III.
THEOR. III.

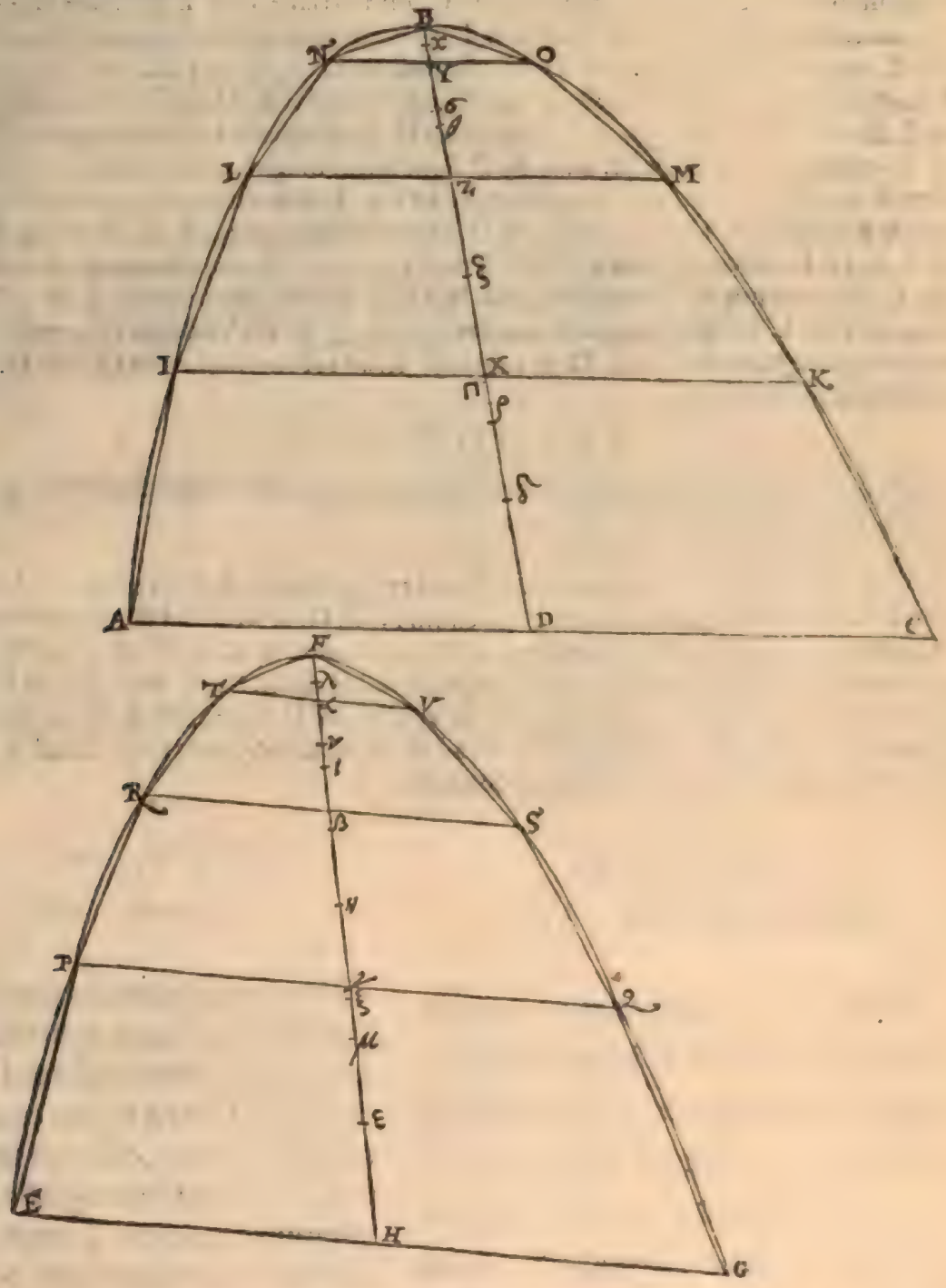
Si in vtraque duarum portionum similium comprehensum sub recta & rectanguli coni sectione rectilineæ figuræ euidẽter describantur, quarum latera sint multitudine æqualia: figurarum centra grauitatum similiter secant diametros portionum.

ΠΡΟΘ. Sint duæ portiones coni parabolicæ A. B. C, E. F. G. in quibus duæ figuræ laterum multitudine æquales euidenter describantur: [n] In prima nempe, figura A. I. L. N. B. O. M. K. C. cuius centrum grauitatis sit π. Et in secunda figura E. P. R. T. F. V. S. Q. G. cuius itidem centrum grauitatis sit ξ. ΔΙΟ. Dico diametros portionum B. D. E. H. similiter & in ijsdem rationibus à centris grauitatum descriptarum in portionibus figurarum, nimirum à punctis π. & ξ. ΚΑΤΑΣ. Iungantur anguli figurarum oppositi rectis lineis, inueniantur quoque [p] centra grauitatũ trapeziorum A. k, I. M, L. O. & triãguli N. B. O. quæ sint ρ. λ. ξ. θ. κ. Tũ aliorũ trapeziorũ E. Q. P. S. R. V. & trianguli T. F. V.

[n] per manifestũ 1. huius.
[o] per prob. l. preced.
[p] per 5. l. preced.

quę sint ι. ϰ. ι. λ. Adhuc magnitudinis compositæ ex A. k, I. M. centrum grauitatis sit[a] ρ. in[b] linea ζ. ϱ. tum alius factæ ex L. O. & N. B. O. sit σ. in[b] linea ϰ. ι. Demum magnitudinis compositæ ex E. Q. P. S. centrum grauitatis sit μ.[a b] vltimæ constitutæ ex R. V. & T. F. V. centrum sit ν.

a per probl. 1. præced.
b per lemma 2. præfixum 8. l. præced.



APOA. Quoniam in propositis portionibus parabolicis diametri B. D. & F. H. similiter secantur[c] à lineis angulos figurarum iungentibus, nempe est D. X. ad X. Z. & X. Z. ad Z. Y. demum Z. Y. ad Y. B. vt est H. γ. ad γ. ε. & γ. ε. ad ε. α. & tandem ε. α. ad α. F. Deinde sunt[d] lineæ iungentes vnius inter se aut earum[e] semisses vt lineæ iungentes alterius inter se, aut earum dimidiæ: scilicet A. D. ad I. X. & I. X. ad L. Z. & L. Z. ad N. Y. vt E. H. ad P. γ. & P. γ. ad R. ε. & denique R. ε. ad T. α. Sequitur centra grauitatum partium figuræ vnius similiter poni vt centra grauitatum partium alterius: Videlicet centrum ϰ. similiter poni ac centrum E. Nam est[f] X. ϰ. ad ϰ. D. vt duplum A. C. cum I. K. ad duplum I. K. cum A. C. Pariter est γ. ι. ad E. H. vt duplum E. G. cum P. Q. ad duplum P. Q. cum E. G. Atqui duplum primæ A. C. cum secunda I. K. est[g] ad duplum secundæ I. K. cum prima A. C. vt duplum tertiæ E. G. cum quarta P. Q. ad duplum quartæ P. Q. cum tertia E. G. quia sunt E. quatuor proportionales. Est ergo X. ϰ. ad ϰ. D. vt γ. ι. ad E. H. Eodē argumēto probabimus centra ζ. ϑ. similiter poni ac alia ϰ. ι.

c per manifest. 1. huius.
d per lemma 1. hic præmissorum.
e per 15. l. 5.
f per 15. lib. præced.
g per lemma 3. præfixum 15. l. præced.

Postremò centra ν. & λ. similiter dirimunt lineas B.Y, & F.α. scilicet in ratione dupla. Est enim [a] B.ν. dupla, partis ν.Y, & F.λ. dupla, partis λ.α. Adhuc quia Y.D, & H.α. similiter secantur, & vt est Y.Z 3, Z.X.5, tum X.D.7, qualium tota B.D, est 16. sic α.δ, est 3, δ.γ.5, & γ.H.7, diametri F.H. Tum à sectionum & extremitatum punctis perpendiculares eriguntur in similibus rationibus: sequitur [b] A.X, esse ad I.Z. vt E.γ. ad P.C: deinde [c] I.Z, ad L.Y, vt P.C, ad R.α. Demum eadem ratione est [c] L.Y, ad N B.Y, triangulum, vt R.α, ad T.F.α. trigonum. Idem censendum de D.k, & reliquis figuræ primæ partibus, ac de H.Q, alijs secundæ figuræ particulis. Totum ergo trapezium A.k, est ad I.M, vt E.Q, ad P.S. Et componendo [d] A.M, est ad I.M, vt E.S, ad P. sed I.M. est ad L.O, vt P.S, ad R.V. Ergo ex æquo A.M, est [e] ad L.O, vt E.S, ad R.V. Demum L.O. est ad N.B.O, vt R.V. ad T.F.V. Igitur adhuc ex æquo [e] A.M. est ad N.B.O. vt E.S. ad T.F.V. Cùm autem idem A.M, ad duo L.O, & N.B.O. se habeat, vt idem E.S. ad duo R.V, & T.F.V. Sequitur A.M. esse [f] ad figuram L.N.B.O.M, vt E.S, ad aliam R.T.F.V.S. Verùm vt A.M, ad figuram L.N.B.O.M. sic ζ.σ.π, ad π.ρ. & vt E.S. ad figuram R.T.F.V.S. sic V.ξ. ad ξ.μ, patet [g] σ.π. esse ad π.ρ, vt π.ξ, ad ξ.μ. His probatis sic inferimus. B.D, est ad D.X, vt F.H, ad H.γ. Sed vt X.D. ad δ.D, sic γ.ι, ad ι H. vt probauimus. Ergo B.D, est [h] D.δ. vt F.H, ad H.ι. vel B.D. est ad ι.X, vt F.H. ad ι.γ. Rursus B.D. est ad X.Z, vt F.H. ad γ.C. secantur verò X.Z & γ.β. similiter in ζ. & ν. vt ostendimus. Ergo B.D. est [i] ad X.ζ. vel ζ.Z, vt F.H. ad γ.ν. vel ν.C. Cùm ergo B.D. sit ad quamlibet duarum X.δ. & X.ζ. vt F.H. ad quamlibet ambarum γ.ι. & γ.ν. Est [f] quoque B.D. ad totam ζ.δ, vt F.H, ad totam ν.ι. At ζ.δ, & ν.ι, similiter diuiduntur in μ. & ρ. Est propterea B.D, ad δ.ρ. vt F.H ad ι.μ. Sed iam ostensum est B.D, ad D.δ, vt F.H, ad H.E. Est [f] igitur B.D, ad totam D.ρ. vt F.H, ad H μ. Eodem argumento demonstrabitur B.D, ad B.σ, vt F.H, ad F.ν. Et proinde B.D, erit ad duas D.ρ, & B.σ. simul vt F.H, ad duas simul, H.μ, & F.V. Cùm itaque B.D, sit ad B.D, vt F.H, ad F.H, æqualis ad æqualem: tum B.D, sit ad partem secundæ, nempè ad D.ρ, & B.σ, simul, sicut tertia F.H, ad partem quartæ H.μ, & F.ν, simul: sequitur; B.D, esse ad reliquam σ.ρ, vt F.H. ad reliquam ν.μ, sed σ.ρ. & ν.μ. similiter secantur in π.ξ. vt probauimus. Propterea B.D. est; ad σ.π, vt F.H. ad ν.ξ. Et adhuc est B.D, ad B.σ, vt F.H, ad F.ν. Vnde B.D, se habet [f] ad ambas simul B.σ.σ.π, seu ad B.π, vt F.H, ad ambas simul F.ν.ν.ξ, seu ad F.ξ, & diuidendo π.D, est ad B.π, vt ξ.H, ad F.ξ. Puncta proinde seu grauitatum figurarum centra π.ξ, similiter ponuntur, quod fuit probandum.

[a] per 4 lemma præpositi 15 l. præced.
[b] per prec. lemm. 4.
[c] per corell. huius. 4. lemm.
[d] per 18 l. 5.
[e] per 22 l. 5
[f] per prece. lemma 2.
[g] per 6. vel 7 l. 5
[h] per 11 l. 5
[i] per lemma prec. 3.

ΠΡΟΤΑ. Δ.

ΘΕΩΡ. Δ.

Γ δυτὸς ἱμάτου σειχομένου ὑπὸ διάσης, ἢ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, τὸ κέντρον τῦ βαρέος ἔστιν ἐπὶ τῆς τῦ ἱμάτου διαμέτρου.

PROP. IV.

THEOR. IV.

Cuiuscumque portionis cõprehensæ sub recta linea, & rectanguli coni sectione, centrum grauitatis est in portionis diametro.

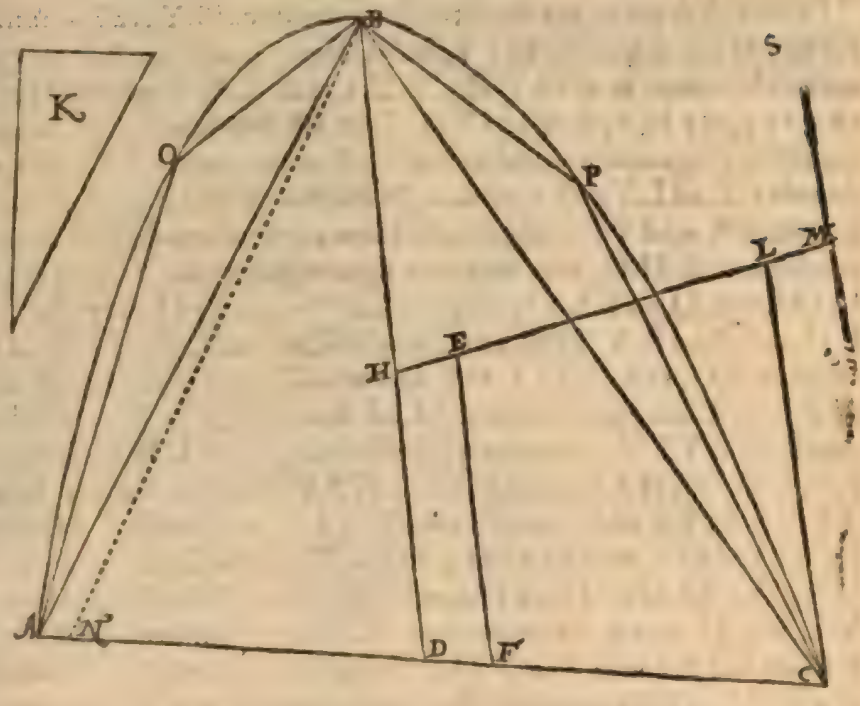
ΠΡΟΘ Σ. Sit portio parabolica A.B C, cuius diameter B.D.

ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis portionis esse in B.D. diametro.

ΚΑΤΑΣ. Si centrum illud non est in B.D. sit extra v. g. in E, à quo [a] ducatur E.F, parallela diametro B.D, aganturque B.A, B.C, vt fiat triangulus A.B.C. Et ponatur [b] vt C.F, ad F.D, sic C.A, ad A.N, ducaturque N.B, vt sit [c] triangulus A.B.C, ad A,B.N, triangulum, vel K. si placet, æqualem, sicut est C.F ad F.D.

[a] per 31. l. 1.
[b] per 12. l. 6
[c] per 1. l. 6.

Digitized by Google



In portione tandem figura euidenter describatur, [a] A. O. B. P. C, ita vt portiones reliquæ sint minores triangulo k. Quod fiet [b] quia triangulorum descriptione tollitur à portionibus, quibus describuntur plusquam dimidium. [c] Descriptæ autem figuræ centrum sit [d] H. quod iungatur cum supposititio centro E. linea H. E. in quam longiùs eductam cadat C. L, parallela [e] diametro B.D, & ipsi E.F. Denique quia triangulus A.B.C. minor [f] est figura euidente, & propterea minorem rationem habet [g] ad idem K, quam ipsa figura: Est [h] verò K. maius reliquis portionibus, & ideò eadem figura habet [g] ad reliquas portiones maiorem rationem quàm ad k. sequitur triangulum A.B.C. in multo minore ratione esse ad k. quã sit figura euidenter inscripta ad reliquas portiones. Et rursus, quia vt A.B.C, triangulus est ad k. sic est C.F, ad D.F. & vt C.F. ad D.F. sic [i] L.E, ad E.H: sequitur L.E. esse ad E.H. in minori ratione, quàm sit figura inscripta euidenter, ad reliquas portiones. Proinde ponatur M.E, ad E.H, vt figura inscripta ad reliquas portiones. Et hæc quidem M.E, maior erit quàm L.E: quia M.E, maiorem habere debet rationem ad H.E. quàm L.E, ad eandem H.E. Vnde maiorem esse oportet. [l]

ΑΠΟΔ. Quoniam est M.E, ad E.H, vt figura euidenter inscripta portioni, ad reliquas portiunculas. Totius verò portionis compositæ ex dicta figura, & dictis portiunculis centrum grauitatis supponitur E, figuræ verò H. sequitur, M. centrum esse reliquarum portionum: ac si earum centra constituerentur in aliqua linea ducta per M. æquidistanter diametro B.D. putà S.T. quod est absurdum: [m] Est itaque etiã absurdum centrum grauitatis portionis esse E, aut extra diametrum B.D.

a *secundum maximum huius.*
b *per 1. l. 10*
c *per 17. & 24. l. de quad. parabol*
d *per 2. & 3 huius.*
e *per 31. l. 1*
f *per 9. com. sent.*
g *per 8. l. 5.*
h *per fabricam.*
i *per 1. l. 6. si fuerit H. C. parallelogr. vel per lemma 3. prox. 13. l. praced. si concurrant L.H. & C. D.*
l *per 8. l. 5.*
m *secundo ex quæ diximus schol. 13 l. praced.*

LEMMA.

Si in parabola figura euidenter inscribatur, duarumque oppositarum portionum relictarum centra grauitatum linea recta copulentur: centrum magnitudinis ex ambabus portionibus compositæ incidet in diametrum totius.

ΥΠΟΘ. Sit parabola A.B.C, cuius diameter B.D, & in qua euidenter describatur figura A.G.B.H.C.

ΣΥΜΠΒ. Dico duarum partium relictarum, vt primo A.G.B, & B.H.C, si centra grauitatum (quæ v.g. sint M & N, in diametris portionum F.G, & E.H.) iungantur linea M.N. centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex ambabus portionibus esse O. punctum, in diametro D.B.

ΚΑΤΑ. Quoniam trianguli A.B.C, centrum grauitatis est in B.D, sit P.D, tertia pars

ipſius B.D, vt ſit [a] trianguli centrum grauitatis P.& iungatur F.E.

ΑΠΟΔ. Triangulus A.B.C, & duæ portiones A.G.B, B.H.C. componunt totam parabolem A.B.C. Atqui trianguli A.B.C. centrum grauitatis eſt P.[a] Tum centrum grauitatis parabolæ eſt [b] in diametro B. D, vbicumque ſit. Ergo quoque diameter B. D. tranſit [c] per centrum reliquæ partis, nempè magnitudinis compoſitæ ex duabus reliquis portionibus A. G. B, B. H.C. Sed ipſum centrum compoſitæ huius magnitudinis eſt [d] quoque in M.N: Ergo eſt neceſſario punctum O. quod fuit probandum.

[a] per 4 lem. 15 l. prec.
[b] per prec.
[c] per 8 l. prec.
[d] per 6. vel 7. l. prec.

COROLLARIVM.

Haud aliter oſtendam ſi triangulorum A.G.B, & B.H.C. partium, nempè inſcriptæ euidenter figuræ, centra grauitatum coniungantur, compoſitæ ex ipſis magnitudinis centrum grauitatis eſſe in diametro B. D.

ΠΡΟΤ. Ε.

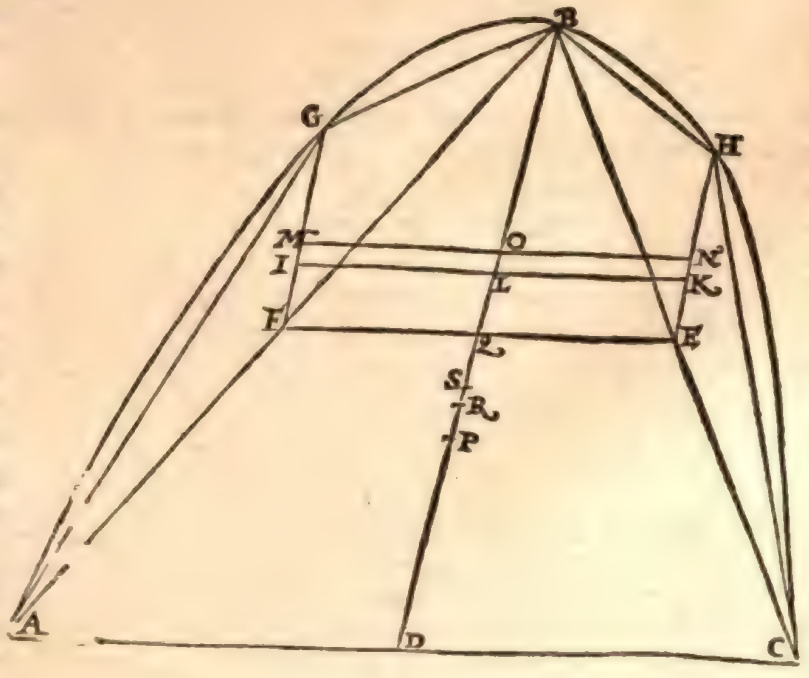
ΘΕΩΡ. Ε.

Εἶτα εἰς τμᾶμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς εὐθύγραμμον ἐγγραφῆ γνωρίμως· τὸ τοῦ ὅλου τμήματος κέντρον τοῦ βάρους ἐγγύτερον ἔσται τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, ἢ τὸ τοῦ ἐγγραφέντος εὐθυγράμμου κέντρον.

PROP. V.

THEOR. V.

Si in portione comprehenſa ſub recta linea, & rectanguli coni ſectione, rectilinea figura euidenter inſcribatur: totius portionis centrum grauitatis propius erit vertici portionis quàm inſcriptæ figuræ centrum.



ΠΡΟΘ. Eadem prorſus hypotheſi manente, quæ fuit in ſuperiori lemmate.

ΣΥΜΠ. Dico centrum totius portionis A. B. C. propius eſſe vertici B. quàm centrum figuræ euidenter inſcriptæ A.G.B H.C.

ΚΑΤΑ. Centra grauitatum triangulorũ A. G.B, B.H.C. cùm ſint [a] quoque in F.G, E.H. ponantur eſſe in I. & k. iunganturque linea I.K.

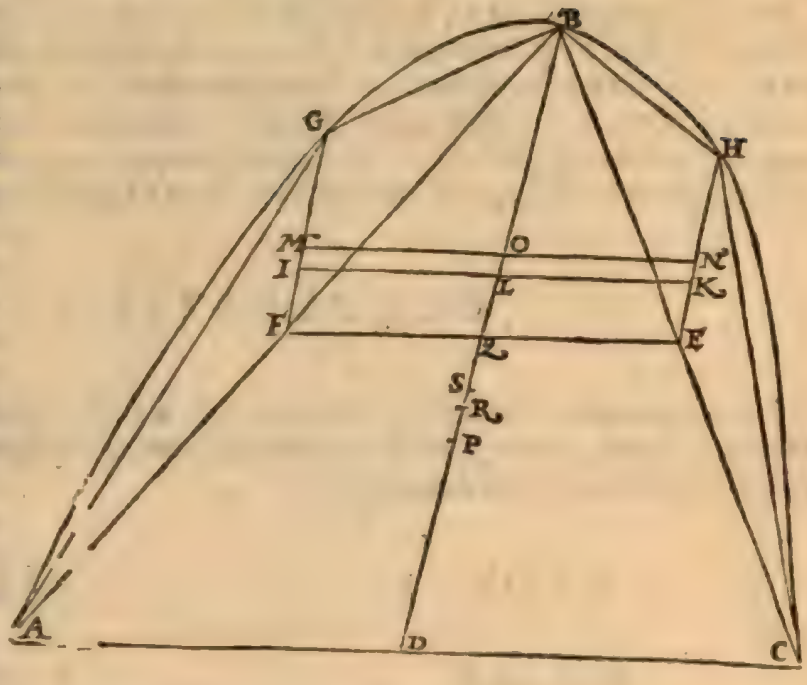
[a] 13. l. prec.

ΑΠΟΔ. Centrum grauitatis magnitudinis compoſitæ ex triãgulis A.B.G,& C.B.H, eſt [b] L. Trianguli verò A.B C, centrum grauitatis eſt [c] P. Proinde centrum grauitatis totius inſcriptæ euidenter figuræ eſt [d] inter P, & L, eo ſcilicet puncto in quo L.P. ſeca-

[b] per lemm. prec.
[c] per 4 lem. 15 l. preced.
[d] per 6. vel 7. l. preced.

Google

retur in ea ratione, in qua est A.B.C, ad duos triangulos A.G.B, & B.H.C, hoc est, in ratione [a] quadrupla. Et sit v.g. R. ita vt L.R. sit ad R.P, vt A.B.C, ad A.G.B, & B.H.C. Similiter centrum grauitatis totius portionis est [b] inter P. & O, eo scilicet puncto, in quo O.P. secaretur, sicut est A.B.C. ad portiones A.G.B, B.H.C, vt forsan in S. Primùm autem R. & S. accedũt magis ad B. quàm C, quia sunt inter P. & L, vel O. At L. & O. propiora sunt puncto B, quàm P. nam P.D est [c] tertia pars diametri B.D. Sed Q.D. est eiusdem integra semissis [cc] cum sint B.F, B.E, semisses duorum laterum B.A, B.C, & sit vt B.F, ad F.A, sic B.E, ad E.C. Vnde fit vt F.E, sit basi A.C, parallela, & B.Q. æqualis ipsi Q.D, punctumque Q. propius sit apici B. quàm C, & ergo multo adhuc propiora sint L. & O. Vnde sequitur totam lineam P.O. vergere ad B, & ergo puncta media R. & S. propius accedere ad B. quàm P. Quod verò S. propius sit ipsi B. quàm R sic ostenditur. Vt est triangulus A.B.C, ad duos triangulos A.G.B, B.H.C, ita est L.R, ad R.P. Et vt idem triangulus A.B.C. ad duas portiones A.G.B, & B.H.C, ita iam fecimus O.S, ad S.P. At verò quia trianguli sunt portionibus minores. Triangulus A.B.C. est [d] ad triangulos A.G.B, B.H.C, in maiori ratione quàm ad portiones A.G.B, B.H.C. Ergo L.R. habet ad R.P. maiorem rationem quàm O.S. ad S.P. Iam ergo aut R & S. sunt in eodem puncto, aut alterum altero inferius. In eodem esse puncto non possunt: quia cum I. & K. sint triangulorum A.G.B & B.H.C, centra grauitatum: M. verò & N. portionum, ostendentur M. & N. propiora verticibus G. & H. quàm I. & K, sicuti probauimus P. remotius esse à vertice B. quàm S. aut R puncta. Et proinde F.I, vel K.E, aut etiam Q.L, minores patebunt quã F.M, vel E.N, aut Q.O, totaque O.S, maior tota L.S. Si itaque S. & R, sunt simul, erũt S.P, & R.P, æquales, & minor L.S, ad R.P, minorem rationem haberet [d], quàm maior O.S, ad æqualem S.P, contra id quod demonstrauimus. Ostensum enim est O.S, ad S.P, minorem habere rationem quàm L.R, ad R.P. Verùm si R, est supra S, versus iugum B, erit R.P, maior quàm S.P, & habebit [d] O.S, ad S.P, maiorem rationem quàm ad R.P. sed & L.R, vt minor habebit adhuc ad R.P, minorem rationem, quàm O.S, vt maior ad eandem R.P. Idcirco multo maiorem haberet rationem O.S, ad S.P, quàm L.R, ad R.P, adhuc contra ea quæ demonstrata sunt. Ergo S. centrum grauitatis paraboles est propius vertici B, quàm R, centrum figuræ euidenter inscriptæ, quod fuit probandum.



[a] per 21. l. de quadrat. parab.

[b] per 6 vel 7 l. præced.

[c] per fabricam.

[cc] per 4 lẽma præmiss. 13 l. præced.

[d] per 8. l. 5

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Mutauimus ordinem & media demonstrationis Archimedis: quia ipse supponit centra grauitatis portionum A.B.G, & C.H.B. secare similiter diametros F.G, E.H. quod tamen nondum demonstrauit. Hoc verò supponere Archimedem necesse est, vt probemus quod ipse infert, nempè παραλληλόγραμμον esse M.F.E.N. Nec enim parallelogrammum esse probauerimus, nisi admiserimus esse F.M. ad M.G. vt E.N. ad N.H. quo posito, cum sint F.G, E.H. diametri æquales, vt manifestè in prima huius demonstrauimus, sequetur [a] M.F. & N.E. similiter esse æquales: At sunt parallelæ. Et proinde æquales & parallelas iungentes M.N, & F.E. cognoscentur [b] parallelæ, & tandem M.E. parallelogrammum.

[a] per 15. l. 5.

[b] per 33. l. 1.

Verùm huiusmodi suppositum huc vsque incertum est. Nam quamquam portiones A. G. B, B. C. H. sunt æquales, nempè sesquitertiæ *a* triãgulorum, qui cum eorum quisque sit eiusdem trianguli A. B. C. suboctuplus *b*, sunt pares. Licet etiam sint *c* similes vt parabolicæ: non tamen propterea ad eas conijctur pertinere quintum postulatum libri præcedentis, quod intelligi videtur, duntaxat de figuris rectilineis, non de mixtis planis. Et si de his etiam postea demonstrabimus. Vt ergo nihil dubij allenemus, nulla illius parallelogrammi facta mentione.

a per 17. & 20. lib. de quadr. parabol.

b per 22. eiusdem per lemmá 3. præfixum 3. huius.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

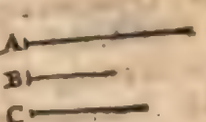
Ex demonstratis deducere possumus, quod si ex quatuor magnitudinibus prima in maiori fuerit ratione ad secundam, quam tertia ad quartam, esse secundam minorem quarta. Nam ex eo quod L.R. primam, ad R.P. secundam, ostendimus maiorem rationem habere quàm O.S. tertiam ad S.P. quartam, tandem concluſimus secundam R.P. minorem esse quarta P.S. Verùm & vicissim demonstrare possumus hoc lemma.

ΛΗΜΜΑ.

Quatuor magnitudinum si prima A. quàm secunda B. maior fuerit, & tertia C. quàm quarta D. prima est ad quartam in maiori ratione, quàm secunda ad tertiam.

a per 8. l. 5.

ΑΠΟΔΕΙΞ. Nam A. vt maior ad D. maiorem habet *a* rationem, quàm B. minor ad eandem D. Et nihilominus B. habet *a* maiorem rationem ad D. quàm habeat ad C. quia C. est maior quàm D. Ergo A. multo maiorem rationem habet ad D. quàm habeat B. ad C, quod fuit probandum.



ΛΗΜΜΑ. B.

Figuræ *πωελιμαι* inscriptæ in parabola, quanto pluribus lateribus constabit, tanto propiùs centrum grauitatis accedet ad verticem portionis.

ΥΠΟΘ. Hypothesi præcedentis propositionis addatur, vt in reliquis portionibus A. T. G, G X. B, B. Y. H, H. V. C. triãgula rursus eudenter describantur, quæ figuram constituant enneagonam A. T. G, X. B. Y, H. V. C, maiorem *a* præcedenti quinque-gona A. G. B. H. C.

a per 9. elem. sim.

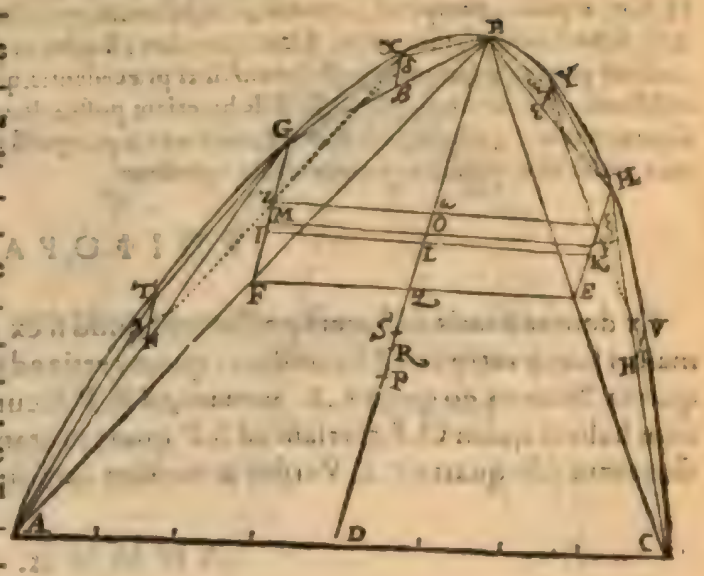
ΣΥΜΠ. Dico centrum grauitatis enneagonæ accedere propiùs ad verticem B. quàm centrum grauitatis pentagonæ.

ΚΑΤΑ Ponatur rursus P. D. tertia pars diametri D. B, vt sit *b* P. centrum grauitatis trianguli A. B. C. figuræ autem pentagonæ, vt superius sit R. Triangulorum *b* verò A. G. B, B. H. C, I. & K. magnitudinisque ex ipsis triangulis compositæ *c* L. At triãgulorum recens *b* aduenientium puncta γ. δ. ξ. ι. magnitudinum ex ipsis compositarum *c* Z. ζ. in diametris F. G, & E. H, ac si appenderẽtur librilibus γ. δ. & ξ, ι. Demum magnitudinis ex ambabus compositæ, quia sunt illæ æquales, ponatur grauitatis cẽtrum in ω. Itaq; ma-

b per coroll. lemm. 2. præfixi 15. huius.

c per lemma præfixum 5. huius.

λοίχαμον enim esse Z. E. satis patet cum ex æqualitate horum triangulorum pateat Z. F. & ζ. E. esse lineas æquales, & proinde punctum ω, incidere in B. D, vt sint *a* Z. ω, & ω. ζ. æquales. Diuidantur iam Z. I, & ζ. K. in 5. partes, quarum Z. M, & ζ. V. sint 4. reliquarum verò M. I, & V. K, quæque vna: scilicet vt Z.M sit ad M. I. sicut est *b* A.G.B. trigonum ad trigonia A. T. G, G. X. B. & sit M. centrum grauitatis pentagoni A. T. G. X. B. Eoque pacto sit quoque V. centrum grauitatis pentagoni B. Y. H. V. C. Et demum magnitudinis compositæ ex his pentagonis centrum ponatur in O. *c* ex ipsorum æqualitate. Denique enneagonæ figuræ centrum constituatur vspiam in S. nempè *d* diuisa O.P. in ea ratione, in qua est triangulus A.B.C, ad magnitudinem compositam ex duobus pentagonis, quæ quidem ratio est vt 4. ad 1 ⅓. Nam trianguli A.B.C, sunt *b* alij duo A.G.B, B.H.C. ⅓. Atqui horum duorum reliqui 4. trianguli sunt pariter ⅓. Quatuor ergo trianguli minores simul, sunt maximi A.B.C. 1 ⅓.



a secundum 6. vel 7. lib. præced.

b per 22. l. de quadrat. parabol.

c per eaque demonstrata sunt manif. huius.

d per 8. l. 5.

ANOA. A.B.C. triangulus, maiorem habet *d* rationem ad magnitudinem compositam ex triangulis, quàm ad magnitudinem compositam ex pentagonis. Ergo L.R. est ad R.P. in maiori ratione, quàm O.S, ad S.P. Proinde secunda R. P, est *e* minor quarta S.P, sicque punctum S. accedit propius ad B. quàm R. quod fuit probandum.

e per coroll. præc. prop.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Absurdum colligit Archimedes, in fine demonstrationis propos. 6. quia inquit πῶς δὴ τὸ κ. ἐχόμενον σχῆμα τοῦ α. γ. διὰ τὰ αὐτὰ δὴ τῷ τμήματι, quod diceremus, in figura nostra sequente. Quia linea educta per punctum L. parallela basi A. C. in eandem partem est portioni. Quam quidem rationem minimè percipio: nec video cur absurdum colligi possit, centrum relictarum portionum constitui in puncto L. quia linea educta per L. æquidistanter basi A. C. sit in eandem partem portioni. Mendum itaque hic suspicor: quod etiam princeps Vbaldus coniiciens, illa verba Archimedis sic reddidit. *Ducta enim recta linea R. S. per L. ipsi A.C. equidistante, in ipsa sunt centra grauitatis vnicuique portioni respondentia.* Quo sensu admisso rationem absurdi sic persequitur: *ita scilicet vt centrum magnitudinis ex reliquis portionibus A. M. I, I. N. B. compositæ, sit in linea R. S. sed in parte L. R. In parte verò L.S. sit centrum grauitatis magnitudinis ex reliquis portionibus B. O. k, & k. P. C. compositæ: ita vt punctum L. magnitudinis ex omnibus portionibus compositæ centrum grauitatis existat. Quæ tamen esse non possunt, quod idem accideret, si etiam R. S. ipsi A.C. æquidistans non esset.* Verùm etiam & hic aliquid lucis desideratem. Benè enim sequitur *f*, quod si L.H. est ad H. E. vt figura inscripta ad portiones reliquas, esse H. centrum grauitatis totius portionis: E. figuræ, L. reliquarum portionum constitutarum secus lineam R.L. S. si ducta esset per L. æquidistanter ipsi A. C. vt in figura Vbaldi: quæ quidem linea siue parallela sit ipsi A. C. siue non, semper ab ipsa appensæ portiones eiusdem sunt ponderis: neque hinc quidquam absurdi sequitur. Propterea censeo textum Archimedis esse debere, ἴσῳ ἀδυνάτον: διὰ γὰρ τοῦτο ἀνεμπόδιστα τμήματα διὰ τὸ αὐτὰ τῷ τμήματι. Ex eo enim quod figura seu magnitudo composita ex reliquis portionibus in easdem partes caua est, intra se centrum grauitatis non extra habet *g*: ita vt absurdum sit illud dicere esse in L. Cæterum aliter & Eutocius propositionem demonstrat. Cùm enim figuræ in infinitum describi possint in portione aliæ aliis maiores, quarum centra grauitatum perpetuo accedunt ad centrum totius portionis, vt demonstrauimus *h*: sequitur (vt pateat) tandem ad aliquod centrorum interuallum posse deueniri, quod minus sit quacumque linea proposita. Verùm quia huic demonstrationi obiici potest, dari in conicis figuris πὶ ἀνεμπόδιστα, quæ cum in infinitum ad se mutuo accedant, nunquam tamen concurrunt *i*: non videtur absoluta. Fuisset enim ostendendum *l* approximationem fieri semper pluſquam dimidio, aut saltem dimidio interualli, quod nondum hic præstare possumus, sed enitemur post octauam huius.

f per 6. & 7. li prece.

g per petit. 9. l præced.

h 2. lemma. huius prop.

i per 2. l. 2. conic. Apol. *l* vel ipoth. 1. 1. 10. primal.

ΠΡΟΤ-

ΠΡΟΤΑ. ε.

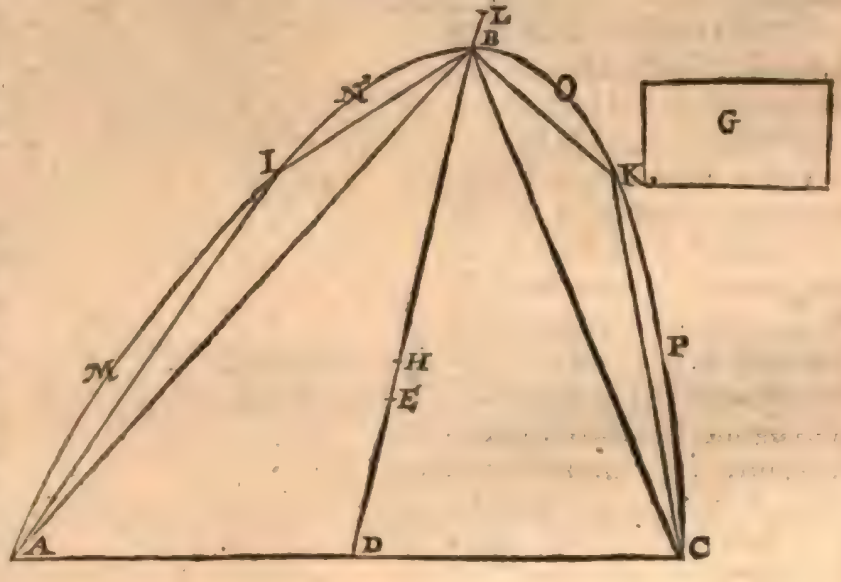
ΘΕΩΡ. ε.

Τμάματος δοθέντος περιεχομένου ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, δυνατὸν εἰς τὸ τμῆμα δυσὶ γραμμαῖς εὐθείαις ἐπιζεῦξαι, ὥστε λὰν μεταξὺ εὐθεῖαν τὴν κέντρου τοῦ βάρους τοῦ τμήματος, καὶ τὴν ἐγγραφέντος δυσγράμμου ἐλάσσονα εἶναι πάσας τὰς περιπιπτούσας εὐθείας.

PROP. VI.

THEO. VI.

Portione data comprehensa recta linea, & rectanguli coni sectione, possibile est in ipsa sectione figuram euidenter inscribere, ita vt recta linea quæ media fuerit inter centra grauitatum portionis, & inscriptæ figuræ minor sit, qualibet linea recta proposita.



Ypoθ. Sit portio parabolica A.B.C. quę detur: proponatur etiam F. linea: sitque centrũ grauitatis portionis H.

kata. In portione perspicuè inscribatur triangulum A.B.C. & quam rationem habet B.H. ad F. lineam, eãdem habeat triangulum A.B C. ad planum G. [a] Perficiatur verò euidenter figura A.I.B.k.C. ita inscripta vt portiones reliquæ A.M.I, I.N.B, B.O.k, k.P.C. minores sint [b] plano G. Huius demum figuræ κωνείμως inscriptæ centrum grauitatis sit [c] E.

[a] per 12 & 1. l. 6.

[b] per 1. l. 10 [c] per antecedens lib. præced.

Sym p. Dico E.H, lineam mediam inter centra grauitatum portionis, & figuræ in portione euidenter inscriptæ, minorem esse linea F.

Apod. Si fieri potest sit linea H.E. non minor linea F. Nam quia quatuor quantitatum, prima nempè portio A.B.C. maior est secunda, nempè triangulo A.B.C. tum tertia, scilicet planum G. excedit quartam, videlicet relictas portiones A.M.I, I.N.B, B.O.k, & k.P.C. prima habet [d] ad quartam, portio nimirum tota ad relictas portiones, maiorem rationem quàm secunda, seu triangulus A.B.C. ad quartam G. hoc est, quàm B.H. ad F. Verùm B.H. ad H.E. aut æqualem [e] (si H.E. supponitur æqualis ipsi F.) aut minorem [f] (si H.E. ponitur maior quàm F.) rationem habet quàm habeat ad F. Ergo rursus portio tota habet ad portiones relictas maiorem rationem, quàm B.H. ad H.E. Ita vt linea quæ ad H.E. eandem habuerit rationem, quam habet portio tota ad relictas portiones maior fuerit [f] quàm H.B. Ponatur esse H.L. Etenim quia est L.H. ad H.E, vt tota portio ad relictas: est verò H. centrum grauitatis totius portionis: ablatæ verò partis, nempè figuræ euidenter inscriptæ centrum grauitatis est E. sequitur [g] centrum grauitatis portionum relictarum esse punctum L. Quod est absurdum. Ostensum enim est [h] portionum omnium centrum grauitatis esse in diametro B.D.

[d] per 1em. l. præced.

[e] per 7 l. 5. [f] per 8. l. 5.

[g] per 6. vel 7. l. præced. hanc lemmatis præfixo signum.

[h] per 1em. huius.

PROP. VII.

THEOR. VII.

Duarum portionum ſimilium comprehenſarum ſub recta linea, & rectanguli coniſectione, centra grauitatum in eadem ratione ſecant diametros.

ΠΡΟΤ. Ζ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Δύο τμημάτων ὁμοίων περιεχομένων ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, τὰ κέντρα τῶν βαρῶν εἰς τὴν αὐτὴν λόγον τέμνουσι τὰς διαμέτρους.

ΠΡΟΘ. Sint duæ portiones parabolicæ, & ſimiles A.B.C. D.E.F, quarum diametri ſint B.G, & E.H. grauitatumque centra I. & K.

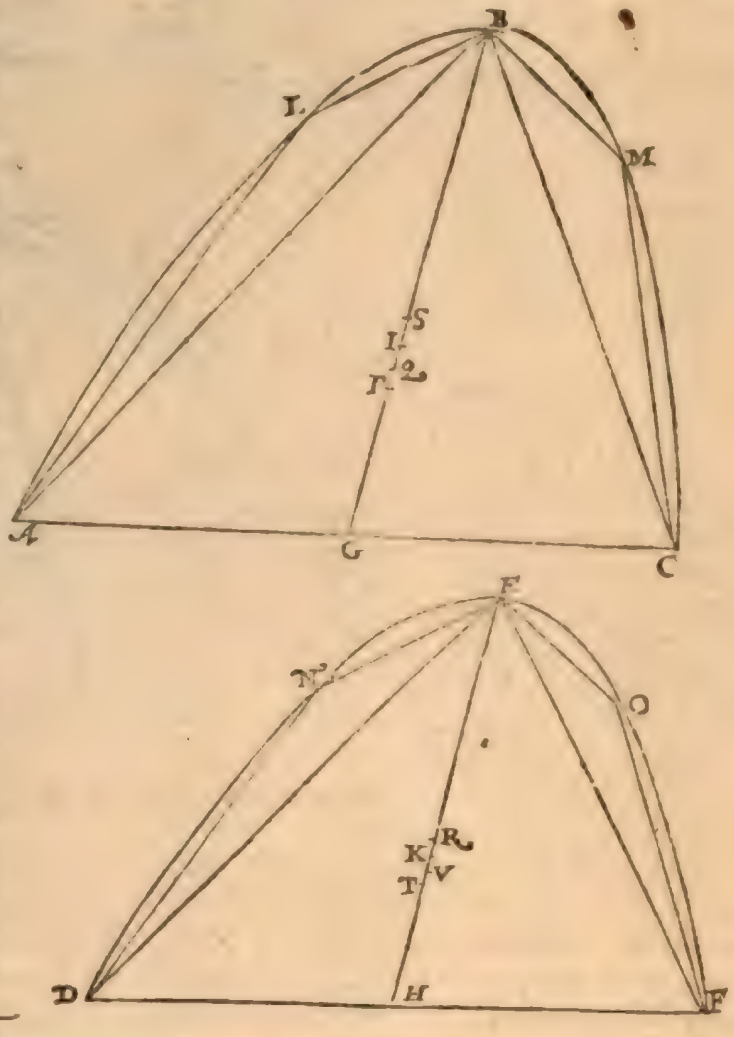
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico I. & K. puncta, ſimiliter ſecare diametros B.G, & E.H. ita vt B.I. ſit ad I.G, vt E.K. ad K.H.

ΚΑΤΑ. Hoc ſi non fuerit, ponamus [a] verbi gr. B. E. eſſe ad E.G, vt E.k, ad K.H. Tum imaginemur figuram A. L. B. M. C. γνώμων deſcriptam [b] in portione A.B.C. ita vt interſtitium centri Q. grauitatis ipſius figuræ, & centri I. grauitatis portionis, ſit minus linea data I.E. Tum in portione D. E. F. ſimilis illi figuræ, figura ponatur, cuius grauitatis centrum ſit R.

[a] per 10. lib. 6.

[b] per præcedentem.

[c] ſecundum ultimum 12. li. præced.



ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quoniam figuræ euidenter deſcriptæ in portionibus ſunt ſimiles, earum grauitatis centra Q. & R. ſimiliter diuidunt [d] diametros B.G, & E.H. Eſt itaque B.Q. ad Q.G. vt E.R, ad R.H. Atqui fuit B.E, ad E.G, vt E.K, ad k.H. Sicut ergo Q. propius eſt vertici B. quàm E. erit & R. centrum propius vertici E. quàm k. Verùm eſt k. centrum grauitatis portionis D.E.F. Tum R. centrum grauitatis figuræ in ipſa portione D.E.F. euidenter inſcriptæ. Sequeretur ergo centrum grauitatis figuræ propius eſſe vertici portionis, quàm centrum grauitatis ipſiuſmet portionis, quod aduerſatur iam demonſtratis [e].

[d] per 3. huius.

[e] prop. 5. huius.

ΕΠΙΤΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ. Quod ſi ponatur non B.E, ad E.G. ſed B.S, ad S.G, vt E.k, ad k.H. hoc eſt, fiat ſectio ſimilis ſupra centrum I. non infra, (tunc enim præcedens demonſtratio minimè quadraret) ponatur [a] ſimiliter E.T. ad T.H, vt eſt B.I. ad I.G. Cùm enim I. ſit infra S. erit T. infra k. ob ſimiles ſectiones. Nam cùm prima B I. ſit maior ſecunda B. S. & tertia S.G. quàm quarta I.G, habet [f] B.I, ad I.G, maiorem rationem quàm B.S. ad S G. Verum vt B.S, ad S.G, ſic eſt E k, ad k.H, & vt B.I. ad I.G. ſic eſt E.T. ad T.H. Habet [g] itaque E T, ad T.H, maiorem rationem quàm E.k, ad k.H, & cõponẽdo [h] E.H, ad T.H, in maiori ratione eſt quã eadem E.H. ad k.H. vnde patet [i] T.H. eſſe minorem

[f] per 1 lemm. præfatio 6. huius.

[g] per 11. l. 5.

[h] per 18. l. 5.

[i] per 8. l. 5.

T.k, & ideò k. centrum grauitatis portionis, propius esse vertici E. quàm T. Iam in D. E.F. portione figura euidenter inscribatur [a], ita vt interuallum centri grauitatis ipsius, & centri k. minus sit quàm linea T.k, ac si esset V. centrum grauitatis inscriptæ κωείμενε figuræ. Atque tandem similis [b] huic, alia figura, parium scilicet numero laterum, cuius centrum grauitatis incidet necessario intra puncta I. & S.

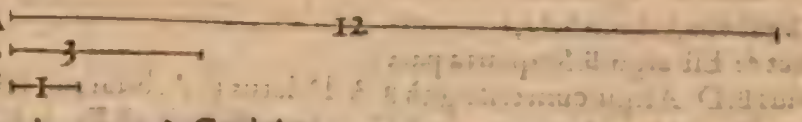
[a] per prac.

[b] secundum ἀτπμα 12. l. præced. c propos. 5. huius.

ΑΠΟΔ. Vt etenim antea, probabitur centrum figuræ inscriptæ in A. B. C. propius esse vertici B. quàm I. centrum portionis, quod est itidem absurdum.

ΛΗΜΜΑ.

Si prima magnitudo fuerit quadrupla secundæ, & secunda tripla tertiæ: prima secundæ & tertiæ simul, tripla erit.



ΥΠΟΘ. Sit A. quadrupla B. & B. tripla C.

ΣΥΜΠ. Dico A. esse ambarum B. & C. triplam.

ΑΠΟΔ. Nam quia B. tripla est C. binæ B. & C. simul sunt quadruplæ vnius C. Vt ergo A. ad B, sic B. & C. ad C. & vicissim est A. ad B. & C. vt B. ad C. Sed B. est tripla C. Igitur A. est ambarum B. & C. tripla.

ΓΡΟΤΑ. H.

ΘΕΩΡ. H.

Παντὸς τμήματος εὐθυγράμμου τοῦ δι' ἴσου τε, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, τὸ κέντρον τοῦ βάρους διαιρεῖ τὸν ἄξονα τοῦ τμήματος διάμετρον, ὥστε εἶναι ἡμιόλιον τὸ μέρος αὐτῆς τὸ πρὸς τῇ κορυφῇ τοῦ τμήματος τοῦ πρὸς τὴν βάσιν.

PROP. VIII.

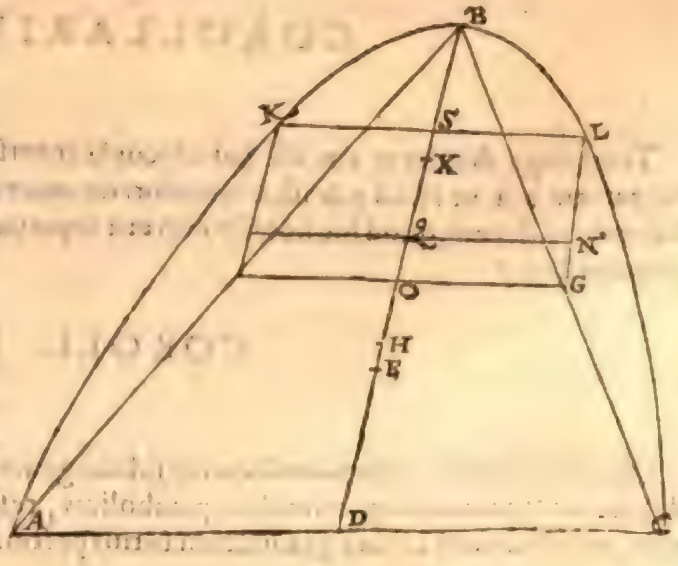
THEOR. VIII.

Cuiuscumque portionis cõprehensæ sub recta, & rectanguli coni sectione, centrum grauitatis dirimit portionis diametrum, ita vt pars ipsius quæ est ad verticem, sit sesquialtera partis, quæ est versus basim.

ΥΠΟΘΕ. Sit portionis A.B.C. comprehensæ sub recta linea A. C. & sectione rectanguli coni A. k. B. L. C, diameter B. D, & centrum grauitatis H.

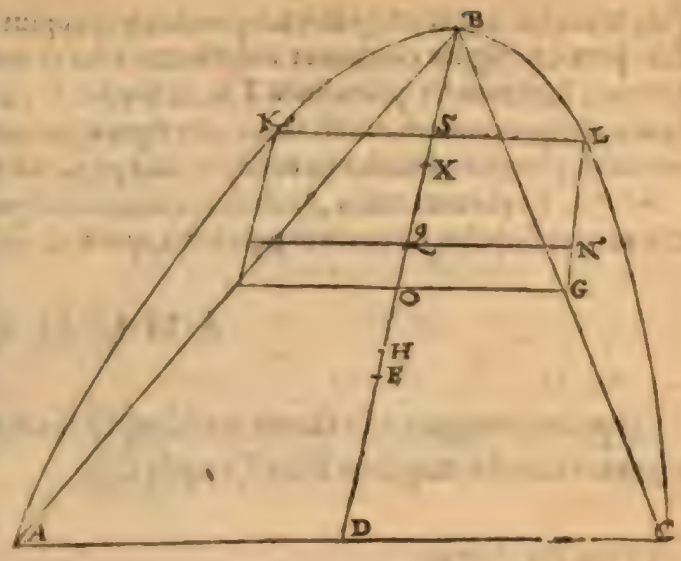
ΣΥΜΠΕ. Dico H. centrum ita diuidere diametrum B.D, vt pars B. H. sit sesquialtera partis H. D.

ΚΑΤΑΣ. Describatur in portione euidenter [a] triangulus A.B.C. dirimanturque [b] B.A, B.C. latera bifariam punctis F. & G, & diametro B.D. agantur [c] parallelæ F.k, G.L, diametri [d] portionum reliquarum A.B.k, & C.B.L.



a per manif. huius.
b per 10 l. 1
c per 31. l. 1.
d per 46 l. 1 conic. Apol.

Harum autem portionum reliquarum centra grauitatum sint M. N, iunganturque lineæ k.L, M.N, F.G, quæ inter se erunt parallelæ. Nam cum K.F, & L.G, sint æquales [a] & parallelæ, sunt [b] iungentes k.L, & F.G, parallelæ. Tum quia M. & N. similiter secant [c] æquales K.F, L.G, sunt [d] quoque M.F, & L.G, æquales, & ideò M.N, & F.G, rursus parallelæ. Trianguli demum A.B.C, centrum grauitatis sit E. & partis diametri B.S, tertia pars sit S.X.



[a] per manifestum huius.
[b] per 33 l 1.
[c] per præcedentem.
[d] per 15. l 5

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Qualium partium B.S, est una, talium S.D, tres continet [e]: Est ergo B.S. quarta pars ipsius B.D. Atqui cum trianguli B.A.D. latus B. A, bifariam secetur, etiam B.D, bifariam secatur [e] in O. ita vt cum B.O. sit semissis ipsius B.D, & B.S, eiusdem quarta, sint B.S, & S.O. æquales. Sunt [f] autem K.F, S.O, L.G. æquales, proinde quæque ipsarum K.F, L.G, S.O, est quarta pars diametri B.D. Similium [f] autem portionum A.B.C, totius & reliquarum A.K.B, B.L.C, centra grauitatum H.M.N, similiter secant [c] diametros B.D, K.F, L.G. Vt ergo B.H, ad H.D, sic k.F, ad k.M, vel L.N, ad N.G, & permutando, vt B.D. quadrupla est alterutrius k.F, seu L.G, sic B.H. quadrupla est alterutrius K.M, vel L.N, seu etiam ipsius S.Q. vnicuique ipsarum æqualis. Iam quia B.D. prima, quadrupla est secundæ B.S, & B.S. tripla [g] tertiæ S.X, est [h] prima B.D, ambarum B.S, S.X. hoc est, totius B.X. tripla. Sed est [i] B.D. etiam tripla ipsius E.D, quia E. est triãguli A.B.C. centrum grauitatis. Proinde B.X, E.D, & tandem E.X. sunt æquales. Rursus quia Q. est [l] centrum grauitatis magnitudinis compositæ ex duabus portionibus A.k.B, B.L.C. Tum E. est centrum grauitatis trianguli A.B.C. demum H. centrum grauitatis totius portionis: sequitur [m] Q.H, esse triplam ipsius H.E, vt triangulus A.B.C. triplus est [n] portionum reliquarum A.k.B, B.L.C. Ex his sic argumentamur: B H. est quadrupla ipsius S.Q. Eo proinde sublata S.Q. ex B.H, reliquæ B.S, & Q.H, adhuc ter continent S.Q. Atqui harum altera B.S, est tripla partis S.X, reliqua igitur Q.H, est reliquæ partis X.Q. tripla. Sed eadem Q.H. ostensa est tripla interualli H.E. Ergo H.E. & X.Q, sunt æquales. Et qualis Q.H, fuerit tripla, talis X.E. erit quintupla, & X. H. quadrupla. Sunt autem probatæ æquales D.E, E.X, X.B, qualis igitur fuerit quindecupla B.D, talis erit noncupla B.H, & H.D. sextupla. Est itaque B.H, ad H.D, vt nouem ad sex, hoc est, in ratione sesquialtera, quod fuit probandum.

[e] per 2. l 6.
[f] per 1. lem. prasixum 3. huius.
[g] per fabricam.
[h] per lemm. prac.
[i] per lem 3. prasixa 15 l. prac. coroll.
[l] per lemma prasixum 5. huius.
[m] per 6. li. prac.
[n] per 17. vel 24. lib. de quadr. parabol.

COROLLARIVM I.

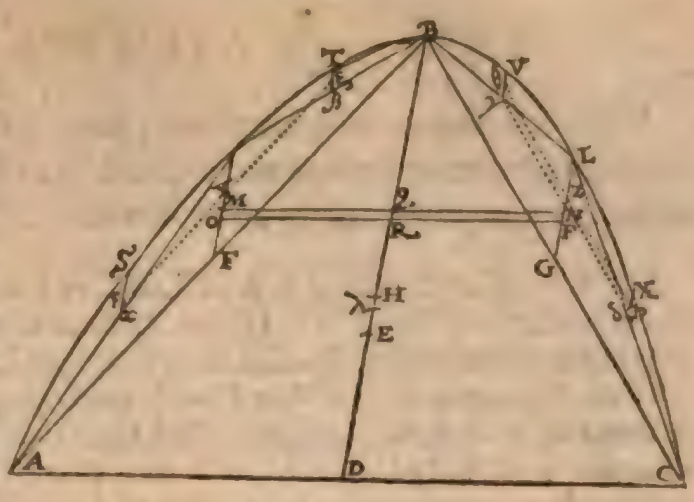
Totas ergo diameter B.D. est quindecupla interstitij H.E, & se habet ad maiorem sui partem B.H. vt 15. ad 9. & ideò in maiori ratione [o] quàm sesquialtera, scilicet quàm haberet ad decem, quod hic notasse non erit superuacaneum, cum futurum sit vsui in sequentibus. [p]

[o] per 8 l 5.
[p] lib. 2. τῶν ὀχουμένων.

COROLL. II.

Quod polliciti sumus ἐφαρμόζουσαν hic subiungemus, nempè singulis figurarum euidenter inscriptarum in portionibus parabolicis, resecari plusquam dimidium interualli, quod est inter centra grauitatum totius portionis, & figuræ præcedentis.

Repetatur enim præcedens portio A.B.C, cuius diameter B. D. centrumque grauitatis H. In ea sit triangulus primo euidenter descriptus, cuius centrum grauitatis sit E. vt priùs. Iam augeatur figura, & ex triangulari fiat quinquangularis, nempè A.K.B.L.C, descriptis scilicet triangulis A.K. B, B.L.C. in portionibus A.B.K, C.B.L, quarum diametri sint F. K, G. L. grauitatumque centra M & N. Pariter in ipsis diametris centra grauitatum triangulorum A.K.B, B.L.C. sint O. & P. & hæc centra coniungantur lineis M.N, O.P, quæ secent diametrum B.D. in punctis Q. & R. Portionum demum reliquarum ex quinquangulari figura A.S.K, K.T.B, B.V.L, L.X. C. diametri sint α.S, β.T, γ.V, δ.X, centraque grauitatum ζ. θ. κ, quæ bina iungantur lineis α.ζ, β κ, secantibus diametros F k, & G.L, in punctis Y. & Z. Denique figuræ A.k. B.L.C, centrum grauitatis sit λ.



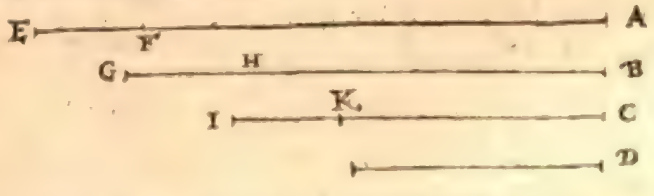
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico interstitium centrorum λ. E, esse plusquam dimidium interualli H. E.

ΑΠΟΔΕΙ. Triangulus A.B.C, est [a] magnitudinis compositæ ex duobus triangulis A.k. B, B.L.C. quadruplus: Atqui illa composita magnitudo ponderat in R. Tota verò figura A. k. B. L.C, in λ. triangulus demum in E. Ergo R.λ. est [b] quadrupla interualli λ.E Atqui Q.H est [c] tripla ipsius H.E. Si itaque λ.R. fuerit æqualis ipsi Q.H, erit λ.E, vna quarta ipsius Q H, cuius H E, est vna tertia. Differt autem vna quarta ab vna tertia eiusdem totius minori interuallo quàm dimidio tertiæ. Nam vna sexta multo minor quàm quarta, est semissis tertiæ: atqui Q.H, & R.λ, sunt æquales. Nam quæ pars est H.E, diametri B.D, eadem est [d] O.M, alterius F k. Vt ergo B.D, ad H.E, sic [e] k.F, ad O. M, & vicissim [f], vt B.D, ad F k, sic H.E, ad O.M. Est [g] autem B.D, quadruplus ipsius k. F. Ergo H.E, est quadruplus ipsius O.M, hoc est Q.R. Vt est ergo Q.E, ad H.E, sic est H.E, ad Q.R, & vt H.E. metitur E Q, sic Q.R, metitur H.E. Metiens ergo Q.R, partem H.E, metitur [h] & totum Q.E. Eadem vtique Q.R, metiens totum Q.E, & partem Q.R, metietur & R E, reliquum. Et qualium erit Q.E, sexdecim, erit H.E. quatuor. & Q.R. 1, earumdemque R.E, erit 15. Et cùm sit R.λ. partis λ.E, quadrupla, earumdem erit R.λ. duodecim, & λ.E. tria. Vnde sequitur λ.E. deficere tantum ab E.H. vna quarta ipsius E.H, & proinde interualli E.H, esse tres quartas, magisque quàm dimidium. Vel rursus sequitur λ H, esse æqualem ipsi Q.R: Proinde si vtrique addatur communis H.R, erit R.λ. æqua ipsi Q.H: vnde rursus sequetur E.λ, maius esse, quàm dimidium H.E, quod fuerat probandum. En igitur hinc probationem quintæ propositionis huius euidentissimam elicies.

[a] per 21. l. 1. de quadrat. parab.
[b] per 6. l. præced.
[c] vt mox probauimus
[d] per proximam
[e] per 15 l 5
[f] per 16 l 5.
[g] vt mox probauimus
[h] per 12. l. 10. & coroll. 3. eiusdem.
[i] per coroll. 3 lib. 10.
[l] per 5. l. 10

ΛΗΜΜΑ Α.

Quatuor magnitudinum inæqualium in continua proportione existentium, excessus in eadem proportione existunt.



ΥΠΟΘ. Sint A.E, B.G, C.I & D, continuè proportionales.

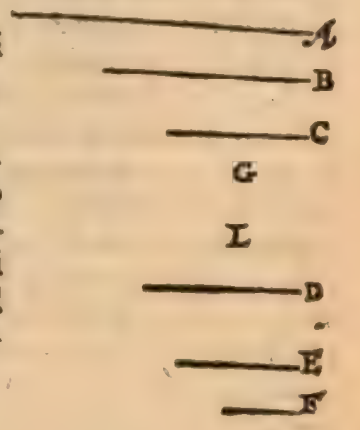
ΣΥΜΠΕ. Dico excessus E.F, G.H, I.k, in eadē esse proportione.

ΑΠΟΔ. Etenim quoniam A.E, superat B.G, excessu E.F, est F.A, æqualis ipsi B.G. Tum quia B.G, superat C.I, quantitate H G, sunt B.H, & C.I, pares. Denique cum I.k, sit, ex quo C.I, excedit D, sunt C.k, & D, æquales. Itaque cum sit A.E, ad B.G, vt B. G, ad C.I, est item A.E, tota ad totam B G, vt ablata A.F. ad ablatā B.H, & proinde sic [a] quoque est reliqua E.F, ad reliquā G H. Eadem ratione vt B.G ad C.I, hoc est [b] vt A.E ad B.G, seu vt E F, ad G.H, sic est G.H, ad I k, quod fuit probandum.

[a] per 19 l 5
[b] per 11 l 5

ΛΗΜΜΑ Β.

Si fuerint aliquot magnitudines, & aliæ totidem in eadem ratione: vt fuerint in primo ordine omnes præcedentes ad vltimam, ſic erunt in alio ordine omnes præcedentes ad vltimam.



ΥΠΟΘ. Sit A.ad B.vt D.ad E. & ſit B.ad C.vt E.ad F. Et ſi placet rurſus C.ad G.vt F.ad L. Dico A.B.eſſe ad C. vt D.E, ſimul ad F.vel tres A.B.C.ſimul ad G.vt D.E.F,ad L.

ΑΠΟΔ. Nam quia A. eſt ad B, vt D.ad E. coniungendo[a] A. B.ſunt ad B.vt D.E,ad E. Atqui B.eſt ad C.vt E. ad F. Ergo ex æquo[b] A.B. ſunt ad C.vt D.E.ad F. Et ſi vlterius ſit progrediendum coniungendo[a] A.B.C. ſunt ad C. vt D.E.F. ad F. Et cùm ſit C.ad G.vt F.ad L. erunt[b] ex æquali A.B.C, ad G, vt D. E.F, ad L. & ſic de reliquis, ſi maior ſit magnitudinum numerus.

[a] per 12.l 5
[b] per 22.l.5.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc colligo vtramque ſimul A.D,eſſe ad vtramque ſimul B.E, vt A.ad B, vel D. ad E, & ita de reliquis.

ΑΠΟΔ. Nam quia A.eſt ad B.vt D.ad E. ſunt antecedentes A.D, ad conſequentes B. E, vt A,ad B,ſic B.E, ſunt ad C.F, vt B.ad C.

[c] per 12. l.5

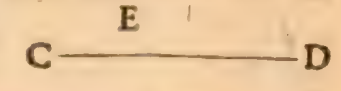
ΛΗΜΜΑ Γ.

Magnitudo magnitudinis ſeſquialtera, trium eiuſdem quintarum eſt dupla ſeſquialtera.

ΥΠΟΘ. Sit A.B, dupla ſeſquialtera ipſius C.D.

ΣΥΜΠ. Dico A.B. eſſe ad tres quintas C.D, duplam ſeſquialteram.

ΚΑΤΑ. Sit C.E vna decima ipſius C.D.



ΑΠΟΔ. Quoniam C.E, metitur C.D, decies, metietur A.B, quindecies. Atqui eadem C.E, metitur tres quintas totius C.D, ſexies. Ergo C.E, metitur, & A.B, & tres quintas C.D. atque ſe habet A. B, ad $\frac{3}{5}$ C.D, vt numerus 15, ad numerum 6. hoc eſt in ratione dupla ſeſquialtera, quod fuit probandum.

PROP. IX.

THEOR. IX.

Si quatuor fuerint lineæ proportionales in continua proportione, & quam habet rationem minima ad exceſſum quo maxima excedit minimã, eandẽ aliqua aſſumpta habeat ad tres quintas exceſſus, quo ſuperat maxima proportionaliũ tertiã, quã verò rationẽ habet æqualis duplę maximę proportiona-

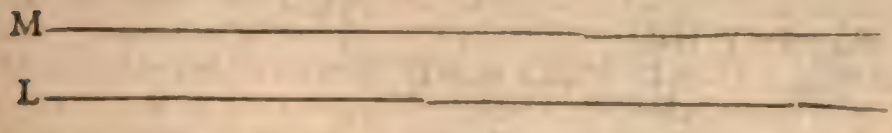
ΠΡΟΤ. Θ.

ΘΕΩΡ. Θ.

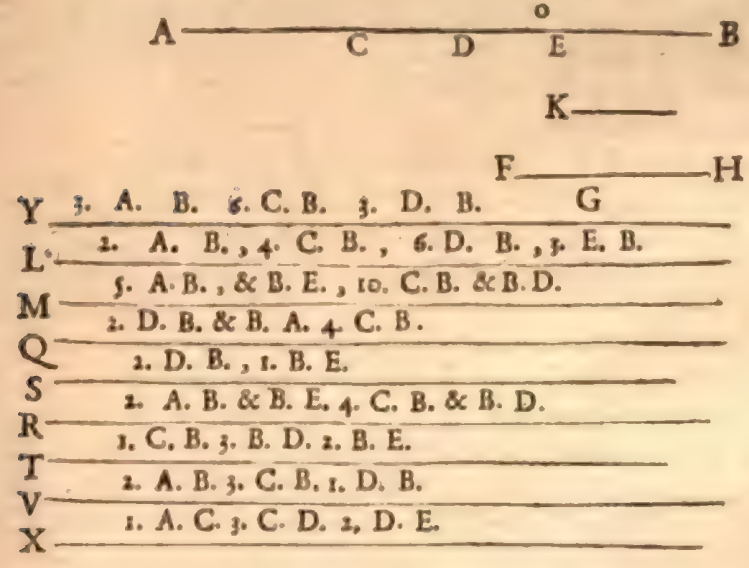
Εἶκα τέσσαρες γραμμαὶ ἀνάλογον ἔωσι σὺν τῇ συνεχεῖ ἀναλογίᾳ, ἡ δὲ ἐλάχιστον λόγον ἔχει ἃ ἐλαχίστη πρὸς τὰν ὑπεροχὰν ἃ ὑπερέχει ἡ μεγίστη τᾶς ἐλαχίστας, ἔστω ἐχούσᾳ τις λαφὴν πρὸς τὰ τρία πεμπημόρια τᾶς ὑπεροχᾶς ἃ ὑπερέχει ἡ μεγίστη τᾶν ἀνάλογον τᾶς ζίτας· ὃν δ' ἔχει λόγον ἃ ἴσα τᾷ τε β. τᾶς μεγίστας τᾶν ἀναλογᾶν,

καὶ τᾷ δ. τᾶς δευτέρας, καὶ τᾷ ς. τᾶς Γ. καὶ τᾷ τ. τας ϛ. ποτὶ τὰν ἴσαν τᾷ τὰ ε. τᾶς μείζας, καὶ τᾷ ι. τᾶς β. καὶ τᾷ ι. τᾶς τ. ☾ τᾷ πενταπλασία τᾶς ϛ. τοῦτον ἔχουσά τις λαφθῇ ποτὶ τὰν ὑπεροχὰν ἃ ὑπερέχει ἀ μείζα τὰν ἀναλογουλαῖ τελίτας· συναμφότερα αἱ λαφθεῖσαι ἐσοῦνται δύο πεμπημόρια τᾶς μείζας.

liũ & quadruplæ ſecũdæ & ſextuplæ tertiæ & triplæ quartæ ad æqualem quintuplæ maximæ, & decuplæ ſecundæ & decuplæ tertiç, & quintuplæ quartæ, eadem habeat quædam aſſumpta ad exceſſum quo maxima proportionalium tertiam ſuperat: hæ duæ aſſumptæ ſimul erunt duę quintæ ipſius maximæ.



ΥΠΟΘ. Sint quatuor lineæ A. B, C. B, D. B, E. B. continuè proportionales. Vt vero ſe habet E. B. ad A. E. exceſſum quo maxima proportionalium A. B. ſuperat minimam earumdem E. B. ita ſe habeat aſſumpta F. G. ad K. æqualem tribus quintis tertiæ proportionalium D. B. Rurſus ponatur L. continere bis A. B. quater C. B. ſexies B. D. & ter E. B. Tum aliam M. æqualem eſſe quintuplo duarum A. B. & B. E. tum decuplo duarum C. B. & B. D. Et demum vt L. eſt ad M. ſic linea G. H. aſſumpta ſe habeat ad A. D. exceſſum quo maxima proportionalium tertiam ſuperat.



ΣΥΜΠΕ. Dico aſſumptas ſimul F. G, G. H. eſſe duas quintas maximæ A. B.

ΚΑΤΑΣ. Sumantur lineæ R. S. T. V. X. Y. Q. quarum R. contineat bis A. B. & B. E. extrema, & quater C. B. & B. D. medias: Tum S. bis D. B. & ſemel B. E. Præterea T. æquetur ſemel C. B. ter B. D. & bis B. E. Adhuc ſit in V. bis A. B. ter C. B. ſemel D. B. Rurſus X. habeat ſemel A. C. ter C. D. bis D. E. Demum Y. complectatur ter A. B. ſexies C. B. ter D. B. Denique Q. æqualis ſit duabus D. B. & duabus B. A. & quatuor C. B.

ANOΔΕΙ. Quia sunt continuè proportionales A. B, B. C, B. D, B. E. vt ipsæ sunt inter se, sic sunt[a] excessus A. C, C. D, D. E. Cum ergo sint tres proportionales A. B, C. B, D. B. & aliæ totidem in eadem proportione A. C, C. D, D. E vt sunt A. B, B. C.[b] simul ad tertiam D. B. sic A. C, C. D simul, seu A. D. ad D. E. vel[c] duplæ ad duplas. *Hoc est, vt linea comprehendens bis A. B. & B. C. ad duplam lineæ D. B. sic est A. D. ad D. E.* Atq; hæc sit prima conclusionum duodecim, quibus hanc alioquin obscuram demonstrationem absoluemus. Deinde C. B, B. D, B. E. sunt continuè proportionales, & totidem in ijsdem rationibus A. C, C. D, D. E. Propterea *vt C. B, B. D. simul ad B. E. ita est*[b] *A. D. ad D. E.* Secunda conclusio.

a per lemma preced
b per 2. lemma.
c per 15 l. 5.

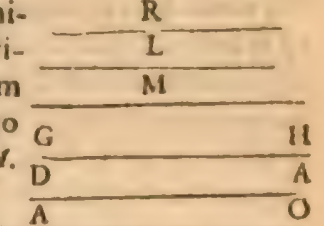
Iam tria quantitatum paria habemus in eadem ratione, nempè A. D. ad D. E. tum[d] linea comprehendens bis A. B, B. C. ad duplam lineæ D. B. demum[e] æqualis ambabus C. B, B. D. ad B. E. Cum itaque composita bis ex A. B. & B. C. sit ad duplam lineæ D. B. vt æqualis ambabus C. B, B. D. ad B. E. antecedentes[f] simul, nempè bis A. B. ter C. B. & semel D. B. hoc est V. sunt ad consequentes simul, nempe ad æqualem duplæ D. B. & lineæ B. scilicet ad S. vt vna antecedens ad vnam consequentem, scilicet vt lineæ C. B, B. D. ad B. E. seu vt A. D. ad D. E. *Proinde V. est ad S. vt A. D. ad D. E.* Tertia conclusio.

d per 1. conclus.
e per 2. conclus
f per 12. l. 5

Atqui linea composita ex duplo A. B. duplo B. E. & ex quadruplis linearum C. B. & B. D. vti R. maior est[g] quàm V. Habet[h] igitur R. ad S. maiorem rationem quam V. ad eandem S. hoc est quàm A. D. ad D. E. hat A. D. ad D. O. vt R. ad S. erit[h] enim D. O. minor quàm D. E. & inuertendo[i] vt D. O. ad D. A. sic erit S. ad R. & coniungendo[l] A. O. erit ad D. A. vt R. & S. simul, hoc est L. ad R. & rursus inuertendo[i] vt D. A. ad A. O. sic R. ad L. quarta conclusio.

g per fabr.
h per 8. l. 5.
i per corol. 4. l. 5.
l per 18 l. 5.
m per hypothesim.
n per 23 l. 5

Vt[m] autem D. A. ad G. H. sic est L. ad M. ita vt tres sint magnitudines R. L. M. & aliæ totidem G. H, D. A, A O. in quarum primis, est R. ad L. vt in secundis D. A. ad O. A. Et vt L. ad aliquam M. ita aliqua G. H. ad antecedentem D. A. Ex perturbata[n] ergo proportione G. H. est ad O A. vt R. ad M. & inuertendo[i] *O. A. est ad G. H. vt M. est ad R.* Quinta conclusio.

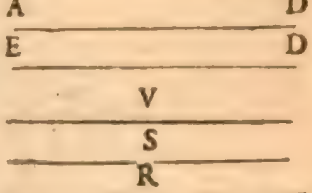


At vero M. continet quinquies A. B. & B. E. Sed R. easdem A. B. & B. E. tantum bis continet. Ergo ratione harum partium est M. ad R. in ratione dupla sesquialtera. Tum M. continet rursus decies C. B. & B. D. quas tantum quater continet R. Ergo rursus propter has partes est M. ipsius R. dupla sesquialtera. Tota proinde M. est[p] ad totam R. in ratione vt 5. ad 2. hoc est dupla sesquialtera. Atqui vt M. ad R. sic O. A. ad G. H. *Ergo O. A. est*[p] *ad G. H. vt 5. ad 2.* Conclusio sexta.

o per 5. conclus.
p per 11 l. 5.

Cæterum vt D. O. ad D. A. sic S. ad R.[q] Et vt D. A. ad aliquam E. D. sic[r] aliqua V. ad S. Vt[s] igitur D. O. ad E. D. Sic V. ad R. & inuertendo[i]. Vt D. O. ad E. D. sic R. ad V. Et rationis conuersione[f] vt R. ad excessum quo R. superat V. nempe ad T. sic E. D. ad E. O. & inuersione[t] *vt T. ad R. sic E. ad E. D.* Conclusio septima.

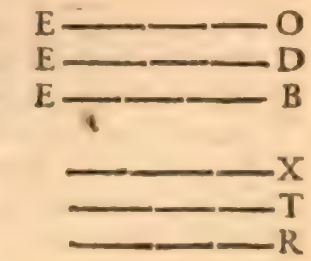
q Ex discurs. 4. concl.
r per 3. conclus.
s per corol. 19. l. 5.



Nunc ex hypothesi vt A. B. ad C. B. sic D. B. ad E. B. & dividendo vt A. C. ad C. B. sic[u] D. E ad E. B. Eodemque argumento vt est C. D. ad D. B. sic D. E. ad E. B. Proinde vt[x] triplum C. D. ad triplum D. B. sic D. E. ad E. B. Et adhuc vt duplum D. E. ad duplum E. B. sic D. E. ad E B. Ergo tres antecedentes[f] A. C. triplum C. D. & duplum D. E. quos complectitur X. ad tres consequentes C. B. triplum D. B duplum E. B. quos continet T. sunt vt D. E. ad E. B. Concludamus itaque octauo *X. esse ad T. vt D. E. ad E. B.*

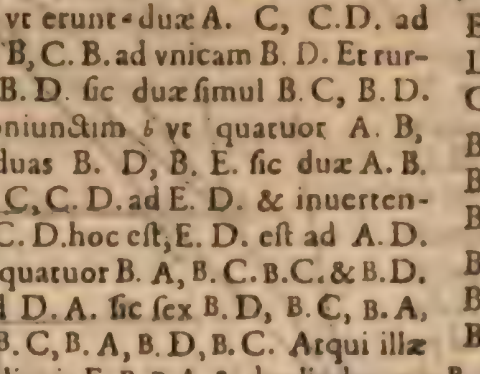
t per 17. l. 5.
u hoc probatur in 1. conclusione
x per corol. 19. l. 5.

Sunt itaque duo magnitudinum ordines: in quorum primo vt E. O. ad E. D. sic in secundo T. ad R. Et vt in primis consequens E. D. ad aliquid E B. sic aliquid X. ad primi antecedentem T. Vnde fit[y] vt E. O. sit ad E. B. sicut X. ad R. perturbatim. Et componendo[i] *vt O. B. ad E. B. sic X. & R. simul, hoc est T. ad R.* Conclusio nona.



Præterea quoniam vt A. C. ad C. D. sic D. C. ad D. E. Et vt C. D. ad D. E sic A B. ad C. B. & C. B. ad B D. ac B D. ad B. E. Et inuersim E. D. ad D. C. vt D. ad C. A. Et B. E. ad B. D. vt B. D. ad B. C. & B. C. ad B. A. fiant ergo magnitudinum tres ordines

& in ordine quolibet tres sint quantitates in eadem proportione: nempè in primo E. D, D. C, C. A. in secundo B. D, B. C, B. A. in tertio B. E, B. D, B. C. Etenim quia omnium eadem est proportio vt erunt [a] duæ A. C, C. D. ad tertiam D. E. sic binæ A. B, C. B. ad vnicam B. D. Et rursus vt binę B. A, B. C. ad B. D. sic duæ simul B. C, B. D. ad tertiam B. E. Et coniunctim [b] vt quatuor A. B, C. B, C. B, B. D. ad duas B. D, B. E. sic duæ A. B. B. C. ad B. D. hoc est, sic A. C, C. D. ad E. D. & inuertendo [c] E. D. est ad duas A. C, C. D. hoc est, E. D. est ad A. D. vt duæ simul B. E, B. D. ad quatuor B. A, B. C. B. C. & B. D. & coniungendo [b] vt E. A. ad D. A. sic sex B. D, B. C, B. A, B. E, B. D, B. C. ad quatuor B. C, B. A, B. D, B. C. Arqui illæ sex æquantur his sex, nempe lineis E. B, B. A. & duplis duarum B. D, & B. C. Tum illæ quatuor continent B. D, B. A. & bis C. B. Vt igitur E. A. ad D. A. sic est linea composita ex E. B, B. A. & duplis linearum B. D, & B. C. ad lineam compositam ex B. D, B. A. & ex duplo C. B. Et ex consequenti vt E. A. ad D. A. sic est [d] linea dupla illius ad lineam huius duplam: nempe composita ex duplo E. B, & B. A. & ex quadruplo linearum B. D. & B. C. qualis est R. ad lineam compositam ex duplo B. D. & B. A. & quadruplo C. B. cuiusmodi est Q. Videlicet vt E. A. ad D. A. sic est R. ad Q. Et ex consequenti [e] vt E. A. ad tres quintas ipsius D. A. nempe ad K. sic est R. ad tres quintas lineæ Q. Vt autem E. B. ad E. A. sic assumpta est F. G. ad K. inuertendo [f] ergo est A. E. ad E. B. vt K. ad F. G. & vicissim [g] E. A. est ad K. vt E. B. ad F. G. Proinde *vt E. B. ad F. G. sic R. ad tres quintas lineæ Q.* Decima conclusio.



[a] per 2. lemma.
[b] per 18 l. 5
[c] per hypothesim.
[d] per 15 l. 5.
[e] per 9. conclusion.
[f] per 11 l. 5
[g] per 16. l. 5.

Iam autem probauimus O. B. ad E. B. vt Y. ad R. hic vero ostendimus E. B. ad F. G. vt R. ad ⅘ lineæ Q. Ergo ex æquo O. B. est ad F. G. vt Y. ad ⅘ lineæ Q. Arqui Y. est ad totam Q. in ratione sesquialtera. Nam Y. continet ter A. B, D. B. quas continet Q. tantum bis; tum Y. habet sexies C. B. eas vero Q. solum quater complectitur. Ergo Y. est [h] ad tres quintas lineæ Q. in ratione dupla sesquialtera: vnde sequitur *O. B. esse ad F. G. in ratione dupla sesquialtera*: quæ est conclusio vndecima.

[h] per 3. lemma praced.

Iam tandem repetendum est, ostensum esse [i] A. O. ad G. H. in ratione dupla sesquialtera: cum itaque hic ostenderimus F. G. esse ad O. B. in eadem ratione. Optimè consequimur [k] totum A, B, esse ad totam F. G. in ratione dupla sesquialtera, nempe F. G. esse ⅗ ipsius A. B. quæ est vltima & duodecima conclusio quæsita.

[i] per cond. 6 l. per 12 l. 5. & Eutocius lemma 2. prac.

LEMMA

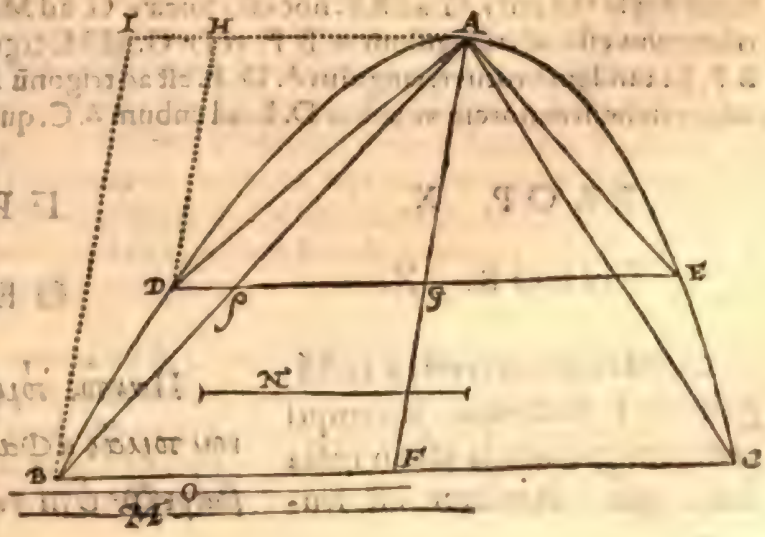
Si in aliqua parabola lineæ ordinatim ducantur: portiones ab ipsis constitutæ se habent inter se vt cubi basium vel semissium basium ipsarum portionum.

ΥΠΟΘ. In parabola A. B. C. linea D. E. ordinatim ducatur, fiatque portio A. D. E.

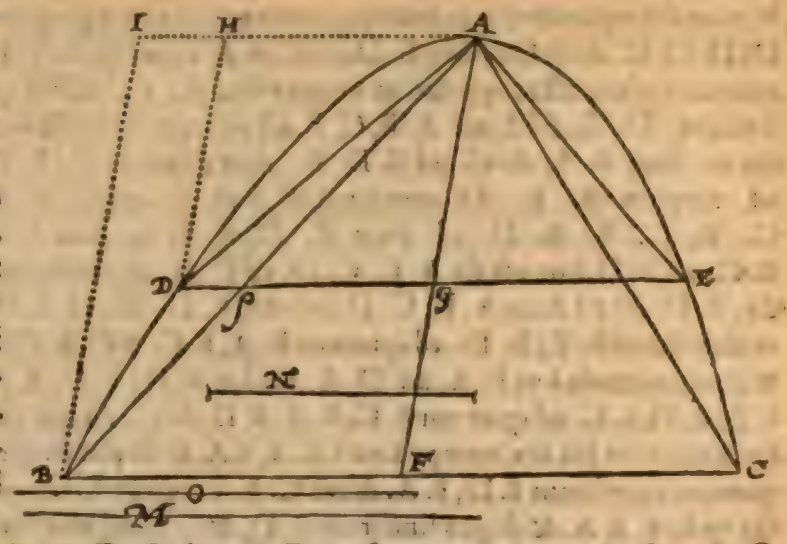
ΣΥΜΠ. Dico portionem A. B. C. esse ad portionem A. D. E. vt cubus basis B. C. ad cubum basis D. E. vel vt cubus semissis B. F. ad cubum semissis D. G.

ΚΑΤΑΣ. Agantur lineæ A. B, A. C, A. D, A. E. & perficiantur parallelogrammata F. I. G. H.

ΑΠΟΔ. Portio A. B. C. se



habet ad triangulum A. B. C. vt alia A. D. E. ad trigonum A. D. E. nimirum in ratione ſeſquitertia [a] permutando [b] ergo portio A. B. C. ſe habet ad portionem A. D. E. vt trigonus A. B. C. ad trigonum A. D. E. vel vt ſemiſſis [c] A. B. F. ad ſemiſſem A. D. G. vel denique vt parallelogrammum F. I. duplum [d] trigoni A. B. F. ad parallel. G. H. duplum [d] alterius A. D. G. Sunt autẽ parallelogramma F. I. G. H. æquiangula. Nam anguli primum D. G. A. & B. F. A. ſunt [e] æquales, quia ſunt B. C. & D. E. parallelæ, & ordinatim [f] poſitæ, ipſiſque oppoſitis I. & H. Deinde ambo A. G. E, A. F. C. ſunt [e] pares, quibus item pares ſunt H. D. G. & I. B. F. qui proinde rurſus inter ſe æquales ſunt, ſequitur [g] ergo rationem parallelogrammi F. I. ad aliud G. H. componi ex rationibus B. F. ad D. G. & F. A. ad A. G. Ex iiſdem proinde componitur ratio portionis A. B. C. ad portionem A. D. E. Eſt autem ratio F. A. ad A. G. eadem quæ quadrati B. F. ad quadratum D. G. vel quadrati [h] B. C. ad quadratum D. E. Propterea ratio portionis A. B. C. ad portionem D. E. F. componitur ex rationibus B. F. ad D. G. ſeu B. C. ad D. E. & quadrati B. C. ad quadratum D. E. Atqui ex iiſdẽ [i] componitur ratio cubi B. C. ad cubum D. E. Ergo ratio portionis A. B. C. ad portionem A. D. E. componitur ex iiſdem rationibus quibus ratio cubi A. C. ad cubum D. E. vel [k] cubi B. F. ad cubum D. G. Proinde ſunt rationes eædem, & eſt portio ad portionem vt cubus ad cubum, quod fuit probandum.



a per 17. & 24 lib. de quadrat. parabol.
b per 16. l. 5.
c per 15. l. 5.
d per 41. l. 1
e per 29. l. 1
f per defin. 16. l. 1. com. Apoll.
g per 33. l. 1.
h per 23. l. 6
i per 3. lib. de quadr. parabol. vel 20. l. 1. conic. Apoll.
k per 33. l. 11. & 11. lib. de conoid. & ſphær.

ΑΛΛΩΣ.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur [m] inter ρ. G. & B. F. media proportionalis N. Tum vt ρ. G. eſt ad B. F. ita fiat [n] B. F. ad M. demum inter B. F. & M. media ſit O.

ΑΠΟΔ. Vt B. F. ad ρ. G. ita [o] F. A. ad A. G. Sed vt F. A. ad A. G. ita [p] quadratum B. F. ad quadratum D. G. Ergo vt B. F. ad ρ. G. ita quadratum B. F. ad quadratum D. G. & ita quoque eſt [q] quadratum B. F. ad quadratum N. Ergo D. G. & N. ſunt [r] æquales. Et eſt D. G. media proportionalis inter B. F. & ρ. G. Et eſt ρ. G. ad B. F. in ratione dupla D. G. ad B. F. Verum B. F. eſt ad M. vt ρ. G. ad B. F. Ergo B. F. eſt ad M. in ratione dupla D. G. ad B. F. Sed eſt quoque eadem B. F. ad M. in ratione dupla B. F. ad O. vel O. ad M. Ergo D. G, B. F, O. & M. ſunt continue proportionales, & propterea [s] cubus D. G. eſt ad cubum B. F. vt D. G. ad M. Atqui triangulus D. A. G. ſe habet ad triangulum A. ρ. G. vt [t] D. G. ad ρ. G. Tum trigonus A. ρ. G. eſt ad A. B. F. triangulum in ratione dupla [v] lateris ρ. G. ad B. F. hoc eſt [x] lineæ ρ. G. ad M. Proinde ex æquo A. D. G. triangulus eſt [y] ad triangulum A. B. F. vt D. G. ad M. ergo vt cubus D. G. ad cubum B. F. Et tandem [z] totus triangulus A. D. E. eſt ad trigonũ A. B. C. ſeu [xx] portio minor ad portionem majorem vt cubus D. E. ad cubum A. C. quod fuit probandum.

m per 13. l. 6
n per 11. l. 6.
o per 4. l. 6.
p per 20. l. 1 Conic.
q per 10. defin. lib. 5. & 20 prop. lib. 6.
r per 7. l. 5.
s per coroll. 33. l. 11.
t per 1. l. 6.
v per 19. l. 6
x per 10. defin. l. 5.
y per 22. l. 5
z per 15. & 22. l. 5.
xx per 11. l. 5

PROP. X.

ΠΡΟΤ. Ι.

THEOR. X.

ΘΕΩΡ. Ι.

Cuiuſcumque fruſti à rectãguli coni ſectione dirempti centrum grauitatis eſt in recta linea quæ diameter eſt fru-

Παντὸς τόμου ἀπὸ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀφαιρουμένου τὸ κέντρον τῆς βάρεος ἐπὶ τᾶς ἀξίας ἐστὶν ἃ διάμε-

ζής ὅτι τῆς τόμου τόνδε ζῆπον κείμενον, διαιρεθείσας τὰς ὠτείας εἰς ἴσα πέντε ἀπὸ μέσου πεμπταμορείου· ὥστε τὸ τμᾶμα αὖθ τὸ ὑπέρον τᾶς ἐλάσσονος βάσιος τῆς τόμου ποὶ τὸ λοιπὸν τμᾶμα Ⓦ αὐ Ⓨ ἔχειν λόγον ὃν ἔχ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον Ⓦ, τὸ ὑπὸ τᾶς μείζονος Ⓖ ταῦ βάσεων τῆς τόμου· ὕψος δὲ ταὺ ἴσαν συναμφοτέρᾳ, τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ἐλάσσονος Ⓖ τᾷ βάσεων, καὶ τῷ μείζονι, ποὶ τὸ στερεὸν τὸ βάσιν μὲν ἔχον τὸ τετράγωνον τὸ ὑπὸ τᾶς ἐλάσσονος Ⓖ ταῦ βάσεων τῆς τόμου· ὕψος δὲ ταὺ ἴσαν ἀμφοτέρᾳ, τᾷτε διπλασίᾳ τᾶς μείζονος Ⓖ, καὶ τᾷ ἐλάσσονι αὐτᾶν.

sti: eo scilicet modo iacens in media quinta huius rectæ lineæ in quinque partes æquales sectæ, vt particula ipsius quintæ propior minori basi frusti ad reliquam particulam eam rationem habeat quam habet solidum habens quidem basim quadratum maioris basis frusti, altitudinem vero lineam æqualem vtrique, & duplæ minoris basium, & maiori basi, ad solidum basim habens quadratum minoris basis frusti, altitudinem vero lineam æqualem vtrique, & duplæ maioris basis & minori ipsarum.

ΥΠΟΘΗΚΗ.

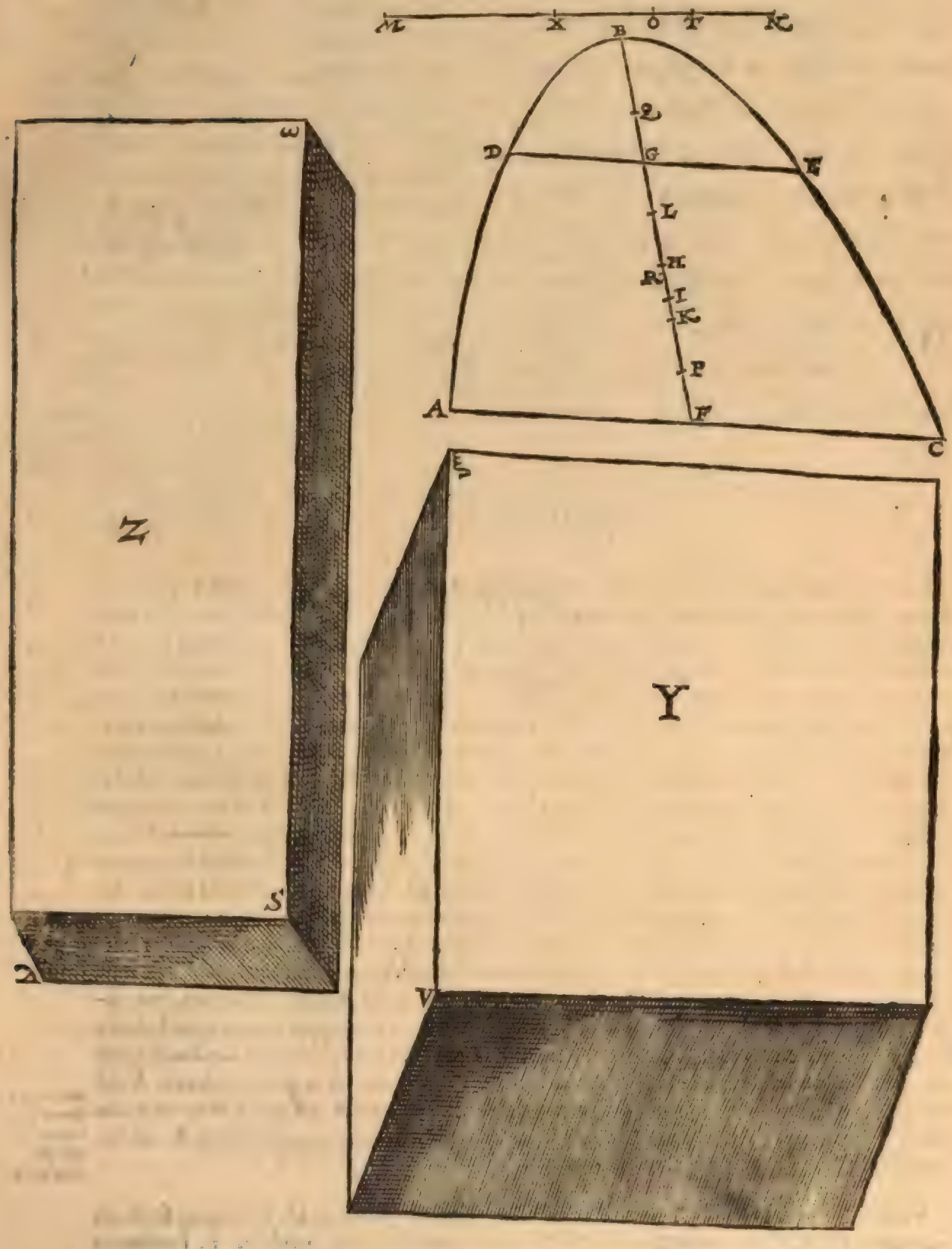
Antequam ad propositionis huius demonstrationem accedamus, operæ pretium facturi videmur, si primò monuerimus diuersè legi contextum propositionis. Etenim vulgares libri solidorum, quorum hic fit mentio, bases determinant quadratis mediarum duntaxat basium frusti: videlicet, primo solido basim tradunt τὸ τετράγωνον ἀπὸ ἡμίσους τᾶς μείζονος τῶν βάσεων. Secundo vero basim assignant τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ ἡμίσους τᾶς ἐλάσσονος τᾶ βάσεως. Codex vero regius manuscriptus quadrata totarum frusti basium, pro solidorum basibus tradit: nempe primo quadratum τὸ ἀπὸ τᾶς μείζονος τᾶ βάσεως. Secundo vero quadratum τὸ ἀπὸ τᾶς ἐλάσσονος τᾶ βάσεως. Deinde in altitudinibus eorumdem solidorum variare Archimedem. Nam cum in textu propositionis primo altitudinem dedisset τὰ ἴσαι συναμφοτέραις, τᾷ τε διπλασίᾳ τᾶς ἐλάσσονος τᾶ βάσεως, ἢ τᾷ μείζονι, eidem in textu altitudinem tribuit τὰ ἴσαι ἀμφοτέραις, τᾷτε β. τᾶς η. τ. ἢ τᾷ α. ζ. scilicet duplo minorem, & æqualem tantum duplæ dimidiæ minoris basis, & dimidiæ maioris basis. Secundo itidem plano altitudinem assignat primo duplam maioris basis & basim minorem: in demonstrationis vero ὑποπτώσει tantum semissem concedit. Verum vbique eadem est orationis constantia & propositionis sensus. Etenim solida quæ bases habebunt quadrata dimidiarum basium, altitudines vero siue duplas dimidiarum, siue duplas integrarum basium cum maiori vel minori, aut dimidio maioris vel minoris basis, seruant inter se eandem rationem quam quæ habent bases quadrata integrarum basium, & illas altitudines. Nam solidorum similium ratio componitur[a] ex rationibus basium & altitudinum. At vero ratio quadrati lineæ A. ad quadratum lineæ B. est[b] eadem quæ quadrati dimidiæ lineæ A. ad quadratum semissis lineæ B. Tum ratio altitudinis A. ad altitudinem B. eadem est quæ dimidiæ A. ad dimidiam B. Nihil ergo propterea moremur.

[a] per ea quæ demonstr. 11 l. de conoid. & sphæ.
[b] per 15 l. 5.

ΠΡΟΘ. Sit portio A. B. C. cuius basi B. C. parallela ordinetur D. E. secans frustum portionis D. A. C. E. cuius diameter sit G. F. portio diametri totius B. F. Ponantur autem duo solida similia Y. & Z. quorum Y. basim habeat V. ℓ. quadratum maioris basis frusti A. C. altitudinem vero æqualem duplæ lineæ D. G. seu toti D. E. & dimidiæ basis A. C. nempe parti B. F. Alterum vero Z. habeat S. λ. pro basi, quadratum sci-

Digitized by Google

licet minoris basis frusti D. E. Et pro altitudine lineam æqualem duplæ dimidiæ A. C. hoc est toti A. C. & lineæ D. G. dimidiæ totius D. E. (contextus propositionis altitudines duplas efficit, immutata nihilominus ratione) Diuidi censeatur G. F. frusti diameter in quinque partes æquales in punctis P. K. H. L. quarum media pars sit H. K. quæ secetur in I. ita vt particula H. I. propior vertici portionis sit ad particulam I. k. vt solidum Y. ad solidum Z.



ΣΥΜΠΕ. Dico I esse centrum grauitatis frusti propositi.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur M. N. æqualis diametro F. B. & diuidatur [a] puncto O. vti B. F. secatur in G. Tum inter M. N. & N. O. media sit [b] proportionalis N. X. & his tribus M. N, X. N.

[a] prm 10 l. 6
[b] prm 13. l. 6.

N, X. N, O. N. quarta addatur [a] T. N. Denique fiat [a] F. H. ad aliquam lineam profi- [a] per 12. l. 6
ciſcentem ex I. nempe ad I. R. vt eſt T. M. ad T. N.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam A. C, D. E. ordinatæ ſunt, quadratum A. F. [b] eſt quadrato D. G. vt B. F. parti B. G. hoc eſt, vt M. N. ad O. N. vel vt [c] quadratum M. N. ad quadratum X. N. Ea proinde linea A. F. ſe habet ad lineam D. G. vt linea M. N. ad lineam X. N. & cubus [d] A. F. ad cubum D. G. vt cubus M. N. ad cubum X. N. Verum vt cubus A. F. ad cubum D. G. ſic eſt [e] portio A. B. C. ad portionem D. B. E. Ergo vt cubus N. M. ad cubum N. X. hoc eſt [f] vt linea N. M. ad N. T. ſic portio A. B. C. ad portionē D. B. E. & diuidendo [g] vt M. T. ad T. N. ſic portionis fruſtum D. A. C. E. ad portionem D. B. E. Vt ergo F. H. ſcilicet tres quintæ totius F. G. ad I. R. ſic [h] fruſtum ad portionem D. B. E. Eſt [i] autem cubus lineæ A. C. ad fruſtum Y. vt A. C. ad V. ξ. hoc eſt vt altitudo illius ad huius altitudinem, quia vtrumque baſim habet quadratum ex A. C. tum oſtendimus A. F. eſſe ad D. G. hoc eſt A. C. ad D. E. vt M. N. ad N. X. inuerſim [k] ergo D. E. eſt ad C. A. vt N. X. ad M. N. Et igitur D. E. eſt [l] ad dimidiam C. A. nempe A. F. vt N. X. ad dimidiam M. N. & componendo [m] A. F. cum D. E. hoc eſt V. ξ. eſt ad A. F. vt N. X. cum dimidia M. N. ad dimidiam M. N. & tandem V. ξ. eſt [n] ad A. C. duplam ipſius A. F. ſeu cubus A. C. ad ſolidum Y. vt N. X. cum dimidia M. N. ad M. N. Præterea quia cubus A. F. eſt ad cubum D. G. vt cubus M. N. ad cubum X. N. vel vt linea M. N. ad lineam N. T. ſicuti mox dicebamus: etiam cubus A. C. eſt [o] ad cubum D. E. vt M. N. ad N. T. Atqui cubus D. E. ſe habet; ad ſolidum Z. vt D. E. ad S. ω. nam vtriuſque baſis eſt eadem, nimirum S. λ. quadratum lineæ D. E. Tum quia vt A. F. ad D. G. ſic M. N. ad N. X. etiam A. C. eſt [p] ad D. E. vt M. N. ad N. X. ſed M. N. eſt ad N. X. vt N. O. ad N. T. vnde patet A. C. eſſe ad D. E. vt N. O. ad N. T. Et adhuc A. C. eſt [q] ad dimidiam D. E. nempe ad D. G. vt N. O. ad dimidiam N. T. & componendo [r] A. C. cum D. G. ſeu S. ω. eſt ad D. G. vt N. O. cum dimidia N. T. ad dimidiam N. T. Igitur S. ω. eſt [s] ad totam D. E. vt N. O. cum dimidia N. T. ad N. T. & inuertendo [t] D. E. eſt ad S. ω. vt N. T. ad N. O. cum ſemiſſe ipſiuſmet N. T. Propterea cubus ex D. E. eſt [u] ad ſolidum Z. vt N. T. ad N. O. cum dimidia N. T. His demonſtratis habemus hinc 4. magnitudines proportionales: ſolidum Y. primam, cubum A. C. ſecundam, N. X. cum dimidiæ M. N. tertiam, M. N. quartam: illinc quoque totidem, cubum D. E. ſolidum Z. N. T. & N. O. cum dimidia N. T. quæ cum ſint binæ inter ſe proportionales, ſic conſtitui poſſunt, vt magnitudines vnius ordinis ſint cōtinuè inter ſe vt magnitudines alterius.

1. Solidum Y. 2. Cubus A. C.	1. N. X. cum dimidia M. N. 2. M. N.
3. Cubus D. E. 4. Solidum Z.	3. N. T. 4. N. O. cum dimidia N. T.

Ex æquo [o] igitur ſolidum Y. eſt ad ſolidum Z. hoc eſt [v] H. I. ad I. K. vt N. X. cum dimidia M. N. ad N. O. cum dimidia N. T. & coniungendo [w] H. K. eſt ad I. K. vt N. X. & N. O. ſimul cum dimidijs M. N. & N. T. ad N. O. cum dimidia N. T. vel vt dupla ad duplam, ſcilicet vt linea compoſita ex duplis N. X. & N. O. & lineis M. N. & N. T. ad lineā cōpoſitā ex duplo N. O, & ex N. T. quintuplicemus antecedētes. Quintuplū lineæ H. K. eſt F. G. tū quintuplū lineæ cōpoſitæ ex duplis N. X. & N. O. cū lineis N. M. & N. T. eſt illa quæ quinquies cōtineret duas N. M. & N. T. ac decies alias N. X. & N. O. Tūc enim rurſus erit [x] F. G. ad I. K. vt linea æqualis quintuplo duarū M. N, N. T. & decuplo N. X. & N. O. ad duplū N. O. cū N. T. Verū eadē F. G. eſt ad F. K. duas ſui quintas, ſicut linea æqualis quintuplo duarū M. N, N. T. & decuplo binarū N. X, N. O. ad æqualē duplo duarū M. N, N. T. & quadruplo duarū N. X, N. O. Cōiūgendo [y] igitur erit F. G. ad I. k. & k. F. ſimul ſeu ad I. F. vt æqualis quintuplo duarū M. N, N. T. & decuplo duarū N. X, N. O. ad lineā cōpoſitā ex duplo M. N. triplo N. T. quadruplo N. X. & ſextuplo N. O. & inuertēdo [z] I. F. eſt ad F. G. vt linea cōpoſita ex duplo M. N. triplo N. T. quadruplo N. X. & ſextuplo N. O ad æqualē quintuplo duarū M. N N. T. & decuplo binarū N. X, N. O.

Recordemur iā N. M. æqualē eſſe aſſumptā diametro F. B. tū N. O. factā parē parti B. G. & proinde O. M. ſuperfuiſſe æqualē reliquæ F. G. Et vt T. M. eſt ad T. N. ſic poſitā eſſe F. H. ſeu tres quintas ipſius F. G. vel M. O. ad I. R. nā hinc inuertēdo [a] ſequitur, N. T. eſſe ad T. M. vt I. R. ad F. H. ſeu ad ⅔ lineæ M. O. Notemus hic adhuc hypotheſim contigiſſe ſuperioris proximæ propoſitionis. Habemus enim quatuor proportionales in continua portione. N. M, N. X, N. O, N. T. Quarum minor N. T. eſt ad T. M. exceſſum quo maxima ſuperat minimam vt aliqua aſſumpta I. R. eſt ad H. F.

Digitized by Google

tres quintas M. O. exceſſum quo maxima ſuperat tertiam. Deinde eſt vt aliqua linea compoſita ex duplo maximæ M. N. quadruplo ſecundæ N. X. ſextuplo tertiæ O. N. & triplo quartæ N. T. ad æqualem quintuplo maximę N. M. & decuplo ſecundæ ac tertiæ N. X. & N. O. ſic aliqua alia linea aſſumpta F. I. ad F. G. vel ad M. O. quia maxima M. N. ſuperat tertiam N. O. Hinc igitur patet [a] I. R. & F. I. ſimul, ſeu R. F. eſſe duas quintas totius M. N. vel ipſi æqualis F. B. & ex conſequenti R. B. ſuperetſe pro tribus quintis ipſius F. B. Et ita partem B. R. ad verticem eſſe ad aliam partem R. F. ſeſquialteram. Punctum igitur R. eſt [b] centrum grauitatis portionis A. B. C.

a per 9 huius.

b per 8 huius.

Sit itaque Q. centrum portionis D. B. E. Erit [b] enim B. Q. ad Q. G. vt tria ad duo: & coniungendo B. G. erit ad B. Q. vt quinque ad tria. Proinde tota F. B. erit ad totam B. R. vt pars B. G. ad partem B. Q. Et ergo reliqua F. G. ad reliquã Q. R. ſuperetit [c] vt B. F. ad B. R. nempe vt quinque ad tria, & in ratione ſuperbipartiente tertias. Probauimus autem fruſtum A. D, E. C. eſſe ad reliquum D. B. E. vt M. T. ad N. T. vel vt F. H. (quæ æqualis eſt [d] illi Q. R. cum ſit vtraque tres quintæ totius F. G.) ſeu inquam vt Q. R. ad I. R. Eſt [e] ergo I. centrum grauitatis fruſti D. A. C. E. quod fuit probandum.

c per 19. l. 5

d per 7 l. 1. e per 6. vel 7 l. præced.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Monuimus proœmio huius ſecundi libri de æquiponderantibus, Archimedem non quidem centrum inquirere grauitatis ſolidæ portionis parabolicæ, ſed corporis plani ad annuſſim reſecti ſecundum figuram ſectionis parabolicæ contentæ ſub recta linea & ſectione parabolica: quod quidem corpus ſolidum, (alioqui non eſſet graue) quoniam omni ſui parte paris eſt ſpiſſitudinis & vniformis grauitatis, Archimedes proponit tanquam meram ſuperficiem. Cæterum centrum grauitatis huiuſce corporis alio longè modo diſponitur quam centrum ſolidæ portionis. Etenim illud dirimit axem in partes quæ ſe habent in ratione ſeſquialtera, vti oſtenſum eſt octaua propoſitione huius: hoc verò in puncto eſt quo axis diuiditur, ita vt pars quæ eſt ad verticem dupla ſit partis quæ ad baſim & totas diameter ſit ſeſquialtera illius duplæ partis, ſicuti demonſtrauit Commandinus propoſitione 19. libri de centro grauitatis ſolidorum, & Lucas Valerius lib. 2. de eodem ſubiecto, prop. 41.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΚΩΝΟΕΙΔΕΩΝ ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΕΩΝ.

ARCHIMEDIS LIBER

DE CONOIDIBVS ET SPHAEROIDIBVS,

Nouis demonſtrationibus illuſtratus.

PRÆFATIO.

ANTIQVI cùm rerum omnium primam αἰσθησιν ex quantitate proficiſci cernerent, primam ſcilicet renitentiam, apparentiam ac duritiem, ex motu quoque omnia primò naſci animaduerterent, omnem ex motu quantitatem imaginati ſunt. Hinc fluxum puncti vocarunt lineam, decurſum lineę appellarunt ſuperficiem: demum ſuperficiei ῥοῦμα corpus dixerunt: non quidem eo ſenſu quo quidam Platonici, quorum iamdudum exploſa ſententia eſt, arbitrati ſunt a *nempe vt ſit linea, ἧς μέρη σημεῖα, vt inquit Pſellus:* a *ὄπιφανεία δὲ ἧς μέρη γραμμαί· σῶμα δὲ ὃ μέρη ὄπιφάνεια. Non enim iſti animaduerterant motum in linea aliquid aſſerre præter puncta, in ſuperficie aliquid præter lineas, denique in corpore quicquam præter ſuperficies. Melius itaque alij, qui cum motus duobus modis fiat, aut rectò aut obliquè, ex porrecto lineas rectas, planas ſuperficies, ſolida parallelepipeda, & omnino τρία ὄπίπεδα deduxerunt. Ex obliquo verò ſeu circulari lineas quocumque modo ſpirales aut circulares, Conchoides & Cyſſoides, ſuperficies gibboſas, tumentia corpora generarunt. Atque vt ad ea de quibus nobis eſt deinceps*

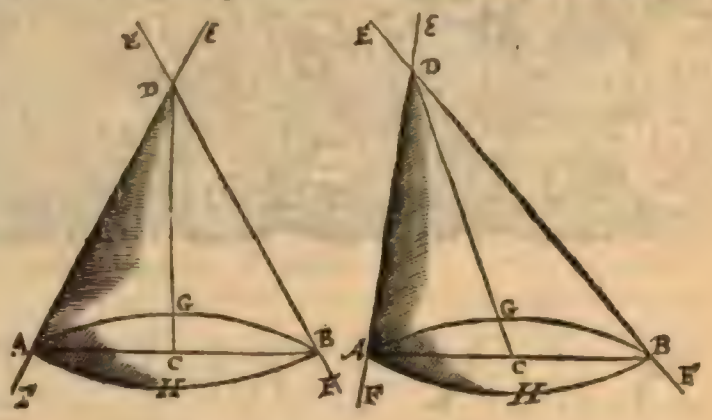
a Σωλῆνα τῆς κωνοειδείας.

a Euclides 14. definit. lib. 11.

agendum contrahatur oratio, *sphæram*[a] *ex integra semicirculi super propria diametro*

b Definit. 18. lib. 11. & Serenus proæmio 1. de sectione cylindri.

reuolutione constituerunt: conum[b] *vero rectum, quem solùm cognouerunt Archimede seniores, ex reuolutione integra rectanguli trianguli circa alterum ambientium. At vero scalenus conus nõ sic ex triãguli scaleni reuolutione nasci potest:*



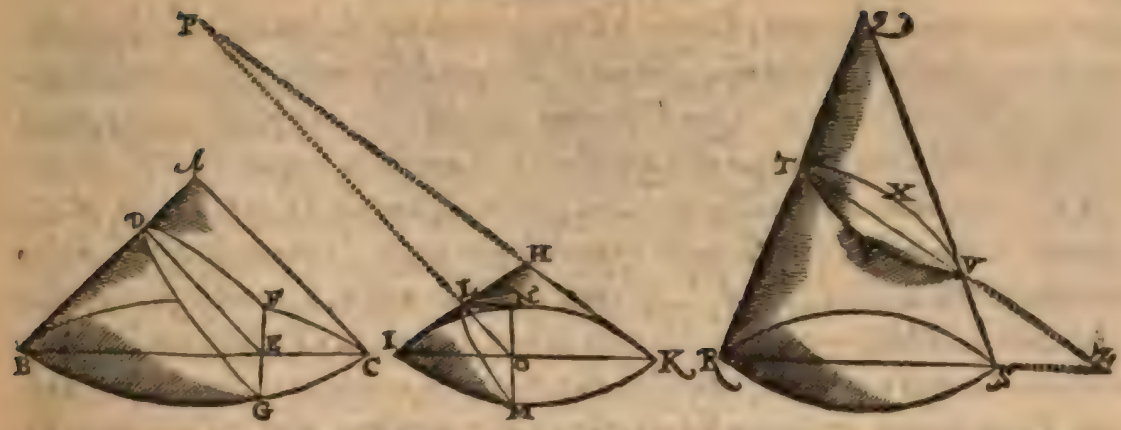
c Definitione 1. lib. 1. conic.

propterea Apollonius[c] *generalem quandam conorum generationem meditatus, aliam ex lineæ motu tradidit. Vult enim positis circulo cuius centrum C. & puncto D. extra ipsum circulum: per punctum D. & circuli circumferentiam traijci lineam E. F. quæ fixa in D. per circumferentiam circuli A. H. B. G. reuoluatur: sic enim conijcit superficies conicas describi, alteram supra D. alteram infra. A puncto autẽ seu vertice D. ducta linea quæ sit axis, inciderit perpendiculariter in circuli cẽtrũ C.*

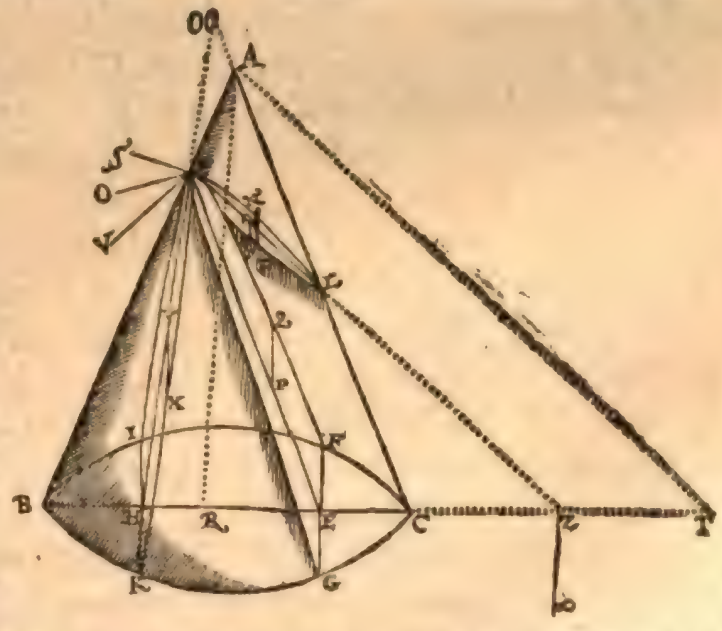
d Definit 8 e Definit 9

rectum[d] *fieri conum, si vero angulos obliquos fecerit, scalenum nasci, definit*[e]. *Et nihilominus videtur illi adeo religioni fuisse dicere ex linea illa mota corpus generari, vt non conum sed conicam superficiem vocarit. Cæterum superficies per corpora adigentes, plurimas differentesque tum lineas tum superficies ex solidorum τμήσει etiam veteres inuexerunt. Age planum per lineam C. D. axem coni, quod dirimat conum superficiẽque conicam secundum lineas ex diametro oppositas D. B, D. A. triangulum constitueris A. D. B. κατὰ τὸ ἄξονα: qui si angulum D. rectum habuerit, conus patet esse rectangulus: si maior recto, conus dicitur amblygonius: denique si recto fuerit minor oxygonius conus appellatur. Planum sic conum secans perpendiculare est ad basim coni, si conus fuerit rectus: qui si scalenus erit, obliquè secat basim, nisi adigatur per maximam simul & minimam lineas, quæ in superficie coni à vertice ad imum describi possunt. Quoniam autem sectiones quæ fiunt παρὰ τὰς ὀρθὰς clarioris aliquid habent contemplationis, nec abeant in infinitas differentias, sicuti obliquæ suas demum proprietates ostendunt, propterea antiqui cum ex conorum sectionibus quid accidere posset primò contemplarentur, rectis sectionibus vsi sunt: Et imprimis secto per diametrum seu per axem cono à vertice ad basim rectis angulis, in trianguli sectione enati latere, puncta notarunt à quo reliquo lateri parallelam lineam in basim egerunt, qua demum eductum planum conum secuerunt. Hinc superficies nascebantur in coni corpore, lineæ vero in conicis superficiebus. Et primò duntaxat distincta sunt secundum differentias sectorum conorum. In rectangulo enim, rectanguli coni sectiones dicebantur, quæ deinde Parabolæ appellatæ sunt: in Amblygonio, Amblygonij, quæ postea Hyperbolę dictæ sunt.*

Demum in Oxygonio, Oxygonij, quæ tandem Ellipses sunt vocatæ. Sit conus B. A. C. rectangulus, diuisus plano per axem educto, quod deformet triangulum B. A. C. in cuius latere A. B. notetur punctus D. à quo parallela lateri A. C. ducatur linea D. E. per quam demum planum traducatur conum secans ita vt basis eius F. G. secet rectò B. C. & efficiens superficiem G. D. F. in soliditate coni, lineam vero G. D. F. in conica superficie, ita vt basis ipsius F. G. rectò cadat in B. C. V traque autem sectio appellabitur: superficies quidem sectio coni, linea vero sectio conicæ superficiei, quam-



quam & ipſa linea ſectio etiam coni ab Archimede paſſim nuncupatur. Sint pariter coni I. H. K. amblygonius, & R. Q. S. oxygonius, qui vt ille ſecentur. Fiet in illo ſectio M. L. N. amblygonij: in hoc vero T. X, V. Y. ſectio oxygonij generabitur. Omniũ autem harum ſectionum diametri ſunt lineæ primùm perpendiculares eductæ ſuper lateribus triangulorum, & ſecundum quas coni diuiſi ſunt, cuiuſmodi ſunt lineæ D. E, L. O, T. V. Et harum diametrorum ea eſt proprietas, vt in rectangulo numquam concurrat cum latere oppoſito. Etenim cum anguli C. A. D, A. D. E. ſunt recti, ſunt A. C. & D. E. parallelæ. At in amblygonio vt conueniat à parte verticis. Cum enim ſit angulus H. L. O. rectus, alter vero L. H. K. maior recto, ſequitur P. H. L. & H. L. P. ambos eſſe duobus rectis minores [a], & proinde duas L. O. & H. K. concurrere [b] à parte P. Denique vt in oxygonio rurſus conueniat, ſed à parte baſis. Nam angulo V. Q. T. exiſtente minore recto, ſunt duo Q. T. V. & T. Q. V. minores duobus rectis: propterea T. V. incidit in Q. V. & eſt V. propius baſi quam T. cum angulo Q. T. V. trianguli Q. T. V. maximo, maximum latus Q. V. obtendatur. [c] Cæterum priores Geometræ, vt Ariſtæus ſenior & Euclides, vnicam ſectionem in ſingulis conis fecerãt, cum non vellent diſcedere à ſectione laterũ quæ fieret per angulos rectos. Verum poſteriores imaginati huiuſmodi ſectiones etiam poſſe fieri ad angulos obliquos: eas omnes in quolibet cono, hoc modo repererunt. Sit conus A. B. C. bipartito diuiſus per diametrum triangulo A. B. C. in cuius latera A. B. punctus ſit D. à quo linea ducatur [d] D. E. parallela lateri A. C.



Et per lineam E. D. planum agatur conum ſecans, ita vt communis ſectio ipſius & baſis coni vt I. K. vel F. G. ſecet B. C. baſim trianguli A. B. C. ad angulos rectos, fiet e-nim parabola G. D. F. inſtar ſectionis rectanguli coni. Ab eodem puncto D. linea ducatur D. H. quæ conueniat cum A. C. à parte verticis A. in puncto OO. & planum per eã adigatur, vt dictũ eſt, ſectio in cono naſcetur K. D. I. quæ erit hyperbolica. Deinque per D. L. lineã cõcurrentẽ cũ A. C. à parte baſis B. C. acto plano fiet Ellipſis D. M. L. N. vti in oxygonio cono. Inuentionẽ autẽ nouã ſequuta ſunt noua nomina: & quę primũ ſectio rectanguli coni dicebatur, appellata eſt parabole [e] quę amblygonij, hyper-

a per 13. l. 1.
b per 11. com ſent. l. 1.
c per 19. l. 1
d per 31. l. 1.
e per 11. l. 1. conic. Apoll.

bole, [a] quæ demum Oxygonij, Ellipsis. [b] Eutocius vult parabolem dici ἀπὸ τοῦ παραλλήλου εἶναι: Hyperbolen ἀπὸ τοῦ ὑπερβάλλειν, denique Ellipsim ἀπὸ τοῦ ἐλλείπειν δύο ὀρθαῖς τὰς ἀπὸ τῆς ἑτερομηκείας γωνίας. Quod quidem etymon ideo non probo: quia primò non parabole sed parallele citius esset appellanda: Tum si duo anguli H. D. A. & C. A. D. in hyperbola duos rectos excedunt, etiam alij duo O. D. A. & O. A. D. deficiunt, vt non minus Ellipsis quam hyperbole dici possit. Demum in Ellipsi si duo anguli interiores A. D. L, D. A. L. deficiunt à duobus rectis, exteriores sunt duobus rectu maiores. Admitterem itaque libentius horum, quas tradit [c] Pappus, vocabulorum notationes, nempè vnicuique sectioni ab aliquo proprio accidente nomen fuisse impositum. Quæ quidem accidentia si ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ declarauerimus, vireſque nominum paterfecerimus, & nonnulla, quæ pro sequentibus desiderantur, explicauerimus, officio functi videbimur. A puncto itaque D. & vertice paraboles G. D. F. ducatur D. O. ad diametrum D. E. perpendicularis. Et fiat vt quadratum ex B. C. ad rectangulum sub B. A, A. C. sic O. D. ad D. A. demum sumatur in diametro D. E. punctus P. à quo ducatur P. Q. parallela basi sectionis G. F. Etenim ea est paraboles proprietas, vt quocumque loco sumatur punctus P. semper quadratum P. Q. sit æquale rectangulo sub O. D. & D. P. Cum itaque quadratum harum linearum, quæ ordinatim dicuntur [d] applicari ad diametrum in sectione, perbellè assimilentur illu rectangulis quæ continentur sub O. D. seu linea quæ dicitur, [e] iuxta quam possunt quæ ad diametrum ordinatim applicantur, & parte diametri superiori: neque alterum ab altero deficiat, [f] merito sectio παραβάλλεται, καὶ παραβολὴ seu comparatio appellatur. Iam à iugo coni & puncto A. ducatur linea A. R. parallela diametro D. H. hyperboles K. D. I. & à summo hyperboles D. ducatur diametro D. H. perpendicularis D. S. fiatque O. D. transuersum [f] nempè hyperboles latus ad S. D. iuxta quam [f] possunt quæ ad diametrum applicantur, vt est quadratum ex A. R. ad rectangulum sub B. R, R. C. Ducatur demum aliqua linea ordinatim seu parallela basi sectionis K. I. quæ sit X. Y. Quandoquidem quadratum lineæ X. Y. superabit [a] rectangulum sub S. D, D. Y. simile contento sub O. D, D. S. vnde sectio dicitur ὑπερβάλλειν, καὶ ὑπερβολὴ nominatur exuperantia seu excessus. Deniq; à vertice A. coni ducatur A. T. parallela diametro Ellipsis D. L. quæ concurrat cum diametro basis B. C. in T. Vt autem quadr. A. T. ad rectang. sub B. T, T. C. sic fiat L. D. ad sibi perpendicularẽ D. V. iuxta quam possunt quæ ad diametrum Ellipseos ordinatim applicantur. Tandem à puncto Z. concursu nempè lineæ D. L. & lateris B. C. ducatur ipsi B. C. Z. perpendicularis Z. α. Et in Ellipseos diametro D. L. sumpto puncto γ. ab eo ducatur γ. β. parallela ipsi Z. α. Quandoquidem quadr. lineæ β. γ. ordinatim applicatæ ad diametrum Ellipseos, deficit [b] à rectang. V. D, D. γ. simili contento sub ijsdem γ. D, D. V. Vnde sectio [g] ἔλλειψις, καὶ ἔλλειψις appellatur, seu defectio. Interea notabimus tam hyperbolem quam Ellipsim duas habere diametros, seu latera, rectum & transuersum. Rectum latus, seu recta diametrus hyperboles est [g] D. H. Ellipsis vero D. V. [i] at transuersa in hyperbole est [h] D. O. in Ellipsi D. L. [h] Cæterũ hæc omnia præmisisse necesse fuit vt intelligeremus quidnam sit subiectum huius operis. Archimedes ergo opus hoc inscribit περὶ κωνοειδέων καὶ σφαιροειδέων: quod nos reddimus de Conoidibus & Sphæroidibus. Accipe sectionem coni rectanguli, vel amblygonij, eamq; super propria diametro reuolue, donec redierit in locum vnde profecta fuerat, hoc quippe motu conoideum corpus seu conoidem generaueris. Si vero Ellipsim conuerteris seu oxygonij coni sectionem, sphæroidem produxeris. Harum conoidis & sphæroidis

[a] 12. l. 1. conic. [b] 13. l. 1. conic. [c] l. 7. Math. coll. [d] per 12. def. 1. lib. 1 conic. Apoll. [e] 21. prop. l. 1. conic. in demonstr. [f] Demonst. prop. 12. l. 1. Conic. [g] Demonst. prop 13 l. 1. Conic.

proprietates & affectiones hoc libro Archimedes demonstrat: satis aperte innuens se de conis priùs alibi disputationem instituisse. Neque enim conoides aut sphæroides illo contemplari, sed ne quid sit intelligere quisquam potest, qui conorum scientiam probè non tenuerit. Id mihi argumento est audiendum fuisse Heraclium, qui in Archimedis vita quondam scripsit, Archimedem primum conica elementa fuisse aggressum: Apollonium que cum ea inuenisset, nondum ab authore edita, vt propria & sua, in lucem emisisse. Quamquã enim Eutocius [a] *Heraclio non subscribat, tamen multa* [b] *sunt quæ vetustissimi scriptoris authoritatem confirment. Primò Archimedem nouisse scalenum conum, satis ostendit, cum toties mentionem facit de Isoscele, seu æquicrurio cono: Neque enim illi de cono fuisset distinguendum, si solum æquicrurium, non etiam scalenum nouisset: tum numquam rectum conum designasset, vt sæpè fecit, si omnis conus illi rectus fuisset: Cùm enim ὀρθὸν κῶνον dixit, ratione τῆς σκαληνοῦ distinxit: aliumque quã ὀρθογώνιον significauit. Nam ὀρθὸς κῶνος p. propositionis 25. lib. 1. de sphæra & cylindro sit necessario ἀμβλυγώνιος, vt illic ostendimus 1. Sed & hoc opere demonstrabimus* [c] *vsum esse Archimedem scalenis conis. Elementa autem conica scripsisse desumimus ex his verbis, quæ porismati subiungit sequenti quartam huius, ἀποδέδεικται δὲ τοῦτο ἐν τοῖς κωνικοῖς στοιχείοις. Quod enim illo porismate proponit demonstratum inuenitur in elementis conicis, quæ nomine Apollonij Pergæi circumferuntur. Vt sua verò ea citare Archimedem arguimus ex more quo & sua & aliena profert. Cùm enim aliena significat, solet dicere, vel* [d] *ἀποδέδεικται ὑπὸ τῶν περὶ τινων, vel πρώτῃ* [e] *ὑπὸ τῶν περὶ τινων ἀποδείξεσιν, vel similia. At cum sua & à se demonstrata assumit simpliciter, dicit, vel δέδεικται* [f] *γὰρ ἐν τοῖς ἄλλοις, vt in opere de æquiponderantibus, vbi proprium de quadratura paraboles librum intelligit, quo ostenderat* [g], *τὰ τμήματα ὑπὸ εὐθείας περιεχόμενα τῶν τομέων, quod à nullo tentatum alibi asseuerat* [h], *vel inquit τοῦτο γὰρ ὅτι τέλος δέδεικται, vel δέδεικται γὰρ τοῦτο, vel similiter loquitur. Præterea nouis quoque sectionum nominibus vsus est. Etenim ἐν τῇ κατασκευῇ propositionis 9. huius operis Ellipsim nominat ἣν ἐν τοῖς (inquit) ὑπερβολὴν τοῦτο γεγράφθω δὲ καὶ ἀμφοτέρας τὰς ε. β. κώνους ἔλλειψις.* [m] *Quod si vnam nomine tenus nouerit, reliquarum nomina habuisse nemo potest ire inficias, quæ tamen reticuit, cum nondum conica elementa, quibus hæc vocabula noua fecerat, edidisset: quinetiam parcè Ellipseos nomine vsus est, alibique passim ὀξυγωνίους κώνους τομὰς dixit. At verò quod secuerit conos aliter, quam per plana ducta secundum lineas perpendiculares lateribus triangulorum secantium conos per diametros, apertissimè patet. Quando enim conus secatur per planum ductum secus lineam perpendicularem lateri trianguli secantis conum per diametrum, non concurrit istud planum cum omnibus coni aut dicti trianguli lateribus: vnum etenim est parallelum in rectangulo cono: At verò Archimedes agnoscit* [n] *sectionem quæ fit ita in quolibet cono, vt planum secans cum omnibus coni secti lateribus cõueniat, & proinde saltem in rectangulo cono, sectio fiet ad angulos obliquos cum lateribus trianguli conum per diametrum secantis. Quidni ergo Archimedi tribuemus omnes conicas sectiones in quolibet cono? Hoc autem dixisse operæ pretium visum est, vt tanti authoris fama sarta tecta nobis sit, eiusque ingenij specimina capiamus quanta nobis licuerit. Etenim plurima perierunt, & malo ipsius, cùm gloria minuatur, & nostro, cùm scientia deficiat, quã nobis abundè & elegãter suppeditauerat: vt tãtum ingratis temporibus nobis sit detrahendum, quantum labori tanti artificis tribuendum fuerit. Verùm accedamus ad eius contextum.*

[a] *Reliqui in comm. Apoll.*

[b] *vide Guidonem Vbaldũ scribentem in l. Archimedis de æquipõd.*

[c] *propos. 8. huius.*

[d] *11. prop. l. huius.*

[e] *6. lemma. ante 17 l. 1. de sphær & cyl.*

[f] *sp. prop. 5 l. 2 de æquipõd. parte 2.*

[g] *prop. 17. & 24.*

[h] *præamio lib. de quadrat parab.*

[i] *prop 8 l. 2 de æquip.*

[l] *prop. 8. huius.*

[m] *idem vocabulum repetit. prop. 10. huius.*

[n] *hoc libro.*

ARCHIMEDIS DE CONOIDIBVS ET SPHÆROIDIB.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΚΩΝΟΕΙΔΕΩΝ ΚΑΙ ΣΦΑΙΡΟΕΙΔΕΩΝ.

ARCHIMEDES DOSITHEO BENE AGERE.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ ΕΥΠΡΑΤΤΕΙΝ.

Scriptas tibi mitto, in hoc quidem libro reliquorum theorematum demõstrationes, quas non habueras in præcedentibus: & aliorum rursus tandem aliquando inuentorum: quorum cum multoties antea aggressus essem contemplationem: visum mihi fuerat negotium difficile, ac de eorum inuentione diu hæsitaueram: vnde contigerat, vt ipsa proposita vna cum aliis tibi data non fuissent. Verùm postea curiosiùs ea contemplatus, inueni quæ me anxium retinuerãt. Cæterum priora theoremata de rectangula portione conoidali proponebantur: At quæ nunc inuenta sunt, de obtusa conoide sunt, ac de figuris sphæroidalibus, quarum non-

[a] legit vulgaris codex ὡς πρὸ ὀλίγου· ἔχω γὰρ πραγματείαν μοι παρέχουσαν τὰς εὑρέσεις αὐτῶν ἀπορίαν.

Ἀποστέλλω τοι χρήσιμα, ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ τά τε λοιπῶν θεωρημάτων ἐμοὶ ἀποδείξεις, ὧν ἔνια εἶχες ἐν τοῖς πρόσθεν ἀπεσταλμένοις· καὶ ἄλλων ὕστερον ποτὲ ἐξευρημένων, ἃ πρόσθεν μὲν οὐκ ἐπεσκεψάμεθα [a], δύσκολον ἔχειν τι φαινόμενα μοι τὰς εὑρέσιας αὐτῶν ἀπόρησα· διόπερ οὐδὲ συνεξέδοτο τοῖς ἄλλοις αὐτὰ τὰ προβεβλημένα. Ὕστερον δὲ ἐπιμελέστερον ποτ' αὐτοῖς χρώμενος, ἐξεῦρον τὰ ἀπορηθέντα. ἦν δὲ τὰ μὲν λοιπὰ τῶν πρώτων θεωρημάτων περὶ τὴν ὀρθογωνίαν κωνοειδέος προβεβλημένα· τὰ δὲ νῦν ἐπὶ τοῦ ἐξευρημένα περὶ τὴν ἀμβλυγωνίαν κωνοειδέος, καὶ περὶ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν τὰ μὲν

παραμήκεα, τὰ δὲ ὀμπλατέα καλέω. Περὶ μὲν οὖν τῆς ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἐν τούτοις τάδε.

nullas oblongas, quasdam prolatas appello. De rectangula quidem conoide hæc subjiciebantur.

ΟΡΟΙ.

DEFINITIONES.

Α.

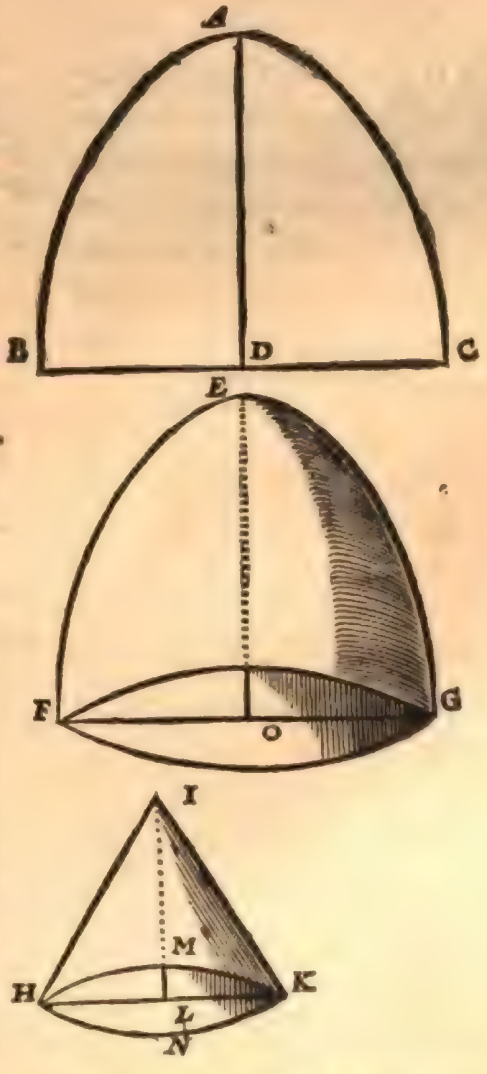
I.

Εἰκὰ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ μενούσας τᾶς διαμέτρου περιενεχθεῖσα ὅπερ καπεσαθῆ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν· τὸ περιλαφθὲν χῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ὀρθογώνιον κωνοειδὴς καλείσθω.

Si rectanguli coni portio, manente diametro circumducta redeat denuò vnde prodierit: comprehensa figura sub rectanguli coni sectione vocetur rectangula conois, vel rectangulum conoides.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod antiqui de conis præceperant, sicuti Aristeus senior quinque libris, deinde Euclides quatuor voluminibus, sufficere quidem potuissent intelligendæ huic definitioni: verum alia hoc opere passim notabimus, quæ non illi docuissent, vt stet verisimilior eorum opinio, qui Archimedem elementorum conicorum authorem resensent. Cæterum animaduertendum superficiem esse quæ dicitur hic sectio coni. Etenim conois quæ definitur corpus est: à sola verò superficie, non à linea generatur corpus. Cùm itaque circumductione sectionis rectanguli coni conois producatur, necesse est, sit ipsa sectio superficies. Ergo sectio rectanguli coni (quam deinceps parabolem vocabimus) sit A. B. C. quæ diametro A. D. quiescente circumuoluatur donec redierit ad statum, in quo erat dum moueri cœpit: Ex hoc inquam motu producetur figura quę dicitur rectangula conois, vel rectangulum conoides, cuiusmodi foret F. E. G. In pluribus differt à cono: sed in hoc solus eam oculus ab illo discreuerit, quod in apice sit obtusior cono: tum quod latera ipsius non ferant rectas lineas, sicuti latera coni. Sit conus H. I. k. productus ex reuolutione trianguli I. k. L. rectanguli circa I. L. quia enim comprehenditur superficie nata ex recto latere I. k. omnes lineas ductas à iugo I. ad circumferentiam basis H. M. k. N. rectas esse necesse est. At in conoide non ita est. Nam quia A. B, A. C. latera sunt curua, nullas fert rectas lineas conoidis superficies. Cæterum ad productionem conoidis non requiritur integra sectionis coni circumuolutio: satis est vt latera ipsius sedes permutent. Dum enim punctus C. fertur in B. pars sectionis A. D. C. semissem conoidis describit, & interim reliqua A. D. B. reliquam noui corporis perficit. Vnde patet conoidem bifariã secari à plano transeunte per axem ipsius. Planum enim illud hinc separat quod à dimidia sectione coni deseri-



ptum eſt, illinc verò quod altera pars in motu reddiderit: maximè cum planum illud actum per axem, ſectionem producat eandem cum ea quæ conoidem conſtituerit, vt poſtea a demonſtrabimus.

a prop. 12. huius.

II.

Et axem quidem ipſius, illam manentem diametrum vocari.

B.

Καὶ ἄξονα μὲν αὐτῆς λαὶ μεμενηκυῖαν διάμετρον καλεῖσθαι.

III.

Verticem verò punctum ſecundùm quod axis tangit ſuperficiem conoidis.

Γ.

Κορυφὴν δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων λαῖς τῆς κωνοειδοῦς ἐπιφανείας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In circunducta ſectione A.B.C. diameter A.D. manet: proinde dicitur axis conoidis, & in corpore perfecto refertur per lineam E.O. cuius punctus E. quo axis ipſe E.O. conoidalem ſuperficiem tangit, appellatur vertex, apex ſeu iugum.

IV.

Et ſi planum tetigerit figuram rectangulæ conoidis, aliudque planum illi parallelum ductum ſecuerit aliquam particulam conoidis: baſim quidem reſectæ portionis vocari planum comprehenſum à conoide in reſecante plano.

Δ.

Καὶ εἶκα τὸ τῆς ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς σχήματος ἐπίπεδον ἐπιφαύῃ, παρὰ δὲ τὸ ἐπιφαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτεμῇ τμῆμα τῆς κωνοειδέος· βάσιν μὲν καλεῖσθαι τοῦ ἀποτμαθέντος τμάματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ λαῖς τῆς κωνοειδοῦς τομαῖς ἐν τῷ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ.

V.

Verticem verò punctum, in quo illud aliud planum tangit conoidem.

E.

Κορυφὴν δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ ἐπιφαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τῆς κωνοειδέος.

VI.

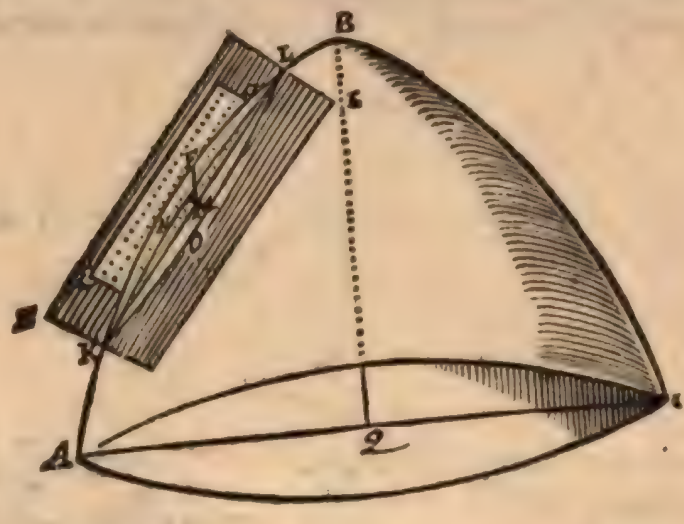
Axem demum concluſam in portione partem rectæ lineæ, quæ ducitur ab apice portionis parallela axi conoidis.

ϛ.

Ἄξονα δὲ λὰν ἐναπολαφθεῖσαν εὐθεῖαν ἐν τῷ τμάματι ἀπὸ λᾶς ἀχθείσας διὰ λᾶς κορυφᾶς τοῦ τμάματος παρὰ τὸν ἄξονα τῆς κωνοειδέος.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quæ partes notantur in cono, eædem inueniuntur in conoide basis, vertex & axis, vt prima, secunda & tertia definitionibus iam determinauimus: sed & rursus eædem tribuuntur sectionibus conoidis, vt his quarta, quinta & sexta constituitur. Vt ergo eas in sectione conoidis distinguamus, sit conois A.B.C. cuius axis B.Q. Hanc tangat [a] planum E.G. in puncto F. & intra conoidem aliud traijciatur planum H.I. parallelum tangenti quod figuram secet, ita vt à tota diuellatur pars k.F.L. Siquidem diuulsæ partis basis erit k. N. L. O. particula, nimirum plani secantis H.I. cõtentę intra conoidis superficiem: vertex verò punctum F. Axis demum F.M. linea demissa à puncto F. in diametrum basis k. L, æquidistanter axi B.Q. totius conoidis, facillimè vero dabuntur quarta & quinta definitiones: neque quis aduersabitur basim resectæ conoidalis portionis esse k. O. L. N. verticem verò punctum F. Verùm axem esse F.M. non statim concedet. Quod hac ratione euincemus. Axis enim est [b] qui omnes lineas ductas intra portionem æquidistantes diametro basis, bifariam secat. Atqui F.M. æquidistans diametro B.Q. & à puncto F. contactus ducta lineas omnes æquidistantes diametro basis k.L. seu lineæ actæ per punctum F. in plano tangente bifariam secat. [c] Axis ergo est F.M. Quod tamen soli sectioni parabolicæ conuenit, qualis esset ea quæ fieret si conoidalis portio k.F.L. plano per axem F.M. ducto, secaretur. Nam conoide A.B.C. diuisa plano per axem B.Q. fit parabole A.B.C. in qua F.M. ducta [d] diametro B.Q. diameter est [d], nempè paraboles k.F.L. Atque hinc instar corollarij deducemus, lineam à puncto contactus eductam diametro parallelam, in centrum incidere basis resectæ portionis. Etenim secat k.L. vt & alias ipsi æquidistantes æqualiter. Sed medium lineæ k. L, centrum est basis, siue circulus sit ipsa basis, vti est quando planum tangit per verticem conoidis, vt per B. Tunc enim basis portionis quæ à conoide truncatur, est circulus, habens centrum in diametro conoidis: & vertex idem est qui totius conoidis, demum axis portio diametri eiusdem conoidis, siue sit Ellipsis, cuiusmodi est, cum planum non tangit per conoidis verticem. Tunc enim est basis Ellipsis, imperfectus nempè circulus. Hoc autem patebit [e] in sequentibus. Cæterum hic ex textu resecuimus, quæ legentur propositionibus 23. & 26. huius.



[a] per 49. l. 2 conic. Apoll.

[b] per 10. defin. l. 1. conic. Apol.

[c] per 46. l. 1 conic.

[d] per manifest. 51 propositio. l. 1. conic.

[e] prop. 12. huius.

Z.

Περὶ δὲ τῆς ἀμβλυγωνίου κωνοειδοῦς ὑποτεθέμεθα μὲν ἁδέ. Εἴπερ ἐν ἑνὶ ἐπιπέδῳ ἐάντι ἀμβλυγωνίου κώνου τομὴ, καὶ ἡ διάμετρος αὐτῆς, μὴ ἐφαπτομένη τῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς· μενούσης δὲ τῆς διαμέτρου περιενεχθὲν τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστὶ αἱ εἰρημέναι γραμμαὶ ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν· αἱ μὲν ἐφαπτόμεναι δύο τῆς τοῦ ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς, δῆλον ὡς κῶνον ἰσοσκελῆ περιλαφοῦσαι, οὗ κορυφὴ ἐστὶ τὸ σημεῖον καθ' ὃ ἐφάπτονται συμπίπτουσαι, ἄξων δὲ ἡ μεμενηκυῖα διάμετρος.

VII.

De amblygonia verò conoide supponebamus quidem ista. Si in eodem plano fuerint obtusianguli coni sectio, & ipsius diameter, tum lineæ quæ dicũtur proximæ sectioni coni, manente verò diametro circumuoluatur planum, in quo sunt dictę lineæ proximæ, donec redierit, vnde profectum fuerit: istæ quidem lineę sectioni obtusianguli coni proximæ, manifestò conum isoscelem comprehendent, cuius vertex erit punctum, in quod concurrunt lineæ proximæ: axis verò diameter manens.

VIII.

Figura verò comprehensa sub obtusianguli coni sectione, amblygoniam seu obtusiangulam conoidem vocari.

H.

Τὸ δὲ ὑπὸ τομᾶς τῆς ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς σχῆμα περιλαφθὲν ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς καλεῖσθαι.

IX.

Axem verò ipsius manentem diametrum.

Θ.

Ἄξονα δὲ αὐτοῦ τὰν μεμενηκοῦσαν διάμετρον.

X.

Verticem autem punctum secundum quod tangit axis superficiem conoidis.

I.

Κορυφὰν δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ κωνοειδέος.

XI.

Cæterum conum conceptum sub proximis sectioni amblygonij coni, comprehendentem conoidem appellari.

IA.

Τὸν δὲ κῶνον τὸν περιλαφθέντα ὑπὸ τᾶς ἐπιζευγνυσᾶς τὰς ἀμβλυγωνίου κώνου τομᾶς, περιέχοντα τὸ κωνοειδὲς καλεῖσθαι.

XII.

Lineam verò rectam, mediam inter verticem conoidis, & verticem coni comprehendentis conoidem adhærentem axi nuncupari.

IB.

Τὰν δὲ μεταξὺ εὐθεῖαν, ἁ τὰς κορυφὰς τοῦ κωνοειδέος, καὶ ἁ τὰς κορυφὰς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ποτιεῖσαν τῷ ἄξονι καλεῖσθαι.

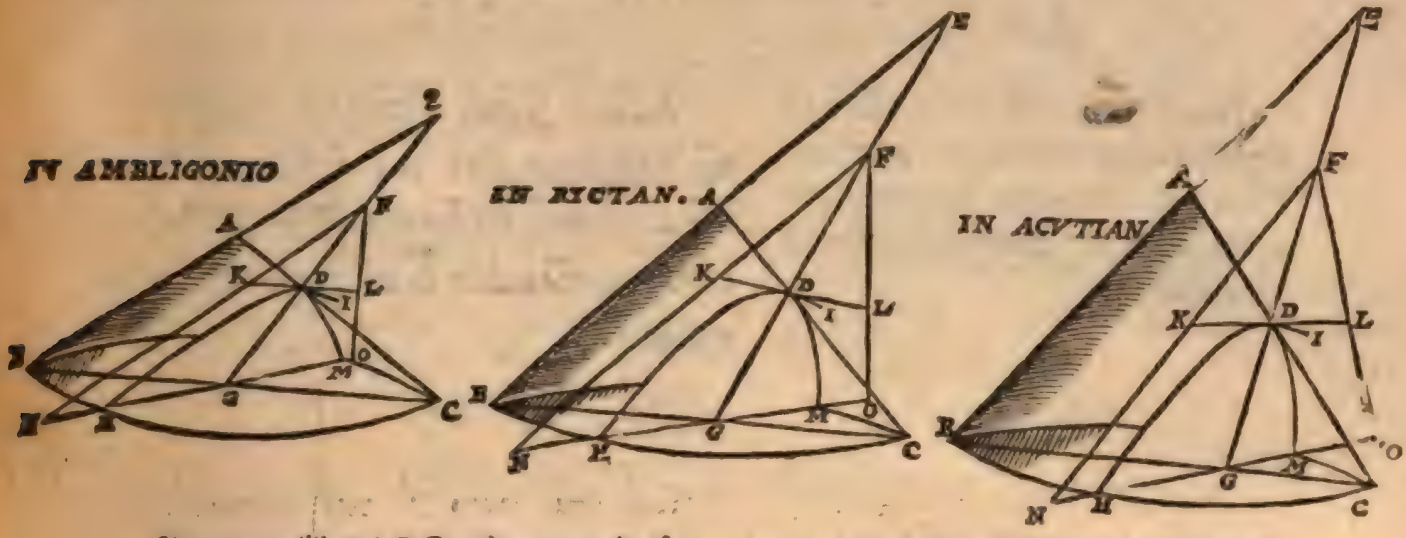
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Qui Apollonij patrocinium suscipientes constanter negant Archimedem conica elementa scripsisse, ea saltem quæ illius nomine extant, ex hoc loco nituntur ostendere Archimedem hyperbolem solam nouisse in amblygonio cono, non reliquas sectiones, parabolem nimirum & Ellipsim. Etenim hic inquiunt amblygonii coni sectionem vniuersaliter significat: qua tamen significatione intelligere nequaquam possumus etiam alias, cùm certissimum sit nullam cæterarum talem diametrum habere, qualis hic definitur ductus ab Apollonio transuersus[a], neque eiusmodi lineam quæ appellatur[b] media inter apices coni: & denique solam hyperbolem habere centrum à quo deducantur lineæ quas vocat ἴσιαι τᾶς τᾶ ἀμβλυγωνίου κώνου ζυγαῖς, & Apollonius ἀνισοδρόμους τῇ ζυγῇ.[c] Verùm hęc ratio minimi esse momenti videtur, facillimèque eluitur.

Dicimus enim solam quidem hyperbolem hic intelligi, ac definiri ab Archimede: non sanè quia sola reperiatur in amblygonio cono, sed quoniam sola nota hucvsque fuisset nomine sectionis amblygonii

[a] prop. 12. l. 1. conic.
[b] 12. defin. huius.
[c] demonst. prop. 1. l. 2. conic.

blygonij coni. Cùm enim nouata nondum essent recentiora vocabula, antiquo verbo vsus est Archimedes, & hyperbolem recepta appellatione sectionis amblygonij coni significauit. Nec enim veritus est, ne quis hac vniuersali sectionis dictione in errorem impingeret, cum solam hyperbolem in amblygonio cono prior nouisset ætas. Eadem leuitate concluderetur Archimedem hyperbolem nouisse in solo amblygonio, ex quo amblygonij coni sectionem apertissimè dicat. Nam tunc hyperbolem etiam in rectangulo, vel acutiangulo cono nomine sectionis amblygonii coni significasset, vt intelligi posset, sicuti parabolem vel ellypsim, quas in alienis conis quæsiisset sectione rectanguli, vel acutianguli coni designasset, nondum scilicet euulgatis suis conicis Elementis. Cùm itaque hyperbole vbilibet sumpta, tales habeat diametros, vertices & centra, quales hic definiuntur, ipsam in solo amblygonio cono sumere, haud quaquam obligamur. Verùm definitiones interim explicemus.



Sit conus quilibet A.B.C. qui per axem diuisus producat triangulum A.B.C. cuius latus A.C. ita secetur linea D.G. vt ipsa concurrat extra conum à parte verticis cum latere B.A. producto. Fiat concursus in E. Et per lineam D.G. traducatur planum rectum ad planum trianguli A.B.C. & conum secans, vt fiat hyperbole H.D.M. cuius rectum latus sit [a] D.I. transuersa D.E. quod tandem bipartito diuidatur in F. centro [b] figuræ. Tangat autem k.L. figuram in D. & bifariam diuidatur in D. sintque k.D, D.L. æquales, & k.L. tanta sit vt possit rectangulum comprehensum sub F.D, D.I, hoc est, sit secunda diametrus [c]. Ducantur denique à puncto F. per k. & L. lineæ F.k.N, & F.L.O. Hæ erunt lineæ [d] proximæ sectioni, numquam cum sectione concurrentes. Imaginemur itaque diametrum D.G. hyperboles H.D.M. ipsamque hyperbolem, tum proximas F.N, F.O. in eodem esse plano (siquidem in diuersis esse possunt) & reuoluatur istiusmodi planum donec redierit, vnde profectum fuerit. Fiet [e] quippè conus N.F.O. isosceles (sunt enim proximæ ambæ æquales, licet F.O. in plano breuior appareat) cuius vertex erit F. punctum quod centrum hyperboles vocat [b] Apollonius: diameter verò F.G. qui in reuolutione immotus manet, dicetur axis. In ipso cono comprehendetur amblygonia conois [f] H.D.M. genita ex reuolutione hyperboles: cuius axis erit [g] D.G. vertex D. [h] Propterea conus N.F.O. comprehendens conoidem appellatur. [i] Denique linea D.F. quam ductam è centro Apollonius nuncupati [l], adhærens axi ab Archimede nominatur [m]. Cæterum lineas F.N, & F.O. ἐγγίσει τῆς τῆ ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς dicit Archimedes: quia quanto longius producuntur vna cum lateribus sectionis, tantò propius ad ipsa latera accedunt, [n] neque tamen vnquam cum ipsis concurrunt [o]: vnde eas ἀσυμπτώτους τῆ τομῆ, dixit [d] Apollonius, aut, si maius, ipse Archimedes. De his singulare opus edidit Barocius, cui de admirando problemate titulum fecit.

[a] *per 2. l. 2. Conic.*
[b] *per 1. definit. secundarum Apoll.*
[c] *per 4. secund. defin. Apollonij.*
[d] *per 1. l. 2. conic.*
[e] *ex 7. definit.*
[f] *ex 8. definit.*
[g] *ex 9. defin.*
[h] *ex 10. definit.*
[i] *11. definit. l secunda definit. secundarum.*
[m] *12. defin.*
[n] *per 14. li. 2. conic.*
[o] *per 1. l. 2. conic.*

ΙΓ.

Καὶ εἰκὰ τῆ ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἐπιπέδου ἐπιψαύῃ, παρὰ ὃ τὸ ἐπιψαῦον ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμνῃ τμῆμα τῆ κωνοειδέος· βάσιν μὲν καλεῖσθαι, τῆ ἀποτμηθέντος τμήματος τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τῆς τῆ κωνοειδέος τομῆς καὶ τῆ ἀποτέμνοντι ἐπιπέδῳ.

XIII.

Et si amblygoniam Conoidem tetigerit aliquod planum, & huic tangenti plano, aliud planum agatur parallelum, quod secet portionem Conoidis: basim quidem resectæ portionis appellari planum comprehensum sub sectione Conoidis, in secante plano.

XIV.

Verticem verò punctum ſecundum, quod planum Conoidem tangens ipſam attingit.

ΙΔ.

Κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ ἅπτεται τὸ ἐπίπεδον τὸ ἐπιφανείας τῆς κωνοειδέος.

XV.

Axem verò comprehenſam in ſegmento partem lineæ, quæ ducitur per verticem ſegmenti, & apicem coni comprehendentis Conoidem.

ΙΕ.

Ἄξονα δὲ τὴν ἀπολαφθεῖσαν ἐν τῷ τμήματι ἀπὸ τῆς ἀχθείσας διὰ τῆς κορυφῆς τοῦ τμήματος, καὶ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές.

XVI.

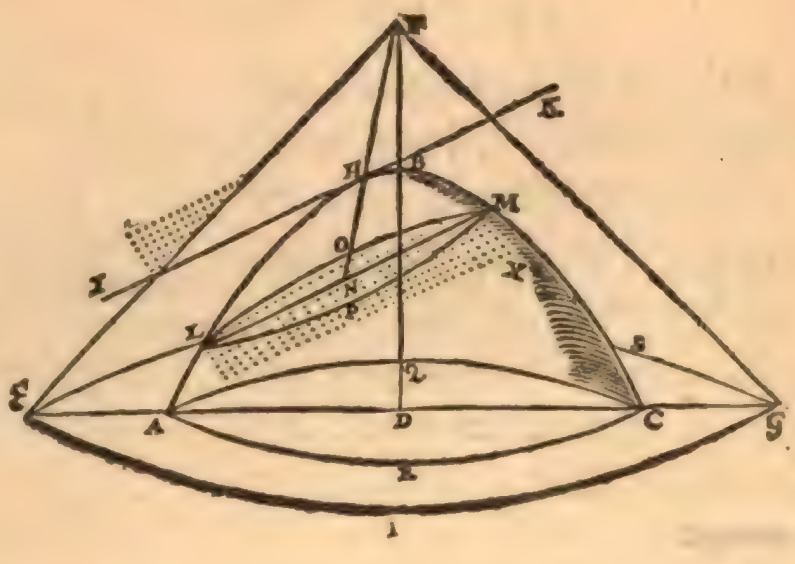
Et quæ demum media eſt inter dictos vertices adiectam axi vocitari.

ΙϚ.

Καὶ τὴν μεταξὺ τὴν εἰρημένων κορυφῶν εὐθεῖαν προσκειμένην τῷ ἄξονι καλεῖσθαι.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Definitis amblygonia, ſeu Hyperbolica Conoide, eiuſque baſe, vertice & axe, axique adiuncta: iam deſcribit portionem ipſius, ac portionis baſim, verticem, axem, axique adiunctam. Aliunde verò petuntur hæ definitiones, quàm petitæ ſupra ſint rectangulæ conoidis. Etenim rectangula Conois nata ex parabola, acutior eſt in apice, quàm hæc amblygonia, quæ prouenit ex hyperbola. Deinde hyperbole diametrum habet, quàm non nouit parabole, ideò hæc non habet adiunctam axi ſicuti amblygonia Conois. Quinetiam rectangulæ ſeu parabolicæ Conoidis ſegmentorum axes ſunt perpetuo, vel partes axis ipſius Conoidis, quando ſcilicet idem vertex eſt portionis, & totius Conoidis: aut paralleli axi ipſius Conoidis. Non verò ita fit in amblygonia Conoide. Quamuis enim portionis ab ipſa reſectæ, ſi idem apex fuerit qui totius, ſit item axis portionis pars axis totius Conoidis: tamen numquam aliarum portionum axes paralleli ſunt axi Conoidis, quin potiùs cum eo concurrunt in vertice coni Conoidem comprehendentis. Hoc verò diſcrimen naſcitur ex diuerſis affectionibus conicarum ſectionũ, quæ iſtas conoides producunt. Axis enim paraboles parallelus eſt axi coni, cuius ſectio eſt: ſed axis hyperboles cõcurrit cum cono, ex quo reſecatur, ſicuti iamdudum explicuimus.



Sit ergo hyperbolica Conois A. B. C. conuſque eam comprehendens E. F. G. Sint Conoidis diameter B. D. vertex B. baſis A. R. C. Q. Coni verò axis F. D. apex F. baſis E. T. G. S. ſit adiecta axi F. B.

Tangat autem Conoidem planum I.k, in puncto H: aliudque Conoidem secet, puta V.X. punctulis distinctum, & tangenti parallelum: demum huius secantis pars comprehensa intra superficiem Conoidis sit L.P.M.O. Etenim hæc portio plani secantis L. P. M. O, basis est [a] segmenti Conoidis: in quam à vertice F. per H. punctum contactus, & verticem [b] resectæ portionis L. H. M. linea cadens F. N. præbet [c] H.N. axim dictæ resectæ portionis, cui adiecta est [d] tandem H.F. Licet ergo præcedentes definitiones oculis lustrare. Cæterum quoniam sectionum conicarum descriptiones (vt ait Pappus [e]) non facilè est in plano designare, frequentesque erunt in sequentibus, operæ pretium facturi videmur, si hoc loco rationem subiungamus, qua iuxta singularum proprietates eas describamus.

[a] 13. definit. [b] 14. defin. [c] 15. definit. [d] 16 defin. [e] scholio 30 propos. 4. l. 3 collect. Mathemat.

ΛΗΜΜΑ.

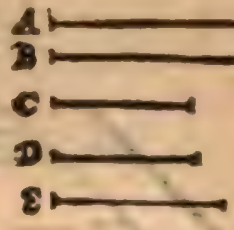
Duabus datis lineis duas alias inuenire & efficere, vt quemadmodum fuerit prima datarum ad secundam, ita sit quadratum prioris inuentæ ad quadratum posterioris.

ΥΠΟΘΕ. Dentur A.B.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur quæuis C. & vt A. ad B. sic fiat [f] C. ad E. Tum inter C. & E. media sit [g] D.

ΣΥΜΠΕ. Dico C. D. lineas esse petitas.

ΑΠΟΔ. Vt C. ad E. hoc est [h] vt A. ad B. sic est [i] quadratum C. ad quadratum D. quod vult λῆμμα.

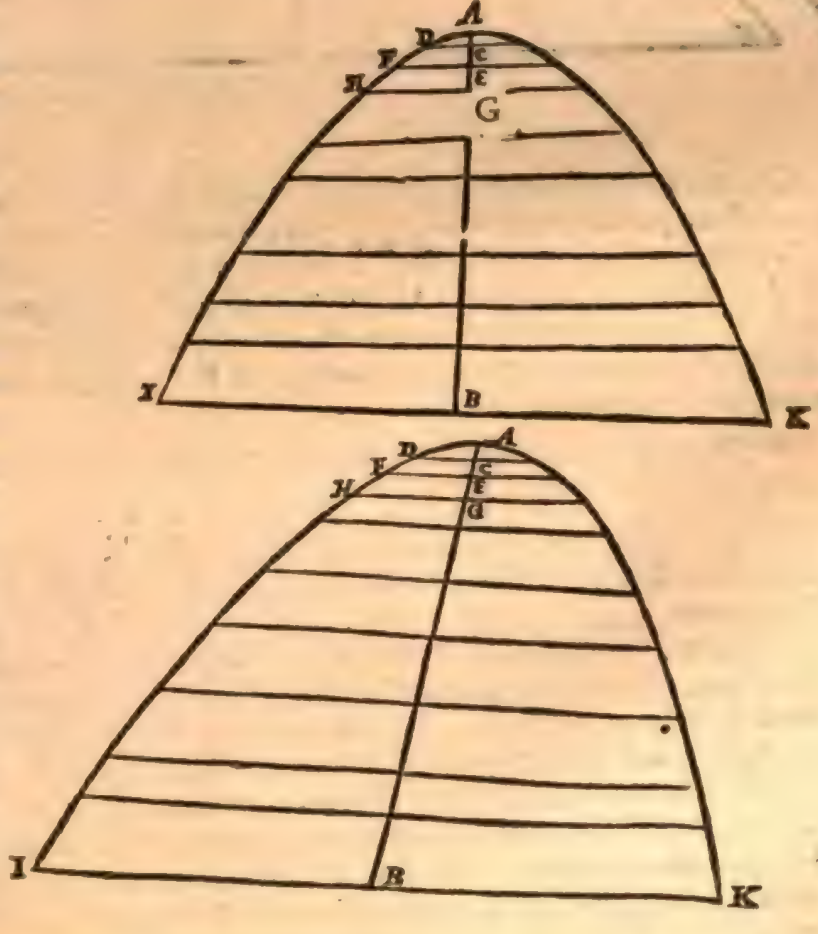


[f] per 12. l. 6. [g] per 13. l. 6. [h] per 22. l. 5. [i] per 10 definit. l. 5. & 20. prop. l. 6

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Parabolem describere.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea A. B. quæ sit diameter describendæ paraboles, & in ea sumantur quotlibet puncta C. E. G. & alia, à quibus perpendiculares, seu inter se parallelæ erigantur C. D, E. F, G. H, & cæteræ, fiatque [l] vt quemadmodum prior pars diametri A. C. est ad sequentem A. E. ita sit quadratum D. C. ad quadratum F. E. Tum vt A. E. ad A. G. sic quadratum F. E. ad quadratum H. G. & ita consequenter vsque ad I. B. seu ad eam, quàm facere basim decernimus. His C. D, E. F, G. H. & alijs æquales, totidem ponas mus ab alio latere diametri, seu axis A. B. Tandem per puncta A, D, F. H. & alia curuam lineam traducamus.



[l] per proximam lemmatis.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico lineam hanc curuam referre nobis sectionem rectanguli coni seu parabolem.

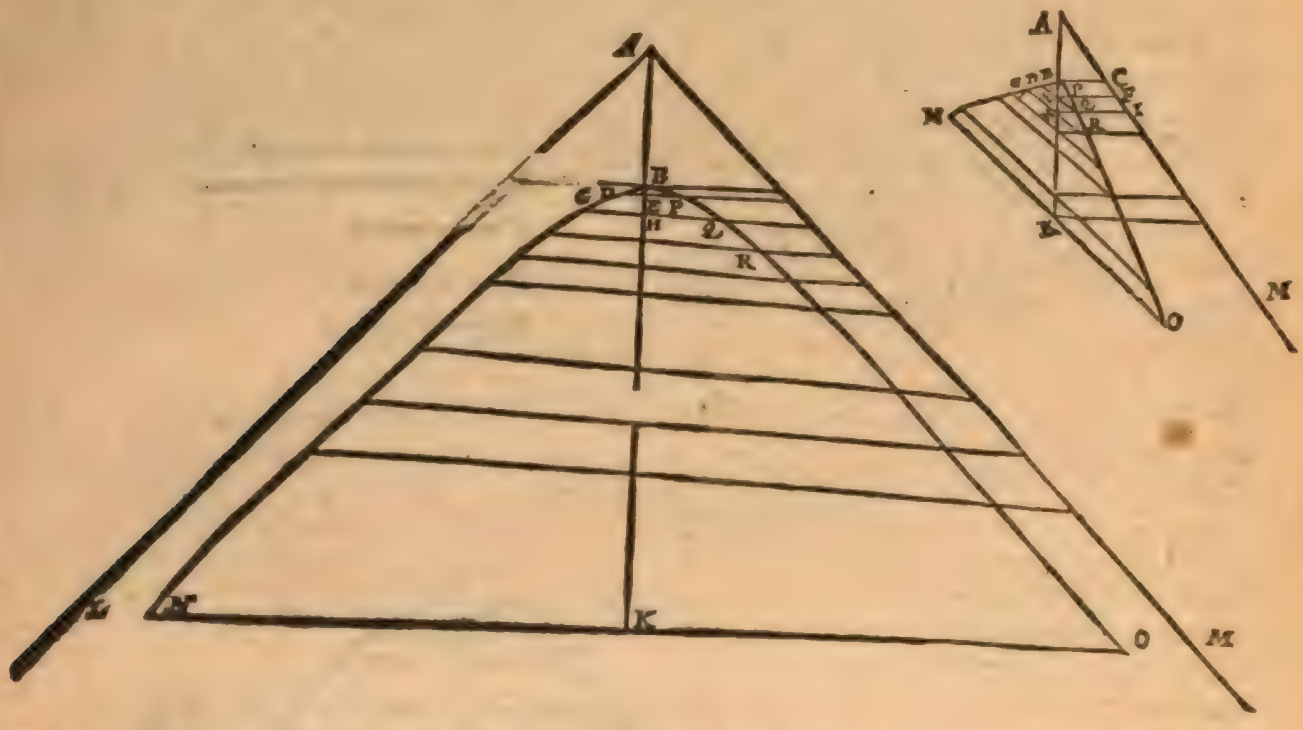
ΑΠΟΔ. Veritatem huius problematis deducit Eutocius ex 20. lib. 1. Conicorum elementorum Apollonij.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β.

Hyperbolem deformare.

ΚΑΤΑΣ. Exponatur linea quæuis A.K. in qua punctus ſumatur B. à quo perpendicularis erigatur B.C. quæ ſit loco illius lineæ, quæ dicitur [a] recta, ſeu rectum latus vel iuxta quam poſſunt, quæ in ſectione ordinatim ducuntur. Iungatur A. C. & in infinitum producatur.

[a] 11. l. 1. Conic. Apollon.



Capiantur deinde in B.K. quotquot lubet puncta E.H. & alia, à quibus in A.C. productam parallelæ ipſi B.C. lineæ ducantur, vt E.F, H.I. & aliæ.

[b] 14. l. 2. Tandem rectangulo ſub B.E, E.F. ſit [b] quadratum E.D. æquale, & rectangulo ſub B.H, H.I. fiat [b] quadratum H.G. par: & ita de alijs, quouſque ad baſim peruenerimus, vt K.N. aganturque lineæ E.D, G.H. k.N. & aliæ parallelæ inter ſe. Producanturque ſibi æquales ab alia parte diametri, vt in P.Q.R.M. & denique per illa puncta exaretur linea curua.

ΣΥΜΠ. Dico lineam hanc curuam eſſe hyberbolem, ſeu ſectionem amblygonij coni.

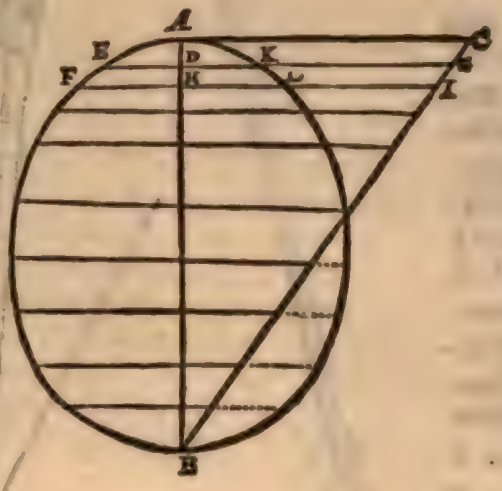
ΑΠΟΔΕΙ. Hanc praxim deducit Eutocius ex 21. lib. 1. Elementorum Conicorum Apollonij. Nam D.E. poteſt [c], quod ſub B.E, E F. & G.H. quod ſub B.H, H.I. & ita de cæteris.

[c] 12. l. 1. conic Apol.

Cæterum quomodo datis duabus lineis angulum continentibus, & intra eas puncto dato, deſcribatur per punctum datum coni ſectio, quæ hyperbole appellatur, ita vt datæ lineæ aſymptoti ſint, ſeu inconcurrentes, oſtenditur propoſitione quarta libri ſecundi Elementorum Conicorum: quamquam iſtæc effectio non Apollonij ſit, nec cuiuſquam antiquioris Eutocio: ipſe enim ad 4. lib. 2. de ſphæra & cylindro, ait ſe addidiſſe hoc problema, quoniam non reperiatur in Elementis Conicis. Sed & hoc problema habetur à Pappo, vt notauit Commandinus ſcribens in Conica. Hæc verò iam attigimus ad ſecundum librũ de Sphæra & Cylindro propoſitionem quartam.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Γ.

Ellipsim in plano deducere.



ΚΑΤΑΣ. Ducatur A. B. futura diametrus Ellipseos : cui perpendicularis erigatur A.C. minor, quàm A. B. & iungatur C.B. Sumantur deinde in A.B. quotliber puncta D.H. & alia, à quibus lineæ ipsi A.C. parallelæ ducantur D. G, H.I. & cæteræ. Tum rectangulis sub A. D, D.G, & A. H, H. I. alijsque deinceps, fiant [a] quadrata perpendicularium, seu parallelarum D. E, H. F. & aliarum æqualia.

[a] per 14. II. 2.

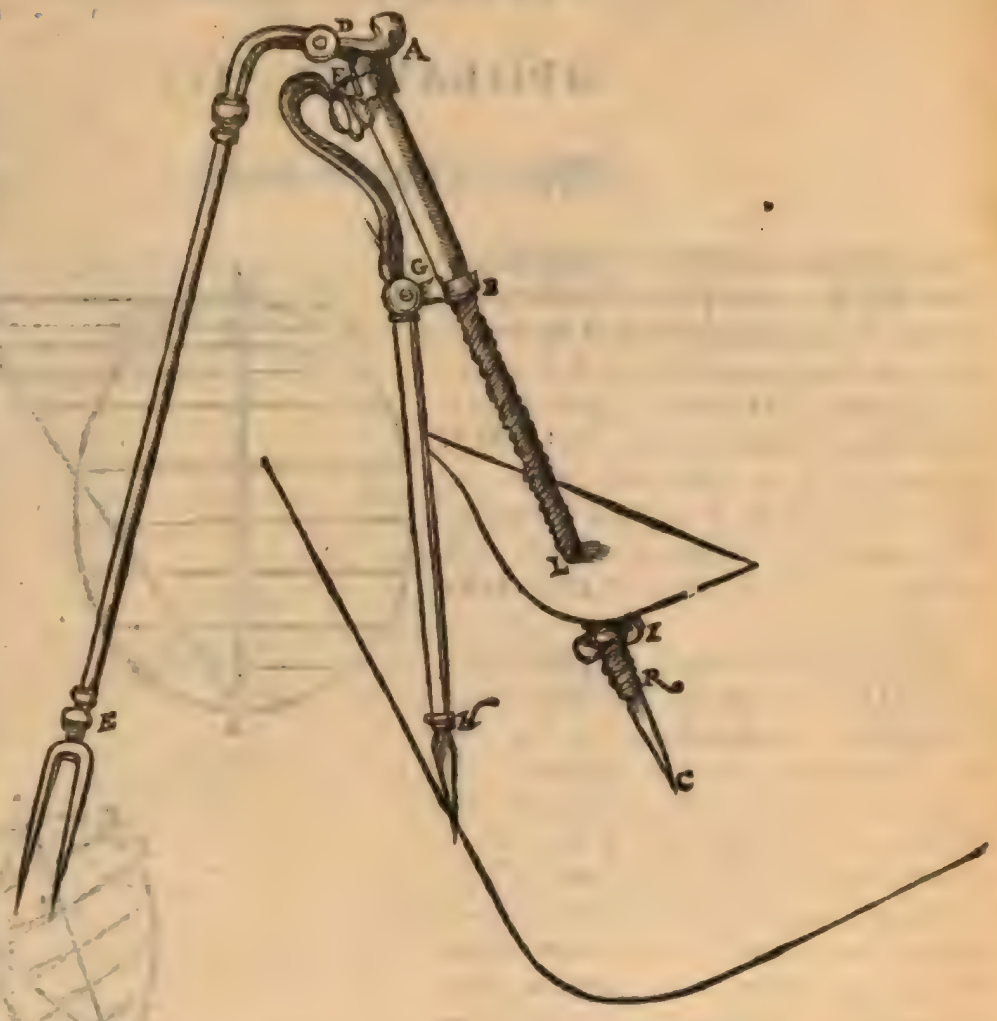
Protendantur demum perpendiculares E.D.F.H. & aliæ, quoad sibi ipsis fiant æquales ab alia diametri parte, vt D. K, H.L. & cæteræ. Denique per puncta E. F.K.L. & similia deducatur curua linea. Cæterum inuentæ lineæ v.g. D.E, H.F. & huiusmodi, quarum quadrata sunt æqualia rectangulis comprehensis sub partibus diametri, & lineis ductis parallelis ipsi A. C. seu recto lateri Ellipseos, possunt applicati ad diametrum in omni angulo recto, obtuso vel acuto, secundum figuræ situm requisitum, dummodo sint inter se parallelæ omnes.

ΣΥΜΠ. Fiet sic Ellipsis.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Hoc euicit itidem Eutocius ex 21. lib. 1. Elementorum Conicorum, & per 13. quoque eorumdem confirmari potest.

Nonnulli vnica circinatione imaginati sunt has posse referri sectiones: traditque in hunc finem circinum Barocius, cuius totum artificium dependet ex figura describendæ simili, quæ immobili pedi instrumenti adfigitur, vt limbo ipsius perpetuo pes alter in circinatione adhærens, aliam similem in subiecto & parallelo plano deformet. Verum priùs oportuit illam figuram circino adfixam descripsisse.

Eutocius autem ad finem demonstrationis modi, quo Menechmus duas medias proportionales inter duas datas inueniebat, quem modum supra explicuimus ad primam secundi de sphæra & cylindro, subiungit, χάριτας δὲ ἡ διαβολὴ διὰ τὸ διορίσασθαι διαβάτην τῷ μεσολάβῳ μηχανικῷ ἰσοδύναμον τῷ ὑπ' αὐτοῦ διδασκόμενῳ: χαρίεσσα δ' ὑπ' αὐτοῦ καὶ τὸ ἡμίκυκλον αὐτῷ ὑποτεθὲν τῷ ὕρους κεφαλικῷ. Sed Camarica illa Heronis, cum non extent, neque illud Diabeton habeamus, ipsius loco non censuerim modicam vtilitatem ac commoditatem sumi posse in describendis omnibus figuris vnica circinatione ex instrumento, quod hic adpinximus, quoque pro antiqua διαβήτη Isidori interim fruemur, maximè cum non malè Græcæ Λ. figuram præ se ferat.



A.C. pes est fixus, cuius pars K. I. cochleata est vt in eam indãtur figuræ, quæ propterea in sui meditullio habent pericochlion, quale est L.

Est I. Equiculus, seu Pericochlion, quo stringuntur figuræ, ne in circinatione moueantur.

G.H. est pes mobilis, qui per ambitum figuræ reuoluitur, vt similem describat. Aperitur aut comprimitur in G. vbi incipit & premit arcus G.F. quoad ipse mobilis firmius adhærens limbo figuræ exactiùs retineat ipsius formam.

D.E. pes est qui quoque immobilis est, constantemque continet pedem A.C. dum circa ipsum pes mobilis reuoluitur beneficio canalis A.B. qui circa longitudinem A.B. pedis A.C. liberè giratur.

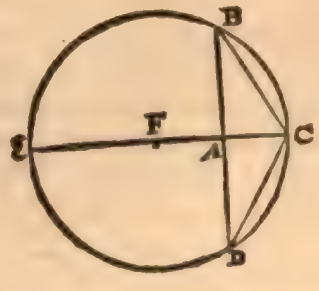
LEMMA.

Dato quadrato, & altero latere eorum, sub quibus continetur rectangulum illi quadrato æquale reliquum latus cognoscere.

ΠΡΟΘ. Detur quadratum lateris A.B. latus verò rectanguli æqualis sit A.C.

ΚΑΤΑΣ. Constituantur ad angulum rectum ambo latera, tam quadrati, quàm rectanguli, qui sit B.A.C. producaturque B.A. in D. & fiat A.D. ipsi B.A. æqualis. Iungantur B.C, C.D. & circa triangulum B.C.D. circulus describatur[a] C.B, E.D. producaturque C.A. ad circumferentiam in E.

[a] per 5. l. 4.



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico A.E. esse latus quæsitum.

ΑΠΟΔ. Nam C.E. diuidens B.D. bifariam transit[b] per centrum. Et proinde rectangulum sub C.A, A.E. est[c] æquale quadrato B.A. Est ergo A.E. latus quæsitum.

[b] per coroll. 1. l. 3.

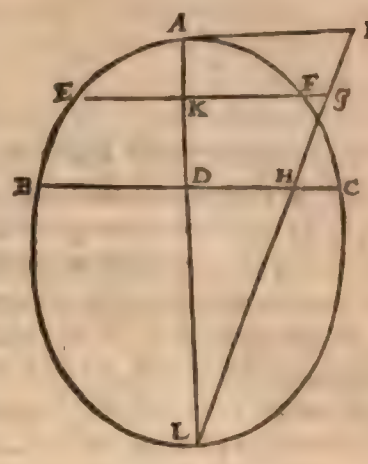
[c] per 14. l. 2. & 8. l. 6.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ.

Ex data Ellipſeos portione integram Ellipſim cognoſcere.

ΥΠΟΘ. Detur Ellipſeos portio A. B. C.

ΚΑΤΑΣ. Baſi B. C. æquidiſtans ducatur[a] E. F. ambæque B. C. & E. F. bifariam ſecentur[b] linea D. K. A. in punctis K. & D. Et quia datur latus K. F. quadrati, latus quoque A. K. rectanguli æqualis, reperiatur alterum latus quod ſit K. G. Reperiatur item latus D. H. quod cum D A. faciat rectangulum æquale quadrato ex D. C. & iungatur H. G. in quam incidant A. I. parallela ipſi K. G. & A. D. producta in L. Et ex duabus lineis perficiatur[d] Ellipſis A. B. L. C.



ΣΥΜΠ. Dico deſcriptam eſſe integram Ellipſim.

ΑΠΟΔ. Etenim deſcripta eſt Ellipſis per præcedens artificium, cuius eſt expoſita portio B. A. C. quod fuerat agendum.

[a] per 31. l. 1
[b] per 10. l. 1.
[c] per lemma proximam.
[d] per 3. problem.

IZ.

Τὰ μὲν ἐν ὀρθογωνία κωνοειδέα πάντα ὅμοια ἐστί.

XVII.

Rectangulæ igitur Conoides omnes ſimiles ſunt.

IH.

Τῶν δὲ ἀμβλυγωνίων κωνοειδέων ὅμοια καλείσθω, ὧν καὶ ⓐ κῶνοι ⓐ περιέχοντες τὰ κωνοειδέα ὅμοιον ἔωνται.

XVIII.

Ambligoniarum vero conoidum ſimiles illæ vocentur quarum & coni comprehendentes conoides ſimiles fuerint.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Omnes rectangulas conoides ſimiles eſſe dicit: quia generantur ex parabolis ſeu rectanguli coni ſectionibus, quas omnes eſſe ſimiles demonſtrabimus [e] vſpiam in ſequentibus. Similitudo enim ſuperficierum ſimilitudinem corporum quæ producunt arguit: ita vt ſint [f] coni ſimiles qui ex reuolutione æquiangulorum & ſimilium triangulorum prouenerint. Horum ſiquidem axes & baſium diametri ſunt [g] proportionales. At vero ſimilitudinem hyperbolicarum conoidum deſumit ex ſimilitudine conorum conoides comprehendentium. Quod vt vero conſentaneum & rationi oſtendamus, demonſtremus oportet hyperbolas ſimiles eſſe quæ ἀσυμπτώτους ſeu lineas ἴσην τὴν πλάγιαν habeant, ex quarum circumuolutione coni ſimiles producantur. Verum prius quæ ſint hyperbolæ ſimiles, nobis eſt decernendum. Refert [h] Eutocius ex ſexto libro τῶν κωνικῶν στοιχείων quem nobis inuidit ætas, ſimiles coni ſectiones fuiſſe ab Apollonio ſic definitas.

[e] Lemmate 1 ad. lib. 2. de æquipõd.
[f] per 24. definit. lib. 11
[g] per 4. l. 6
[h] per propoſitionem 3. l. 2. de æquipon.

Τὰ ὅμοια τμήματα τῆς τοῦ κώνου τομῶν Ἀπολλώνιος ὡρίσατο,

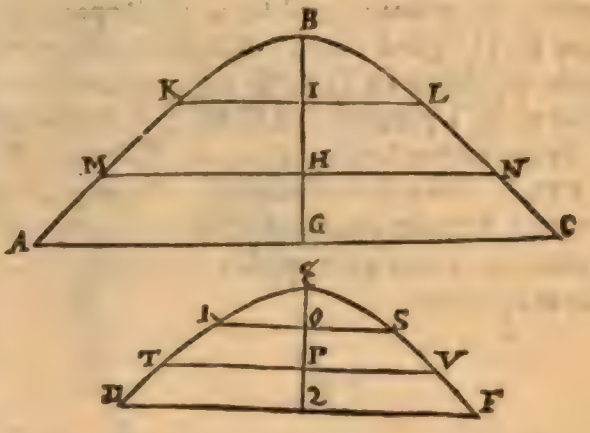
Similes portiones ſectionum coni Apollonius definiuit,

Ἐν οἷς ἀχθεισῶν εἰς ἑκάτερα παραλλήλων τῇ βάσει, ἴσων τὸ πλῆ-

In quarum ſingulis ductis lineis baſi parallelis numero æ-

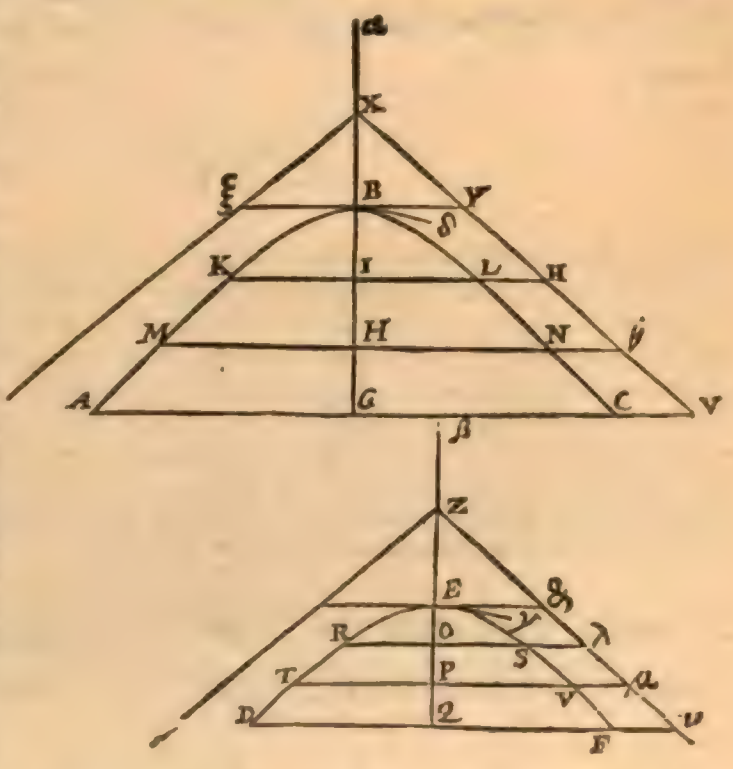
qualibus, ſunt ipſæ parallelæ & baſes ad abſciſſas diametrorum partes ſumptas à verticibus in iiſdem rationibus, tum abſciſſæ ipſæ ad abſciſſas.

θ@, αἱ δὲ παράλληλοι καὶ αἱ βάσεις πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας ἀπὸ τῶν διαμέτρων ταῖς κορυφαῖς εἰσὶ τοῖς αὐτοῖς λόγοις εἰσὶ, καὶ αἱ ἀποτεμνόμεναι πρὸς τὰς ἀποτεμνομένας.



Exponantur coni ſectiones A. B. C, D. E. F. quarum diametri ſint B. G, E. Q. qui ſecentur punctis I. H. & O. P. per quæ baſibus agantur parallelæ numero in vtraque æquales K. L. M. N. & R. S. T. V. Si enim contingere poſſit vt K. L. ſit ad I. B. ſicuti R. S. ad abſciſſam O. E. Tum M. N. ad abſciſſam H. B. ſicuti T. V. ad P. E. Præterea baſis A. C. ad G. B. vt D. F. ad Q. E. denique vt abſciſſa I. B. ad B. H. & B. H. ad B. G. ſic E. O. ad E. P. & E. P. ad E. Q. & ita de alijs: ſimiles dicentur expoſitæ coni ſectiones, ſiue ſint parabolæ, ſiue hyperbolæ ſiue demum Ellipſes. Vnde concludimus ſimiles conorum ſectiones habere baſes diametris proportionales: aut ſi fuerint acuti angulorum conorum; Ellipſes ſimiles maiores habere diametris ad minores in iiſdem rationibus. Cæterum Commandinus hyperbolas ſimiles dicit, quarum coniunctæ diametri inter ſe, vel quarum figuræ latera eandem proportionem habent: quam definitionem viſum eſt experiri num cum præcedenti conueniat. Repetitis itaque præcedentibus ſimilibus hyperbolis A. B. C, D. E. F. earum inueniantur[a] centra X. Z. axes[b] X. G, Z. Q. recta latera[c] B. δ. & E. γ. Atque duplicatis B. X. & E. Z. fiant[c] tranſuerſa latera B. α. & E. β. Demum quartæ parti rectanguli ſub α. B, B. δ. fiat[d] quadratum B. Y. æquale item quartam partem rectanguli ſub β. E, E. γ. poſſit linea E. &. producatur B. Y. in ζ. tangens portionem in B. fiatque ζ. B. æqualis priori B. Y. Eodemque modo ſit par ξ. E. alteri E. &. & tota ξ. &. tangat ſectionem in E. Erũt[e] quippe ζ. Y. & ξ. &. ſecundi diametri ita vt ſi à centris X. & Z. agantur lineæ per Y. & &. ipſæ ſint[f] lineæ ἰσόπλευροι.

[a] per 45. l. 2. Conic.
[b] per 47. eiuſdem.
[c] per 11. l. 1. Conic.
[d] per 14. l. 2.
[e] per 16. l. 1. Conic. in quam Eutocius.
[f] per 1. l. 2. Conic.



ΣΥΜΠ. Dico poſita definitione Commandini ſequi definitionem Eutocij: nempè ſi fuerit α. B. ad ζ. Y. vt β. E. ad ξ. &. accidere vt ſit K. L. parallela ad abſciſſam B. I. vt R. S. parallela ad abſciſſam E. O. & ita de reliquis tum

abscissa B. I. ad abscissam E. O vt alia B. H. ad E. P. & ita de alijs.

ΚΑΤΑΣ. Producantur parallelæ vsque ad ἀσυμπώτους, quas attingant in punctis ρ & σ, λ μ ν.

ΑΠΟΔ. Quoniam α. B. est ad ζ Y. vt β. E. ad ξ. &. nempè quia coniunctæ diametri proportionales sunt, est quoque X B. α ad B. Y. vt Z. E. ad E. &. Et proinde est b rursus X. I. ad I. ν. vt Z. O. ad O. λ. & diuisim c B. I. erit ad I ν vt E. O. ad O. λ. Atqui inter B. I. & I. ν. media est d proportionalis K. I. & inter E. O, O. λ. media est secundum proportionem R. O. Ergo vt B. I. ad I. ν. ita est e quadratum B. I. ad quadratum I. K. & vt E. O. ad O. λ. ita quad. E. O. ad quad. R. O. & ex consequenti vt f latus B. I, ad latus I. K. ita E. O. ad O. R. & inuertendo g k. I. ad I. B. vt R. O. ad O. E. seu tota k. Z. parallela ad abscissam B. I. vt parallela R. S. ad abscissam E. O. Simili modo probabuntur M. N, A. C. ad H. B, G. B. sicuti T. V, D. F. ad P. E, Q. E. Et vicissim vt parallela k. L. ad parallelam R. S. seu aliæ ad alias vt abscissa B. I ad abscissam E. O. vel aliæ ad alias, quod fuit probandum.

a per 15 l 5. b per 4 l 6. c per 17 l 5. d per 2. πρόβλημα huius. e per 20 def. lib 5. & 20 prop. lib 6. f per coroll. 4 lib 5.

At vero conuersim dico posita definitione, quæ fuit Apollonij ab Eutocio relata, sequi definitionem Commandini.

ΑΠΟΔ. Etenim manente.

ΚΑΤΑΣ. Quia vt k. L. ad M. N. sic est R. S ad T. V. semisses sunt a in eadem ratione, semissiumque quadrata. Proinde vt quadratum k. I. ad quad. M. H. sic quadr. R. O. ad quad T. P. Atqui vt quad. k. I. ad quad. M. H. sic est g rectangulum sub α I, I. B. ad rectang. sub α. H. & H B. Tum vt quadratum s R. O. ad quad. T. P. sic rectangul. sub β. O. & O. E. ad rectang. sub β. P. & P. E. Proinde rectangulum sub α. I. & I. B. rectangulo sub α. H, H. B. est b sicut rectang. β. O. & O. E. ad rectangulum sub β. P. & P. E. Rationes autem horum rectangulorum componuntur i ex rationibus laterum. Et primorum quidem ratio fit ex rationibus lateris α. I. ad latus α. H. & lateris B. I. ad B. H. Tum secundorum ratio componitur ex rationibus lateris β. O. ad latus β. P. & lateris E. O. ad latus E. P. Cum itaque compositæ rationes sint pares, componentes quoque simul pares sunt. At secunda primarum componentium nempè B. I. ad B. H. est l eadem cum secunda secundarum componentium, nempè lateris E. O. ad latus E. P. Ergo prima quoque primarum nempè α. I. ad α. H. est m eadem cum prima secundarum nimirum β. O. ad β. P. Verum B. I. est l ad I. H. vt E. O. ad O. P. ergo diuisim c est α. B. ad α. I. vt β. E. ad β. O. & rursus diuisim c α. B. ad B. I. vt β. E. ad E. O. vel semissis antecedentis X. B. ad B. I. vt semissis Z. E. ad E O. Et coniunctim n X. I. ad I. B. vt Z. O. ad O. E. Verum B. I. est ad I. K. & I. K. ad I. ν. vt E. O. ad O. R. & O. R. ad O. λ. Ex æquo ergo X. I. est o ad I. ν. vel b X. B. ad B. Y. vt Z O. ad O. λ vel b Z. E. ad E. &. Hoc est sunt in eadem ratione coniugatæ diametri. Cæterum quia est X. B. ad B. Y. vt Z. E. ad E. &. est p quoque α. B. ad secundam diametrum totam ξ. Y. ρ vt β. E. ad totam ξ. &. Atqui inter α. B. & rectum latus B. δ. media proportionalis est ξ. Y. Et inter β. E. ac E. γ. media quoque est ξ. α. Ergo quoque vt o prima α. B. ad tertiam B. δ. nempè transuersum latus ad rectum, sic β. E. prima ad tertiam E. γ. transuersum latus ad rectum. Coincidunt ergo hæ ambæ definitiones similium hyperbolarum, quod fuit probandum. De similitudine Ellipsium agit deinceps.

a per 11 l 5. g per 11 l 6 Conic. b per 15 l 5. i per 23 l 6. l Ex hypothesi definitionis Apolloniana. m per 9. communes. n per 18. l 5. o per 22. l 5. p per 4 l 2.

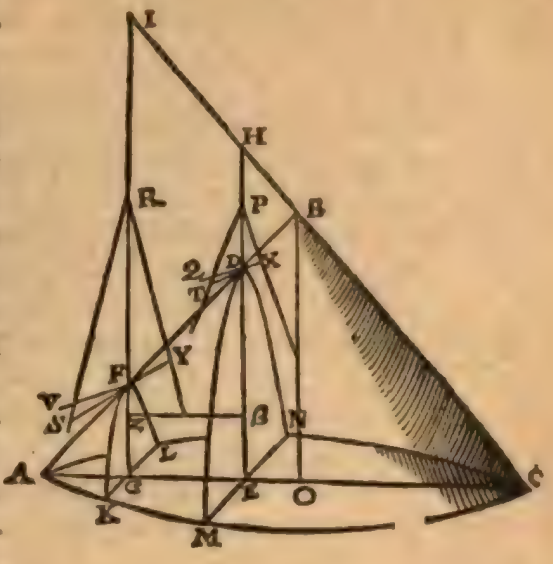
Iam vt ad definitionem similitudinis amblygoniarum Conoidum, quam inuexit Archimedes, redeamus: nobis tandem ostendendum est similium hyperbolarum ἀσυμπώτους angulos comprehendere æquales. Maxime posita alia conditione quæ requiritur in similium conorum descriptione, nempè vt trianguli describentes sint æquianguli, vel vt conorum diametri cum diametro basis æquales faciant angulos: alioqui alter esse posset rectus, alter scalenus, & ita differentes non similes. Capiantur ergo similes sectiones M. D. N, & k. F. L. quarum diametri primi sint E. D, G. F. secundi Q D. S. F. transuersa latera D. H. F. I. recta latera D. T, F. V. centra R. P. non tangentes sectionem P. Q, P. X. & R. S, R. Y. bases M. N, k. L.

ΣΥΜΠΕ. Dico angulos T. P. X. & S. R. Y. esse æquales.

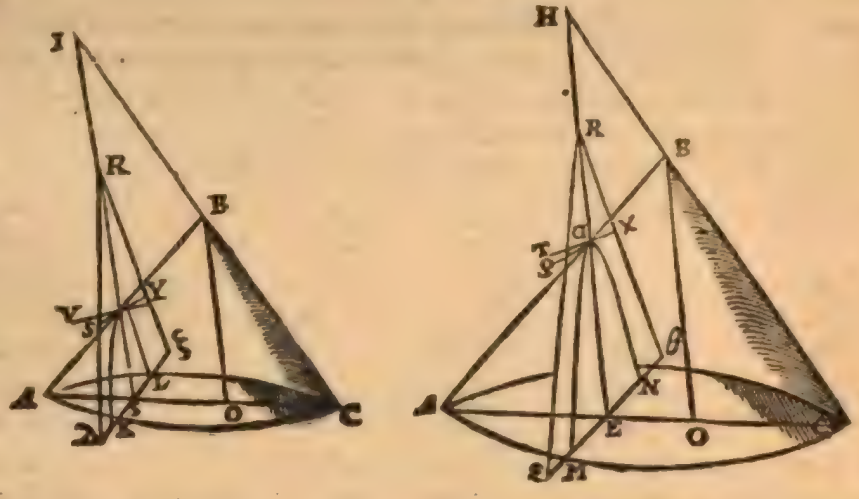
ΚΑΤΑΣ. Ducatur B. O. parallela sagittæ D. E.

ANOA. Quia H. D. est [a] ad D. T. vt quadratum B. O. ad rectangulum sub A. O, O. C. Et vt H. D. ad D. T, sic est [b] I. F. ad F. V. quia sunt similes sumptæ hyperbolæ: Etiam I. F. est ad F. V. sicuti quadratum B. O. ad rectang. sub A. O, O. C. & idcirco B. O. est [c] quoque parallela ipsi F. G. Sunt [d] itaque D. E. & F. G. parallelæ. Per eas autem aguntur [e] secantia plana, recta ad A. B. C. planum. Et ducta linea α. β. perpendiculari ad vnam F. G. perpendicularis erit [f] ad aliam D. E. Et simul ambo plana secantia ad eandem lineam α. β. recta erunt: ideoque æquidistabunt [g], eorũque bases K. L. M. N. Anguli itaque K. G. F. & M. E. D. æquales sunt: nempè pares ambo inclinationi duorum planorum trianguli A. B. C. & dimidiæ coni basis A. C. M. Similiter anguli L. G. F. & N. E. D. sunt pares, capientes scilicet eandem trianguli A. B. C. & reliquæ basis A. C. N. inclinationem. Primis autem æqualibus æquales sunt [h] bini S. F. R, Q. D. P. secundis vero pares sunt Y. F. R. & X. D. P. Isti ergo bini similiter sunt [i] inter se æquales. Atqui circa ipsos sunt latera proportionalia S. F. ad F. R. vt Q. D. ad D. P. Ergo trianguli S. F. R. & Q. D. P. sunt [l] æquianguli, suntque S. R. F, Q. P. D. anguli æquales. Simili ratione ostendentur F. R. Y. & D. P. X. pares, & tandem toti S. R. Y. & Q. P. X. æquales A. lineis ergo non contingentibus sectionem coni describentur similes, quod fuit probandum.

[a] per 1. l. 2. Conic.
[b] per hypothesim defi. similium hyperb.
[c] per conuersam 1 lib 2. Conic.
[d] per 30 l. 1 e Extasiura sectionu.
[f] per 29. l. 1
[g] per 14 l. 11
[h] per 16. l. 1 Conic.
[i] per 3. com. sent.
[l] per 6. l. 6.



Idem nobis facile est ostendere conceptis similibus hyperbolis in diuersis conis. Repetatur enim bis A. B. C. conus, & reliqua vt prius maneant.



ANOA. Etenim quia ponuntur eędem inclinationes & æquales diametrorum D. E. & F. G. in bases M. N, K. L. anguli K. G. F, M. E. D, sunt æqui: alijque duo N. E. D, L. G. F. similiter pares. Atqui illis æquales sunt, singuli singulis, Q. D. P, X. D. P, S. F. R, Y. F. R. Proinde & hi singuli singulis inter se sunt pares: quorum latera cum sint proportionalia, sequitur [l] vt priùs angulos ad P. & R. esse æquales. Cæterum vt ex mente Archimedis [m] conos similes describamus ex circumductione linearum non tangentium sectionem seu ἀνταπτόντων: oportet diametrum sectionis recto incidere in basim, & esse angulos ad G. & E. rectos, vt æquales fiant lineæ non coincidentes, seu latera P. ω. P. ℓ. R. ∧. & R. ℓ. & describantur coni Isosceles conoidem comprehendentes. Et tamen posuimus incidentium diametrorum angulos in bases tantum æquales alios alijs non necessario rectos, vt longius similitudo illa tam sectionum quam conorum porrigeretur.

[l] per 6. l. 6.
[m] in 7. definit. huius.

Cæterum hinc tanquam corollaria deducemus primò: similes hyperbolas in eodem cono parallelas habere diametros. Probauimus enim F. G. & D. E. esse æquidistantes: Secundo vice versa hyperbolas omnes quarum diametri erunt æquidistantes, esse similes. Nam vtrique diametro linea B. O. erit parallela: & proinde vt quadrarum B. O. ad rectang. sub A. O, O. C. sic rectum latus T. D. ad transuersum D. H. Vel F. V. ad

F. I vtitaque T. D. ad D. H. sic V. F. ad F. I. Vnde sequitur propositas hyperbolas qui diametris sunt æquidistantibus, esse similes. Hic demum reliquimus de textu, quę habentur propositionibus 27. & 28. huius.

ΙΘ.

Περὶ δὲ τῶν σφαιροειδέων χημάτων ὑποτιθέμεθα τάδε. Εἴπα ὀξυγωνίου κώνου τομὰ μενούσας τῆς μείζονος διαμέτρου περιενεχθεῖσα ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν χῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς προμάκες σφαιροειδὲς καλεῖσθαι· εἰ δὲ τᾶς ἐλάσσονος διαμέτρου μενούσας περιενεχθεῖσα ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὰ ἀποκατασταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, τὸ περιλαφθὲν χῆμα ὑπὸ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἔπιπλατὺ σφαιροειδὲς καλεῖσθαι.

XIX.

De sphæroidibus vero figuris supponebamus ista. Si acutianguli coni sectio manente maiori diametro reuoluatur, donec redeat rursus vnde profecta est, comprehensam figuram ab oxigonij coni sectione oblongam sphæroidem vocari. Si vero manente minore diametro reuoluatur acutianguli coni sectio, donec redeat vnde prodierit, constitutam figuram ab acutianguli coni sectione, prolatam sphæroidem nuncupari.

Κ.

Ἑκατέρου δὲ τῶν σφαιροειδέων ἄξονα μὲν καλεῖσθαι τὰν μενθυαινοῦσαν διάμετρον.

XX.

Vniuscuiusque vero sphęroidis axem appellari manentem diametrum.

ΚΑ.

Κορυφὰν δὲ τὸ σαμεῖον καθ' ὃ ἅπτεται ὁ ἄξων τᾶς ἐπιφανείας τοῦ σφαροφδέος.

XXI.

Verticem vero punctum quo axis tangit superficiem sphæroidis.

ΚΒ.

Κέντρον δὲ καλεῖσθαι τὸ μέσον τοῦ ἄξονος.

XXII.

Centrum autem vocari medium axis.

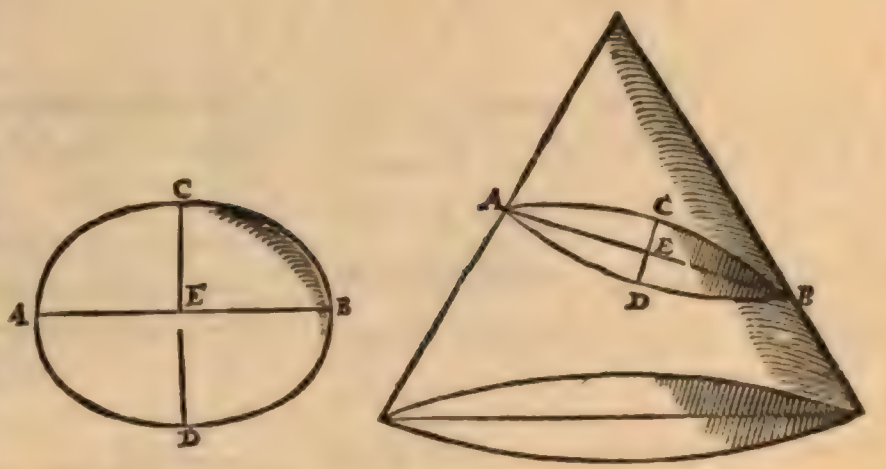
ΚΓ.

Καὶ διάμετρον τὰν διὰ τοῦ κέντρου τοι ὀρθὰς ἀγομέναν τῷ ἄξονι.

XXIII.

Diametrum denique per centrum ad angulos rectos ductam axi.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Quid acutianguli ſectio ſit, priùs dictum eſt, eamque vocari Ellipſim noto apud Archimedem vocabulo. Sit itaque Ellipſis A.D. B. C. cuius maior diameter A. B. minor C. D. Et primum ſuper immota diametro A. B. ipſa circumducatur donec girum compleuerit: Siquidem deſcripta ſolida figura dicetur [a] oblonga ſphærois: cuius axis [b] A. B. Vertex, [c] A. vel B. Cum enim axis his ambobus punctis periferiam ſphæroidis attingat, vtrumque vertex dici poteſt: Centrum eſt [d] E. tandem diameter [e] D. C. ſecat enim A. B. ἐφ' ὁρμῆς Aliter vero reuoluatur eadem Ellipſis nimirum ſuper immanente diametro C. D. minori. Quippe tunc naſcetur [a] prolata ſphærois, cuius axis [b] C. D. vertices [c] puncta C. D. centrum [d] F. denique diameter [e] A. B. Cæterum prolata craſſiori & veluti obeſiori corpore conſtat, quàm oblonga: quia in prolata expanſio reuolutionis, qua cenſetur conſtitui corpus, fit ſecus lineas F. B, F. A. in oblonga vero ſecundum alias F. C, F. D. At ſunt longiores priores poſterioribus, & inde fit in illa quam in hac profundior craſſities. Cæterum hic monebimus quod nos ſuperius diximus de parabola: nempe ſingulas Ellipſis ſemiſſes in rotatione deſcribere ſemiſſem ſphæroidis. Ita vt ſecta ſphæroide per axem aliquo plano bifariam diuidatur, cum hac ſectione naſcatur eadem Ellipſis quæ figuram conſtituerit, vt tandem demonſtrabimus. [f] Imo nobis ſumendum eſt, æquales & ſimiles partes ambarum Ellipſeos ſemiſſium æquales & ſimiles producere ſphæroidis partes. Cum enim motus ſit vniformis & æqualis gyrationis ratione ſimilium ſimiliterque poſitarum partium, ſequitur æquales ſimiles ſimilitérque poſitas partes, corpora producere æqualia & ſimilia, æqualéſque & ſimiles ambientes ſuperficies. Propterea fit vt ex data ſphæroidis portione totam ſphæroidem cognoſcamus. Diuiſa enim expoſita portione per axem, habebitur pars Ellipſeos qua conſtituta eſt: ex parte autem Ellipſeos tota cognoſcitur [g] Ellipſis, & inde tota ſphærois.

[a] per 19. definit.
[b] per 20. definit.
[c] per 21.
[d] per 22.
[e] per 23.
[f] prop. 12. huius.
[g] per 4. problema præcedentium.

XXIV.

Et ſi ſphæroidum figurarum vtramuis plana parallela tetigerint non ſecantia: tangentibus vero his planis aliud parallelum planum agatur ſecans ſphęroidem: factarum quidem portionum baſim vocari comprehenſam in ſphæroide particulam plani ſecantis.

XXV.

Vertices vero puncta quibus parallela plana ſphæroidem tangunt.

ΚΔ.

Καὶ εἶναι τῶν σφαιροειδέων χωμάτων ὁποτερουῦν ἐπίπεδα παράλληλα ἐπιφάυοντι μὴ τέμνοντα, παρὰ δὲ τὰ ἐπίπεδα τὰ φάυοντα ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθῆ τέμνον τὸ σφαιροειδὲς, τῶν γινομένων τμημάτων βάσιν μὲν καλεῖσθαι τὸ ὑπὸ τῆς τοῦ σφαιροειδέος τομῆς ἐν τῷ τέμνοντι ἐπιπέδῳ.

ΚΕ.

Κορυφὰς δὲ τὰ σημεῖα καθ' ἃ ἐπιφάυεται τοῦ σφαιροειδέος τὰ παράλληλα ἐπίπεδα.

Κε.

Ἄξονας δὲ τὰς ἐναπολαμβανομένας εὐθείας ἐν τοῖς τμήμασιν ἀπὸ τῶν εὐθειῶν τὰς κορυφὰς αὐτῶν ἐπιζευγνυούσας.

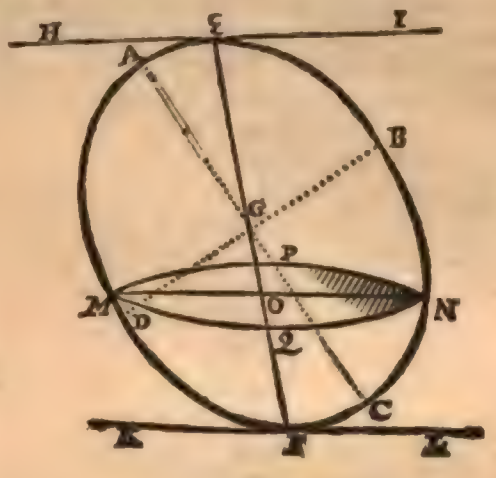
XXV.

Axes autem receptas in portionibus particulas rectæ earum apices coniungentis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sphæroidem A. B. C. D. tangant duo plana parallela H. I, k. L. in punctis E. & F. Aliud vero M. N. ijsdem tangentibus æquidistans, secet sphæroidem, in qua ipsius secantis particula M. Q. N. P. contineatur: Puncta autem contactuum E. & F. iungantur recta E, F. Etenim fient duæ sphæroidis portiones quarum communis basis erit [a] plani secantis portio M. Q. N. P. vertices [b] E. vnius & F. alterius: Axis [c] prioris E. O. posterioris O. F.

Hic textus relinquitur qui repetitur 17. & 18. prop. huius.



[a] per 24. defin.
[b] per 25.
[c] per 26.

Κζ.

Ὅμοια δὲ καλεῖσθαι τὰ σφαιροειδέων σχημάτων, ὧν καὶ οἱ ἄξονες πρὸς τὰς διαμέτρους τὸν αὐτὸν λόγον ἔχουσι.

XXVI.

Similes vero vocari sphæroideas figuras, quarum axes ad diametros eandem rationem habent.

Κη.

Τμῆμα δὲ τῶν σφαιροειδέων σχημάτων καὶ κωνοειδέων ὅμοια καλεῖσθαι, εἰκὰ ἀφ' ὁμοίων σχημάτων ἀφαιρημένα ἔστι, καὶ τὰς τε βάσεις ὁμοίας ἔχοντα, καὶ οἱ ἄξονες αὐτῶν ἤτοι ὀρθοὶ ἐόντες πρὸς τὰ ἐπίπεδα τῶν βάσεων, ἢ γωνίας ἴσας ποιοῦντες πρὸς τὰς ὁμολόγους διαμέτρους τῶν βάσεων

XXVII.

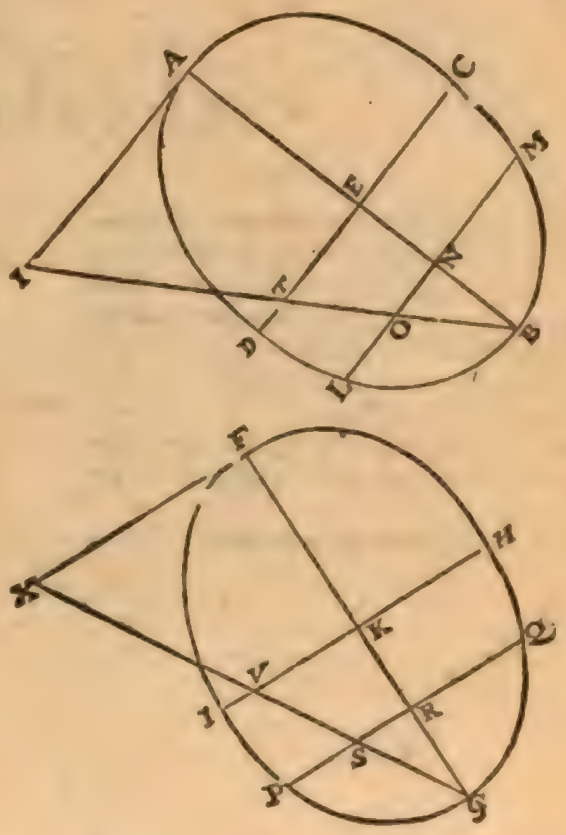
Segmenta vero sphæroidearum figurarum & conoidearum similia vocari, si dirempta fuerint ex similibus figuris, & similes habuerint bases, & axes eorum vel recti existentes ad plana basium, vel angulos æquales cõstituentes ad homologos basiũ diametros

eandem rationem habuerint mutuo ad homologos basium diametros.

ὃν αὐ ὃν ἐχουσι πρὸς ἀλλήλους ταῖς ὁμολόγοις διαμέτροις τῶν βάσεων.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Dictum est antea de parabolicarum & hyperbolicarum conoidum similitudine. Hic vero similium sphæroidum definitio traditur petita, vt in illis, à similibus Ellipsibus, ex quarum reuolutione constituuntur. Etenim vt similes sphæroideæ figuræ sunt, quarum axes ad diametros easdem rationes habent: sequitur illas à similibus Ellipsibus proficisci. Nam ijdem sunt axes & diametri Ellipsium constituentium, qui constitutarum sphæroidum. Tum Ellipses sunt similes, quarum diametri eiusdem rationis sunt, vt ex antea datis similium coni sectionum definitionibus patet, quas vt pariter de Ellipsibus experiamur, sicuti fecimus de hyperbolis. Sint Ellipses A. D. B. C, F. I. G. H. quarum transuersa latera seu diametri primæ (axes dixeris in sphæroidibus post reuolutionem) sint A. B, F. G. secundæ diametri C. D, H. I. Et lineæ iuxta quas possunt, seu recta latera ponantur A. I, F. X. Etenim si fuerint Ellipses similes erit vt A. B. ad D. C. sic F. G. ad I. H. seu A. B. ad A. I. vt F. G. ad F. x. Vel demum positis in ambabus parallelis numero æqualibus



nempe in vna D. C. L. M. Et in altera I. H, P. Q. Accidet vt cum fuerit D. C. ad L. M. sicut I. H. ad P. Q. sit quoque D. C. ad E. A. vt I. H. ad F. k. Et L. M. ad A. N. sicut P. Q. ad R. F. Et demum A. E. ad E. N. sicuti F. k. ad k. R. Atque vno posito reliqua sequentur.

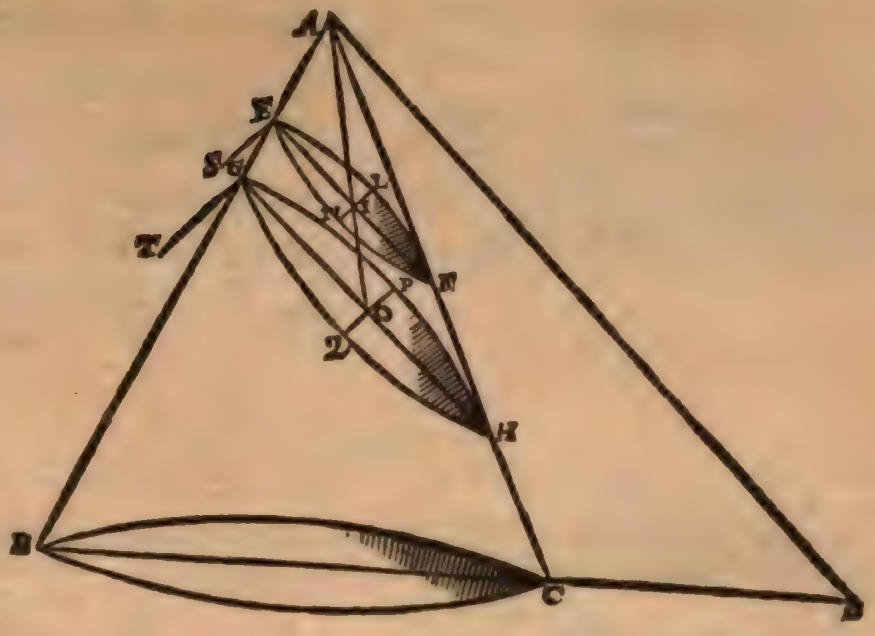
APOΔ. Ponamus B. A. esse ad A. I. vt G. F. ad F. X. Cum enim A. B. & F. G. bifariam dirimantur in E. & k. Erit vt A. E. ad A. B. sic F. k. ad F. G. Sed vt A. B. ad A. I. sic ponimus F. G. ad F. X. Ex æquo [a] ergo vt A. E. ad A. I. sic k. F. ad F. X. Atqui cum A. B. sit ad E. B. vt F. G. ad k. G. Erit [b] quoque A. I. ad E. T. vt F. X. ad k. V. Ex æquo [a] ergo A. E. est ad E. T. vt F. k. ad k. V. est [c] autem inter A. E. & E. T. media proportionalis E. D. Tum inter F. k. & k. V. media est k. I. Ergo A. E. est [d] ad E. D. vt F. k. ad k. I. & inuersim [e] D. E. est ad E. A. vt I. k. ad k. F. & demum parallela tota [d] D. C. ad abscissam A. E. vt parallela I. H. ad abscissam F. k. Haud aliter monstrabimus L. M. ad A. N. vt P. Q. ad F. R. si nimirum posuerimus accidisse vt D. C. sit ad L. M. sicuti I. H. ad P. Q. seu D. E. ad L. N. sicuti I. k. ad P. R. Vnde rursus cætera colligemus. Nam A. E. est ad E. D. vt F. k. ad k. I. & D. E. ad L. N. vt I. k. ad P. R. Et tandem L. N. ad N. A. vt P. R. ad R. F. est itaque ex æquo [a] A. E. abscissa ad A. N. abscissam vt alia F. k. ad quartam F. R. Denique sit ex hypothesi harum Ellipsium altera alteri similis iuxta definitionem Apollonij: dico sequi hypothesim definitionis Commandini. Nam si F. D. C. est ad A. E. vt I. H. ad F. k. erit inuersim [e] A. E. seu E. B. ad E. D. vt F. k. seu k. G. ad k. I. Sed vt B. E. est ad E. D. sic E. D. ad E. T. & vt G. k. ad k. I. sic k. I. ad k. V. Ergo E. D. est ad E. T. vt k. I. ad k. V. Et ex æquo [a] B. E. ad E. T. vt G. k. ad k. V. Ergo sic est B. A. ad A. I. vt G. F. ad F. X. nempe latera transuersa ad recta easdem rationes habent. De diametris non dubium est, cum D. C. secunda diameter ponitur ad A. E. vt I. H. ad F. k. sequitur enim D. C. ad A. B. vt diameter ad diametrum, sicut I. H. ad F. G. etiam diameter ad diametrum.

[a] per 22. l. 5 & per 4 l. 6.

[b] per 4 l. 6.

[c] per 3 problema superius & per 21. l. 1. Conic.

[d] per 15 l. 5 & per coroll. 4 lib. 5.



Porro si conum diuiseris per axem, & in nato ex sectione triangulo duas lineas non parallelas basi, sed inter se æquidistantes duxeris, per quas deinde plana agas, æquidistantia, quæ conum secantes: ipsa similes Ellipses generabunt.

In cono enim A. B. C. sint Ellipses E. N, F. L. & G. Q. H. P. planis parallelis descriptæ, sintque earum diametri æquidistantes E. F, G. H. quarum alteri ducatur A. D. parallela, scilicet & alteri, cui occurrat B. C. in D. recta vero latera earundem sunt E. S, G. T. Nam S. E. erit ad E. F. vt rectangulum sub B. D, D. C. ad quadratum D. A. sed ita quoque est T. G. ad T. H. Ergo vt E. S. rectum latus ad transuersum E. F. sic G. T. ad G. H. proinde Ellipses sunt similes ex mox demonstratis. Quantum autem spectat ad similitudinem segmentorum sphæroidum: ipsa plurimas conditiones requirit. Prima est, vt sphæroides à quibus resecantur similes sint, licet ab eadem sphæroide etiam similia segmenta auferantur. Secunda est, vt similes bases habeant: nempe circulos, vel similes Ellipses. Tertia, vt eorum axes cum diametris basium æquales faciant angulos. Axis vero segmenti sphæroidis est linea ducta à centro basis ad punctum contactus, quo planum parallelum basi segmentum tangeret. Vltima est vt ipsi axes ad consimiles basium diametros eadem rationes habeant. Reliquimus demum hic nonnulla quæ in textu habentur, quia repetuntur sequentibus propositionibus 29. 33. 31. 30. 34. 32. Post quæ subiungit Archimedes.

aprilis 1.

Ἀποδειχθέντων δὲ τῶν εἰρημένων θεωρημάτων, διὰ τούτων εὑρίσκονται θεωρήματά τε πολλὰ καὶ προβλήματα, οἷον καὶ τόδε· ὅτι τὰ ὅμοια σφαιροειδέα, καὶ τὰ ὅμοια τμήματα πάντε σφαιροειδέων σχημάτων καὶ τῶν κωνοειδέων τριπλασίονα λόγον ἔχοντι πρὸς τὰ ἄλλα τῶν ἀξόνων.

Καὶ δὴ ὅτι τῶν ἴσων σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσι.

Καὶ εἴκα τῶν σφαιροειδέων σχημάτων τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τ διαμέτρων ἀντιπεπόνθασι τοῖς ἀξόνεσιν, ἴσα ἐστὶ τὰ σφαιροειδέα.

Demonstratis vero huiusmodi theorematibus, per ipsa reperiuntur theoremata multa & problemata, quale est istud: Quod similes sphæroides & similium tam sphæroidearum figurarum quam conoidearum segmenta triplicem axium rationem inter se habeant.

Et rursus, quod in æqualibus sphæroideis figuris quadrata dimetientium reciprocè æquipollent axibus.

Et si in sphæroideis figuris quadrata dimetientium æquipollent reciprocè axibus, æquales sunt sphæroides.

Problema vero istiusmodi: A data sphæroidea portione seu conoidea, portionem abscindere plano æquidistanter ad datum planum acto, ita vt resecta portio æqualis sit dato cono, vel cylindro, vel datæ sphæræ.

Πρόβλημα δὲ οἷον ἢ τόδε· ἀπὸ δοθέντος σφαιροειδέος τμήματος ἢ κωνοειδέος τμῆμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ παρὰ δοθὲν ἐπίπεδον ἀγμένῳ, εἰ μὲν τὸ ἀποτμαθὲν τμῆμα ἴσον τῷ δοθέντι κώνῳ, ἢ κυλίνδρῳ, ἢ σφαίρᾳ τᾷ δοθείσᾳ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc quidem cùm theoremata tum problemata non demonstrantur ad Archimede: propterea in fine libri ea demonstrare conabimur, & interim ab his abstinendo, verba authoris persequamur.

Præscribentes igitur & theoremata & subsidia, quæ necessaria sunt ad demonstrationes illorum, postea tibi quæ proposita sunt, scribemus.

Vale.

Προγράφαντες οὖν τάδε θεωρήματα καὶ τὰ ἐπιλάμματα τὰ χρείαν ἔχοντα εἰς αὐτῶν, μετὰ ταῦτα γραψούμεθά σοι τὰ προβλήματα,

Εὐτύχει.

SVBSID.

I.

Si conus plano secatur in omnia coni latera coincidēte, sectio erit vel circulus vel acutianguli coni sectio.

ΕΠΙΤΑΓ.

Α.

Εἰ κῶνος ἐπιπέδῳ τινὶ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τοῦ κώνου πλευραῖς, ἀ τομὰ ἔσται ἤτοι κύκλος ἢ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Conus Isosceles plano sectus recto ad planum per axem secans & parallelo basi, gignit [a] sui sectione circulum: sectus vero plano non æquidistante basi, producit [b] Ellipsim. At vero si scalenus conus plano perpendiculari ad planum per axem actum & parallelo ad basim vel subcontrariè posito scinditur, [c] fit circulus: non parallelo autem nec subcontrarie disposito, Ellipsis constituitur [b].

[a] per 4. l. 1. Conic. & per 2. lemma ad 16. l. 1. de sph. & cylind.
[b] per 13. l. 1 Conic.
[c] per 4. & 5. l. 1. Conic.

ΕΠΙΤΑΓ. Β.

Εἰ μὲν οὖν κύκλος ἀ τομὰ, δῆλον ὅτι τὸ ἀπολαφθὲν ἀπ' αὐτῆς τμῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ τοῦ κώνου κορυφῇ, κῶνος ἐστεῖται.

SVBS. II.

Si quidem ergo circulus fuerit sectio: manifestum est comprehensum ab ipsa segmentum ad verticem vsque coni, conum esse.

Γ.

Εἰ δὲ χ' ἀ τομὰ γένηται ὀξυγωνίου κώνου τομὰ, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ τοῦ κώνου σχῆμα ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ τοῦ κώνου κορυφῇ, ἀποτμῆμα κώνου καλείσθω.

III.

Si vero sectio fuerit Ellipsis: deducta à cono figura vsque ad verticem coni, segmentum coni nuncupetur.

Δ.

Τοῦ δὲ ἀποτμήματος βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἐπίπεδον τὸ περιλαφθὲν ὑπὸ τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς.

IV.

Segmenti vero basis dicatur planum comprehensum sub Ellipsi.

E.

Κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον ὃ καὶ τοῦ κώνου κορυφή.

V.

Vertex autem punctum quod idem est apex coni.

ς.

Ἄξων δὲ ἀ ἀπὸ τῆς τοῦ κώνου κορυφῆς ἐπὶ τὸ κέντρον τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς ἐπιζευχθεῖσα εὐθεῖα.

VI.

Axis demum iuncta linea à vertice ad centrum Ellipseos.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Definit partes superioribus conorum sectionibus à totis ademptas. Quando itaque ex sectione circulus nascitur, pars coni secti, quæ verticem habet, conus est, & rectus quidem, si qui secatur rectus est: scalenus vero, si totus scalenus fuerit. Ademptos autem similes esse totis facillimè probatur. Coni enim A. B. C. secentur planis E. O. F. P. basibus conorum parallelis: dico conos A. E. F. similes esse totis A. B. C.

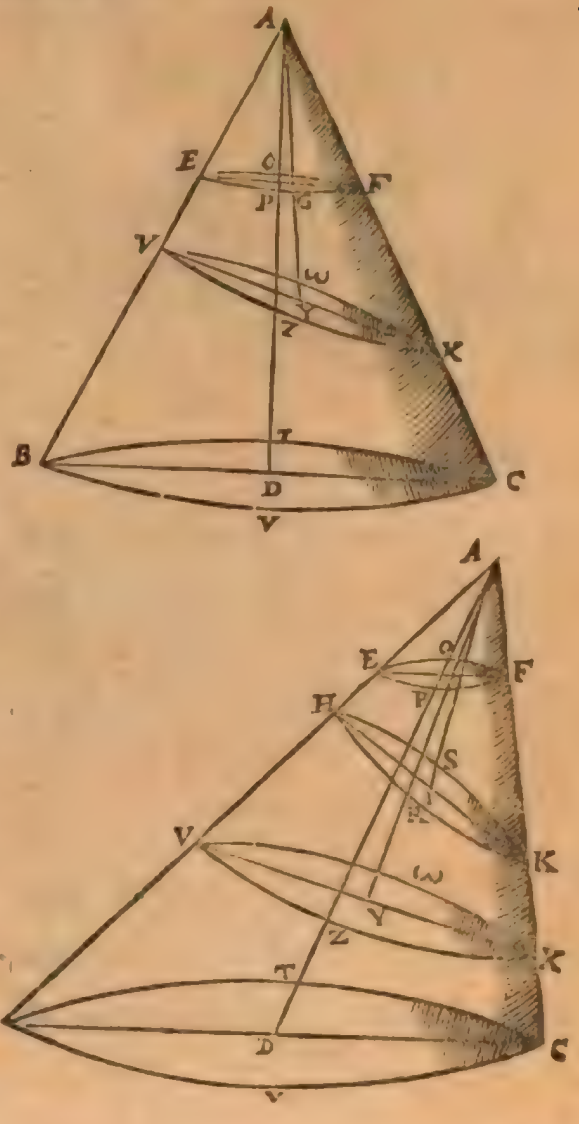
ΚΑΤΑΣ. Diuidantur enim per axem A. D. ad acto plano, vt fiant [a] trianguli A. B. C, A. E. F. [a] per 3. l. 1. Conic. Apoll.

ΑΠΟΔΕΙ. Nam quia E. F. parallelæ sunt basi B. C. fiunt [b] F. G. ad G. A. vt C. D. ad D. A. Hoc est totæ [c] E. F. ad G. A. seu diametri basium ad axes, vt diametri C. B. ad axes D. A. coni [b] per 4. l. 6. [c] per 15. l. 5.

[a] per 24. def. 11. ergo A. E. F. sunt [a] totis A. B. C. conis similes. At vero scalenus A. B. C. subcontrariè secetur plano adacto per H. K. & per axem D. A. agatur planum rectum ad bases B. V. C. T. & H. R. K. S. ita vt trianguli A. B. C. & A. H. k. subcontrariè ponantur, nimirum angulus A. H. k. sit æqualis angulo A. C. B. & reliquus A. k. H. reliquo A. B. C. Denique ducatur axis A. I.

ΑΠΟΔ. Nam cum trianguli A. H. k. duo anguli ad H. & k. duobus ad C. & B. trianguli A. B. C. sint æquales, & qui ad A. sit communis, sequitur [aa] A. k. esse ad k. H. vt A. B. ad B. C. Atqui vt H. k. ad I. k. sic [bb] B. C. ad B. D. Ex æquo [b] ergo A. k. est ad k. I. vt A. B. ad B. D. cum itaque anguli A. k. I. & B. sunt æquales, & circum ipsos latera proportionalia trianguli H. k. I. & A. B. D. sunt [c] æquianguli & k. I. ad I. A. vt B. D. ad D. A. & denique dupla H. k. ad I. A. vt [bb] dupla B. C. ad D. A. coni itaque A. H. k. & A. B. C. sunt [d] similes, quod fuit probandum. Cæterum portionem coni quæ basim habet Ellipsim, conum non vocat Archimedes vt superiorem, sed segmentum coni seu κόπτομα τοῦ κώνου. Nam omnis conus basim habet circulum. Secentur itaque rursus trianguli A. B. C. neque æquidistanter neque subcontrariè basi, planis actis per lineas V. X. Et fiant Ellipses V. Z. X. ω. quarum diametri sint X. V. maiores, & Z. ω. minores centra Y. à quibus ad apicem conorum A. lineæ ducantur Y. A. Erunt [d] enim solidæ partes deductæ A. V. X. segmenta conorum, quorum bases erunt [e] Ellipses V. Z. X. ω. Vertices [f] A. Et axes [g] A. Y.

[d] Ex 3. subsidio. [e] Ex 4. [f] Ex 5. [g] Ex 6.



VII.

Atque si cylindrus duobus planis parallelis secatur coincidentibus in omnia Cylindri latera: fient vel circuli vel acutiangulorum conorum sectiones æquales & inter se similes.

Z.

Καὶ εἰ κα κύλινδρος δυσὶν ἐπιπέδοισιν παραλλήλοις τμηθῇ συμπιπτόντεσι πάσαις ταῖς τοῦ κυλίνδρου πλευραῖς, αἱ τομαὶ ἐσοῦνται ἤτοι κύκλοι ἢ ὀξυγωνίων κώνων τομαὶ ἴσαι τε ὅμοιαι ἀλλήλαις.

VIII.

Siquidem igitur sectiones circuli fiant: manifestum quod resecta à Cylindro figura inter parallela plana, cylindrus erit.

H.

Εἰ μὲν οὖν αἱ τομαὶ κύκλοι γένωνται, δῆλον ὅτι τὸ ἀποτμαθὲν ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου χῆμα μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, κύλινδρος ἐστίν.

IX.

Si vero & sectiones acutiangulorum conorum sectiones

Θ.

Εἰ δὲ αἱ τομαὶ γένωνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, τὸ ἀπολαφθὲν ἀπὸ

τὸ κυλίνδρου χῶρια μεταξὺ τῶν παραλλήλων ἐπιπέδων, τόμος κυλίνδρου καλείσθω.

fuerint: excepta è cylindro figura inter parallela plana, frustum cylindri appelletur.

I.

Τοῦ δὲ τόμου βάσις μὲν καλείσθω τὰ ἐπίπεδα τὰ περιλαφθέντα ὑπὸ τῶν τῆς ὀξυγωνίου κώνου τομῶν.

X.

Huius autem frusti basis quidem dicatur, quodlibet planorum conceptorum sub acutiangulorum conorum sectionibus.

I A.

Ἄξων δὲ ἡ ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα τὰ κέντρα τῶν τῆς ὀξυγωνίου τομῶν· ἐστὶν δὲ αὕτη ἐπὶ τῆς αὐτῆς εὐθείας τῷ ἄξονι τοῦ κυλίνδρου.

X I.

Axis verò recta quæ coniungit centra sectionum acutiangulorum conorum: eritque ipsa in eadem recta linea cum axe cylindri.

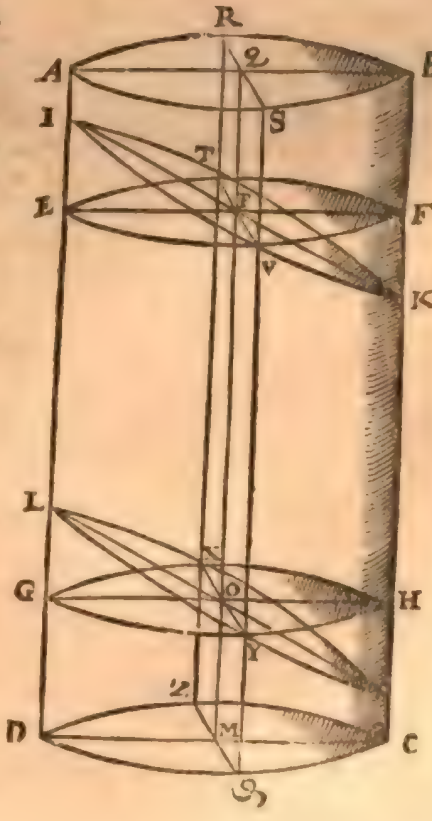
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Secetur cylindrus A. B. C. D. duobus planis parallelis, quæ in omnia cylindri latera incidant. Fient circuli vel Ellipses: scilicet si plana secantia fuerint basi parallela, cuiusmodi sunt E. T. F. V, at G. X. H. Y. circuli fient [a] sectiones. At si non fuerint parallela basi secantia plana, sed tantùm inter se, qualia sunt I. T. k. V. & L. X. N. Y. erunt sectiones Ellipses [b], quod demonstratum est ab antiquis. Circulos autem illos inter se, & Ellipses illas inter se æquales, & similes esse nobis demonstrare, ex re incumbit.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur cylindrus per axem, fiatque parallelogrammum D. B. tum alio quoque plano per axem, sed secante priùs parallelogrammum rectò & πρὸς ὀρθάς, fiatque rursus aliud parallelogrammum S. Z. Communis verò sectio amborum parallelogrammorum sese secantium erit axis Q. M. cùm vtriusque sectio fiat per axem. Ducantur autem diametri tam circulorum E. F, G. H. quàm Ellipsium I. k, L. N. & T. V. X. Y.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Triangulorum I. P. E. & F. P. k. anguli ad P. sunt [d] æquales, quia sunt κατὰ κορυφὴν, tum qui sunt [e] ad E & F. Proinde [f] vt I. P. ad P. E. sic k. P, ad P. F. & vicissim [g] vt I. P. ad P. k. sic E. P. ad P. F. Sed sunt [a] æquales E. P, P. F. quia centrum circuli est in axe: æquales sunt ergo I. P, P. k. & centrum Ellipsis est P. in axe. Quoniam verò T. V. est in eodem plano, quàm circulus E. T. F. V. & transit per centrum P. sunt T. P, P. V. radii circuli E. T, F. V. & æquales, tum inter se, tum duobus E. P, P. F. Similiter probabo L. O, O. N. æquales, tum O. X, O. Y. pares inter se, & radiis G. O, O. H. Proinde cum parallelogramma sint F. G, k. L. V. X. æquales sunt [h] E. F, G. H. & radii E P, P. F. radiis G. O, O. H. Similiter æquales sunt I k, L. N. & demum T. V. & X. Y. Et vt est k. I. ad T. V. sic est L. N. ad X. Y. Vnde fit vt tam circuli inter se quàm Ellipses inter se sint æquales, & similes [i], quod sunt probandum.

Portiò cylindri partes à circulis abscissæ cylindri sunt, vt E. A. B. F. & G. A. B. H. nec duntaxat portio cylindri inter duos circulos concepta, [l] nempè E. G. H. F. At cæteræ quæ bases habent Ellipses non cylindri, sed cylindrorum frusta, seu τόμα appellantur, qualia sunt A. B. k. I. & L. A. B. N. Nihilominus propriè hic describitur [m] frustum cylindri duabus Ellipsibus conce-



[a] Serenus propos. 5. lib. de sectione cylindri.
[b] Serenus prop. 13. & sequentibus de sect. cyl.
[d] per 15 l. 1.
[e] per 20 l. 1.
[f] per 4 l. 6.
[g] per 16 l. 5.
[h] per 34 l. 1. cui ea quæ docemus ad 27. def. huius.
[i] per def. 8 lib. fil.
[l] per def. 1 lib. fil.
[m] per def. 2 lib. fil.

ptum: vt sit portio I.L.N.k. quæ duabus Ellipsibus, a vt basibus terminatur, seu partibus secantium planorum conceptis sub sectionibus acutiangulorum conorum. Huius frusti axis est b P.O. Ellipsium centra coniungens, & pars lineæ Q.M. quæ axis est totius cylindri.

a per 10. subsid. b per 11. subsid.

Cæterum hic propositiones subiungit Archimedes. Verum quia in sequentibus aliam tradit definitionem, quæ propositionibus commixta ἀδιόρθωτος esse videtur: eam propterea hic reposuimus, & subsidiis coniunximus.

SVBSID. XII.

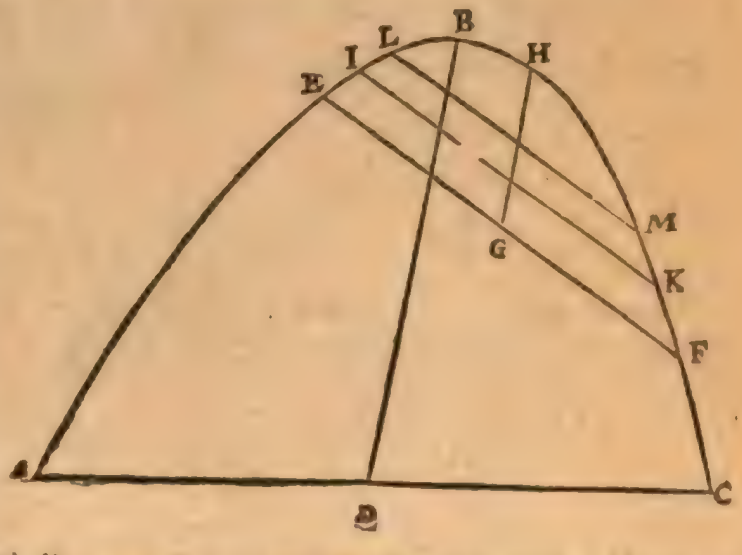
Diametrum voco cuiuscumque segmenti lineam quæ bifariam secat omnes rectas ductas in segmento basi ipsius æquidistantes.

ΕΠΙΤ. ΙΒ.

Διάμετρον δὲ καλέω παντὸς τμήματος, τὰν διχὰ τέμνουσαν τὰς εὐθείας πάσας τὰς παρὰ τὰν βάσιν αὐτοῦ ἀγομένας.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc definitionem habet Archimedes propositione quarta huius. Incidit autem in 10. primarum definitionum lib. 1. Conicorum, quæ Apollonii nomine circumferuntur. Nam cum segmentum sectionis sectio sit Coni, eius diameter eodem definitur modo, quo diameter totius definitionis. Sit sectio Coni A.B.C. cuius diameter D.B. Ab ipsa sectione resecetur segmentum E. H. F. basi E. F. è cuius medio exurgat G.H. parallelæ diametro B. D. basi verò ducantur æquidistantes I.k, L.M. & quotlibet aliæ. Etenim si lineæ I.k, L.M. bifariam sectæ fuerint ab exurgente G. F. erit ipsa G. F. diameter segmenti E.H.F. hanc verò diametrum G.H. & quascumque alias aliarum sectionum ex tota A.B.C. resectarum totius diametro B.D. parallelas esse, ostendemus in sequentibus. c

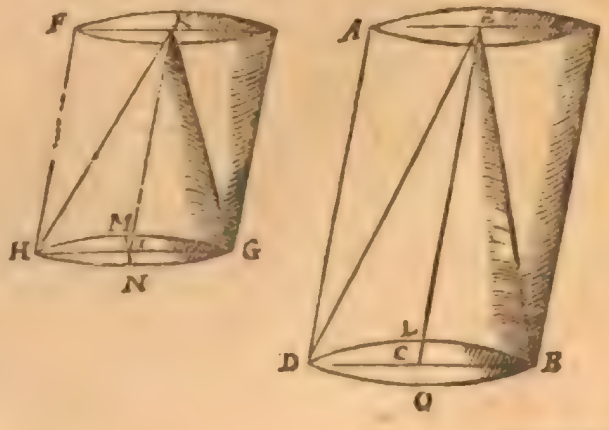


c Manifest. 1. lib. 2. de aquipond.

SVBSIDIVM XIII.

Similia Cylindri frusta, similiaque coni segmenta sunt, quæ similibus insistunt basibus, quarumque axes faciunt æquales angulos ad consimiles basium diametros, ad easque pares rationes habent.

Sint A.B, F.G. Cylindrorum frusta, vel D.E.B. & H.K.G. conorum segmenta: Horum verò bases D.C.B, H.I.G. sint similes, tum anguli E.C.B, K.I.G. æquales: & etiam pares E.C.L. & k.I.M. facti nempè ex axibus, & consimilibus diametris. Denique habeat axis E.C. ad D.B. eam rationem, quem habet k.I. ad H.G. vel E.C. sit ad L.O. vt k.I. ad M.N. Dicetur huiusmodi frusta & segmenta inter se similia.



ΠΡΟΤ. Α.

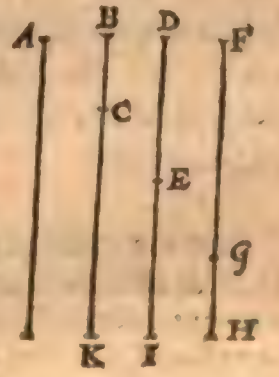
Εἶναι ἐφεξῆς μεγέθη ὁποσαοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλήλων ὑπερέχοντα, ἡ δὲ ὑπεροχὰ ἴσα τῷ ἐλαχίστῳ· ἃ δὲ ἄλλα μεγέθη τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκαστον ἴσον τῷ μείζονι· πάντα τὰ μεγέθη ὧν ὅτιν ἕκαστον ἴσον τῷ μείζονι, πάντων μὲν τῷ ἴσῳ ὑπερεχόντων ἐλάσσονα ἐστοῦν ἢ διπλάσια· τῷ δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ μείζονος μείζονα ἢ διπλάσια.

PROPOS. I.

Si fuerint magnitudines quotcumque æquali seſe excedentes, fueritque exceſſus æqualis minimæ: Et aliæ item magnitudines, numero quidem æquales illis, magnitudine verò ſingulæ pares maximæ: Omnes quidem magnitudines, quarum vnaquæque æqualis eſt maximæ, omnium æquali seſe excedentium, minores ſunt quàm duplæ: reliquarum verò ſine maxima maiores quàm duplæ.

Huius propoſitionis τὸ κεφάλαιον ſeu ſummam eſſe, ait Archimedes, & ab ea proinde ſuper ſedit: quam tamen dabimus huiuſcemodi.

ΥΠΟΘ. Sint quatuor quantitates H.G minima, I.E, K.C. & A. maxima, quæ ſint in proportione arithmetica, ſeſeque æquali magnitudine excedant, & quidem exceſſu qui ſit æqualis minimæ H.G. Sintque rurſus quatuor aliæ magnitudines H.F, I.D, K.B, & A. quarum quælibet ſit ipſi A. præcedentium maximæ par.



ΣΥΜΠ. Dico lineas H.F, I.D, K.B, A. eſſe minores quàm duplas aliarum H.G, I.E, K.C, A. At illas eaſdem maiores eſſe quàm harum duplas, ſi ab his dempſeris maximam A. nempè quam H.G, I.E, k.C.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam quatuor H.F, I.D, k.B, A. ſunt pares inter ſe, nimirum ſingulæ æquales ipſi A. maximæ inæqualium & inæqualium proxima ipſi A. eſt k.C. ſequitur C.B. eſſe æqualem exceſſui, quo A. ſuperat k.C. Et proinde C.B. eſt æqualis primæ ſeu minimæ H.G. & idcirco reliqua G.F. par eſt ipſi C.k. Deinde E.I. ſuperat G.H. exceſſu pari ipſi H.G. Bis ergo E.I. continet G.H. Tum quia D.I. par maximæ A. componitur primo ex I.E. & ex exceſſibus, tam eo quo C.k. ſuperat E.I. quam eo quo A. excedit C.k. liquet E.D. bis quoque continere G.H & eſſe D.E. parem ipſi E.I. Tres itaque adiectæ B.C, D.E, F.G. ſunt æquales tribus H.G, I.E, k.C. Et proinde tres ex æqualibus B.k, D.I, F.H. duplæ ſunt trium inæqualium H.G, E.I C.k. At verò A. ſibi tantum æqualis remanet, nec eſt hic quantitas, cuius ſit dupla. Ergo omnes æquales A, B.k, D.I, F.H. ſunt minores, quàm duplæ omnium inæqualium G.H, E.I, C.k, A. nempè quantitate totius A. Deinde ſi ab inæqualibus ſubſtuleris maximam A. liquet omnes æquales, omnes A, B.k, D.I, F.H. maiores eſſe quàm duplas reliquarum C.k, E I, G. H. nempè etiam quantitate totius A. Iam enim oſtendimus ſolas B.k, D.I, F.H. harum reliquarum eſſe duplas. *aper 3. com. ſent.*

ΑΛΛΩΣ.

Quia exceſſus arithmeticè progreditur, arithmeticam hanc demonſtrationem dabimus: Quoniam I.E. ſuperat H.G. exceſſu ipſi H.G. æquali, ſecunda E.I. continet bis primam G.H. At verò C.k. ſuperat E.I. eadem quantitate G.H. metitur ergo G.H. per ipſam C.K. demum A. quater, ob eandem rationem repetit in ſe G.H numeri autem 1.2.3.4. denarium complent. Atqui quæque æqualium par eſt ipſi A. & ideò qua-

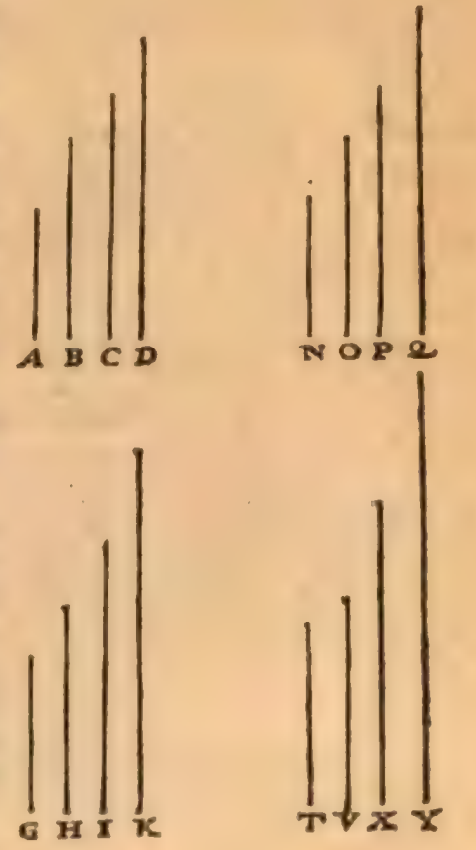
ter complectitur G.H. At quater quatuor sexdecim reddunt. Sunt autem 16. minores quam duplæ denarij, scilicet minores quàm 20. numero quidem 4. seu quantitate A. Tolle verò A. ab inæqualibus, seu 4. supererunt 1, 2, 3. hoc est senarius, cuius duplum nempè duodenarium 16. excedunt, & quidem quaternario, seu quantitate A. quod fuit probandum.

PROP. II.

Si magnitudines quotlibet multitudine alijs magnitudinibus æqualibus numero binæ, eandem rationem habuerint similiter ordinatæ: Ponantur verò primæ magnitudines ad alias magnitudines, vel omnes, vel aliquæ earum in quibusuis rationibus, tum secundæ ad alias magnitudines homologæ in ijsdem rationibus: omnes primæ magnitudines ad omnes, quibus conferantur, eandem rationem habebunt, quam habent omnes secundæ magnitudines ad omnes, quibus proponuntur.

ΠΡΟΤΑ. Β.

Εἶπερ μεγέθη ὁποσαοῦν τῷ πλήθει ἄλλοις μεγέθεσιν ἴσοις τῷ πλήθει καθ' δύο καὶ ταὐτὸν λόγον ἔχοντα τὰ ὁμοίως πεταγμένα· λέγεται δὲ τότε τεταγμένα μεγέθη ποτὲ τὰ ἄλλα μεγέθη ἢ πάντα ἢ τινὰ ἑαυτῶν τοῖς λόγοις ὁποιοισοῦν, καὶ τὰ ὕστερα ποτ' ἄλλα μεγέθη τὰ ὁμόλογα τοῖς αὐτοῖς λόγοις· πάντα τὰ τεταγμένα μεγέθη ποτὲ πάντα ἀ λέγομεν) καὶ ταὐτὸν ἐξουσι λόγον, ὃν ἔχοντι τὰ ὕστερα μεγέθη ποτὲ πάντα ἃ λέγομεν).



ΠΡΟΘ. 1. Sint quotcumque quantitates A.B. C.D. & aliæ totidem numero G. H. I. k. quæ se habeant inter, vt sicuti A. est ad B. sic G. sit ad H. & vt B. ad C. ita H. ad I. & reliquæ ad reliquas cõsequenter. Tum alij duo habeantur quantitatum ordines, ad quas ita disponantur priores illæ, vel omnes, vel earum aliquæ, vt quemadmodum A. fuerit ad N. ita G. sit ad T. & veluti B. ad O. ita H. ad V. & demum sicut reliquarum singulæ C. D. ad singulas sequentes P. Q. ijsdem se habeant rationibus continuis, vel discontinuis I. k. ad X. Y.

ΣΥΜΠ. Concludit Archimedes omnes simul A.B.C.D. esse ad omnes simul N.O.P.Q. vt sunt G.H.I.k. ad reliquas T.V.X.Y.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. ex hypothesi est ad N. vt G. ad T. inuersim [a] N. est ad A. vt T. ad G. Verum A. ponitur ad G. vt B. ad H. vnde permutando [b] A. est ad B. vt G. ad H. Ex æquo [c] igitur N. est ad B. vt T. ad H. Adhuc cum B. sit ad O. vt H. ad V. similiter ex æquo [c] vt N. ad O. sic T. ad V. Simili prorsus argumento ostendemus O. esse ad P. vt V. ad X. & P. ad Q. vt X. ad Y. Præterea quoniam ambo quantitatum ordines A.B.C.D. & G.H.I. K. disponuntur in eadem ratione, vt est A. ad G. ita sunt [d] omnes antecedentes A. B. C. D. ad omnes consequentes G. H. I. K. Ideò vicissim est [b] A. ad omnes sui ordinis, vt G. ad

[a] per coroll. 4. lib. 5.
[b] per 16 l. 5.
[c] per 22. l. 5.
[d] per 12. l. 5.

omnes ſuas, & inuerſim tota primarum ſeries eſt [a] ad vnam A, vt ſecundarum ſeries eſt ad vnam G. Et eadem ratione vt N. eſt ad ſuas N.O.P.Q. ita eſt T. ad omnes ſuas T.V. X Y. Atqui A. eſt ad N. vt G. ad T. Proinde ex æquo [b] A. eſt ad omnes N.O P.Q. vt G. ad omnes T. V. X. Y.. Habentur itaque hinc tres quantitates A.B.C.D. prima A. ſecunda N.O.P.Q. tertia: illinc verò aliæ tres G. H. I. K prima, G. ſecunda T.V.X.Y. tertia, & ſunt omnes in eadem ratione: prima ad ſecundam vnius ordinis, vt prima ad ſecundam alterius ordinis: & demum ſecunda ad tertiam primæ ſeriei, vt ſecunda ad tertiam ſecundæ ſeriei. Idcirco prima illarum A.B.C.D. eſt [b] ad tertiam N.O.P.Q. vt harum prima G.H.I.K. ad tertiam T.V.X.Y. quod fuit probandum. Cæterum ſi in vnoquoque duorum ſecundorum ordinum, ſint tantum tres magnitudines quartæ D. & Q. ad nullas referentur in ſecundis ordinibus, neque tamen accider, quin ſemper veriſſima ſequatur concluſio. Vt facillimè experiemur relictis Q. & Y. ſecundorum ordinum. Quamquam ergo reliquæ primarum conferantur cum ſecundis, ſequitur quod fuerat demonſtrandum.

[a] per coroll. 2. 4 5.
[b] per 22. l. 5.

ΓΡΟΤ. Γ.

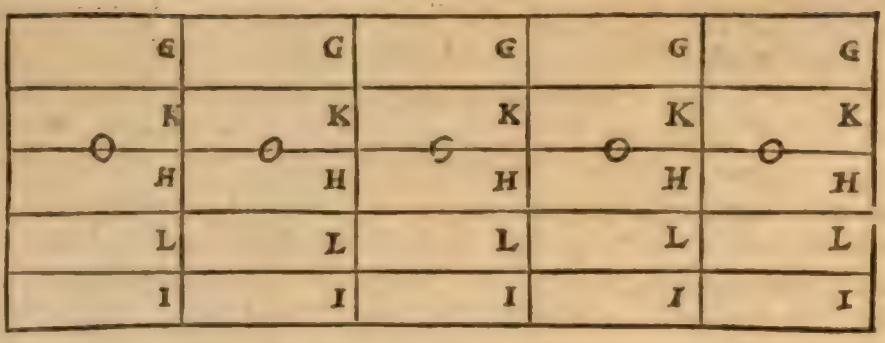
Εἶπα γραμμαὶ ἴσαι ἀλλήλαις ἔωνπ ὁποσαιοῦν τῷ πλήθι, καὶ παρ' ἑκάσαν αὐτῶν παρεμπέσῃ τὸ χωρίον ὑπερβάλλῳ εἴδει τετραγώνῳ, ἔωνπ δὲ καὶ αἱ πλευραὶ τῶν ὑπερβλημάτων τῷ ἴσῳ ἀλλάλαις ὑπερέχωσαι, τὸ δὲ ὑπερεχὸν ἴσον ἦ τῇ ἐλαχίσῃ· ἔωνπ δὲ καὶ ἄλλα χωρία τῷ μὲν πλήθει ἴσα τούτοις, τῷ δὲ μεγέθει ἕκασον ἴσον ἦ τῷ μείζονι· ποιῇ μὲν πάντα τὰ ἕτερα χωρία ἐλάσσονα λόγον ἐξοῦνπ τοῦ ὃν ἔχει ἃ ἴσαι συναμφοτέραις, ταῖς τε τοῦ μείζονος ὑπερβλήματι πλευραῖς, καὶ μιᾷ τῶν ἴσων ἐουσῶν ποιῇ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷ τε τρίτῳ μέρει ἧς τοῦ μείζονος ὑπερβλήματος πλευρᾶς, καὶ τὰ ἡμίσεα μιᾶς τῶν ἴσων ἐουσῶν· ποιῇ δὲ τὰ λοιπὰ χωρία ἄνθ' τοῦ μείζονος μείζονα λόγον ἐξοῦνπ τοῦ αὐτοῦ λόγου.

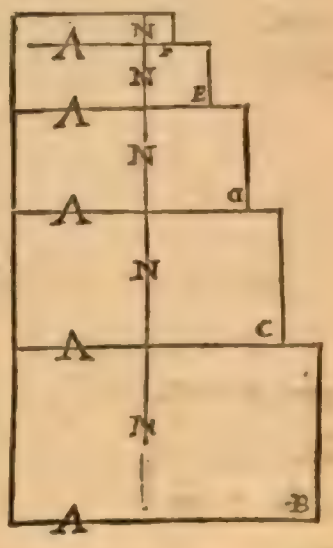
PROP. III.

Si fuerunt lineæ inter ſe æquales quotlibet numero, ad quarum vnamquamque accedat ſpatium excedens forma quadrata, fuerint verò latera excedentium quadratorum, ex æquo alia alijs maiora, & exceſſus æqualis eorum minimo: aſſumantur verò & alia ſpatia ſuperioribus æqualia numero, ſed magnitudine ſingula ſint æqualia maximo illorum: hæc ad omnia quidem alia ſpatia minorem rationem habebunt ea quàm habet linea æqualis duabus, lateri, ſcilicet maximi excedentis quadrati, & vni ex æqualibus aſſumptis ad æqualem duabus, tertiæ nimirum parti dicti lateris maximi quadrati, & dimidiæ vnius æqualium: maiorem verò hac eadem ad reliqua ſpatia inæqualia dempto maiori habebunt.

ΠΡΟΘΕ. Sint A. quotlibet lineæ æquales, & ſingulæ excedantur quadrato, ſicuti primum A.B. excedit ſpatium A.C. forma quadrata B.N. Latera verò excedentium quadratorum ſeſe inuicem ſuperant pari quantitate, quæ ſit æqualis lateri F. minimi quadrati.

Habeantur rursus quinque spatia æqualia superioribus numero, magnitudine verò singula paria constituantur superiorum maximo A. B. & sint quę notantur literis G. K. H. L. I. ita vt sit linea G. I. æqualis ipsi A. B. Et quidem pars G. k. rectæ A. & pars H. L. I. rectæ B. æquiparentur. Præterea G. k. diuidatur bifariam[a], & H. L. I. trifariam.[b]





[a] per 10 l. 1
[b] per 10 l. 6

ΣΥΜΠΕ. Ostendendum omnia simul parallelogramma G. I. esse ad omnia parallelogramma, applicata lineis A. B, A. C, A. D, A. E, A. F. in minori ratione, quàm sit linea G. I. ex duabus composita, scilicet ex H. I. æquali lateri quadrati B. & ex G. k. æquali lineæ A. ad lineam H. k. conflatam itidem ex duabus, nempè ex k. dimidia lineæ A. & ex H. parte tertia lineæ B. In maiori verò, si abstuleris rectangulum A. B. omnium maximum.

ΑΠΟΔ. Etenim latera N. parallelogrammorum A. sese excedunt æquali quantitate, κ) τῶν ἴσων ἑκάστων. & est excessus par minimæ earum: Et vt ipsa latera se habent, ita sunt[c] inter se parallelogramma A. demum horum maximo æqualia sunt[c] singula parallelogramma G. k. O. Ergo omnia simul G. K. O. sunt[d] minora quàm dupla omnium A. simul. Proinde omnia parallelogramma K. O. minora sunt omnibus A. quia omnia k. O. omnium G. k. O. sunt dimidia. Verum dempto maximo A. eadem omnia G. K. O. sunt[d] plusquam dupla reliquorum A. & igitur sola k O. sunt maiora ijsdem reliquis A. Sunt rursus aliquot quadrata B. C. D. E. F. laterum sese æqualiter excedentium. Et totidem numero sunt alia H. I. quæque paria illorum maximo. Ergo hæc sunt[e] simul illorum, simul minora quàm tripla, vel si ab illis maximum B. abstuleris, maiora quàm tripla. Cùm itaque parallelogramma H. sint illorum H. I. subtripla: erunt H minora omnibus simul B. C. D. E. F. vel ijsdem maiora, maximo B. dempto. Ergo omnia K. H. simul omnibus, simul A. B, A. C, A. D, A. F. sunt minora, vel dempto A. B. maiora. Ex consequenti omnia simul G. I. habent ad omnia A. B, A. C, A. D, A. F, minorem rationem, quam habeant ad k. H. & contra, dempto A. B. maximo, maiorem. Atqui vt parallelogramma G. I. ad parallelogramma k. H. ita est[f] linea G. I. ad lineam k. H. Ergo parallelogramma G. I. habent ad parallelogramma A. B, A. C, A. D, A. E, A. F. minorem rationem, quàm linea G. I. ad lineam k. H. maiorem verò si dempseris A. B. quod fuit probandum.

[c] per 1. l. 6.
[d] per 1. huius.
[e] per coroll. prop 10 li. de lineis spiralibus.
[f] per 1. li. 6.

MANIFESTVM I.

Si coni sectionem aliquot lineæ tetigerint ab eodem puncto eductæ: fuerint verò & aliæ ductæ in ipsa coni sectione parallelæ tangentibus, & se mutuo secantes: comprehensa (parallelogramma) sub earum segmentis,

ΦΑΝΕΡΟΝ Α.

Εἶτα κώνου τομᾶς ὁποιασοῦν διῆχθαι ἁπτόμεναι, ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ σημείου ἀγόμεναι· ἔστω δὲ καὶ ἄλλαι διῆχθαι ἐν τᾷ αὐτᾷ κώνου τομᾷ παρὰ τὰς ἁπτομένας ἀγόμεναι καὶ τεμνόσαι ἀλλάλας· τὰ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν τμημάτων,

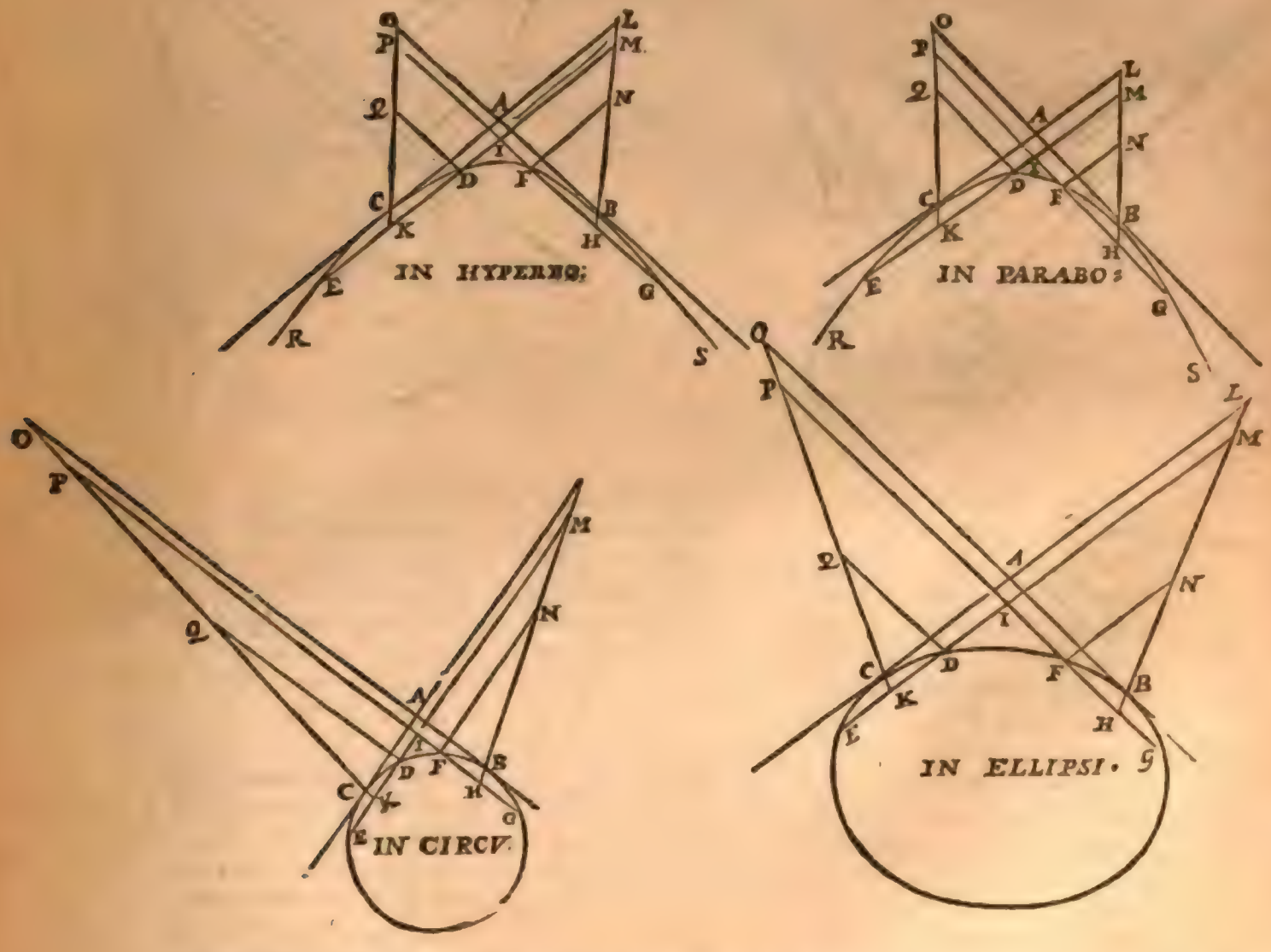
πὶ

τὸ αὐτὸ δὲ ἔξεστι λόγον ποιῆσαι καὶ τὰ ἄλλα ὅσα τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ἐφαπτομένων· ὁμόλογον δὲ ἐστεῖται τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἰδίας ἑτέρας γραμμῆς τμημάτων τετραγώνων τῷ ἀπὸ τῆς ἰδίας ἐφαπτομένας παραλλήλου αὐτῆς.

eandem habebunt rationem ad alia, quæ existunt quadrata sub tangentibus. Eiusdem autem rationis erit cõtentum sub segmentis alterius lineæ, cum quadrato tangentis sibi eiusdem parallelæ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Huic φανερῷ subiungit Archimedes, χρησίμην ἐν τοῖς ἑξῆς συγγράμμασι: demonstrationem proinde illinc requiremus.



ΥΠΟΘ. Sit coni sectio R.D.F.S. quam ex eodem puncto A. eductæ tangant [a] A. C, A.B. Et quam secent tangentibus parallelæ D.E, G.F. sese secantes in I.

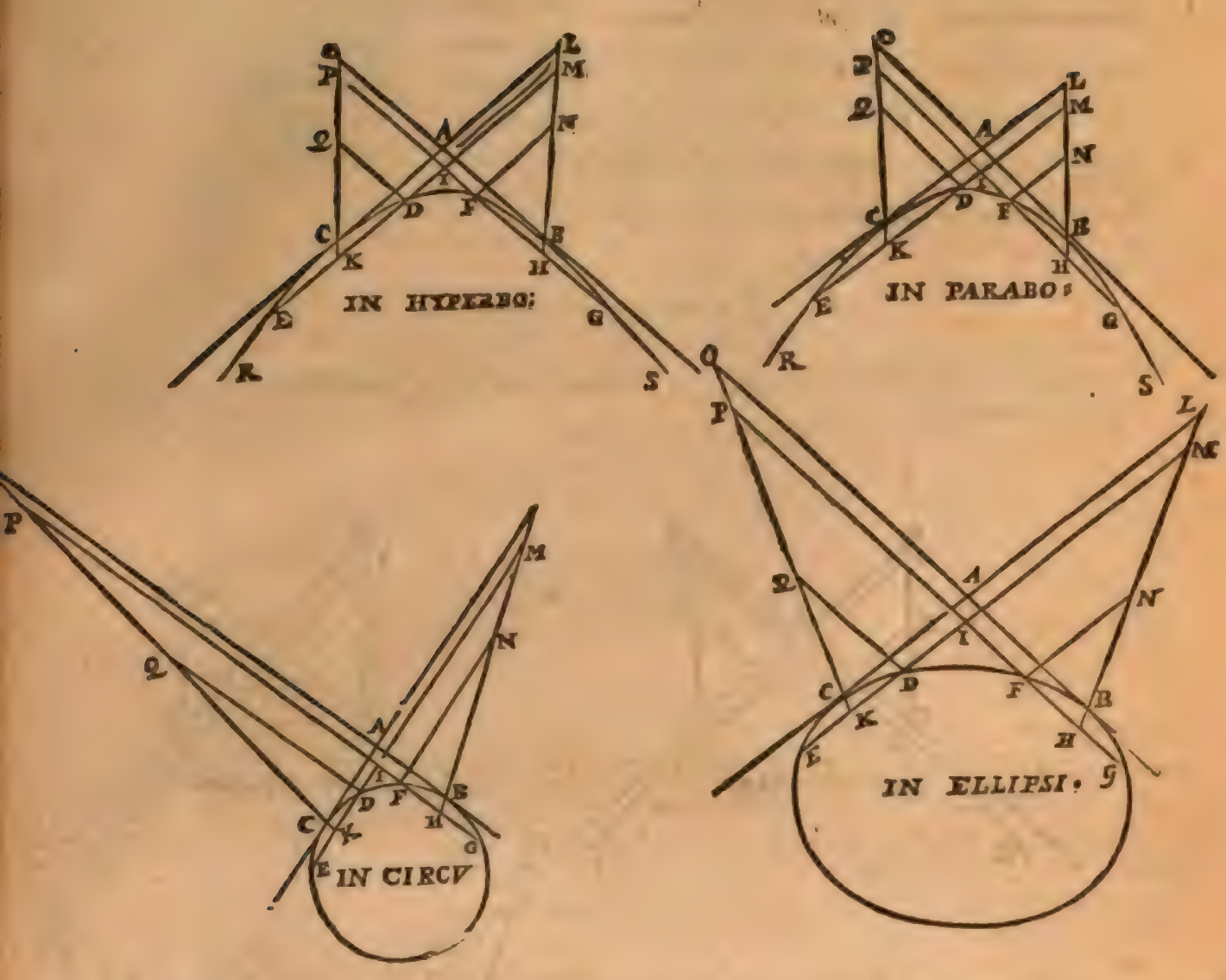
[a] per 49. li. 2. Conic.

ΣΥΜΠΕ. Rectangulum sub G.I, I.F. se habebit ad quadratum A. B. sicuti est quod continetur sub E.I, I.D. ad quadratum A.C.

ΚΑΤΑΣ. Ducantur [b] sectionum G.B.F, & E.C.D. diametri H.B, K.C. quæ producantur in L. & O. & incidant vicissim in eas lineæ tam quæ secant, quàm quæ tangunt. Tum agantur [c] ipsis F.N, D.Q. æquidistantes à punctis F. & D.

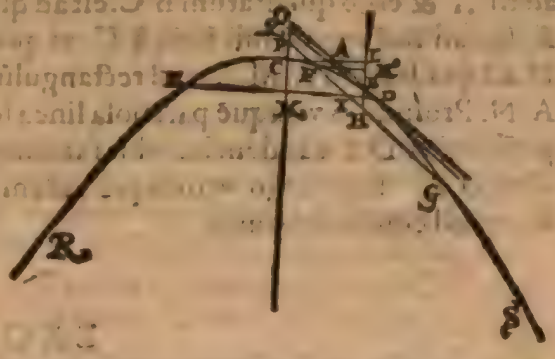
[b] per 44. li. 2. Conic.

[c] per 31. l. 1.



ΑΠΟΔ. Quoniam linea G.F. bifariam à diametro ſecatur in H. & ipſi addita eſt quæ-
a per 6. l. 2. piam I.F. rectangulum ſub G.I, I.F. cum quadrato F.H. eſt [a] æquale quadrato H.I. Ita vt ſint duo tota, hinc ſcilicet quadratum H.I. illinc rectangulum ſub G.I, I.F. cum quadrato F.H. Sunt item alia duo tota I.M.H. triangulum, & aliud F.N.H. triangulum.
b per 19. & 20. l. 6. Atqui vt ſe habet quadratum H.I. ad quadratum H.F. ita eſt [b] triangulum I.M.H. ad triangulum F.N.H. (nempè alia atque alia in ratione dupla lateris H.I. ad latus H.F.
c per 16. l. 5. nam vt quadrata ſunt ſimilia ſic triãgula inter ſe ſimilia ſunt.) Viciſſim [c] ergo vt totum quadratum ex I.H. ad totum triangulum I.M.H. ita eſt ablatum quadratum F.H. ad
d per 19. l. 5. ablatum triangulum F.N.H. Et proinde reliquum rectangulum ſub G.I, I.F. eſt [d] ad re-
e per 3. li. 3. Conic. liquum rectilineum F.M. vel ad aliud æquale [e] I.Q. vt quadratum I.H. ad triangulum I.M.H. Verum vt quadratum I.H. ad triangulum I M.H. ita eſt [b] quadratum A.B. ad triangulum A.L.B. propter ſimilitudinem figurarum. Ergo rectangulum ſub G.I, I.F. ſe habet ad rectilineum I.Q. vt quadratum A.B. ad triangulum A.L.B. ſeu ad eius æ-
f per 1. li. 3. Conic. quale [f] A.O.C. Eadem prorſus via oſtendemus rectangulum E.I, I.D. eſſe ad rectilineum I.Q. vt quadratum I.K. ad triangulum I.P.K. hoc eſt vt quadratum A.C. ad
g per coroll. 4 l. 5. triangulum A.O.C. & inuertendo, [g] rectilineum I.Q. ad rectangulum ſub E.I, I.D. eſſe vt triangulum A.O.C. ad quadratum A.C. Sic habemus ſex homologas quantitates, tres in vno ordine, rectangulum G.I, I.F. rectilineum I.Q. & rectangulum E.I, I.D. Tres in alio ordine, quadratum A.B. triangulum A.O.C. & quadratum A.C. Proinde ex æ-
h per 22. d 5. quo [h] rectangulum G.I, I.F. eſt ad rectangulum E.I, I.D. in primo ordine, ſicuti in ſecundo quadratum A.B. ad quadratum A.C. Et tandem permutando [c] eſt rectangulum ſub G.I, I.F. ad quadratum A.B. vt rectangulum ſub E.I, I.D. ad quadratum A.C. quod fuit demonſtrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



Quod si forsan concursus linearum contingerit intra coni sectionem, vt hic: tunc quia G. F. diuidetur æqualiter in H, & inæqualiter in I. rectangulum sub G.I, I. F. cum quadrato I.H. erit æquale quadrato F. H. Et reliqua sequentur vt supernus, & tandem cõcludetur rectangulum sub G.I, I.F. esse ad quadratum A. B. vt rectangulum sub E. I. I. D. ad quadratum A. C.

a per 5. lib. 2.

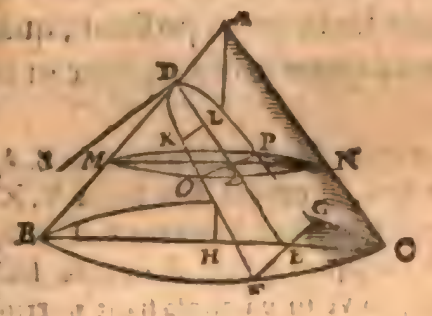
Idem demum ostendimus in circulo: nam sæpè fit sectio coni circulus. At in circulo sequitur rectangula G.I, I.F. & E.I, I.D. esse æqualia, quia omnes tangentes ductæ ab eodem puncto sunt æquales, & proinde quadrata ex A.B, & A. C. sunt æqualia. In alijs verò sectionibus, non ita perpetuo fit: quia tangentes alias sectiones ab eodem puncto possunt esse inæquales.

a per penultimã lib. 3.

ΛΗΜΜΑ A.

In antiqua parabola linea iuxta quam possunt, quæ in sectione ordinatim ducuntur, dupla est illius quæ est à vertice sectionis vsque ad axem Coni: in recentibus verò maior esse potest aut minor quàm dupla.

ΠΡΟΘ. Sit rectangulus conus A. B. C. sectus in D. vt fiat parabole D.F.G. diameter coni sit A.H, fiat autem vt D.I linea sit ad D.A. sicuti est quadratum B. C. ad rectangulum sub B. A, A. C. nempè vt sit *b* D. I. iuxta quam possunt, quæ in sectione ordinatim ducuntur, cuiusmodi sit K. L.



b per 11. lib. Conic.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dicò I. D. duplam esse lineæ D. A.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur conus A. B. C. per axem, & fiat *c* triangulus A. B. C. isosceles & rectangulus.

c per 3. li. 1. Conic.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim cum trianguli B. A. C. rectanguli rectus sit angulus A. quadratum ex B.C. æquale est *d* duobus quadratis ex B.A, A.C. & proinde duplum vnius ipsorum, hoc est rectanguli sub B.A & A. C. Atqui vt quadratum B. C. ad rectangulũ sub B.A, A.C. sic est I.D. ad D.A. Ergo I.D. dupla est lineæ D.A. Si verò conus fuerit amblygonius, & angulus A. maior recto, quadratum B.C. maius erit duplo rectanguli sub B.A, A.C. ideoque I. D. similiter maior erit *b* quàm dupla lineæ D. A. Demũ si conus fuerit acutiangulus, & angulus A. acutus erit *f* quadratum B C. minus duplo rectanguli sub B.A. & A.C. Et ideò tandem I. D. minor *b* quàm dupla D. A. quod fuit probandum.

d per 47. l. 1.

e per 11. l. 2.

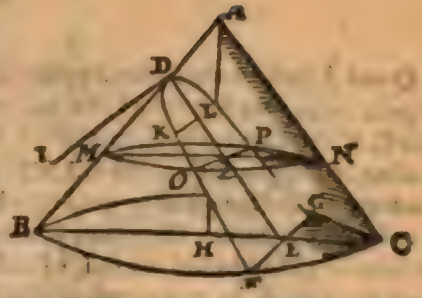
f per 13. l. 2.

COROLLARIVM.

Hinc deduco sectionem, siue maior fiat, siue minor, semper eandem habere iuxta quam possunt, seu idem rectum latus. Conus enim A.B.C. rectangulus secetur plano, & circulo M.O, N.P. perpendiculari ad axem. Sectio fiet minor, & erit O.D.P. Et quia quadratum M. N. est rursus duplum rectanguli sub M. A, A. N. erit adhuc D.I. dupla D.A. Æquale ergo est rectum latus minoris paraboles O. D. P. recto lateri maioris F. D. G. quia vtraque ab eodem puncto D. sumitur, & in eodem cono.

Quod si rectangulus non fuerit triangulus A.B.C. idem tamen concludemus. Nam B.C. est [a] ad N.M. vt A.B ad A.M & vicissim [b] B.C. est ad B A. vt M.N. ad M.A & ergo quadratum B C. est ad quadratū B. A. seu ad rectangulū sub B.A, A.C. vt quadratū M. N. ad quadratum A.M. seu ad rectangulū sub M.A, A.N. Proinde in vtraque parabola linea iuxta quam possunt, vt D.I. eandem habebit rationem ad eandem D.A. Erit [c] ergo vtrobique eadem, & æqualis, quod concludebamus.

[a] per 4. l. 5.
[b] per 16. l. 5
[c] per 9 l. 5.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

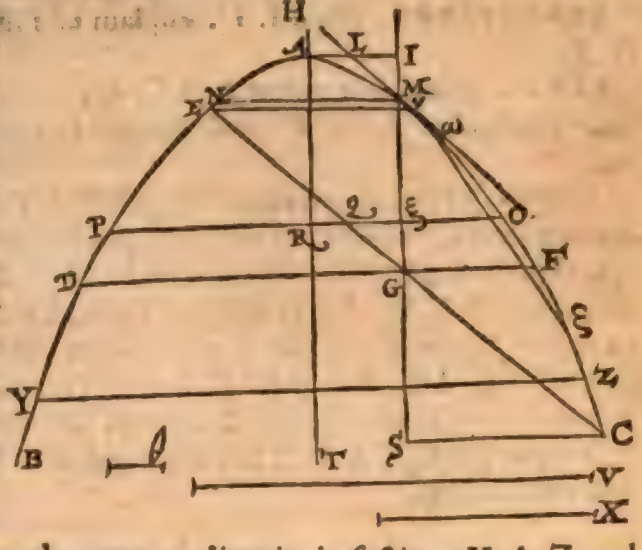
Interim distinguemus ex Archimede, lineam à sectione ordinatim ductam, à linea ducta à sectione vsque ad axem, πρὸς μάχην τῶν ἄξονος, inquit: Nam prima illa est veluti K. L. hæc verò secunda est sicuti D. A. quod notasse alibi vtile fuerit, potissimum in libris de insidentibus humido.

ΛΗΜΜΑ B.

Sumptis duabus paraboles portionibus secundum duas lineas, quarum altera rectò, altera obliquè abscindat diametrum sectionis. Tum ab extremitate secantis obliquè ducatur perpendicularis in diametrum portionis, & vt semissis lineæ obliquæ ad perpendicularem, ita fiat linea quæpiam ad eam iuxta quam possunt, quæ in recta portione: hæc quæpiam erit linea iuxta quam possunt, quæ in non recta portione ordinatim ducuntur.

ΥΠΟΘ. Sit quæuis parabole B.A.C. in qua ducantur duæ lineæ Y.Z ad angulos rectos diametro A.T. & E.C. ad obliquos eidem diametro sectionis, ita vt in parabola fiant portiones Y.A.Z. & E.M.C. Huius diameter sit M.G. secans [d] E.C. basim bifariam, & æquidistans [e] diametro A.T. Protendatur verò M. G. vtrimque quoad occurrat perdendicularibus A.I, C.S. in punctis I. & S. Tum fiat A.R. æqualis ipsi M. G. & ducantur [f] N. M, P. R. O, D. G. F. parallelæ vni Y. Z. tum M. H. parallela ipsi E.C. quæ occurrat diametro T. A. in H. Præterea inueniatur [g] X. iuxta quam possunt, quæ ducuntur ordinatim in sectione Y. A. Z. vel in alijs D. A. F. aut P. A. O. quia in omnibus eadem est [h]: & fiat [i] vt G. C, ad C. S. ita quæpiam linea V. ad X.

[d] per 10. def. l. 1. Conic.
[e] per 46. & coroll. 51. l. 1. Conic.
[f] per 31. def 1
[g] per 11 l. 1 Conic.
[h] per proxim. coroll. 3. per 11. l 6
[i] per 12. l. 6



ΣΥΜΠ. Erit quippè V. linea iuxta quam possunt, quæ in sectione C. M. E. ordinatim ducuntur, vel rectum latus sectionis.

ΑΠΟΔ. Quoniam lineæ M. H, A. I. ductæ sunt æquidistanter, ordinatim applicatis C. E, D. F. tangunt [l] sectiones C. M. E. & D. A. F, & trianguli C. G. S, L. M. I & A. L. H facillimè probabuntur [m] æquianguli, laterumque proportionalium: quinetiam vltimi sunt æquales. Nam cum H. A, & pars diametri A. T. quæ est ab A. cadens in [m] N. M. scilicet par ipsi [n] I. M. sint [o] æquales, probabuntur quoq; ob laterū similes rationes, I. L, L. A. æquales [m], pares demū M. L, L. H. quarū cuilibet etiā par est Q. G.

[l] per 17 lib. 1. Conic
[m] per 4. l. 6
[n] per 34. l. 1
[o] per 35. l. 1. Conic.

Nam cùm A.R. & M.G factæ sint æquales, item æquentur a k.R, M.ξ. reliquæ G.ξ. & A.k. seu I.M. sunt pares. Sed & angulus Q.G.ξ. est b æqualis angulo L. M. I. proinde vt par est ξ.G. lateri I.M. similiter Q.G. æquatur c lateri M.L. & Q.ξ. lateri L. I. & demum reliqua Q.R. reliquæ A.L. Ex his probatis sequitur G.C. esse ad C.S. vt L.M ad L.I. seu ad A.L. æqualem: hoc est quadratum G.C. ad quadratum C.S. vt quadratum L.M. ad quadratum L.A. seu d vt rectangulum sub C.G, G.E. quod est quadratum C.G. quia C.G, & G.E. æquantur, ad rectangulum sub F.G, G.D. At rursus vt quadratum M.L. ad quadratum L.A. sic est d rectangulum sub C.Q, Q.E. ad rectangulum sub O.Q.Q.P. Proinde quadratum G.C. est ad rectangulum sub F.G, G.D. vt rectangulum sub C.Q, Q.E. ad rectangulum sub O.Q.Q.P. & permutando e vt quadratum C.G. ad rectangulum sub C.Q, Q.E. sic rectangulum sub F.G, G.D. ad rectangulum sub O.Q, Q.P. Et per ἀναστροφὴν λόγου, vt quadratum C.G. ad excessum, quo quadratum C.G. antecedens superat rectangulum sub C.Q, Q.E. consequens, hoc est f ad quadratum G.Q. sic rectangulum sub F.G, G.D. ad excessum quo superat rectangulum sub O.Q, Q.P. qui quidem excessus sit ex hypothesi quadratum ι. Erit ἐναλλὰξ, vt quadratum C.G. ad rectangulum sub F.G, G.D. sic quadratum Q.G ad quadratum ι. hoc est h vt quadratum M.L. ad quadratum L.A. i & rursus permutatione rationis, vt quadratum Q.G. ad quadratum M.L. sic quadratum ι. ad quadratum L. A. sunt verò linearum Q.e. & M.L. quadrata æqualia. Ergo etiam ι. & L.A. quadrata sunt paria, & lineæ ι. & L.A. pares. Sed L.A. & R.Q. ostensæ sunt æquales. Ergo quoque ι. & Q.R. sunt æquales, & quadratum Q.R. est excessus, quo rectang. sub F.G, G.D. superat rectangulum O.Q, Q.P. Atqui quadratum P.R. superat k idem rectangulum sub O.Q, Q.P. eodem quadrato Q.R. Proinde rectang. sub F.G, G.D & quadratum P.R. sunt æqualia: Et est quadratum C.G. ad quadratum P.R. vt quadratum M. L. ad quadratum L.A. hoc est l vt quadratum G.C. ad quadratum C.S. seu vt linea V. ad X. His ergo lineis V. & X. applicemus ad angulos rectos perpendiculares æquales vni M.G. vt fiat quadratum G.C. ad quadratum P.R. sicut m rectangulum sub V. & M.G. ad rectang. sub X. & M.G. seu A.R. æqualis ipsi M.G. Sic enim quemadmodum linea X. est ea secundum quam possunt, quæ in sectione P.A.O. ordinantur, sic V. erit ea secundum quam possunt, quæ in sectione E.M.C. ordinatim ducuntur, quod fuit ostendendum.

a per 5. l. 1.
b per 29. l. 1
c per 4. l. 6.
d per manifest. præced.
e per 16. l. 5
f ex 16. def. 5 & coroll.
g per 19 prop. l. 5 & per 5. l. 2.
h per 7. l. 5.
i per manifest. præced.
l per 11 l. 5.
m per 1. 6.

Διόρθωσις.

Moneo verò, quòd si duæ lineæ secundum quas sumptæ fuerint portiones paraboles, quales sunt E.C.Y.Z. non se mutuò secuerint intra parabolem, vt in superiori figura E.ν.ω.ζ. assumantur aliæ quæ se secent, & sint illis prioribus parallelæ: Nam quod de secantibus fuerit demonstratum, de sibi parallelis non se secantibus, idem concludetur. Nam omnium sectionum parallelas habentium bases, idem est n rectum latus, seu eadem linea, secundum quam possunt, quæ à sectione ducuntur.

n per penultimam lem.

COROLL.

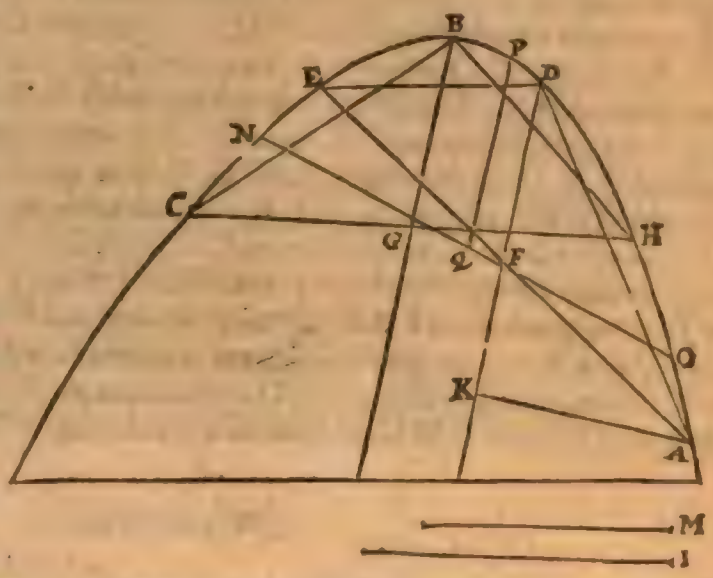
Hinc concludimus o quadratum G.C. esse æquale rectangulo sub V. & M.G. Tum ducta in parabola lineas diametro parallela: si diametri & huius parallelæ partes æquales sumantur ab apicibus, & lineæ per fines harum partium parallelę inter se, & ad angulos rectos ducantur, rectangula contenta sub harum vltimò ductarum, rectarum segmentis esse æqualia. Cùm enim essent parallelæ A.T. & M.S. in parabola ductæ, ipsarumq; partes A.R. & M.G. pares, à finibus autem huiusmodi partium rectò & æquidistanter actæ essent P.R.O. & D.G.F. ostendimus rectangula sub P.R, R.O. & D.G, G.F. esse æqualia. Idem esset iudicandum de pluribus lineis diametro, ac inter se parallelis, æqualibusque.

o per 11. l. 1. Conic.

PROPOS. IV. ΠΡΟΤ. Δ.

Si ab eadem rectanguli coni sectione duo segmenta, quomodocumque resecentur, quæ pares diametros habeant : ipsa etiam segmenta æqualia erunt, vt & triãgula in ipsis inscripta, eandem habentia basim cum segmentis, & altitudinem eandem.

Εἶτα ἀπὸ ταῖς αὐτᾶς ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς δύο τμήματα ἀποτμηθέντα ὁποσανῶν ἴσας ἐχοντα ταῖς διαμέτροις, αὐτάπτα τὰ τμήματα ἴσα ἐσοῦνται, καὶ τὰ τείγωνα τὰ ἐγγραφόμενα εἰς αὐτὰ τὰν αὐτὰν βάσιν ἐχοντα τοῖς τμαμάτεσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό.



ΥΠΟΘ. Sit coni rectanguli sectio A.B.C. cuius duo segmenta excipiantur iuxta lineas H.C. (quam pono esse perpendicularem ad diametrum B.G.) & A.E. non perpendicularem ad eandem diametrum B. G. diametros verò habeant G.B, D.F. æquales.

ΣΥΜΠ. Dico segmenta ipsa C.B.H. & E.D.A. esse æqualia, & in ipsis descripta triangula.

ΚΑΤΑΣ. Producatur D.F. diameter, & cõcurrat cum A.k. perpendiculariter.

Sumatur[a] verò M. linea iuxta quam possunt, quæ in sectione C.B.H. ordinantur. Et quam rationem habet quadratum A.F. ad quadratum A.k eam habeat quæpiam linea I. ad M. quæque proinde I. sit[b] linea iuxta quam possunt, quæ ordinatim ducuntur in sectione E.D.A.

ΑΠΟΔ. Siquidem lineæ H.G. potest[c] rectangulum sub M. & G. B. tum quadratum ex A.F æquale est[c] rectangulo sub rectis I. & D.F. Atqui rectangulum sub I. & D.F. se habet[d] ad rectang. sub M. & G. B. vt basis I. ad basim M. quia altitudines B.G. & D.F. sunt[e] æquales. Itaque quadratum A.F. est ad quadratum H.G. vt I. ad M. Verum vt est I. ad M. ita est quadratum A.F. ad quadratum A. K. vt superiori demonstratione ostendimus. Ergo quadrata A.k. & H.G. sunt æqualia, & lineæ æquales. Sed & pares sunt B.G, D.F. Quare rectangula sub lineis H.G, G.B & sub A.k, F.D. sunt æqualia, eorumque dimidia[f] triangula, nempè B.G.H. & aliud, quod constitueretur ex lineis D.F, k.A. perpendicularibus, & A.D. hypothenusa : hoc est[g] triangulum D.F.A. Ergo tandem horum triangulorum dupla C.B.H. & E.D.A. sunt quoque æqualia, quæ fuit altera pars propositionis. Cæterum trianguli C.B.H. sectio C.B.H. sesquitertia est[h] : tum alterius trianguli E.D.A. sectio est[h] quoque sesquitertia. Ambæ itaque sectiones sunt[i] rursus pares, quod susceperat demonstrandum.

Si linearum autem C.H, E.A. neutra fuerit recta ad diametrum, sumam in fabrica sectionem, puta N.P.O. cuius diameter P.Q. secans basim N.O. bifariam, secet & rectò, sitque æqualis alterutri diametrorum æqualium G B, & D F. Nam per proximam demonstrationem, quælibet binarum sectionum C.B.H. & E.D.A. ostendetur ipsi N.P.O. æqualis & proinde inter se concludentur[l] æquales.

[a] per 11. l. 2. conic.
[b] per lemma 2. proximũ.
[c] per 11. l. 1. conic.
[d] per 1. l. 6.
[e] ex hypoth.
[f] per 34. l. 1.
[g] per 37 l. 1.
[h] per 17. & 24. lib. de quadrat. parab.
[i] per 15. l. 5.
[l] per 2. cõm. sect.

Ἐπιφορὰ seu COROLLARIVM.

Hinc autem deducimus pro sequentibus, lineas ductas ab extremitatibus basium in diametros perpendiculariter, in eadem sectione esse æquales. Nam ostendimus lineas A. K. & H. G. (quam ponebamus perpendicularem ad diametrum B. G.) esse pares. Et eodem argumento posita N. O. recta cum Q. P. concludentur K. A. & O. Q. æquales.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ex hac propositione apertissimè patet Archimedem hoc opere parabolam quærere duntaxat in rectangulo cono. Etenim ἐν τῇ κατασκευῇ hæc verba habet: λαμβάνω δὲ ἀεὶ δυνάσταν αἰ ἀπὸ τῶν τομῶν ἀ δυναμένα τῶν μέχρι τῆς ἀξονος. Nulla vero parabola lineam habet iuxta quam possunt quæ à sectione ducuntur, duplam eius quæ est ad axem, præter eamquæ sumitur [a] in rectangulo cono: fauet itaque antiquis, cũ tamen potuisset quamcumque parabolam supponere. Nam ea tantum ratione hanc lineam duplam esse vult eius quæ est ad axem, vt inde euincat parabolarum maioris & minoris eandem esse lineam iuxta quam possunt: quod tamen de omni parabola ostendimus [b], siue in cono rectangulo, siue in acutiangulo, aut in obtusiangulo excindatur: Cæterum Archimedes vbi iussit sumi lineam V. quæ in suo schemate respondet nostræ I. & dixit eam esse iuxta quam possunt lineæ ordinatim ductæ ad diametrum, scilicet æquidistantes basi, ait, λέγεται γὰρ ὡς πᾶς προπίπτει, loquendi formula qua videtur conicorum tractatum agnoscere pro suo.

[a] per lemma præcedentium.

[b] Corollario 1. lemmatis præcedent.

ΓΡΟΤ. Ε. PROP. V.

Γᾶν χωρίῳ τὸ περιεχόμενον ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ποὶ κύκλον ἔχοντα διάμετρον ἴσαν τᾷ μείζονι διαμέτρῳ τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς, αὐτὸν ἔχει λόγον ὃν ἀ ἐλάσσων διάμετρος αὐτᾶς ποὶ τὰν μείζω, τοῦτ' ἔστι ποὶ τὰν τοῦ κύκλου διάμετρον.

Planum comprehensum sub acutianguli coni sectione, ad circulum qui habeat diametrum æqualem maiori diametro, sectionis acutianguli coni, eam rationem habet, quam minor diameter ad maiorem, hoc est, ad circuli diametrum.

ΥΠΟΘ. Sit Ellipsis A. E. D. F. cuius maior seu prima diameter sit D. A. minor vel secunda E. F. Sit rursus circulus descriptus diametro maiore A. D. qui sit A. B. D. C.

ΣΥΜΠ. Dicit Archimedes Ellipsim A. E. D. F. esse ad circulum A. B. D. C. vt diameter A. D. ad diametrum E. F.

ΚΑΤΑΣ. Neganti conclusionem, offeratur circulus P. R. Q. S. descriptus diametro modo proportionali inter A. D. & E. F. vt ad eum sit [c] primus A. B. D. C. vt A. D. ad E. F. Siquidem hic circulus P. S. Q. R. erit æqualis, minor vel maior Ellipsi proposita. At neque maior neque minor esse ostendetur. Et si fieri potest, sit maior, & in eo intelligatur [d] figura multilatera inscripta, quæ adhuc maior sit Ellipsi. Atque hinc figuræ subaudiatur [e] alia similis inscripta in maiori circulo A. B. D. C. & ab angulis polygoni demittantur perpendiculares in diametrum A. D. quales sunt I. M, H. O. quæ secent Ellipsim, in punctis N. L. & cæteris, quæ rursus lineis iungantur vt in Ellipsi polygonum describatur tot laterum quot alia sunt polygona in circulis descripta. Denique agantur lineæ O. F, O. C.

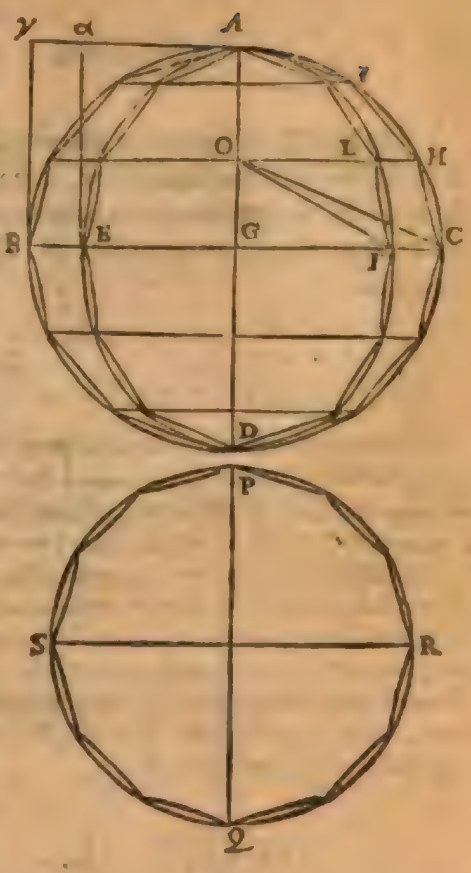
[c] per 10. definit. l. 5. & 20. prop. l. 6.

[d] per 2. manifestum l. 2. de sphær. & cylind.

[e] per 2. lemma ad 5 l. de sphær. & cylind.

APOL. Quadratum G. C. est [a] ad quadratum O. H. vt rectangulum sub D. G, G. A. ad rectangulum sub D. O, O. A. in eademque ratione est [a] quadratum G F. ad quadratum O. L. Proinde vt [b] quadrat. G. C. ad quadratum O. H. sic potentia G: F. ad potentiam O. L. & vicissim [c] vt quadratum G. C. ad quad. G. F. sic quad. O. H. ad quadrat. O. L. ac [d] demum linea G. C. ad G. F. vt [e] O. H. ad O. L. Verum vt [e] G. C. ad G. F. sic triangulus O. G. C. ad triangulum O. G. F. Et vt [e] O. H. ad O. L. sic triangulus O. H. C. ad triangulum O. F. L. Propterea totum quadrangulum G. H. est [f] ad quadrangulum G. L. vt G. C. ad G. F. hoc est vt A. D. ad E. F. Idem probabitur de tota figura ijsdem prorsus rationibus: nam rursus O. H. erit ad O. L. vt M. I. ad M. N. & proinde M. I. erit [b] ad M. N. vt G. C. ad G. F. & trapezium O. I. erit ad trapezium O. N. vt G. C. ad G. F. vel triangulus A. M. I. ad triangulum A. M. N. vt G. C. ad G. F. quia sic est [e] M. N. ad M. I. ita vt tota figura inscripta circulo A. B. C. D. sit ad figuram Ellipsi inscriptam vt diameter A. D. ad diametrum E. F. At cum sit circulus P. R. Q. S. descriptus diametro E. F, est figura [g] in A. B. C. D. descripta, ad inscriptam circulo P. R. Q. S. vt A. D. ad E. F. Proinde ambæ figuræ circulo P. R. Q. S. & Ellipsi inscriptæ sunt æquales. Verum posita fuerat ea quæ circulo P. R. Q. S. inscripta est, maior tota ellipsi. Multo ergo maior esset figura Ellipsi inscripta: sicque maior & æqualis simul esset, quod absurdum est. Absurde igitur circulus P. R. Q. S. dicitur maior Ellipsi. Verum nec minor est: nam eadem fabrica potest inscribi in Ellipsi figura maior adhuc circulo, à cuius angulis ducentur in diametrum perpendiculares, quæ productæ ad periferiam circuli A. B. D. C. puncta notabunt figuræ in ipso inscribendæ, quæ ad illam, quæ in Ellipsi est, probabitur se habere vt A. D. ad E. F. in qua ratione rursus alia inscribetur circulo P. R. Q. S. quæ proinde erit æqualis ei quæ Ellipsi inscribitur. Et inde sequitur circulum totum S. Q. R. P. dicta Ellipseos figura maior, quia tamen minor ponebatur. Absurdum est ergo rursus ponere circulum S. Q. R. P. minor Ellipsi: & proinde illi æqualis est. Et ex consequenti Ellipsis est ad circulum A. B. D. C. diametro A. D. maiori descriptum vt E. F. ad A. D. quod fuit probandum.

a per 21 l. 1. Conic.
b per 22 l. 5.
c per 16. l. 5.
d per 15. l. 5.
e per 1. l. 6.
f per 22 l. 5.
g per 2 l. 12.



PROP. VI.

Omne planum sub acutianguli coni sectione contentum ad quemlibet circulum eandem rationem habet, quam rectangulum contentum sub diametris sectionis acutianguli coni ad quadratum diametri circuli.

ΠΡΟΤ. ς.

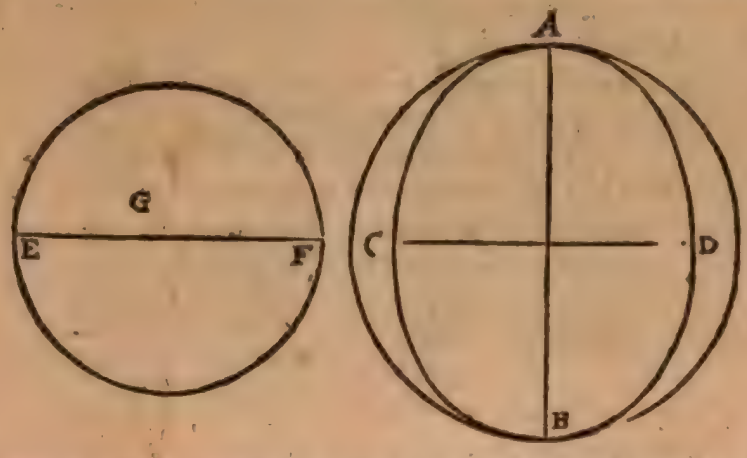
Παῦ χωρίου τοῦ περιεχομένου ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς πρὸς παν τὸ κύκλον, ὃν ἔχει λόγον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῆς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομῆς πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς τοῦ κύκλου διαμέτρου τετράγωνον.

ΥΠΟΘ. Sit Ellipsis A. D. B. C. & circulus exponatur G.

ΣΥΜΠ. Dico Ellipsim esse ad circulum G. vt rectangulum contentum sub diametris A. B, C. D. ad quadratum diametri E. F.

ΚΑΤ. Describatur circulus diametro A. B.

ΑΠΟΔ. Ellipsis A. D. B. C. est [a] ad circulum ex A. B. diametro vt C. D. ad A. B. hoc est [b] vt rectangulum sub C. D. & A. B. ad quadratum ex A. B. Verum circulus ex A. B. est [c] ad circulum G. vt quadratum ex A. B. ad quadratum ex E. F. Ergo ex æquo [d] Ellipsis A. D. B. C. est ad circulum G. vt rectangulum sub C. D. & A. B. ad quadratum E. F. quod fuit probandum.



[a] per cor. 2. 12.
[b] per 1. 1 6.
[c] per 2. 12.
[d] per 22. 5.

COROLLARIVM.

Hinc deducimus repetito diagrammate quintæ huius, figuram inscriptam circulo A. B. D. C. esse ad figuram inscriptam Ellipsi A. E. D. F. vt est circulus ad Ellipsim.

ΚΑΤΑΣ. Perficiantur parallelogramma G. γ. & G. α.

ΑΠΟΔ. Vt est quadratum ex A. D. ad rectangulum sub A. D, E. F. sic est [e] G. γ. rectang. ad G. α. rectang. est enim G. γ. quarta pars quadrati ex A. D. sicuti G. α. est ¼ rectanguli sub A. D. E. F. Ergo G. γ. est [f] ad G. α. vt circulus ad Ellipsim. Atqui vt G. γ. ad G. α. sic est basis A. B. ad basim G. E. vel sic est [g] B. C. seu A. D. ad E. F. Vel demũ sic est [h] figura inscripta circulo ad figuram inscriptam Ellipsi: ergo figura circulo inscripta est ad inscriptam Ellipsi vt circulus ad Ellipsim, quod fuit probandum.

[e] per 15 l. 5.
[f] per 6. huius.
[g] per 1. l. 6.
[h] Vt demõstratum est 5. huius.

ΠΡΟΤ. Ζ.

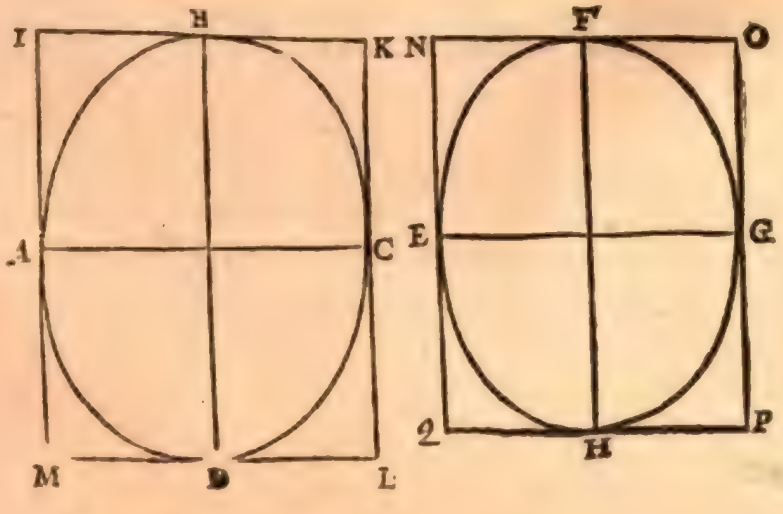
Τὰ ἐπιπέδα χωρία ὑπὸ ὀξυγωνίου κώνου τομαῖς ἐφ' αὑτὰ ἔχοντα λόγον πρὸς ἄλληλα, ὃν τὰ ἐπίπεδα ὑπὸ τῶν διαμέτρων τῶν τῆς ὀξυγωνίων κώνων τομαῖς πρὸς ἀλλήλας.

PROP. VII.

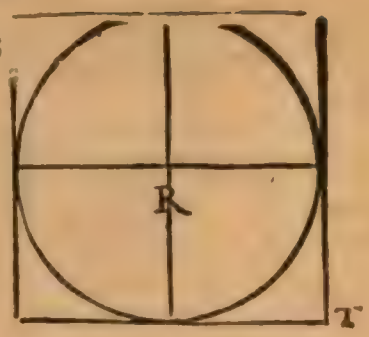
Plana sub acutianguli coni sectionibus contenta eandem habent rationem inter se, quam comprehensa rectangula sub diametris sectionum acutiangulorum conorum inter se.

ΥΠΟΘ. Sint duæ acutiangulorum conorum sectiones A. B. C. D. & E. F. G. H. & rectangula sub earum diametris sint I. L. & N. P.

ΣΥΜΠ. Proponitur Ellipsim A. B. C. D. esse ad aliam E. F. G. H. vt I. L. ad N. P.



ΚΑΤΑΣ. Habeatur quilibet circulus R. & quadratum diametri ipſius S. T.



ΑΠΟΔΕΙ. Ellipſis A. B. C. D. eſt [a] ad R. circulum vt rectangulum I. L. ad quadratum S. T. Atqui Ellipſis E. F. G. H. eſt [a] ad circulum R. vt N. P. quadrangulum ad S. T. quadratum. Et inuertendo [b] circulus R. eſt ad Ellipſim vt quadratum S. T. ad rectang. N. P. Ex æquo ergo Ellipſis A. B. C. D. eſt [c] ad Ellipſim E. F. G. H. vt rectangulum I. L. ad rectang. N. P. quod fuit demonſtrandum.

[a] per præcedentem.
[b] per coroll. 4. l. 5.
[c] per 22. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In textu propoſitionis tam impreſſi quàm manuſcriptis codices legunt κώνου τμᾶς, & nihilominus ſcripſi κώνου τμαῖ, quia pluralis quam ſingularis melius conuenit, cum plures vna ſint Ellipſes. Tum vniuerſalior fit propoſitio: quæ alioqui videretur ad vnius tantum coni ſectiones contracta. Deinde legitur quoque vbique poſt ὑπὸ τῶν ὁμοίων τμημάτων: quod aperte prauum eſt: ideo pro τμημάτων reſtitui τομῶν ex reliquorum clariſſima coniectura.

MANIFESTVM II.

Ex hoc vero manifeſtum eſt, quod comprehenſa plana ſub ſimilibus acutiangulorum conorum ſectionibus, eandem rationem habent inter ſe quam habent potentia inter ſe ſectionum diametri ſimilis rationis.

ΦΑΝΕΡΟΝ Β.

Ἐκ τούτου δὲ φάνερον ὅτι τὰ περιεχόμενα χωρία ὑπὸ ὁμοίων ὀξυγωνίων κώνων τομαῖν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντι ποτ' ἄλλαλα, ὃν ἔχοντι δυνάμει ποτ' ἀλλάλας αἱ ὁμόλογοι διάμετροι τᾶν τομαῖν.

ΠΡΟΘ. Supponamus præcedentes Ellipſes ſimiles: nempe ſit [d] A. C. ad B. D. vt E. G. ad F. H.

ΣΥΜΠΕ. Dico Ellipſim A. B. C. D. eſſe ad E. F. G. H. Ellipſim vt quadratum A. C. ad quadratum E. G. vel vt quadratum B. D. ad quad. F. H.

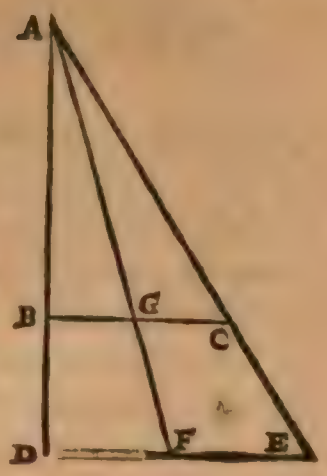
ΑΠΟΔ. Nam vt A. C. ad B. D. ſic [e] rectang. I. L. ad quadratum B. D. ſed vt A. C. ad B. D. ſic [f] E. G. ad F. H. Ergo eſt [g] I. L. ad quad. B. D. vt E. G. ad F. H. hoc eſt [e] vt rectang. N. P. ad quadratum F. H. Et viciſſim [h] rectang. I. L. eſt ad rectang. N. P. vt quadratum B. D. ad quadratum F. H. Atqui vt rectang. I. L. ad N. P. ſic [e] Ellipſis A. B. C. D. ad Ellipſim E. F. G. H. Ergo Ellipſis illa eſt ad hanc Ellipſim vt potentiæ diametrorum B. D, F. H. inter ſe. Eodem argumento probabimus Ellipſes eſſe inter ſe vt potentiæ reliquarum diametrorum A. C. & E. G. quod fuit demonſtrandum.

[d] per 17. definitionem huius.
[e] per lemma proximum.
[f] Ex hypotheſi.
[g] per 11. l. 5.
[h] per 16. l. 5.

LEMMA I.

Si fuerint tres lineæ in eodem ordine ratione ſicuti tres aliæ, rectangulum ſub extremis vnius ordinis erit ad quadratum mediæ, ſicuti rectangulum alterius ordinis ad quadratum quoque mediæ.

ΥΠΟΘ. Sit B. G. ad G. A. vt D. F. ad F. A. & A. G. ad G. C. vt A. F. ad F. E.



ΣΥΜΠ. Dico rectang. sub B. G, G. C. esse ad quad. G. A. vt rectangul. sub D. F, F. E. ad quadr. F. A.

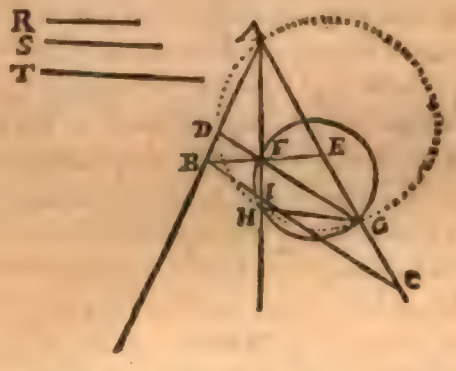
ΑΠΟΔΕΙ. Ratio rectanguli sub B. G, G. C. ad quadratum G. A. componitur [a] ex rationibus lateris B. G. ad G. A. & G. C. Tum ratio rectanguli D. F. ad F. E. componitur [a] ex rationibus lateris D. F. ad F. A. & F. A. ad F. E. Atqui cõponentes sunt similes ex hypothesi, ergo & compositæ sunt similes, quod fuit probandum.

[a] per 13. l. 6

LEMMA II. PROBLEMATICVM.

Dato angulo secto bifariam, datoque puncto in alterutro crure, à puncto dato lineam rectam educere in alterum crus, quæ ita dirimatur à linea angulum secante, vt rectangulum comprehensum sub eductæ segmentis partibus contentis inter ambo crura, sit ad quadratum secantis angulum in ratione data.

ΥΠΟΘ. Detur angulus B. A. C. sectus bifariam linea A. H. & detur in alterutro crure A. B. punctum B. detur demum ratio R. ad S.



ΣΥΜΠΕ. Dico posse à puncto B. duci lineam, putà B. C. in alterum crus, ita vt rectangulum comprehensum sub partibus ipsius ductæ lineæ, inter crura & lineam secantem A. H. interceptis, habeat ad quadratum A. I. scilicet lineæ secantis angulum, rationem datam S. ad R.

ΚΑΤΑΣ. Fiant A. B. & A. E. æquales & iungatur B. E. secans A. H. in F. Tum fiat [a] vt R. ad S. ita quadratum A. F. ad quadratum lineæ T. quo quadrato T. applicato [b] ad lineã A. F. oriatur latitudo F. H. super qua describatur segmentum [c] circuli F. G. H. capiens angulos æquales angulo B. A. F. qualis sit F. G. H. & producatur G. F. in D. rectò. Tandem agatur [d] B. I. C. parallela ipsi D. F. G.

[a] per 45. 1. 1.
[b] per 44. 1. 1.
[c] per 33. l. 3.
[d] per 31. l. 1.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam anguli D. A. H. & F. G. H. sunt æquales, & item anguli ad F. pares, reliquus reliquo æquatur, & est [f] A. F. ad F. G. vt D. F. ad F. H. & rectangulum A. F, F. H. hoc est quadratum T. æquale rectangulo [g] G. F, F. D. suntque puncta [h] A. D. H. G. in circulo, & propterea quadratum A. F. habet quoque ad rectangulum [i] G. F, F. D. sicuti ad quadratum T. rationem datam R. ad S. At vero vt D. F. ad F. A. ita [k] B. I. ad I. A. & vt A. F. ad F. G. ita A. I. ad I. C. Proinde vt quadratum [m] A. F. ad rectangulum D. F, F. G. hoc est vt R. ad S. sic quadratum A. I. ad rectangulum B. I, I. C. Et inuertendo, rectangulum B. I, I. C. est ad quadratum I. A. vt est S. ad R. quod fuit probandum. Hoc autem problema quousque possibile sit solutu, & quid requiratur vt possit confici, dicemus [illegible] sequentis propositionis.

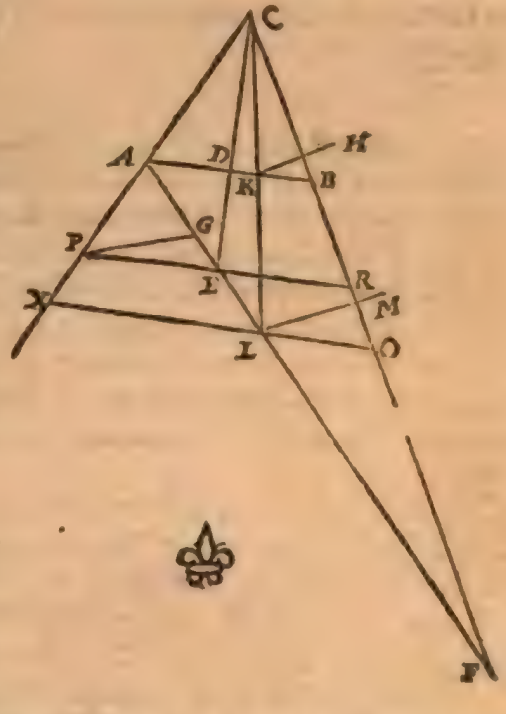
[e] per 32. l. 1.
[f] per 4. l. 6.
[g] per 16 l 6
[h] per conuer sam 35. l. 3.
[i] per 7. l. 5. per 2. l. 6.
[m] per lemma præced.

PROP. VIII.

Acutianguli coni sectione data, & linea à centro acutianguli coni sectionis excitata recta ad planum in quo est acutianguli coni sectio: possibile est conum inuenire, qui verticem habeat extremitatem excitatæ lineæ, & in cuius superficie sit data acutianguli coni sectio.

ΠΡΟΤ. Η.

Ὀξυγωνίου κώνου τομὰς δοθείσας, καὶ γραμμὰς ἀπὸ τῆς κέντρου τὰς τῆς ὀξυγωνίου κώνου τομὰς ἀνεσκούσας, ὀρθὰς πρὸς τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστὶν ἡ τῆς ὀξυγωνίου κώνου τομή, δύνατον ἐστὶ κῶνον εὑρεῖν κορυφὴν ἔχοντα τὸ πέρας τῆς ἀνεσκούσης εὐθείας, καὶ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖναι ἡ δοθεῖσα τῆς ὀξυγωνίου κώνου τομή.



ΠΡΟΘ. Ellipsis detur, cuius minor diameter sit A. B. & à centro D. erigatur [a] perpendicularis D. C. ad planum cui insistit Ellipsis data. [a per 12 l. 11]

ΣΥΜΠ. Dico posse conum describi, qui verticem habeat punctum C. & complectatur in sua superficie datam Ellipsim.

ΚΑΤΑΣ. Portigantur duæ lineæ C. A, C. B. & à puncto A. ducatur [a] A. F. ita occurrens productæ C. B. in F. vt rectangulum sub A. E, E. F. habeat eam rationem ad quadratum C. E. resecantis angulum A. C. B. quam habeat quadratum semidiametri maioris datæ Ellipseos ad quadratum D. C. Et si negetur conum descriptum diametro A. F. & vertice C. comprehendere datam Ellipsim, fateri oportebit, punctum Ellipseos datæ extra coni superficiem reperiri. Sit H. huiusmodi punctum à quo ducatur [b] perpendicularis H. K. in A. B. seu in planum in quo sunt C. A. & A. F. & per K. ducatur linea C L. occurrens ipsi A. F. in L. quia sunt lineæ A. B, A. F. & punctum C. in eodem plano. Ab ipso puncto L. erigatur [c] perpendicularis L. M. versus superficiem exteriorem coni. Denique per puncta E. & L. agantur [c] P. R. & X. O. parallelæ vni A. B. & inter se. [a per lemma 2. praecedens.] [b per 11 l. 11] [c per 31. l. 1.]

ΑΠΟΔ. Nam quia rectangulum sub A. E, E F. est ad quadratum E. C. vt quadratum semidiametri maioris Ellipseos datæ ad quadratum D. C. Tum propter triangulorum C. P. E, C. A. D. similitudinem vt est [d] C. E. quadratum ad quadratum P. E. sic est quadratum C. D. ad quadratum A. D. sequitur ex æquo [e] rectangulum sub A. E, E. F. esse ad quadratum P. E. vt est quadratum semidiametri maioris Ellipseos ad quadratum A. D. At vero vt est rectangulum sub A. E, E. F. ad quadratum P. E. seu ad rectangulum sub P. E, E. R æqualibus, ita est rectangulum sub A. L, L. F. ad rectangulum sub X. L, L. O. quod sic probo. Nam ratio rectanguli sub A. E, E. F. ad rectangulum sub P. E, E. R. componitur [f] ex rationibus A. E. ad E. P. & E. F. ad E. R. Tum ratio rectanguli sub A. L, L. F. ad rectangulum sub X. L, L O. conflatur [f] ex rationibus A. L. ad X. L. & L. F. ad L. O. sed quia triangula sunt similia, laterum rationes, quæ illas componunt, sunt [d] similes: scilicet est A. E. ad E P. vt A L ad L. X. & F. E. ad E. R. vt F. L ad L. O. [d per 4. l. 6. e per 22. l. 5] [f per 23 l. 6.]

by Google

ad L. O. compositæ ergo sunt similes. Propterea rectangulum sub A. L, L. F est ad rectangulum sub X. L, L. O. vt quadratum semidiametri maioris Ellipseos ad quadratum [illegible]. D. quod est rectangulum sub A. D, D. B. quia A. D, D. B. sunt æquales, hoc est [a] vt quadratum H. K. ad rectangulum sub A. K, K. B. Verum rursus vt rectangulum sub X. L, L. O. ad quadratum L. C. ita est [b] rectangulum sub A. K, K. B. ad quadratum K. C. ex triangulorum similitudine. Ex æquo [c] igitur rectangulum sub A. L, L. F. est ad quadratum L. C. vt quadratum H. K. ad quadratum K. C. Est [d] autem quadratum L. M. æquale rectangulo sub A. L, L. F. quia L. M. ducitur tanquam à circumferentia circuli perpendicularis in diametrum: propterea quadratum L. M. est ad quadratum L. C. vt quadratum H. K. ad quadratum k. C. Ideo necesse est lineam ductam à puncto C. ad M. transire per H. vt fiant similes trianguli C. K. H. & C. L. M. At vero ex fabrica M. punctum est in superficie coni: proinde H. quoque est in [e] superficie coni. Atque hoc artificio omnia puncta Ellipseos propositæ, in superficie esse coni, probabuntur.

[a] per 21. l. 1. Conic.
[b] per propinquum lemma.
[c] per 22. l. 5.
[d] per 8. l. 6.
[e] per 1. l. 4. Conic.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In fabrica huius propositionis Archimedes explicat quidem quid faciendum, vt qui quæritur conus, habeatur: verum quo pacto id agatur, reticuerat. Nec enim ostenderat quo modo linea A. F. ita ducatur vt in eam producta C. D. & resecta in E. fiat rectangulum sub A. E, E. F. ad quadratum C. E. sicuti est quadratum semidiametri maioris datæ Ellipseos ad quadratum D. C. explicauerat tamen quousque possibile sit, cum dixit δυνατὸν δὲ ἐστι, ἐπὶ μείζων ἐστὶν ὁ λόγος τοῦ ὑπὸ τῶν α. δ, δ. β. πρὸς τὸ ἀπὸ τῆς δ. γ. τετράγωνον. Ex eo enim quod ratio rectanguli sub A. E, E. F. ad quadratum E. C. maior sit ea quam habet rectangulum sub A. D, D. B. ad quadratum D. C. sectio lineæ A. F. possibilis est, qualis requiritur. Nam quadratum semidiametri maioris vt maius habet [e] maiorem rationem ad quadratum D. C. quàm quadratum A. D. hoc est quam rectangulum sub A. D, D. B. ad idem quadratum D. C. Ergo cum tanta esse debeat ratio rectanguli sub A. E, E. F. ad quadratum E. C. quanta est semidiametri maioris ad lineam D. C. necesse est vt similiter rectangulum sub partibus lineæ A. F. vtpiam sectæ in E. maiorem habeat rationem ad quadratum E. C. quam rectangulum sub A. D, D. B. ad quadratum D. C. Quod autem hoc semper accidat ex mente Archimedis sic probatur.

[e] per 8. l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Angulo F. existente [f] minore externo E. R. C. hoc est [g] æquali C. P. E. auferatur [h] ex C. P. E. angulus C. P. G. æqualis angulo F. Et sit triangulus E. P. G. æquiangulus trianguli E. F. R. & ideò [i] laterum homologorum.

[f] per 16. l. 1.
[g] per 5. l. 1.
[h] per 23. l. 1.
[i] per 4. l. 6.

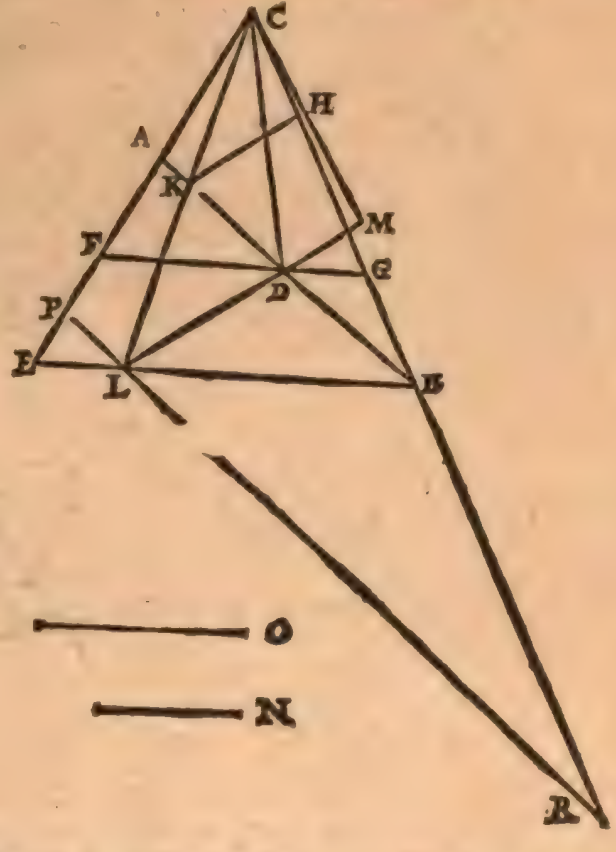
ΑΠΟΔ. G. E. est ad E. P. vt R. E. ad E. F. Proinde rectangulum sub extremis G. E, E. F. æquale est [l] rectangulo sub medijs P. E, E. R. Est autem rectangulũ sub P. E, E. R. seu æquale sub G. E, E. F. ad quadratum E. C. sicuti est rectangulum sub A. D, D. B. ad quadratum D. C. & est rectangulum sub A. E, E. F. maius rectangulo sub G. E, E. F. Proinde quod fit ex A. E, E. F. maiorem rationem habet [m] ad quadratum E. C. quam quod fit ex A. D, D. B. ad quadratum D. C. Quod demum accidet quocumque modo agatur A. F. Proinde vt problema soluatur necesse est illud sit quod requirit Archimedes, alioqui A. F. minor esset quam A. B. & nunquam incideret in A. F. productam vltra D. deinde non contingeret latitudo F. H. in diagrammate præcedentis lemmatis 2. talis exapplicatione quadrati T. ad lineam A. F, vt segmentum circuli capiens angulos æquales angulo D. A. F. descriptum ad ipsam latitudinem F. H. rescinderet, aut saltem attingeret crus A. E. productum vt inueniretur punctum G. Etenim si amplitudo anguli B. A. G. & distantia crurium tanta esset, vt segmentum posset describi intra H. A. & A. C. non tacto crure, non cõcluderetur lemma, nec ars esset perficiẽdi huiusce problematis. Cæterum inuentus conus est scalenus, cum sint A. C, C. F. necessario inæquales, & linea ducta à vertice C. ad centrum circuli, cuius diameter est A. F. cadat obliquè in planum ipsius basis.

[l] per 16. l. 6.
[m] per 4. l. 6 ex triangulorum similitudine.

PROP. IX. ΠΡΟΤ. Θ.

Acutianguli coni sectione data, & linea non rectò excitata à centro sectionis acutianguli coni, in plano quod est rectum secundum alteram diametrum ad planum, in quo est ipsius acutianguli coni sectio: possibile est conum inuenire qui verticem habeat extremitatem exsuscitatæ lineæ, in cuius superficie sit data acutianguli coni sectio.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς μὴ ὀρθᾶς ἀνεστακυίας ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἐν ἐπιπέδῳ ὅ ἐστιν ὀρθὸν ἀνεστακὸς διὰ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου πρὸ τὸ ἐπίπεδον ἐν ᾧ ἐστὶν αὐτᾶς ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κῶνον εὑρεῖν κορυφὰν ἔχοντα τὸ πέρας τᾶς ἀνεστακυίας εὐθείας, ἐν ᾧ ἐστὶ τὰ ἐπιφανεία ἐστῖπαι ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.



ΠΡΟΘ. Datæ Ellipseos diameter sit A.B. centrum D. à quo assurgat D. C. in plano quidem recto ad Ellipsim secundum diametrum A. B. non perpẽdicularis ad A. B. nec ad planum Ellipseos.

ΣΥΜΠ. Dico posse inueniri conũ qui sua superficie comprehendat datam Ellipsim, & verticem habeat punctum C.

ΚΑΤΑΣ. A puncto C. ducantur lineæ C. A, C.B. inæquales necessario, cum ex hypothesi D. C. inclinetur ad planum Ellipseos & ad lineam A. B. Fiat ergo C. A. E. æqualis ipsi C. B. & iungatur E. B. cui parallela agatur à puncto D. linea F.D.G. Sit autem N. altera semidiameter propositæ Ellipseos, & intelligatur agi planum secundum lineam F. D.G. secans Ellipsim, sitq; communis sectio altera diameter Ellipseos, cum sectio fiat per centrum D. Huic plano rursus aliud ducatur per E. B. parallelum, in quo vel circulus vel Ellipsis excipiatur. Circulus quidem [a] si quadratum N. fuerit æquale rectangulo sub F. D, D. G. Sin minus, fiet Ellipsis eiusmodi vt quadratum alterius diametri, quod sit O. sit ad quadratum E. B. sicuti quadratum N. ad rectangulum sub F. D, D.G. Erunt enim parallelæ & similes hæ Ellipses. Vt plana acta per F.G. & E. B. aguntur ὁμοιλαις. Iam si circulus habeatur, fiat conus basi illo circulo & vertice puncto C. Si Ellipsis inueniatur [a] conus capiens huiusmodi Ellipsim. Etenim qui conus capietur, comprehendet datã Ellipsim: quod si quis negauerit, fateatur oportet aliquod punctũ datæ Ellipseos non esse in superficie accepti coni: illud sit H. punctum, à quo ducatur in A. B. diametrum

[a] per 33. 3

[a] per prec.

perpendicularis H. k. & iuncta C. k. producatur in E B. cadatq; in L. signum, à quo ad superficiē coni erigatur [a] L. M. perpend. & proinde parallela [b] ipsi H. k. Tandē per L. agatur linea P. R. æquidistās [aa] lineæ A. B. & occurrens productæ C. B. in R. Planū denique in quo sunt K. H. & L. M. fiat perpendiculare ad planum in quo sunt reliquæ lineæ figuræ totius.

[a] per 12. l. 11.
[b] per 28 l. 1
[aa] per 31 l. 1

ANOA. Vt quadratum N. est ad rectangulum sub F. D, D. G. ita est [bb] quadratum O ad quadratum E. B. seu [c] quadratum semissis diametri O. ad quadratum dimidij diametri E. B. Verum vt quadrat. semissis diametri O. ad quad. dimidij diametri E. B. sic est [d] quadr. L. M. ad rectang. sub E. L, L. B. Ergo quad. N. est [e] ad rectang. sub F. D, D. G. vt quadratum L. M. ad rectang. sub E. L, L. B. Verum quia trianguli A. D. F, P. L. E. sunt [ee] æquianguli, tum alij G. D. B, L. B. R. propter incidentiam linearum iu parallelas, sequitur [f] A. D. esse ad D. F. vt P. L. ad L. E. Et G. D. ad D. B. vt B. L. ad L. R. Proinde duæ rationes linearum A. D. ad D. F. & G. D. ad D. B. similes sunt rationibus linearum P. L. ad L. E. & B. L. ad L. R. Ex his vero componuntur rationes primum rectanguli sub F. D, D. G. ad rectangulum sub A. D, D. B. & rectanguli sub E. L, L. B. ad rectangulum sub P. L, L. R. quæ ergo similes sunt vt compositæ ex similibus. Habemus igitur hinc tres quantitates inter se, sicuti illinc tres aliæ. Nimirum in primo ordine quadr. N. rectangulum sub F. D, D. G. & rectang. sub A. D, D. B. in secundo vero quadratum L. M. rectangulum sub E. L, L. B. & rectangulum sub P. L, L. R. Ex æquo [g] igitur vt quadratum N. ad rectangulum sub A. D, D. B. sic est quadr. L. M. ad rectangulum sub P. L, L. R. At vero vt N. quadratum ad rectangulum sub A. D, D. B. ita [h] quadratum K. H. ad rectangulum sub A. k, k. B. Ergo quadratum L. M. est [i] ad rectangulum sub P. L, L. R. sicuti quadratum k. H. ad rectangulum sub A. k, k. B. Et rectangulum sub P. L, L. R. est ad quadratum L. C. sicuti rectangulum sub A. k, k. B. ad quadratum k. C. [k] propter triangulorum similitudinem quæ fit ex parallelis A. B. & P. R. Iterum ergo ex [l] æquo quadratum L. M. est ad quadratum L. C. sicuti quadr. H. K. ad quadrat. k. C. hoc est linea L. M. est ad L. C. vt H. k. ad k. C. Ideoque linea ducta à C. ad M. transibit per H. vt fiant trianguli C. k. H. & C. L. M. laterum similis rationis. Cum itaque M. sit ex hypothesi in superficie coni, sequitur; in eadem quoque esse punctum H. & malè suppositum fuisse H. extra coni superficiem. Conus igitur assumptus capit datam Ellipsim, quod fuit ostendum.

[bb] per fabr.
[c] per 15. l. 5
[d] per 21. l. 1. Conic.
[e] per 11 l. 1.
[ee] per 29. l 1
[f] per 4 l. 6.
[g] per 22. l 5.
[h] per 1. lemma præcedens.
[i] per 1. li. 1. Conic.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes in fabrica huius propositionis acutianguli coni sectionem, Ellipsim vocat: γραφὴν (inquit) τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομὴν τοῦ β. κύκλου ἢ ἐλλείψεως. Vnde non minima coniectura sumitur Archimedem recentium vocabulorum, quibus tandem conorum sectiones appellatæ sunt, primum authorem fuisse: quamquam hyperboles vel paraboles non meminerit. Si vero vnum nouerit, reliqua nouisse oportet: hæc autem per transennam dicta sint.

ΠΡΟΤ. I.

Ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς δοθείσας, καὶ γραμμᾶς ἀπὸ τοῦ κέντρου τᾶς τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομᾶς ἀνεστακούσας τὸ ἐπίπεδον ὃ ἔστιν ἀπὸ τᾶς ἑτέρας διαμέτρου ὀρθὸν ἀνεστακὸς ποὶ τὸ ἐπίπεδον, τὸ ᾧ ἔστιν ἁ τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά, δυνατόν ἐστι κύλινδρον εὑρεῖν καὶ ἄξονα ἔχοντα ἐπὶ δοθείας τᾶς ἀνεστακούσας γραμμᾶς, οὗ ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ ἐστεῖται ἁ δοθεῖσα τοῦ ὀξυγωνίου κώνου τομά.

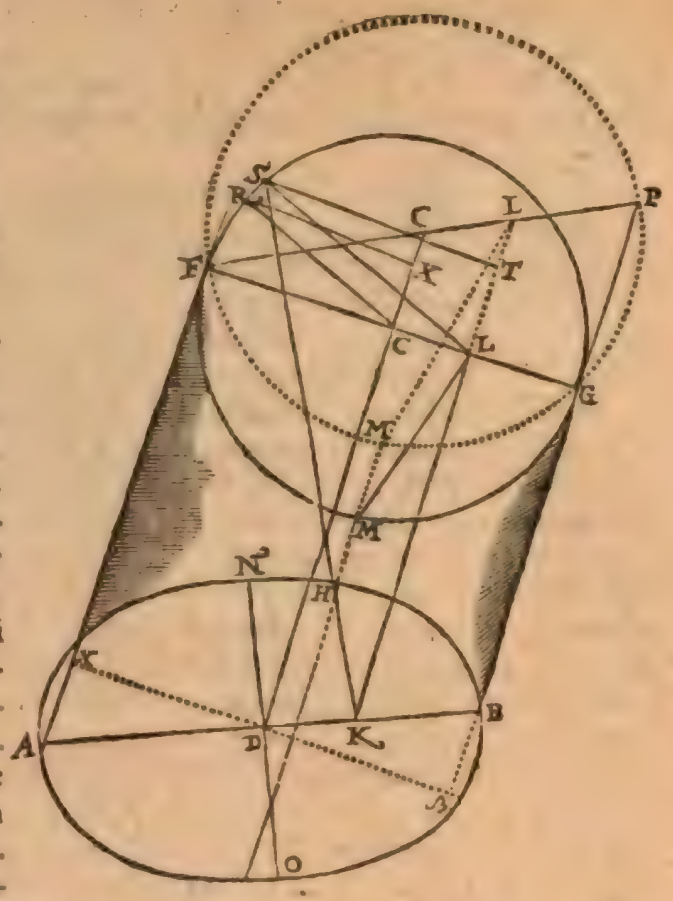
PROP. X.

Acutianguli coni sectione data, & linea à centro acutianguli coni sectionis erecta in plano quod ab altera diametro assurgit rectò ad planum in quo est acutianguli coni sectio: possibile est cylindrum inuenire qui habeat axem in recta linea erecta, in cuius superficiei erit data acutianguli coni sectio.

ΥΠΟΘ. Offeratur Ellipsis A. H. B. O. cuius altera diameter sit A. B. Tum à centro D. erigatur non perpendicularis D. C.

ΣΥΜΠ. Dico posse inueniri cylindrum qui axem habeat erectam lineam D. C. quique sua superficie contineat acutiãguli coni sectionẽ, seu Ellipsim datam.

ΚΑΤ. A punctis A. & B. duæ agantur lineæ A. F. & B. G. priori D.C. parallelæ, & iungantur linea F.C.G. existente ἐφ' ἑαυτῆς ad lineam C. D. Hæc vero linea F. G. aut est æqualis alteri diametro Ellipseos propositæ, nempè lineæ N. O. aut maior est, aut minor. Sit primum æqualis, ac interuallo F. C. vel C. G. æquali (Etenim per D. ducatur α.β. perpendiculariter ad D. C. & quæ occurrat duabus A. F, B. G. in α. & β. vbi facit angulos rectos [a] & proinde cum anguli ad D. sint [b] ad verticem æquales, vt est A. D. æqualis D. B. sic [c] α. D. æquatur D. β. Sed sunt parallelogramma F. D, D. G. Ergo quoque F. C, C. G. sunt [d] pares) fiat circulus F. M. G. qui basis sit cylindri. Erit hic cylindrus qui quæritur comprehendẽs sua superficie Ellipsim propositam. Sin minus, erit aliquod punctum propositæ Ellipseos extra superficiem ipsius cylindri: ipsum sit H. à quo ducatur [e] perpendicularis H. k. in A. B. diametrum: à puncto vero k. erigatur [f] linea k. L. prioribus iam erectis ab A. D. & B. parallela: & ad L. ducatur [f] perpendicularis L. M. ad cylindri superficiem, & tandem iungatur M. H.



[a] per 29. l. 1
[b] per 15. l. 1.
[c] per 4. l. 6.
[d] per 34. l. 1.
[e] per 12. l. 1.
[f] per 11. l. 1.

ΑΠΟΔ. Quadratum H. k. est [g] ad rectang. sub A. k, k. B. vt est quadratum N. D seu quadratum æqualis [h] F. C. ad rectang. sub A. D, D. B. hoc est ad quadratum A. D. Atqui cum D. C. sit non perpendicularis super A. B productis infinite A. B. F. G. necessariò concurrent, & cum sint lineæ A. F, D.C, B. G. parallelæ, facile probabitur [i] F. C. ad C. L. & C. L. ad L. G. vt A. D. ad D. k. & D. k. ad k. B. Etinuertendo [l] L. C ad C. F. vt k. D. ad D. A. & coniungendo [m] L. F. ad F. C. vt k. A. ad A. D. demum ex æquo [n] F. C. ad L. G. vt A. D. ad k. B. Proinde sequitur rectangulum [o] sub F. L, L. G. esse ad quadratum F. C. vt rectangulum sub A. k, k. B. ad quadratum A. D. & vicissim [p] rectangulum sub F. L, L. G. esse ad rectangulum sub A. k, k. B. vt quadratum F. C. ad quadratum A. D. Quia igitur quadratum H. k. & rectangulum sub F. L, L G. habent ad quadratum A. D. eandem rationem, sunt [q] ipsa æqualia. Verum idem rectangulum sub F. L, L. G. est [r] itidem æquale quadrato L. M. Sunt ergo rursus quadrata linearum H. k. & L. M. æqualia, & ipsæ lineę H. k. & L. M. æquales. Sed & parallelæ [s] sunt, cum ex fabrica ambæ rectos faciant ad puncta k. & L. Iungentes ergo æquales & parallelas, lineæ M. H, L. k. sunt [t] pares & æquidistantes: & proinde H. necessariò punctum est in superficie cylindri, sicuti M. Non ergo extra est.

[g] per 21. l. 2. Conic.
[h] per hypothesim
[i] per 3. lemma prefixũ 23. l. 1. de aquipond.
[l] per coroll. 4. l. 5.
[m] per 18. l. 5
[n] per 22. l. 5
[o] per lemma ad 8. huius.
[p] per 16. l. 5
[q] per 9. l. 5.
[r] per 8. & 17. l. 6.
[s] per 29. l. 1.
[t] per 33. l. 1.

Si vero altera diametrus N. O. fuerit maior, ipsa F. G. ponatur æqualis ipsi F. P. qua diametro describatur circulus, & fiant reliqua vt superius. Descriptus enim hoc circulo cylindrus demonstrabitur capere datam Ellipsim ijsdem argumentis quibus mox vsi sumus. Denique sit altera diametrus minor ipsa F. G. sitque C. X. id quo F. C. plus potest quam D. N. tum ducatur X. R. æqualis ipsi N. D. & perpendicularis [s] ad lineã C. X. & plano erecto super planum in quo sunt lineæ A. B, C. D. iungatur R. C. quæ possit [u] & C. X. & X. R. seu semidiametrum N. D. & ideo sit æquales ipsi C. F. ita vt descripta circumferentia diametro F. G. in plano in quo sunt R. C, F. G. transeat per

[u] per 47. l. 1

punctum R. & inclinetur circulus hic R. F. G. ad planum in quo sunt A. F, D. C, B. G. quantitate anguli R. C. X.

ΣΥΜΠΕ. Dico rursus definitum hoc circulo F. R. G. tanquam basi cylindrum, habentem axem D. C. complecti datam Ellipsim.

ΚΑΤΑΣ. Negetur vt prius H. esse in superficie cylindri, & stet ταπείνωσις vt ante, & præterea ducatur [a] L. S. perpendicularis ad F. G. producta vsque ad circumferentiam circuli, & ab S. in L. k. productam cadat [b] perpendicularis S. T. in plano erecto super planum in quo sunt A. B. C. D.

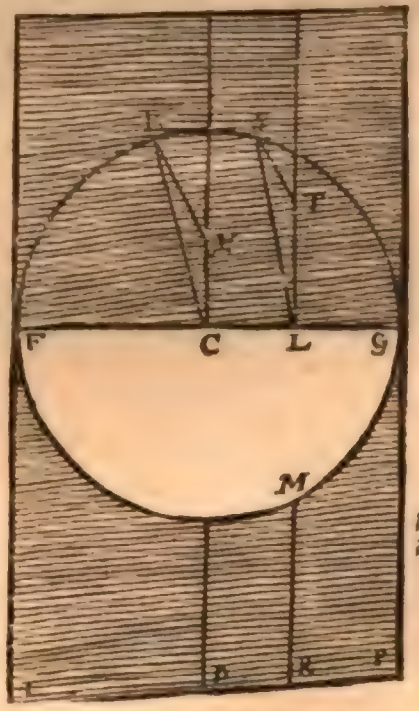
[a] per 11. l. 1.
[b] per 12. l. 1.

ΑΠΟΔ. Erit tunc quadratum S. T. ad quadratum S. L. vt quadratum R. X. ad quadratum R. C. vt mox probabimus. Atque vt quadratum S. L. [c] ad rectang. sub A. K. k. B. ita C. R. quadratum ad quad. A. D. vt etiam statim ostendemus. Ex æquo [d] igitur vt quadratum S. T. ad rectang. sub A. k, k. B. ita quadratum R. X. quod æquale quadrato N. D. fecimus, ad quadratum A. D. Sed H. k. eodem modo se habet [e] ad idem rectangulum sub A. k, k. B. Sunt igitur H. k. & S. T. æquales. [e] Verum & quoque parallelæ sunt, [f] quia angulos faciunt interiores rectos, scilicet H. k. T. & S. T. k. Eas ergo iungentes T. k, H. S. sunt & æquales & parallelæ, ac si punctum S. in superficie cylindri reperitur, etiam H. in eadem esse superficie necesse est, quod fuit probandum.

[c] per 21. l. 1. Conic.
[d] per 22. l. 5.
[e] per 9. l. 5.
[f] per 10. l. 11.
[g] per 33. l. 1.

SVPPLEMENTVM DEMONSTRATIONIS.

Iam vt clarius demonstremus quod in dubio reliquimus.



ΚΑΤΑΣ. Imaginemur hic in plano subnigro inesse lineas A. F, D. C, K. L, B. G, C. X. & L. T. circulum vero F. M. G. S. esse in plano albicante, quod subnigrum illud secet ad angulos acutos secus lineam F. G. vltra quam nobis semicirculus occulteretur. In circulo vero sint lineæ C. R, L. S, X. R. & S. T. Ab albicante autem plano seu à punctis R. & S. cadent [h] in nigrum planum perpendiculariter ad puncta X. & T. lineæ R. X, S. T. ita vt sint triangulorum rectangulorum R. C. X. & S. L. T. ὑπόπλευραι R. C. & S. L.

ΑΠΟΔ. Ambæ R. C. & L. S. sunt rectæ ad F. G. & proinde parallelæ, & quia capiunt lineę R. C, C. X. tum S. L, L. T. eandem duorum planorum inclinationem, anguli R. C. X. & S. L. T. sunt æquales. Deinde recti sunt ad T. & X. Trianguli ergo sunt [h] æquianguli, & est [i] T. S. ad S. L. vt X. R. ad R. C. seu quadratum T. S. est ad quadratum S. L. vt quadra. X. R. ad quadratum R. C. Cæterum superius probauimus rectangulum sub F. L, L. G. esse ad quadratum F. C. vt rectang. sub A. K, K. B. ad quadr. A. D. & vicissim rectang. sub F. L, L. G. esse ad rectang. sub A. K, K. B. vt quad. F. C. ad quad. A. D. Quoniam ergo quadratum L. S. est ad rectang. sub F. L, L. G. & hoc rectang. sub F. L, L. G. ad aliud sub A. K, K. B. vt quadratum R. C. ad quad. F. C. & quadratum F. C. ad quad. A. D. sequitur [l] ex æquo quadratum L. S. esse ad rectang. sub A. K, K. B. vt quadratum R. C. ad quadratum A. D. quod fuit tandem probandum.

[h] per 32. l. 11.
[i] per 4. l. 6.
[l] per 22. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ex demonstratis assequimur cylindrum fieri rectum si contigerit F. G. æqualis alteri diametro N. O. Nam axis D. C. incidit in planum circuli F. M. G. perpendiculariter. Recte itaque Archimedes subiungit, δῆλον δὲ ὅτι καὶ ὁ κύλινδρος ὁ περιεχόμενος ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου τοῦ τομέως ὀρθὸς ἐστιν, ἅτε ὁ ἐπίπεδος ἡμικύκλιος ὢν πρὸς ὀρθὰς τῷ ἐπὶ τὸ πεδίον τοῦ ἐπίπεδος ἡμικυκλίου ἀγομένῃ εὐθείᾳ κατὰ τὸν αὐτοκινούμενον δίσκον. Alij vero recti non sunt: in centro etenim axis D. C. incidit in basim σφηνοειδῆ. Anguli enim D. C. P. & D. C. F. sunt inæquales, quod accidit quando ἡμίτομα F. P. maius est N. O. Deinde quando minus est, inclinatur D. C. ad planum circuli, qui fit basis cylindri quantitate anguli R. C. X. vt iam diximus.

PROP. XI.

Quod quidem omnis conus ad conum compositam habeat rationem, tam ex ratione basium quam ex ratione altitudinum, demonstratur ab ijs qui ante fuerunt: Eademque demonstratio concludit quod omne segmentum coni ad segmentum coni compositam rationem habet, tum ex basium tum ex altitudinum ratione. Et quod omnis portio Cylindri, tripla est segmenti coni eandem basim habentis quam portio, & eandem altitudinem. Hæc ipsa demum demonstratio ostendit, quod cylindrus triplus est Coni basim habentis eandem cum cylindro, altitudinémque eandem.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.

Οπ μὴ πᾶς κῶν☉ ποὶ κῶνον ⓦ συγκείμῳ ⓦ ἔχ λόγον σὶ τε τῦ τῶν βάσεων λόγου καὶ σὶ τῦ τῶν ὑψεων, ἀποδείκνυται ὑπὸ τῶν πρ☉τερ ⓦ· ἃ αὐτὰ δὲ ἀπόδειξις σὶ καὶ διότι παῦ ἀπότμαμα κώνου ποὶ ἀπότμαμα κώνου ⓦ συγκείμενον λόγον ἔχ σὶ τε τῦ τῶν βάσεων λόγου, καὶ σὶ τῦ τῶν ὑψεων. Καὶ ὅπ πᾶς τόμ☉ κυλίνδρου τριπλάσι ⓦ ὄντ τῦ ἀποτμάματ☉ τῦ κώνου τῦ βάσιν ἔχοντ☉ τὴν αὐτὴν τῷ τόμῳ καὶ ὕψος ἴσον. ἃ αὐτὰ ἀπόδειξις ἄρ καὶ ὅπ ὁ κύλινδρ☉ τριπλάσιός ὄστ τῦ κώνου τὴν βάσιν ἔχοντ☉ τὴν αὐτὴν τῷ κυλίνδρῳ καὶ ὕψος ἴσον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Apud quem veterem authorem hæc demonstratio reperiatur, nondum scitur: verum ita constare potest non tantum de cylindris & conis, sed de quibuslibet similibus solidis.

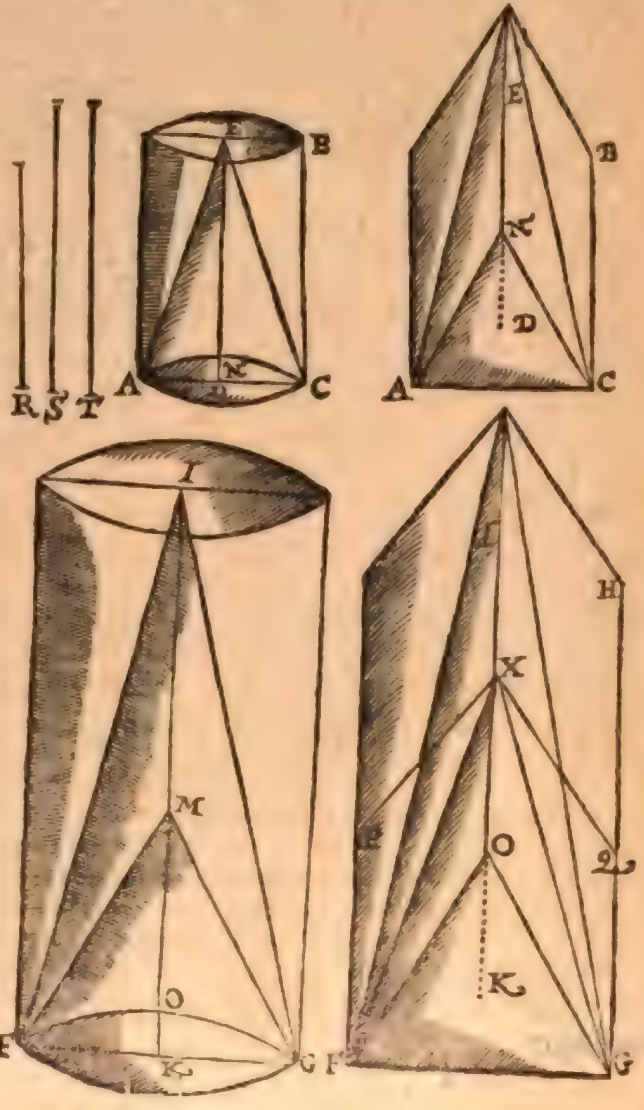
ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sint primum coni vel pyramides similes A. E. C. & I. F. G.

ΣΥΜΠΕ. Dico huiusmodi figuras se habere inter se in ratione composita ex rationibus basis A. N. C. ad basim F. O. G. & altitudinis E. D. ad altitudinem I. K.

ΚΑΤΑΣ. Vt basis est ad basim, ita sit R. ad S. & vt altitudo ad altitudinem, ita fiat S. ad T. Et quoniam bases altitudinesque sunt æquales aut inæquales: primò supponamus altitudines æquales, existentibus basibus quibuslibet.

ΑΠΟΔ. Quoniam supponimus altitudines æquales, cuiusmodi sunt D. E. & K. M. conus A. E. C. est[a] ad conum F. M. G. seu pyramis[b] ad pyramidem, vt basis A. N. C. ad basim F. O. G. hoc est, vt R. ad S. Verùm vt est altitudo ad altitudinẽ seu

[a] 11. 12. 13
[b] 6. 12. 13



par ad parem ita est [a] S. ad T. Sūt itaque S. & T. pares, ita vt R. eādem habeat ad T. quā ad S. rationem. Ergo quoque vt conus ad conum seu pyramis ad pyramidem, sic R. ad T. Verum R. est [b] ad T. in ratione composita ex rationibus R. ad S. & S. ad T. hoc est basis ad basim, & altitudinis ad altitudinem. Igitur quoque conus est [c] ad conum seu pyramis A. E. C. ad pyramidem F. M. G. in composita ratione, tam ex ea quæ est basis ad basim, quam ea quę est altitudinis ad altitudinem. Iam sint altitudines inæquales & K. I. maior.

[a] ex fabri.

[b] per 2. lemma 4 li. 2 de sphæra & cylind. & per 11. l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Atque in K. I. sumatur M. K. æqualis ipsi E. D. Et sit rursus basis A. N. C. ad basim F. O. G. vt R. ad S. vt autem altitudo E. D. seu M. K. ad I. K. altitudinem, ita sit S. ad T.

[d] per 14 li. 12 & conclusio patet de pyramidibus per coroll. 8. lib. 12 & de prismatibus ac omnibus similib. solidis per 33 l. 11.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quippè cum coni seu pyramides F. M. G & F. I. G. sint in eadem basi, est [d] F. M. G. ad F. I. G. sicut M. K, ad k. I. hoc est vt S. ad T. Ergo cum iam A. E. C. sit ad F. M. G. vt R. ad S. Iamque F. M. G. sit ad F. I. G. vt S. ad T. Ex æquo [e] est A. E. C. ad F. I. G. vt R. ad T. hoc est [f] in ratione composita ex ratione R. ad S. seu basis ab basim, & ex ratione S. ad T. seu altitudinis ad altitudinem. Cæterum cylindri A. B, F. H. conorum A. E. C, & F. I. G. sunt [g] tripli, seu prismata A. B. & F. H. sunt [g] tripla, pyramidum A. E. C. & F. I. G. Ergo cylindri inter se eandem habent [h] rationem quàm coni, & prismata quàm pyramides. Ergo quoque in ratione sunt composita ex rationibus basium & altitudinum. Cùm autem ex prismatibus aut pyramidibus similibus, & numero æqualibus componantur omnia corpora solida similia: sequitur [i] quoque similia omnia solida rationem habere compositam ex rationibus basium & altitudinum, quod primò fuit demonstrandum.

[e] per 7 l 12.
[f] per 15. l 5.
[g] per 10. lib. 12.
[h] per 15. l 5.
[i] idem sequitur ex 8. l. 12. & ex 33 l. 11.

Porrò conclusio etiam de conis aut cylindris scalenis, seu de solidis parallelepipedis, non rectangulis intelligitur. Propositiones etenim Euclideæ de rectis & obliquis corporibus demonstrantur. Vt autem cæteræ ostendantur, nobis aliquot sunt præmittenda lemmata, sine quibus stare demonstratio non potest. Primum erit de secunda parte propositionis.

ΛΗΜΜΑ A.

Omne segmentum coni, tertia pars est frusti cylindri easdem cum segmento coni habentis basim & altitudinem.

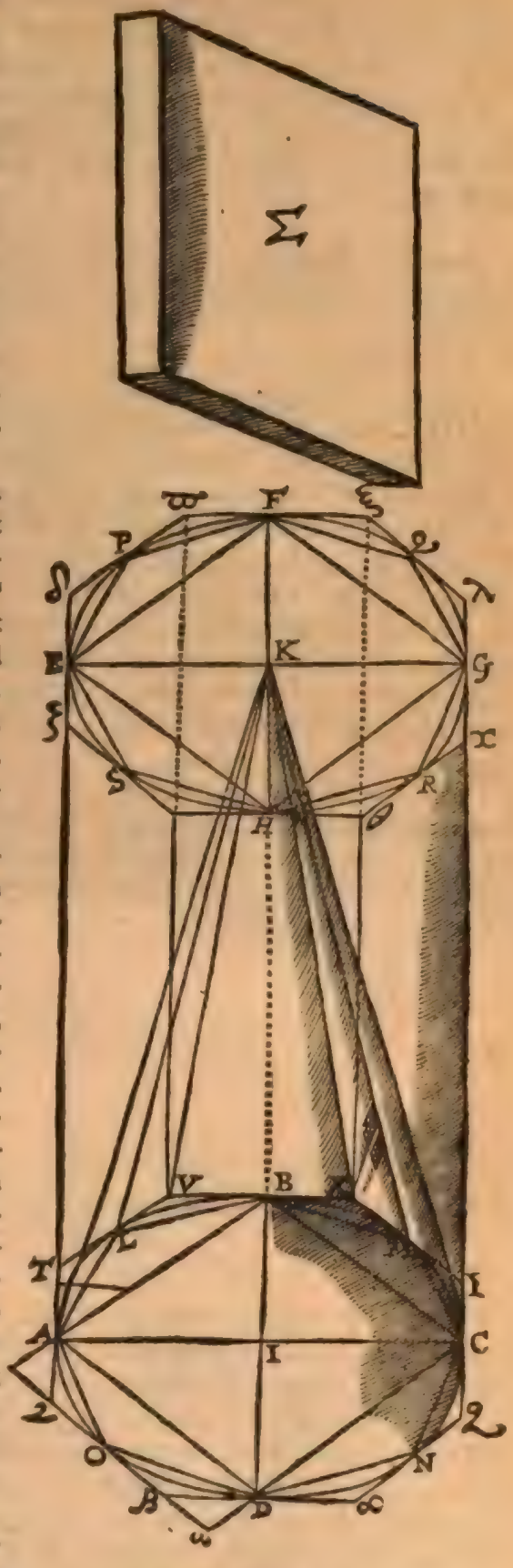
ΥΠΟΘ. Sit segmentum coni A. k. C. super Ellipsi A. B. C. D. innixum tanquam base, & altum linea k. I. Sitque frustum cylindri duabus definitum acutianguli coni sectionibus, altera quidem eadem qua coni segmentum nempè A. B. C. D. & altera E. F. G. H. eademque altitudine I. K. elatum.

ΣΥΜΠ. Dico coni segmentum esse frusti cylindri tertiam partem, vel cylindri frustum esse triplum segmenti coni.

ΚΑΤΑΣ. Si etenim frustum non est segmenti triplum, maius est dicto triplo, aut minus. Sit primo maius, & excessus sit solidum Σ. & in basi communi frusto ac segmento inscribatur [a] figura A. B. C. D. maior dimidio Ellipseos. Hac verò figura tanquam basi erigatur intra frustum cylindri solidum parallelepipedum verticem habens figuram E. H, G. F. altitudinem verò K. I. eandem quàm frustum aut segmentum, hoc maius quidem erit dimidio frusti. Nam dimidium est [b] solidi parallelepipedi, quod basim haberet figuram Ellipsi circumscriptam, altitudinem verò I. K. nam basis illius esset basis huius subdupla. Rursus residuis basis sumantur trianguli A. L. B, B. M. C, & reliqui maiores dimidio residuorum, & his adhuc tanquam basibus prismata attollantur ad verticem segmenti, & in eadem altitudine. Quippè prismata hæc erunt [b]

[a] per manifest 2 l 1. de sphæra & cyl & coroll. ipsius.
[b] per 2 coroll. 7 l. 12 secundum Candallam.

pluſquam dimidia ſolidorum reſiduorum ex cylindri fruſto. Sunt enim dimidia parallelepipedorum, quæ baſibus deſcriberentur parallelogrammis contentis ſub vnaquaque linearum A.B, B.C. & aliarum, ac altitudine triangulorum, cuiuſmodi eſt A.ω. & in altitudine k.l. Denique toties ſic auferatur pluſquam dimidium reſidui ex fruſto cylindri, vt figura parallelepipeda inſcripta fruſto differat à fruſto continente, minori quantitate quàm ſit ϗ. vt ſcilicet eadem figura maior adhuc ſit triplo coni. Verum eadem baſi ſuper qua deſcripta ſit hæc figura, pyramis aſſurgat ad verticem ſegmenti coni k.



ΑΠΟΔΕΙ. Figura ſolida parallelepipeda intra fruſtum Cylindri deſcripta maior eſt triplo coni. Atqui pyramis intra ſegmentum coni, eodem ſegmento minor eſt.[a] Ergo figura ſolida parallelepipeda eſt multo maior triplo ipſius pyramidis, quod eſt[b] tamen contra Geometriæ elementa. Abſurdum ergo eſt autumare cylindri fruſtum maius eſſe triplo ſegmenti coni. Verum iam ſit minus fruſtum triplo ſegmenti, & quidem quantitate ϗ.

[a] per 9. huius.

[b] contra idem 2. coroll 7. l. 12.

ΚΑΤΑ ϗ. Ac circa Ellipſim A.B.C.D. figura conſcribatur, & hac figura tanquam baſi aſſurgat parallelepipedum circa cylindri fruſtum, altum linea k.l. Tum à partibus quibus figura Ellipſi conſcripta ſuperat Ellipſim, tollatur pluſquam dimidium, & hac figura aſſurgat rurſus parallelepipedum, quo tollatur pluſquam dimidium à quantitate, qua primum parallelepipedum ſuperabat fruſtum cylindri. Et demum hoc pacto ſemper tollatur pluſquam dimidium ab exceſſu, quo parallelepipedum ſuperabit fruſtum, quouſque exceſſus ille minor fiat quantitate ϗ. & circumſcripta figura maneat adhuc minor triplo ſegmenti coni. Baſis ergo huius circumſcriptæ figuræ ſit ϛ.γ.β.α, Z.Y.X.V. vertex verò δ.ζ.η.θ.κ.λ.ξ.π. altitudo demum I.k. Denique pyramis fiat intra ſegmentum coni hac eadem baſi, & altitudine eadem.

ΑΠΟΔ. Circumſcripta fruſto figura minor eſt triplo ſegmenti coni. Ergo multo minor eſt triplo pyramidis circum ſegmentum coni deſcriptæ. At hoc aduerſatur Geometriæ. Ergo & id vnde ſequitur, nempè quod fruſtum cylindri minus ſit triplo ſegmenti coni. Supereſt ergo vt illi triplo ſit æquale, quod fuit probandum pro quarta parte propoſitionis. Quod autem hic demonſtrauimus, intelligi debet, tam de ſcaleno cono & cylindro, quàm de recto.

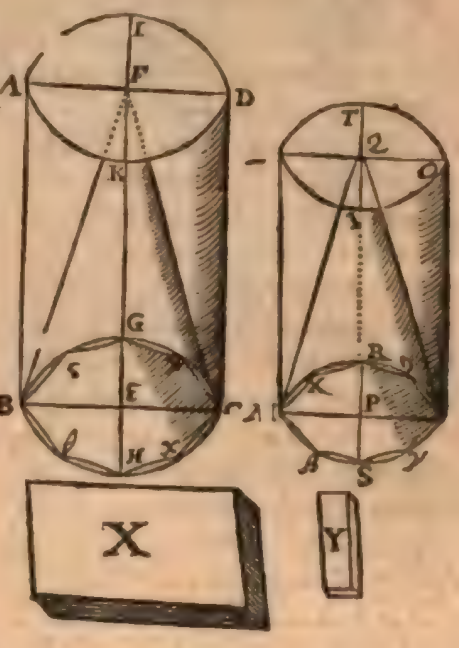
ΛΗΜΜΑ Β.

Sub eodem fastigio existentia frusta cylindri, vel segmenta coni, sunt inter se sicuti bases.

ΠΡΟΘ. Sint duo frusta cylindri A.B.C.D. & L.M.N.O. in æqualibus altitudinibus F.E, & L P. vel sint duo coni segmenta B.F.C. & M.Q. N. in paribus quoque altitudinibus F.E,Q.P.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico frustum esse ad frustum, vel segmentum ad segmentum, vt basis Ellipsis B. G, C. H. ad basim Ellipsim M. R. N. S.

ΚΑΤΑΣ. Quod si negetur. Sit frustum A.C. ad X. corpus vt basis H.B.C. ad basim M.S.N. Etenim X. erit vel maius vel minus frusto L.N. Sit primùm isto frusto minus, & quidem quantitate Y. atque ex frusto L.N. vt superiùs [a] fecimus, tollatur toties plusquam dimidium, quoad figura laterata intra frustum descripta minus distet à frusto, quàm sit Y. sitque idcirco rursus maior corpore X. Basis autem figuræ sit inscripta Ellipsi figura M.ϐ.S.γ. N.δ. R.α. cui similis inscribatur [b] Ellipsi B.H.C.G. quæ sit B.ϐ.α.ε, C.λ, G.ζ. & hæc fiat quoque basis figuræ lateratæ intra frustum A.B. descriptæ præcedenti similis.



[a] *præcedentis lemmatis.*

[b] *per scholiũ manif. 2 li. de sphær. & cyl.*

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quia A.C. est ad X. vt Ellipsis ad Ellipsim, & vt Ellipsis ad Ellipsim, sic inscripta figura ad inscriptam: & demum vt inscripta figura ad inscriptam figuram, seu vt basis polygona ad basim polygonam, sic est [c] parallelepipedum ad parallelepipedum: sequitur [d] vt A.C. ad X. sic esse lateratam figuram, seu parallelepipedum descriptum in A.C. ad aliud inscriptum ipsi L.N. Et vicissim [e] A.C. erit ad parallelepip. in seipso inscriptum, vt X. ad parallelepip. aliud in L.N. deformatum. Verum A.C. frustum [f] est maius primo parallelepipedo: ergo X. maius erit parallelepipedo in L.N. descripto, quod tamen factum est maius ipso corpore X. Sit iam X. maius frusto L.N. Nam quia A.C. est ad X. vt basis B.H.C. ad basim M.S.N. erit inuertendo [g] X. ad A.C. vt M.δ.N. basis ad B.H.C. basim. Cùm verò sit L.N. minus corpore X. erit [h] sicut X. ad A.C. seu basis M.S.N. ad basim B.H.C. sic L.N. ad aliquid minus cylindri frusto A.C. quod tamen ex prima demonstrationis parte impossibile est. Ergo X. nec maius nec minus est frusto L.N. sed æquale: & proinde vt basis ad basim, sic A.C. erit [i] ad L.N. quod fuit ostendendum. Atqui segmenta conorum sunt [l] subtripla frustorum cylindri. Ergo sunt inter se vt frusta, hoc est sicuti basis ad basim.

[c] *per coroll. 2.7.li.12.*

[d] *per 11.l.5.*

[e] *per 16 l.5.*

[f] *per 9.cõm. sent.*

[g] *per coroll 4.l.5.*

[h] *per 14.l 5.*

[i] *per 7 li 5.*

[l] *per prec. lemma.*

ΛΗΜΜΑ Γ.

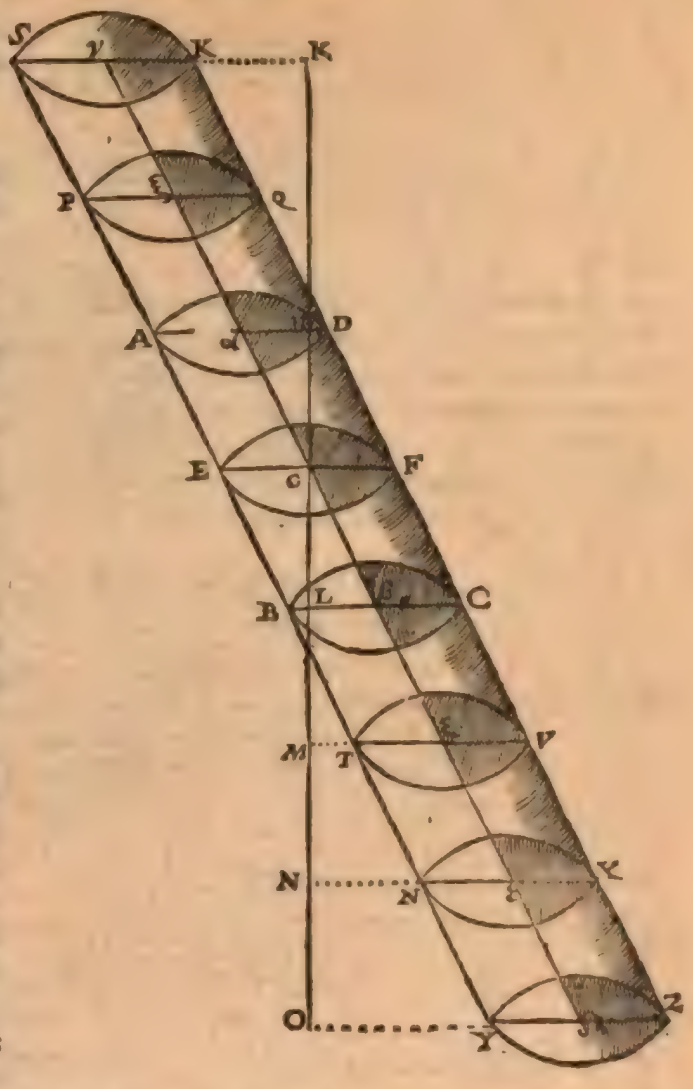
Si cylindri frustum plano secetur parallelo oppositis planis: erit portio ad portionem, vt altitudo ad altitudinem.

ΠΡΟΘ. Sit frustum cylindri A.C. cuius extremæ Ellipses parallelæ sint A.D, B.C. his autem æquidistanti plano E.F secetur in frusta A.F, F.B. Denique per centrum G. transeat linea perpendicularis in oppositas Ellipses, quæ sit H. G.L. distinguens fru-

ſtorum altitudines, nempè G. H. fruſti A.F. & G.L. alterius F.B.

ΣΥΜΠΕ. Dico fruſtum cylindri A.F. eſſe ad fruſtum F.B. vt altitudo H.G. ad altitudinem G.L.

ΚΑΤΑ Σ. Linea traiecta per centra α.G β.(cùm enim ſint ι.G, A.α. & B.β. æquales ſemidiametri & paralleli, ac iuncti linea recta ι.B. T. erit[a] quoque linea recta α.G. β.) producatur vtrinque ad γ.δ. puncta, & in α.γ. ſumantur partes α.ξ. & ξ.γ. ſingulæ pares vni G.α. tum in β.δ. capiantur tres portiones æquales ſingulæ alteri G.β. & in punctis γ.ξ.ξ.α.δ. fiant[b] Ellipſes æquales ſingulæ alteri ex duabus A.α.D. vel B.β.C. ijſdemque parallelæ, & circa eas tandem intelligatur extendi ſuperficies fruſti cylindri A.C. & fiant fruſta E.D, A.Q, Q.S. æqualia: Tum alia E.C, C.T, T.X, X.Y. quoque paria. Etenim ſi altitudines G.L, G.H. extendantur, incident rectè in diametros P.Q, R.S. punctis I.k, & in alios T.V, N.X, Y.Z. punctis M.N.O. Nam iſtę diametri ſunt parallelę ex hypotheſi, alijs A.D, E.F, B.C. cum quibus facit angulos rectos linea H.L. quæque proinde cum illis reliquis angulos quoque rectos efficiet. Erunt idcirco H.I, I.K. & aliæ partes lineæ k.O. altitudines omnium fruſtorum. Sunt verò altitudines G.H, H.I, I.k. æquales: cùm enim in triangulo γ.G.k. latera γ.G, & G.k. ſecentur lineis ξ.Q & α.D. parallelis baſi γ.K. ſecantur[c] proportionaliter, & vt G.α.α.ξ.ξ.γ. ſunt aſſumptæ æquales, ſequitur quoque illas altitudines eſſe pares. Similiter probabimus altitudines G.L, L.M, M.N, N.O. æquales. Cùm igitur tria fruſta F.A, A.Q, Q.S. ſint in æquali altitudine, ſunt inter ſe æqualia, ſicuti baſes, quibus inſiſtunt, ſunt æquales. Pari ratione fruſta E.C, C.T, T.X, X.Y. ſunt æqualia.



ΑΠΟΔ. Quotuplum eſt fruſtum δ.F. fruſti A.F. totupla eſt altitudo K.G. altitudinis H.G. Et quotuplum eſt fruſtum E.Z fruſti E.C. totupla eſt G.O. ipſius G.L. Si itaque altitudo k.G. ſuperet, vel adæquet altitudinem G.O. vel tandem ab ea deficiat, etiam fruſtum S F. ſuperabit, vel adæquabit fruſtum E.Z. aut ab ipſo deficiet. Sequitur[d] inde vt H.G. ad G.L. ſeu altitudo ad altitudinem, ita eſſe fruſtum A.F. ad fruſtum F.C. quod fuit probandum.

a per 34. 11. 29. l 1.

b per 3. problema huius.

c per 2. l. 6. & 3. lemma prefixũ ad 23. l 2. de æquip.

d per 6. definit. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Idem ſequeretur, ſi dixerimus ſe habere ſicuti diametros. Vt eſt enim α.G, ad G.L, ſeu diameter ad diametrum, ſic eſt[e] H.G. ad G.L. ſeu altitudo ad altitudinem.

ΛΗΜΜΑ Δ.

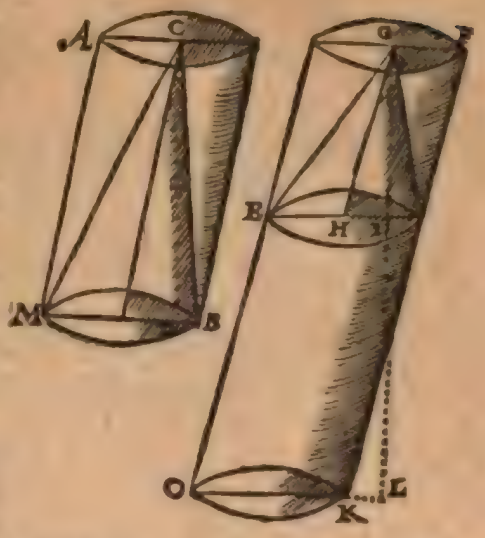
Quæ inæqualibus fuerint baſibus fruſta cylindri, aut ſegmenta coni, ſunt inter ſe ſicuti altitudines.

ΥΠΟΘ. Sint [a] fruſta cylindrorum A.B. & F. E. ſeu ſegmenta conorum C. M. B. & G. E. N. in baſibus, vel Ellipſibus æqualibus M. D. & E. N.

ΣΥΜΠ. Dico fruſtum A. B. eſſe ad fruſtum F. E ſeu ſegmentum C. M. B. ad ſegmentum F. E. N. vt altitudo C. D. ad altitudinem G. I.

ΚΑΤΑΣ. Fiat I. L. altitudo æqualis altitudini C. D. & in plano in quod cadit I. L. ſumatur Ellipſis æqualis ipſi E. H. N. & tandem intelligatur fruſtum cylindri E. k. in eadem altitudine, æqualique baſi, quàm fruſtum A. B.

ΑΠΟΔ. A. B. fruſtum eſt [b] ad E. k. fruſtum, vt baſis M. B. ad baſim O. K. ſed ſunt baſes M. B. & O. K. æquales: Ergo ſunt fruſta A. B. & E. k. paria. Atqui fruſtum E. k. eſt [c] ad E. F fruſtum, vt L. I. ad I. G. Ergo A. B. fruſtum eſt ad E. F. fruſtum, vt L. I. ſeu vt C. D. ad G. I. Et quia cylindri fruſtorum ſunt coni ſegmenta ſubtripla: eſt quoque ex [d] conſequenti coni ſegmentum M. C. B. ad ſegmentum coni G. E. N. vt baſis ad baſim: quod fuerat probandum.



[a] per 1 & 9 ſubſid. huius.

[b] per lemma 2.

[c] per lemma præced.

[d] per 15. l. 5.

ΛΗΜΜΑ E.

Cylindrorum æqualia fruſta, vel conorum æqualia ſegmenta habent reciprocas baſes verticibus: & quæ reciprocas baſes habent verticibus, illa ſunt æqualia.

ΥΠΟΘ. Sint æqualia cylindrorum fruſta A. B. C. D, & E. F. G. H. quorum altitudines ſint N. I. & k L.

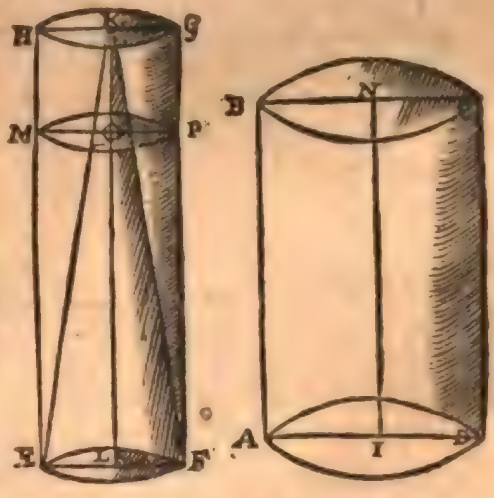
ΣΥΜΠΕ. Dico baſes ſeu Ellipſes, quarum ſunt diametri A. D, & F. E. reciprocas eſſe altitudinibus.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam altitudines ſunt, aut æquales, aut inæquales: ſi æquales ſunt, baſes quoque ſunt [e] æquales, quia ex hypotheſi fruſta ſunt æqualia. Si inæquales fuerint, ſit k. L. maior, in qua ſumatur L O. æqualis ipſi N. I. & acto [f] per O. plano parallelo baſi, fiat fruſtum M. F.

ΑΠΟΔΕΙ. Vt k. L. ad O. L. ſeu ad N. I. ſic [g] E. G. fruſtum, hoc eſt A. C. ad E. P. fruſtum: At ſicut A. C. ad E. P. ſic [h] baſis A. D. ad baſim E. F. Sicut igitur L. k ad L. O. ſeu ad N. I. ſic [i] reciprocè baſis A. D. ad baſim E. F. Sit rurſus reciprocatio baſium & altitudinum.

ΑΠΟΔ. Sit ergo vt baſis A. D. ad baſim E. F. ſic k. L. ad N. I. hoc eſt ad O. L. Atqui vt baſis A. D, ad baſim E. F. ſic [k] A. C. fruſtum, ad E. P. fruſtum. Ergo vt k. L. ad O. L. ſic A. C, ad E. P. Verum vt k. L. ad O. L. ſic eſt [g] quoque E. G, ad E. P. Ergo A. C. & E. G. habent ad E. P. eandem rationem, & proinde ſunt [k] æqualia fruſta, quod fuit probandum.

Porrò quod de cylindrorum fruſtis probatum eſt, ſubintelligendum quoque eſt de conorum ſegmentis, cùm ſint [l] illorum ſubtripla.



[e] per 5. huius.

[f] per coroll. 25. l. 11.

[g] per 4. lemma.

[h] per 11. l. 5.

[i] per 7. li. 5.

[k] per lemma 1.

[l] per lemma 2.

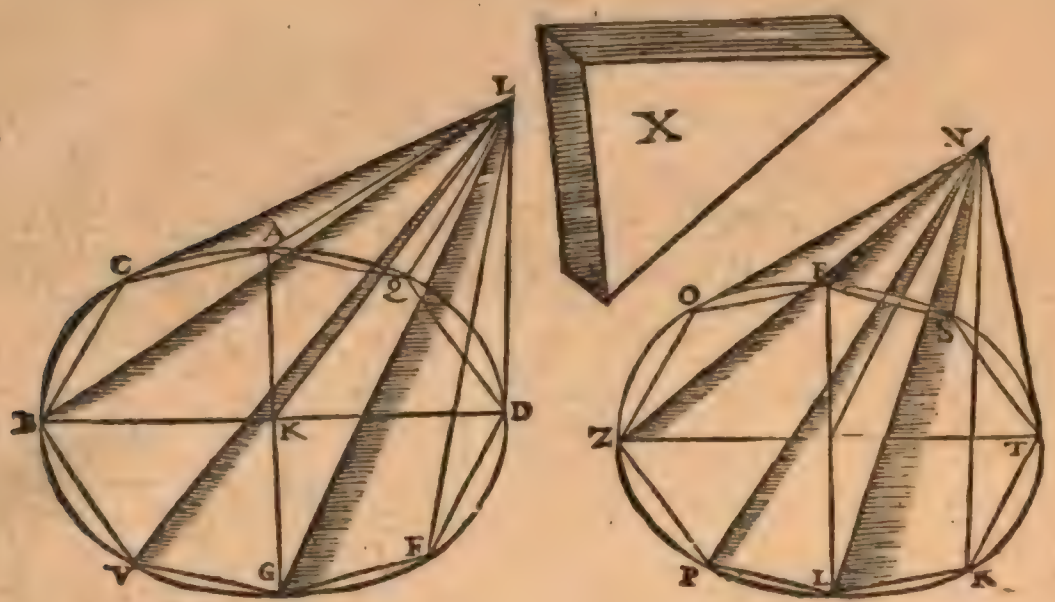
ΛΗΜΜΑ 5.

Fruſta cylindrorum, & ſegmenta conorum, ſunt inter ſe in ratione compoſita ex rationibus baſium & altitudinum.

Hoc lemma ἡ δ' ὑπόμνησις τοῦ τῆς σφαίρας τε. Eodem autem argumento demonſtrabitur, quo prima pars ipſius propoſitionis, quæ fuit de cylindris & conis, ſi pro vndecima lib. 12. ſumatur lemma 2. præcedentium, & pro 14. eiuſdem libri, ad 5. proximum recurratur. Porrò vltima pars oſtenditur propoſitione 10. lib. 12.

ΛΗΜΜΑ Z.

Similia cylindrorum fruſta, ſeu coni ſegmenta, ſe habent inter ſe in triplicata ratione diametrorum, quæ in baſibus, vel axium ipſorum.



a iuxta ſubſidium 13. additum.

ΥΠΟΘ 1. Sint[a] duo fruſta cylindrorum aut ſegmenta conorum B.D.L, & Z.T.N. ſimilia.

ΣΥΜΠ. Dico fruſtum vel ſegmentum B.D.L. eſſe ad aliud Z. T. N. in ratione triplicata B.D. ad Z.T. vel A.G. ad E.I. vel K I. ad M.N.

ΚΑΤΑΣ. Quod ſi quis negauerit, fateatur oportet ſegmentum verbi gr. (quod de ſegmentis egerimus, de fruſtis identidem concluſerimus) B.D.L. ad corpus X. eſſe poſſe in ratione tripla B.D. ad Z.T, illudque X. aut maius aut minus eſſe ſegmento Z.T.N. Sit primum minus, & ex ſegmento auferamus ſemper pluſquam dimidium, ſicuti lemmatibus 1. & 2. fecimus, ita vt pyramis laterata ſegmento inſcripta ſit adhuc maior corpore X. Baſis autem huius pyramidis ſit figura A.C.B.V.G.F.D.Q. cui ſimilis alia inſcribatur[b] in Ellipſi E.Z.I.T. quæ ſit E.O.Z.P.I.R.T.S. à cuius angulis ad faſtigium N. lineæ producantur, & rurſus intra ſegmentum Z.T.N. alia inſcribatur pyramis.

b per 2. coroll. manif. 2 lib. 2 de ſphæra & cylind.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam ſimiles ſunt figuræ Ellipſibus inſcriptæ, erit[b] B.C. ad O.Z. vel B.K. ad Z.M. vt B.D. ad Z.T. & B D. ad Z.T. vt K.L. ad M.N. Et igitur K.L. erit[c] ad M.N. vt B.K. ad Z M. Anguli verò B K.L. & Z.M.N. ſunt[d] æquales. Idcirco æquianguli ſunt[e] trianguli B K.L, & Z M.N. laterumque proportionalium, nempè K. B. ad Z.M vt B L ad Z N. Fuit autem B C. ad O.Z. vt B.D. ad Z T. hoc eſt vt B.k ad Z. M & iam B.k. eſt ad Z.M. vt B L. ad Z.N. Ex æquo ergo B.C. eſt ad B.L. vt O.Z. ad Z.N. Et autem vt B.C. ad C.k. ſic Z.O. ad O.M. ex figurarum ſimilitudine, ſeu B.C. ad

c per 11 l 5. d per 13. ſubſidium. e per 6 l 6 ſpetz. l. 2.

C.F.

C.F.vt Z.O.ad O.R.& viciſſim [a] B.C.ad Z O. vt C.F. ad O. R. Eſt [b] itaque C.F. ad O.R. vt B D.ad Z.T. Suntque proinde C.F & O.R.congeneç,& conſimiles diametri: ad eoſque axes K.L,M.N. angulos æquales faciunt: ita vt anguli C.k.L,O.M.N ſint æquales, ſed eſt C.K.ad O.M. vt B.K. ad Z.M. & ergo vt k L. ad M.N. Trianguli itaque C K.L,& O.M.N. ſunt [c] æquianguli, eſtque [d] K.L.ad L.C, vt M.N, ad N.O. Et permutando [e] K.L.ad M.N. vt L.C. ad N.O. Verum vt K.L. ad M.N. ſic fuit B.L. ad Z.N. Eſt ergo B.L. ad Z.N. vt C.L. ad O.N. & viciſſim [a] B.L.ad L.C. vt Z.N. ad N. O. Cùm ergo B.C.ſit ad B.L. vt O.Z.ad Z.N.& B.L. ad L.C. vt Z.N. ad N.O, erit ex æquo [e] B.C,ad C.L,vt Z.O,ad O.N.Sicque trianguli B.C.L,& O.Z.N ſunt [f] æquianguli, & laterum homologorum. Hoc modo probauimus omnes facies triangulares vnius pyramidis ſimiles faciebus alterius. Vnde fiet vt agnoſcantur [g] ſimiles pyramides, & eſſe [h] pyramidem B.D.L.ad pyramidem Z.T.N. in ratione triplicata lateris B. C.ad latus Z.O. hoc eſt B.D.ad Z.T.hoc eſt,vt ſegmentum B.D.L. ad X.corpus. Et viciſſim [a] erit pyramis B.D.L.ad ſegmentum B.D.L.vt pyramis Z.T.N.ad X. Eſt; autem illa pyramis ſuo ſegmento minor: Eſt [i] igitur hæc quoque pyramis corpore X.minor. At maior facta eſt. Abſurdum ergo eſt dicere X. minus ſegmento Z.T.N. Ponamus iam X.maius ſegmento Z.T.N. Nam cùm conus B.D.L. ſit ad X. in triplicata ratione B.D.ad Z.T. hoc eſt ſicuti pyramis B.D.L. ad ſimilem pyramidem Z. T. N. erit [m] conuertendo X ad ſegmentum B.D.L.vt pyramis Z.T.N.ad pyramidem B.D.L. Sed ſi fiat vt eſt X. ad ſegmentum B.D.L. ita ſegmentum Z.T.N. ad aliquod corpus, erit hoc aliquod corpus minus ſegmento B.D.L. Proinde vt pyramis Z.T.N. ad pyramidem B. D. L. ſic eſt ſegmentum Z.T.N. ad aliquod corpus minus ſegmento reliquo B.D.L. quod eſt abſurdum ex prima demonſtrationis parte. Itaque X.nec minus nec maius eſſe poteſt ſegmento Z.T.N.ſed æquale. Adipſum ergo ſegmentum Z.T. N.habet quoque aliud ſegmentum [n] rationem triplicatam dimetientium B.D. ad Z. T. ſeu A.G.ad E.I.ſeu denique axis K.L. ad axem M.N. quod fuerat probandum.

Porrò quam rationem habent inter ſe ſegmenta coni, eandem retinent [o] frusta cylindri,cùm hæc illorum tripla ſint. [p]

[a] per 16 l. 6. [b] per 11 l. 5. [c] per 6 l. 6 [d] per 4. l. 6 [e] per 22 l. 5 [f] per 5 l. 6. [g] per 10. definit. l. 11. [h] per coroll. 8 l. 12. [i] per 9. com. ſonn. [l] per 14 l. 5. [m] per coroll. 4 l. 5. [n] per 7 l. 5. [o] per 15. l. 5. [p] per lemma 1. huius.

ΠΡΟΤΑ. ΙΒ.

α. Εἶτα τὸ ὀρθογώνιῳ κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος, ἡ μὲν τομὴ τοῦ ἐπιπέδου καὶ τοῦ ἄξονος, ἀ τομὴ ἔσται ὀρθογωνίου κώνου κωνοειδέος τομὴ αὐτὴ τὴν προσλαμβάνουσα τὸ χῆμα· διάμετρος δὲ αὐτῆς ἔσται ἀ κοινὴ τομὴ τοῦ ἐπιπέδου, τοῦ τέμνοντος τὸ χῆμα· καὶ τοῦ διὰ τοῦ ἄξονος ἀχθέντος ὀρθὸς πρὸς τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνον. Εἰ δὲ κὴ τμηθῇ τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, ἀ τομὴ κύκλος ἔσται ἔχων τὸ κέντρον ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

β. Εἶτα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ διὰ τοῦ ἄξονος ἡ παρὰ τὸν ἄξονα ἡ διὰ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδές, ἀ τομὴ ἔσται ἀμβλυγωνίου κώνου τομή.

PROP. XII.

Si rectangulum conois plano ſecatur per axem, vel æquidiſtanter axi, ſectio erit rectangulæ conoidis ſectio, eadem quæ comprehendit figuram: diameter verò ipſius erit communis ſectio planorum, & eius quod ſecat figuram, & eius quod per axem ducitur rectum ad planum ſecans. Et ſi ſcindatur plano recto ad axem, ſectio circulus erit centrum habens in axe. 1. Cõcluſio.

Si amblygonia conois plano ſecatur per axem, vel æquidiſtanter axi, vel per verticem coni comprehendentis conoidem, ſectio erit amblygonij coni ſectio. 2. Cõcluſio.

Et ſi quidem per axem eadem erit quæ comprehendit figuram: ſed ſi æquidiſtanter axi, ſimilis erit ipſi. Si autem per verticem coni conoidem comprehendentis, non erit ſimilis. Cæterum diameter ſectionis erit communis ſectio planorum, & eius quod ſecat figuram, & eius quod per axem ducitur rectum ad planum ſecans. Si ſecatur recto plano ad axem, ſectio circulus erit centrum habens in axe.

Εἰ μὲν διὰ τοῦ ἄξονος αὐτὰ τὰ περιλαμβάνοσα τὸ χῆμα· εἰ δὲ καὶ παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτῷ. Εἰ δὲ μὴ διὰ ταῦ κορυφᾶς τοῦ κώνου, τοῦ περιέχοντος τὸ κωνοειδὲς, οὐχ ὁμοία· διάμετρος δὲ ταῦ τομᾶς ἐστεῖται ἡ κοινὴ τομὴ τοῦ ἐπιπέδου, τοῦτε τέμνοντος τὸ χῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθὸς πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἶτα γινέσθω ὀρθὸν τῷ ἐπιπέδῳ πρὸς τὸν ἄξονα, ἡ γινομένη κύκλος ἐστεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

3. Si ſphæroidearum figurarum aliqua plano ſecatur per axem, vel æquidiſtanter axi, ſectio erit acutianguli coni ſectio. Et ſiquidem per axem, ipſa erit quæ comprehendit figuram, Si verò æquidiſtanter axi, ſimilis ipſi. Diameter verò ſectionis erit illa communis planorum, & eius quod ſecat figuram, & eius quod ducitur æquidiſtanter axi, recto ad ſecans planum. Si porrò ſecatur plano recto ad axem, ſectio circulus erit centrum habens in axe.

γ. Εἶτα τῶν σφαιροειδέων χημάτων ὁποτερονοῦν ἐπιπέδῳ γινέσθω διὰ τοῦ ἄξονος, ἢ παρὰ τὸν ἄξονα, ἡ γινομένη ἐστεῖται ὀξυγωνίου κώνου γομή. Εἰ μὲν μὴ διὰ τοῦ ἄξονος, αὐτὴ ἡ περιλαμβάνουσα τὸ χῆμα. Εἰ δὲ μὴ παρὰ τὸν ἄξονα, ὁμοία αὐτῷ. Διάμετρος δὲ ταῦ τομᾶς ἐστεῖται ἡ κοινὴ τοῦ ἐπιπέδου, τοῦτε τέμνοντος τὸ χῆμα, καὶ τοῦ ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος, ὀρθὸς πρὸς τὸ τέμνον ἐπίπεδον. Εἰ δὲ μὴ γινέσθω τῷ ἐπιπέδῳ ὀρθὸν πρὸς τὸν ἄξονα, ἡ γομὴ κύκλος ἐστεῖται τὸ κέντρον ἔχων ἐπὶ τοῦ ἄξονος.

4. Denique quibuſlibet dictarum figurarum plano ſectis per axem, lineæ à punctis, quæ in ſuperficie figuræ ſunt, non in ipſa ſectione, perpendiculares ductæ ad planum ſecans, intra figuram ſectionis cadunt. Harum autem omnium facilè eſt dare demonſtrationes.

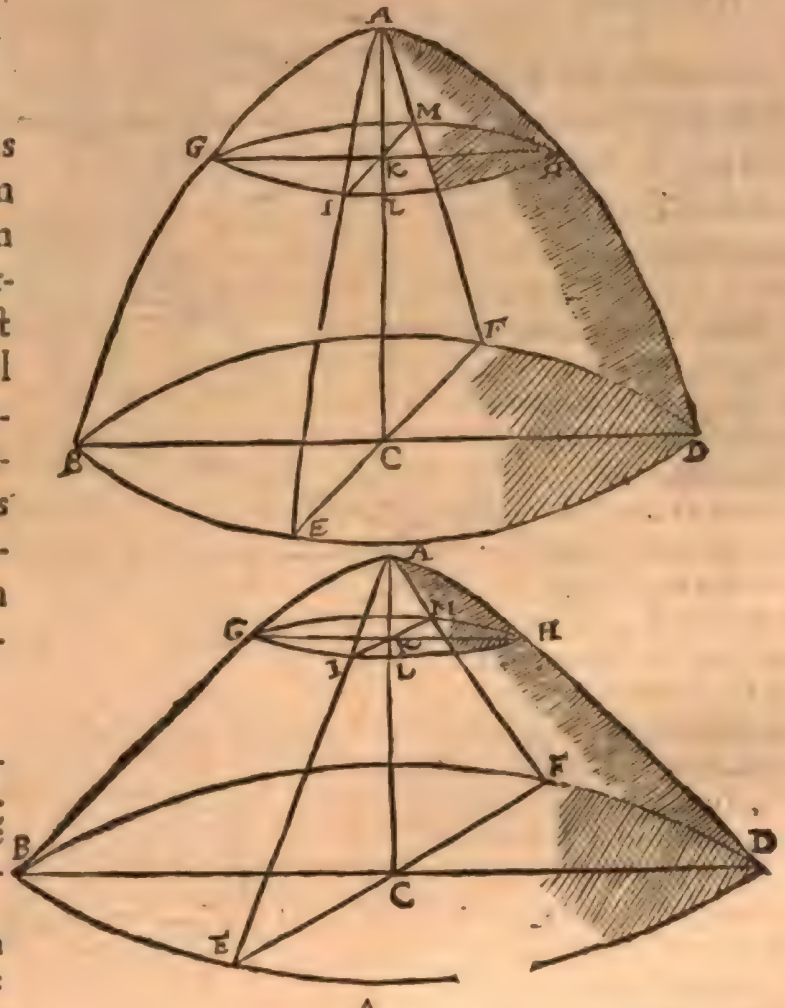
δ. Εἶτα τῶν εἰρημένων χημάτων ὁποιουοῦν ἐπιπέδῳ γινέσθω διὰ τοῦ ἄξονος, αἱ ἀπὸ τοῦ σημείου τοῦ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ τοῦ χήματος, μὴ ἐπὶ τῆς τομᾶς ἐόντων, κάθετοι ἀγόμεναι ἐπὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον, ἐντὸς πεσοῦνται τῆς τοῦ χήματος τομᾶς. Τούτων δὲ πάντων φανερὸν ἐπὶ αἱ ἀποδείξεις.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Multa passim Archimedes facillima supponit, quæ vel à se alibi, vel ab alijs demonstrata sua ætate constabant, quæ postea cum temporum iniuria perierint, aut nondum in lucem prodierint, nobis iam negotium facessunt. Eiusmodi sunt quæ hic proponuntur, quæque cùm ex professo à quoquam veterum ἀποδεικνυμένας tradita nullibi legantur, à recentioribus Geometris expetunt, vt sibi aliquid lucis afferatur, nec illis satis sit dicere, τοῦτο δὲ πόθεν φανερὸν ὅτι αἱ τοιαῦται. His imprimis summus Geometra Commandinus patrocinatus est, cuius nunc vestigia sequuti eadem nostra quantulacumque opera tuebimur.

ΛΗΜΜΑ A.

Quæcumque conois vel sphærois per axem secetur, redditur eadem coni sectio, ex cuius circumuolutione nata est exposita, vel conois, vel sphærois, estque redditę sectionis diameter linea communis duobus planis, & figuram secāti, & illi, quod per axem figuræ actum, super secante plano erigitur.



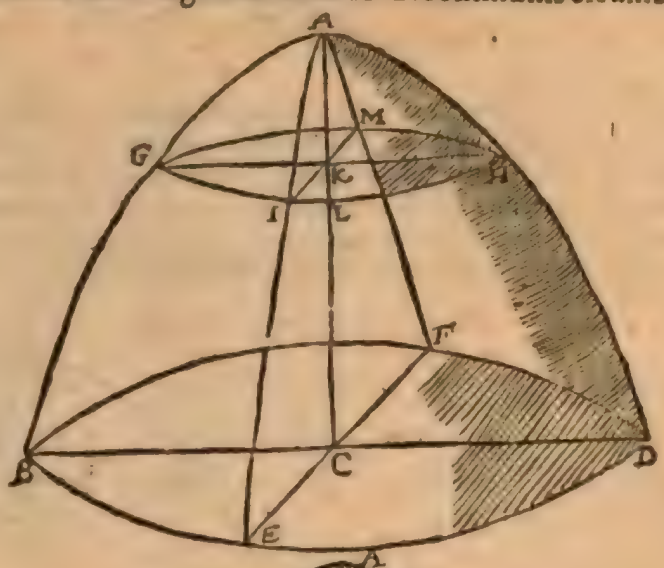
ΤΠΟΘΕ. Sit conois quęlibet, vel sphærois A.B.C.D. cuius axis A.C. per quē plano sęcetur, fiatque sectio E.A.F.C.

ΣΥΜΠΕ. Dico factam sectionem eandem esse ac figuram, ex qua constituta est, eiusque diametrum esse communem lineam plano figuram secanti per axem, & alij, quod actū per axem figurę, rectū statueretur ad illud planum secans.

ΚΑΤΑΣ. Intelligatur esse A.B.C.D. sectio, qua reuoluta tota figura constituta est.

ΑΠΟΔ. Etenim si ipsa A.B.C.D. reuoluatur, quoad incidat in locum sectionis A.E.C.F. aut tota toti conueniet, aut ab ipsa A.E.C.F. discrepabit. Si conueniat, eadem est A.E.C.F. ac ipsa A.B.C.D. quod intendimus, & vtriusque idem diametet est: Si discrepet aliqua parte, sequetur aliquid in conoide fuisse, quod non constitum fuerit transitu ipsius A.B.C.D. quod est inconueniens. Cæterum vtrumque planum se-

[b] per 3 l 11. cans figuram agitur per axem A.C. hæc [a] ergo sola linea A.C. communis est amborum planorum sectio: Atqui portionis A. E. C.F. diameter est A. C. Ergo huiusce sectionis diameter est ambobus planis secantibus linea cõmunis, quod fuit probandum.

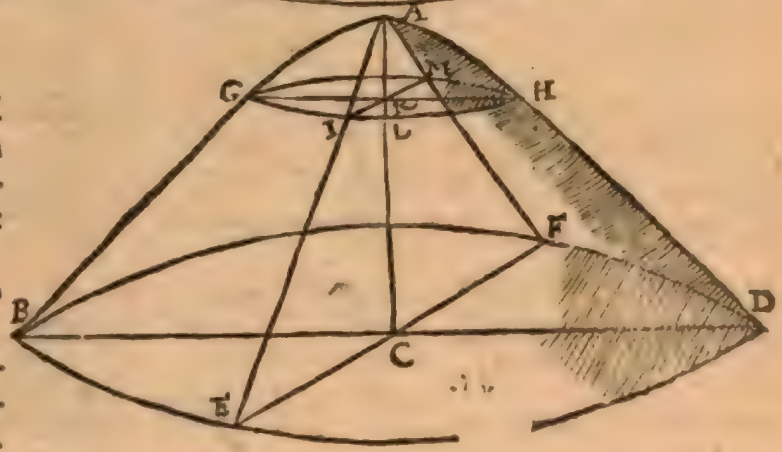


AHMMA B.

Conoide vel sphæroide secta plano ad axem perpendiculari, fit sectione circulus, centrum habens in axe.

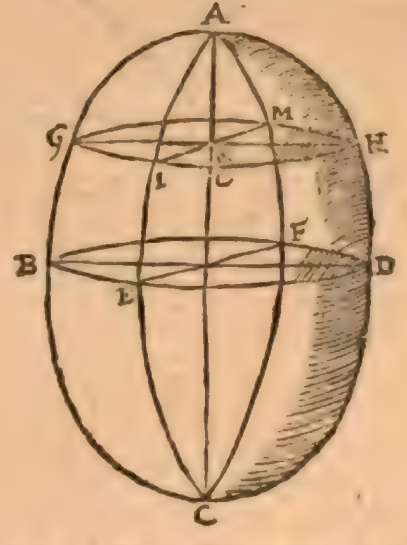
Diuidatur conois vel sphærois plano ad axem A. C. perpendiculari occurrente in puncto k, & sit sectio G.L.H.I.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico G.L.H.I. esse circulum.



ΚΑΤΑΣ. Etenim per axem A. k. C. planum agatur faciens sectionem E. A. C. F. occurrentem secanti plano perpendiculari ad axem in punctis I. & M. ad quæ à puncto K. ducantur lineæ k.I, & k.M.

ΑΠΟΔ. Cùm enim ex reuolutione sectionis B. A. C. D. in constitutione figuræ, factus sit [b] circulus, cuius radij sunt C.B, C.E, C.D. æquales, & cui A.C. perpendicularis est, sequitur [c] lineas k.G, k.I, k.H. parallelas esse radijs præcedentibus C. B, C.E, C. D: Proinde ordinatim ducuntur k G, k.I, & k.H. in sectionibus B.A.D. & I.A.M & quisque trium radiorum æqualium C.B, C.E, C.D. habet [d] ad quamlibet sibi parallelam lineam, ex tribus k.G, k.I, k.H eandem rationem. Vnde patet [e] vt sint & hæ & illi æquales, & sit [f] itaque circulus G.I.H.M, quod fuerat propositum.



[b] per 15. defin. l. 1.

[c] per 29 d. 1.

[d] per 10. & 21. l. 1. conic.

[e] per 7. l 5. [f] per 9. l. 5.

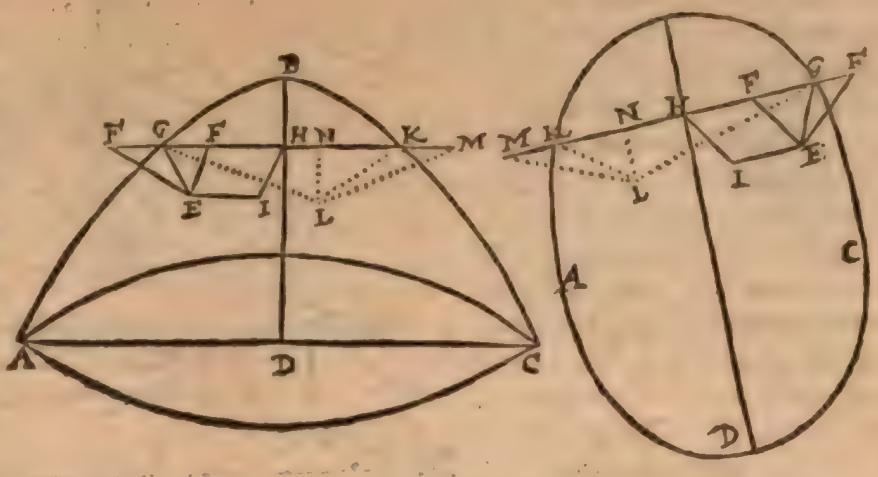
AHMMA Γ.

Quibuslibet dictarum figurarum plano sectis per axem, lineæ à punctis, quæ in superficie figuræ sunt, non in ipsa sectione perpendiculares ductæ ad planum secans, intra figuram sectionis cadunt.

ΥΠΟΘ. Sit quæuis conois A.B.C. cuius axis B.D, per quem acto plano secetur, fiatque sectio A. B. C. D. quæ figuram constituit. In superficie autem figuræ sumatur,

quoduis punctum E, non quidem in sectione, à quo in planũ conoidem per axem secãs, perpendicularis agatur [a], quæ sit E F. [a per 11 l 11]

ΣΥΜΠ. Dico E. F. intra sectionem cadere.



ΚΑΤΑΣ. Si enim non cadit intra, cadat vel in ipsam sectionem in G, vel extra sectionem in F. Et per punctum H. agatur aliud planum præcedenti & axi perpendiculare, quod secet rursus figuram: fiet [b] enim circulus, cuius diameter G. K. seu duorum secantium planorum intersectio, & centrum H. à quo perpendicularis excitetur [c] ad planum sectionis A B C. versus circumferentiam circuli, quæ sit H. I, necessario [d] parallela alij E. F: Tum à puncto E. in ipsam H. I. perpendicularis quoque cadat [e] E. I. [b per præcedens] [c per 12. l 11] [d per 29. l. 1] [e per 12. l 1.]

ΑΠΟΔ. Erit enim quadrilaterum F. E. I. H, rectangulum, & F. H, æqualis [f] ipsi E. I. Atqui E. I. intra circulum ducitur, eumque secat, quia cum E. sit in circumferentia circuli, vel est ipsummet punctum, in quod attollitur perpendicularis H. I, & sic habemus quod quærimus, quia perpendicularis incidit intra sectionem: vel est aliud, ita vt E. F, & ex consequenti H I. sint minores semidiametros [g] circuli. Est ergo E. I, & ex consequenti H. F, minor quoque semidiametro H. G. sed esset æqualis si perpendicularis E. F. caderet in G. seu in sectionem, vel maior si caderet extra sectionem: cadit ergo intra, quod fuit probandum. [f per 34. l 1.] [g per 7. l 3.]

ΑΛΛΩΣ.

Sit punctum L. loco præcedentis E.

ΚΑΤΑΣ. Agatur quoque planum vt superiùs, ita vt fiat circulus, in cuius periferia sit punctus L. & ducantur L. K, L. G. Nam cadet [b] in diametrum K. G. perpendicularis L. N. & ita intra sectionem. Aut si hoc non suffecerit, cadat si potest, vel in k. vel in G. vel in M. extra sectionem. [b per 8. l. 6.]

ΑΠΟΔΕΙ. Cùm sit angulus K. L. G. rectus, sequeretur si perpendicularis cadit in k. vel in G. triangulum habere posse duos angulos, quorum quisque sit rectus, quod est absurdum [i]. Aut cùm angulus L. k. M. sit [l] recto maior, si rursus angulus L. M. k. fit ex perpendiculari, tres anguli trianguli L. M. k. maiores erunt duobus rectis. [m] καὶφανὲς ἡ ἀπὸ τῆ γωμετρίᾳ. Atque hoc modo quartam partem propositionis demonstrauimus. [i per 32. l 1.] [l per 13 l 1.]

ΛΗΜΜΑ Δ.

Si parabolica conois secatur æquidistanter axi, fit parabole, eadem nempè ei quæ figuram comprehendit: estque diameter ipsius communis sectio planorum, & eius, quod secat figuram æquidistanter axi, & eius, quod per axem figuræ ducitur perpendiculare ad illud planum secans.

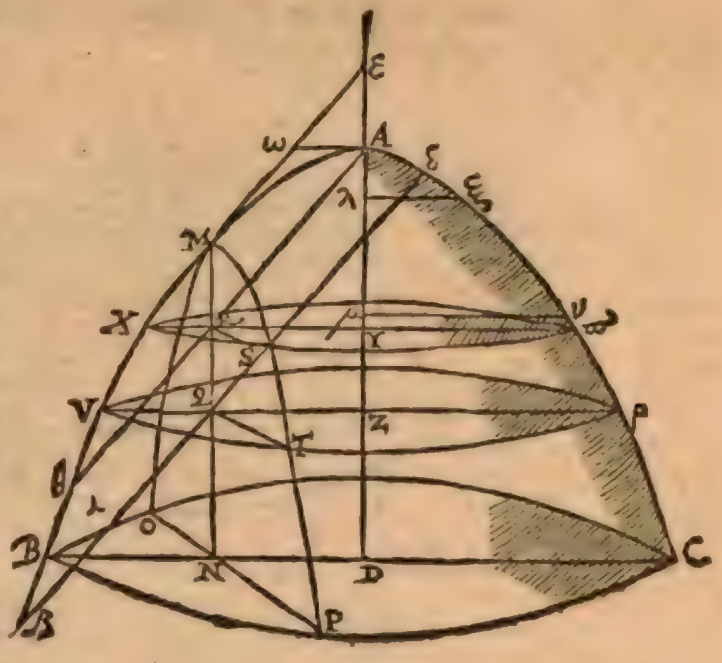
ΠΡΟΘ. Sit rectangula seu parabolica conois A. B. C. ipsius axis A. D. cui æquidistans ducatur planum O. M. P. secans conoidem. Agatur rursus aliud planum per axem A. D. perpendiculare ad planum O. M. P. & ipsum secans rectò secundum lineam M. N.

ΣΥΜΠΕ. Dico sectionem O. M. P. in conoide factam esse parabolem eandem cum ea quæ figuram comprehendit, eiusque diametrum esse M. N. [m per 1. 1ª ma.]

ΚΑΤΑΣ. Secetur rursus conois plano per axem, fiatque [n] sectio A. B. C. eadem quæ figuram constituit, & ducantur [o] A. ω & M. s. tangentes sectionem A B. C. tum in se- [n per 11 l 1 vel 49 l. 1. Comm.]

ctione O.M.P. sumantur duo quæuis puncta T.& S. à quibus in axem M.N. agãtur[a] perpendiculares T.Q, S.R. deinde per puncta R. Q. ducantur[b] duæ ϕ. R.ρ. & β. Q.σ. tangenti M τ. parallelæ. Rursus per eadem agantur[b] aliæ duæ X.R.χ. & V.Q.ρ. æquidistantes alteri tãgenti A. ω. Adhuc intelligantur plana secus lineas S.R, & Q.T. agi secantia conoidem,& inter se parallela, ac lineæ A.ω. Nam quia perpendiculariter secant M.N. quę est axi A.D. parallela, ipsum axem perpendiculariter quoque secabunt[c], & proinde æquidistabunt[c] perpendiculari A.ω. Sectiones itaque factæ ab istis planis erunt[d] circuli, quorum diametri forent V.Q.Z.ρ. & X.R.Y.χ. & in quorum ergo circumferentijs, cùm sint puncta T.& S. in extrema sectione sumpta, lineæ T.Q, S.R. erunt ad ipsas diametros V.ρ.& X.χ. perpendiculares, nam planum O.M.P. sumptum est æquidistans axi A.D. Ita vt quadratum lineæ T.Q. æquale sit[e] rectangulo sub V.Q,Q.ρ. vti quadratum S.R. par. est rectangulo sub X.R, R.χ. Denique sumatur A.λ. æqualis ipsi M.R, & alia Aμ, par lineæ M.Q, & perpendiculariter erigantur[f] λ.ξ. & μ.π.

[a] per 13. l. 1. & præced. lemma 3.
[b] per 31. l. 1.
[c] per 29. l. 1.
[d] per lemma proximum.
[e] per 8. li. 6.
[f] per 11. l. 11.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam linea M.τ. tangit parabolem β. B. A. C. linea ϕ.ρ.& β.σ. bifariam secantur[g] punctis R.& Q. Proinde M.R. diameter est[h] paraboles ϕ.M.ρ. & M.Q. diameter est[h] alterius sectionis β.M.σ.& est[i] Q.M. ad R.M. sicuti quadratum lineæ β.Q. ad quadratum ϕ.R. Est[l] autem quadratum β.Q. seu rectangulum sub β.Q,Q.σ. ad rectangulum sub V.Q,Q.ρ. sicuti quadratum M.ω. ad quadratum A.ω. Eadem ratione quadratum ϕ.R. est[l] ad rectangulum sub X.R,R.χ. vt idem quadratum M.ω. ad quad. A.ω. Ita vt quadratum β.Q. sit ad rectangulum sub V.Q,Q.ρ. sicuti quadratum ϕ R. ad rectangulum sub X.R, R.χ. Et permutando[m] quadratum β.Q. est ad quadratum ϕ.R. hoc est[n] linea M.Q. ad lineam M. R. vt rectangulum sub V.Q, Q.ρ. seu[n] quadratum T.Q. æquale, ad rectangulum sub X.R,R.χ. vel[n] ad quadratum S.R. æquale. In summa vt M.Q, ad M.R, sic quadratum Q. T, ad quadratum S.R. Ergo sectio O.M.P, est[o] parabole, cuius diameter est M. N. Porrò quod eadem sit cum ea quæ figuram comprehendit, hinc patet quod sint[o] parabolæ omnes similes. Deinde rectangulum sub V.Q,Q.R. est[p] æquale quadrato μ.τ. & aliud sub X R, R.χ, par est[p] quadrato λ.ξ. Proinde quadrata T.Q & S.R. æqualia sunt duobus λ.ξ.& μ.τ. Tum æquales sunt partes diametrorum M.R, A.λ,& M.Q. A.μ. Sequitur[q] ergo ambas sectiones O.M.P, & B.A.C, esse eásdem, quod fuit probandum. Atque sic primæ propositionis conclusioni satisfecimus.

[g] per 46. l. 1. Conic.
[h] per coroll. 51 l. 1. Con.
[i] per 20. l. 1. Conic.
[l] per manifest. 1. huius & 17. l. 3. Conic
[m] per 16. li. 5.
[n] per fabricam.
[o] per 1. lemma ad 3 l. de æquip.
[p] per coroll. lemm. 2. ad 4 huius.
[q] per problema 1. huius.

ΛΗΜΜΑ Ε.

Si recta linea duobus punctis secatur, fueritque rectangulum ex partibus vnius sectionis æquale rectangulo ex partibus alterius, erunt ipsæ partes inter se æquales, maior maiori, minorque minori.

ΥΠΟΘ. Diuidatur A.B. in C. & D. ita vt fiat rectangulum sub A.C, C.B. æquale rectangulo sub B.D, D.A.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. D. & C. B. esse æquales, tum A. C. parem alteri D. B.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur A. B. bifariam in E.

ΑΠΟΔ. Rectangulum sub A. C, C. B. hoc est, sub A. D, D. A. cum quadrato E. C. est [a] æquale quadrato E. B. Verum quadrato A. E. seu quadrato E. B. est [a] quoque æquale rectangulum sub B. D, D. A. cum quadrato D. E. Sunt [b] itaque rectangulum sub B. D, D. A. & quadratum E. C. æqualia rectangulo sub B. D, D. A. & quadrato D. E. Et si vtrinque subsstuleris rectangulum sub B. D, D. A. manebit [c] quadratum E. C. æquale quadrato E. D. & linea E. C. æqualis lineæ E. D. quæ rursus ablatæ ab æqualibus A. E, E. B. relinquent [c] duas A. D, C. B. æquales, quarum denique vtraque addita eidem D. C. faciet [d] D. B. & C. A. pares, quod fuit probandum.

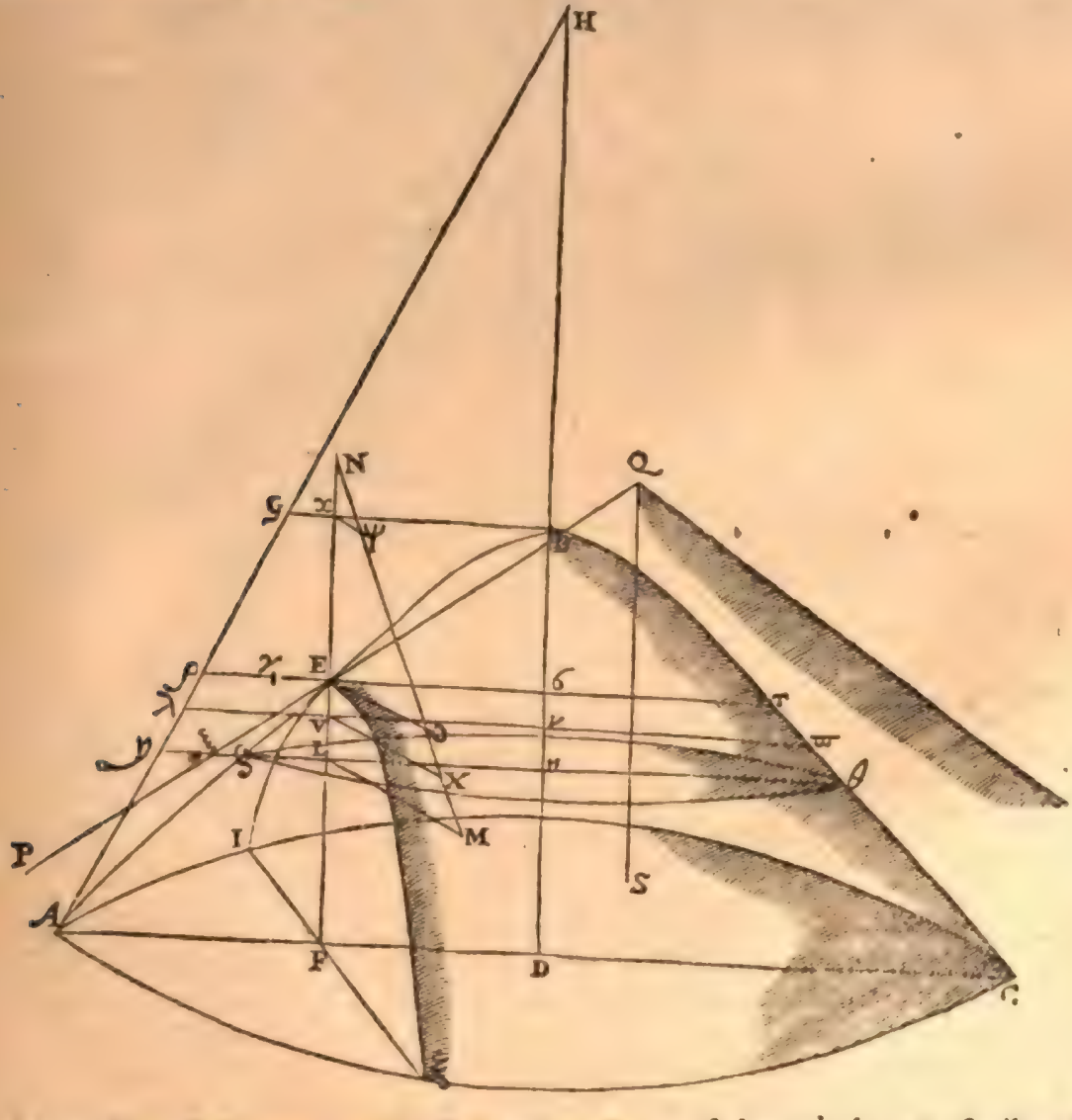
[a] per 5. l. 2.
[b] per 1. commun. sent.
[c] per 3 commun. sent.
[d] per 2. commun. sent.

ΛΗΜΜΑ 5.

Si hyperbolica conois plano secatur æquidistanter axi, sectio erit hyperbole similis illi quæ figuram descripsit, eiusque diameter erit communis intersectio planorum, & eius quod figuram secat, & eius quod ducitur per axē rectò ad planum secans.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius axis B. D. per quem agatur planum, fiatque [e] hyperbole conoidem constituens A. B. C. & cui æquidistāti plano priori illi per axem acto perpendiculari secetur conois, sitque amborum secantium planorum communis inter sectio E. F.

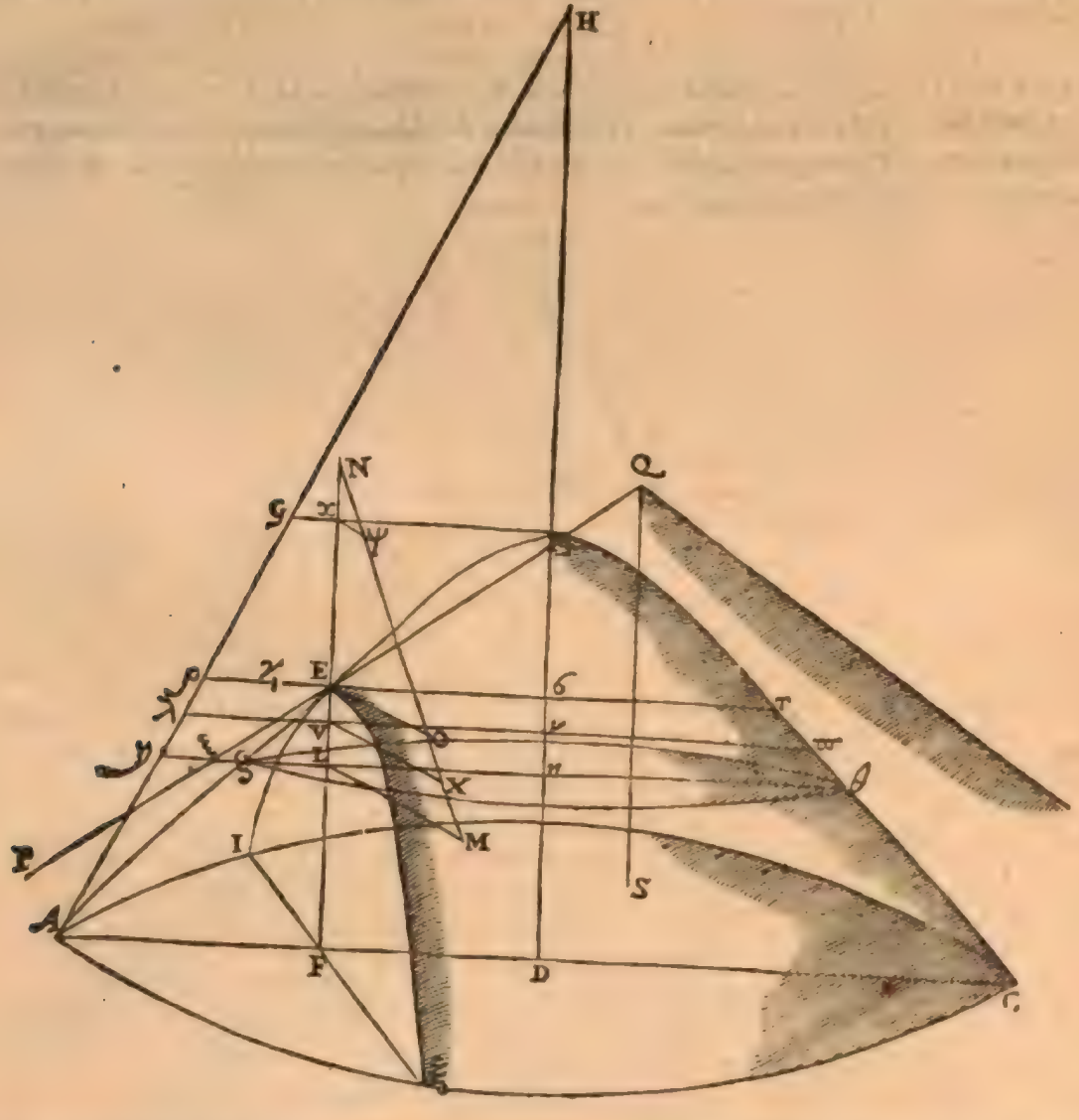
[e] per 1. lemma præced.



ΣΥΜΠ. Dico sectionem quæ fit plano axi parallelo esse hyperbolem, & similem illi A. B. C. qua scilicet figura comprehenditur, & ipsius diametrum esse lineam E. F.

ΚΑΤΑΣ. Ponatur B. H. esse transuersum latus hyperboles A. B. C. rectum vero B. G. & agamus per G. lineam H. y. Tum in aliqua sectionis conoidis parte intelligamus captum punctum K. à quo in E. F. perpendicularem ducamus, [a] quæ quoque recta sit ad planum hyperboles A. B. C. quam autem rationem habeat [b] E. L ad L. K. eam habeat L. k. ad L. M. Deinde fiat M. L. ad L. N. sicuti est G. B. ad B. H. & iungatur N. M. Et à puncto E. erigatur [c] linea E. O. perpendicularis ad N. F. & ideo parallela [d] ipsi L. M. concurratque cum N. M. quia sit in plano in quo sunt lineæ F. N. & N. M. in secante scilicet æquidistanter axi, in quo rursus inueniatur [e] hyperbole I. E. ξ cuius diameter sit E. F. vertex E. rectum latus E. O. transuersum E. N. Quoniam vero k. L. media proportionalis est assumpta inter L. E, L. M. punctum k. reperitur [f] in ipsa sectione. In eadem ergo sumatur adhuc punctus T. à quo mittatur [g] perpendicularis T. V. quæ propellatur in X. Cuius autem fuerit hæc sectio, ponatur conus P. Q. R. diametro Q. S. Cæterum quia linea E. F. posita est communis sectio duorum planorum conoidem secantium, alterius quidem per axem, alterius vero æquidistanter axi, in plano est in quo sunt sectio A. B. C. & lineæ D. H, H. y. Per puncta ergo L. V. & E. ducantur lineæ y. ℓ. λ. π. & ρ. l. æquidistantes priori G. B. & secantes lineam D. B. in punctis ι. ν. ο. Tum à puncto V. assurgat [c] perpendicularis V. φ. super plano in quo A. B. C. vsque ad

[a] per 12. l. 1 Elemma. 3
[b] per 11. l. 6.
[c] per 12. l. 11
[d] per 29. l. 1.
[e] per 53. l. 1. Conic.
[f] per 2. problema huius.
[g] per 12. l. 1.



sectionem conoidis. Tandem agantur plana per lineas z. ℓ, μ. π. & per puncta φ. k. Hæc intra conoidem fient [b] circuli, & quadratum φ. ν. æquale erit [i] rectangulo sub μ. V, V. π. sicuti k L. quadratum rectangulo sub μ. L, L. ℓ. Quoniam vero punctum T. sumptum est in inuenta sectione coni, punctum vero φ. positum est consistere in sectione conoidis, si ambo ostenderimus vnum & idem punctum esse, perpendicularesque φ. V. & T. V. eandem esse lineam, videbimur ostendisse sectionem conoidis factam à plano æquidistanti axi, esse eandem cum hyperbola inuenta, illamque itidem esse hyperbolam: de

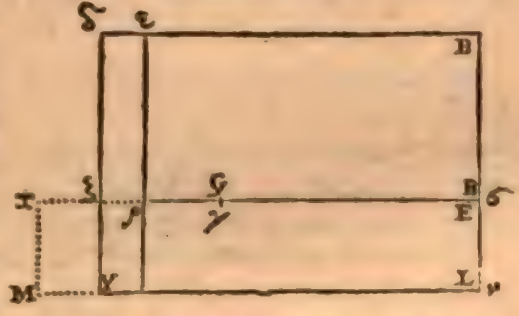
[b] per 2. lemma præcedentium.
[i] per 8. l. 6.

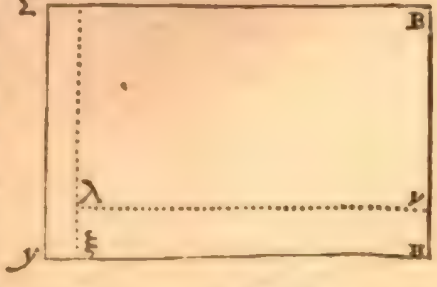
reliquis enim punctis vtriusque sectionis idem erit iudicium. Quod vt demonstremus, prius animaduertendum est, y. ν. maiorem esse[a] linea λ. ρ. & L. M. excedere sibi parallelam X. V. Excessus ergo priorum sit y. ξ. posteriorum M. ω. Deinde ρ. σ. eadem ratione superat lineam G. B. sit itaque [illegible] ρ. γ. [a per 2. & 4. l. 6.]

ΑΠΟΔ. Horum excessuum y. ξ. æqualis ostendetur ipsi M. ω. Nam ex triangulorum similitudine, vt H. ν. ad ν. y. ita H ρ. ad ρ. λ. & conuersione[b] rationis, vt H. ν ad ν. y. sic est ρ. σ. ad y. ξ. Eadem ratione sic est V. L. ad M. ω. vt L. N. ad L. M. hoc est vt H. B. ad B. G. vel vt H. ν. ad ν. y. Proinde vt ρ ν. ad y. ξ. sic est V. L. ad M. ω. & vicissim[c] vt ρ. ν. æqualis est ipsi V L. sic est æqualis y. ξ. quartæ M. ω. quæ sit prima conclusio. [b per coroll. 19. l 5. c per 16 l. 5]

Tum vt probauimus ρ. ν. esse ad y. ξ. sicuti H. ν. ad ν. y. vel vt H. B. ad B. G. ita probabimus B. σ. esse ad ρ. γ. vt H. B. ad B. G. Proinde vt ρ. ν. ad y. ξ. sic est[d] B. σ. ad ρ. γ. & rectangulum sub extremis ρ. ν. ρ. γ. æquale est facto sub medijs y. ξ. B. σ. quæ sit secunda conclusio. [d per 22 l 5.]

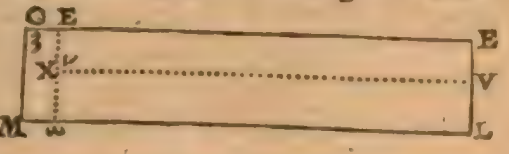
Rursus M. L. excedit y. ν. quantitate æquali ipsi ρ γ. qua σ. ρ. superat B. G. Nam rectangulum sub M. L, L. E. æquale est quadrato k. L. hoc est rectangulo sub z. L, L. θ. addamus vtrinque æqualia illi, nimirum quadr. E. σ. huic vero quadratum L. ν. manebunt rectangulum sub M. L, L. E. & quadratum E. σ. æqualia rectangulo sub z. L, L. θ. & quadrato L. ν. Atqui quadrato E. σ. par est[e] rectangulum sub ρ. σ, σ. B. tum rectangulo sub z. L, L. θ. & quadrato L. ν. æquale est[f] quadratum z. ν. hoc est σ rectangulum sub y. ν, ν. B. Proinde rectangula sub M. L, L. E. & sub ρ σ, σ. B. æquantur rectangulo sub y ν, ν. B. Atqui rectangulum sub ρ. σ, σ. B. totum continetur in rectangulo sub y. ν, ν. B. Tollatur ergo illinc rectangulum sub ρ. σ, σ. B. hinc vero pars rectangulo sub y. ν, ν. B. illi æqualis: remanebit enim rursus rectangulum sub M. L, L. E. æquale residuo ex rectangulo sub y. ν, ν B. nempe id quod fit ex y. ν, ν. σ. & quod continetur sub ν. B. excessu quo y. ν. excedit σ. ς. Quod quidem residuum vt clarius pateat, subijciatur oculis propria figura, nempe rectangulum y. B. sub y. ν, ν. B. Et diuisa ν. B. in σ. ducatur à puncto σ. linea σ. ρ. parallela ipsi y. ν. & æqualis ipsi σ. ρ. vt appareat rectangulum ρ. B. diuidaturque σ. ρ. in σ. γ. æqualem ipsi B. G. & γ. ρ. Quoniam vero rectangulum ρ. B. deficit à rectangulo y. B. toto y. σ. & ρ. δ. comprehenso sub ρ. ν. æquali ipsi B. σ. & ν. δ. æquali excessui quo y. ν. superat ρ. σ. sequitur rectangulum sub M. L, L. E. æquale esse his rectangulis y. σ. & ρ. δ. & proinde tale rectangulum applicatum ad lineam E. L. longitudinem efficiet L. M. maiorem quam ν. y. sitque excessus M. y. ita vt iam rectangulum, habeamus M. E. æqualem duobus y. σ. & ρ. δ. Si proinde commune y. σ. substulerimus manebit M. ζ. æquale ipsi ρ. δ. Et itaque erit[g] ζ. y. seu ν. σ. ad ζ. λ. hoc est σ B. vt ρ. ζ. ad y. M. vel vt excessus quo y. ν. excedit σ. ρ. ad excessum quo M. L. superat y. ν. & cõponẽdo B. ν. erit ad σ B vt ρ. ν. ad ζ. ν. seu M. y. atqui ostẽdimus[h] σ. B. esse ad ρ γ. vt ν. σ ad σ. ρ. & eadẽ ratione sic quoq; est B. ν. ad excessum y. ν. supra B. G. qui hic notatur linea ζ. γ. Ita vt sit B. ν. ad ζ γ. vt B. σ. ad ρ. γ. & vicissim B ν. ad B. σ. vt ζ. γ. ad ρ γ. Ergo quoq; ρ. ν. est[d] ad ζ. ν. vt ζ γ. ad ρ γ. & rectangulum sub ρ ν. & ρ γ. est[g] æquale rectangulo sub ζ. ν, ζ. γ. Vnde fit vt ν ζ. seu M. y. seu excessui quo M. L. superat ν. y. sit[i] æqualis ipsi ρ. γ. seu excessui lineæ σ. ρ. supra rectum latus B. G. Et sit item ν. ρ. seu excessus quo M. L. superat ρ. σ. æqualis ipsi ζ γ. seu excessim quo ν. y. excedit G. B. Tertia conclusio. Tandem rectangulum sub y. ν, ν. B. est æquale rectangulo sub λ ν, ν. B. cum duobus rectangulis altera sub ν. ν, ν. λ. altero sub ν. B. seu y. Ξ. æquali & excessu y. ξ. vt ex figura sic probo. Sint duæ ν. y. secta in ξ. & ν. B. insecta: erit[m] enim rectangulum y. B. æquale duobus ξ Ξ. & ξ. B. Atqui ξ. B. componitur ex binis ν. λ. & λ. B. Ergo y. B. æquale est tribus λ. B, ν. λ. & ξ. Ξ. vt dicebamus. Huic autem rectangulo y. B. seu contento sub y. ν, ν B. æquale est[e] quadratum z. ν. seu rectangulum[f] sub Z. L, L. θ. cum quadrato L. ν. seu denique rectangulum sub M. L, L. E. cum quadra- [i per 5 lemma præced. l per 2 l 2. m per 8 l. 6.]





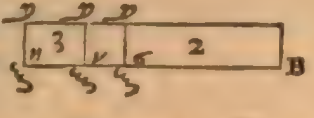
a per 2 prop. lemmatis in 6 per 1. 2. bb per 8. 2

to L. ν. Rectangulo vero sub λ ν, ν. B. par est a quadratum μ. ν. seu b rectangulum sub μ. V. V. π. & quadratum V. ν. hoc est bb quadrata φ. V. & V. ν. Ergo rectangulum sub M. L, L. E. cum quadrato L. ν. est æquale quadratis φ. V, V. ν. & duobus rectangulis ν. ξ, ξ. π. Atqui duo quadrata L. ν. & V. ν. sunt æqualia, quia lineæ sunt æquales. His ergo sublatis remanebit rectangulum sub M. L, L. E. æquale quadrato φ. V. & binis rectangulis ν. ξ, ξ. π. Atqui, vt hac figura patet rectangulum sub M. L, L. E. est æquale rectangulis sub E. V, V. X. & sub X. V, V. L. atque sub E. L. & M. ω hoc est tribus E. X, X. L. & ω. ⊖. Itaque hæc tria sunt æqualia rursus quadrato φ. V. & binis rectangulis ν. ξ, ξ. π. Quarta conclusio.



c per 1. conclusionem.

Fiat hic ν y. ea longitudine qua in potiori figura est, & producatur in L. ea quantitate vt sit y. L. æqualis excessui ρ γ. sic habebimus c veram longitudinem lineæ M. L. Erigatur perpendicularis ν. ν. & perficiantur rectangula ν. y. & M. V. cum sint ν. ν. & L. V. æquales. Erit enim rectangulum M. V. æquale rectangulo sub y. ν, ν. ν. & eo quod fit sub ν. ν. seu V. L. & L. y. seu excessu quo M. L. superat y. ν. Atqui λ. ν. minor est quam y. ν. Sit ergo hic ν. λ. & à puncto λ. demittatur perpendicularis in y. ν. punctulis apparens. Sic enim videbitur rectangulum sub M. L, L. V. æquale rursus rectangulo sub λ. ν, ν. ν. & ijs quæ fiunt sub ν. ν. ac excessibus lineæ M. L. supra y ν. & ipsius ν. y. supra λ. ν. nempe λ. y. & y. ν. Quinta cõclusio.



Adpingatur etiam hic linea B. ν. & ipsi perpendicularis erigatur æqualis excessui ξ. y. notenturque puncta σ. & ν. perficianturque parallelogramma, vt appareat rectangulum sub B. ν. ξ y. æquale d rectangulis sub tribus partibus B. σ, σ. ν, ν. ν. & ξ. y. nempe B. y, σ. y, ν. y. Sexta conclusio.

d per 1. L. 2.

Conferamus iam hæc rectangula sub B ν. ξ. y. illis sub L. M. ν. ν. Etenim quod fit hic sub ν. ν. ξ y. illic quoque est: notenturque ambo numero 1. Deinde rectangulum sub B. σ, ξ. y. æquale est e extensum rectangulo sub ν. ν, ρ. γ. Atqui ρ. γ. est f æqualis excessui quo M. L excedit ν. y. qui illic est linea L. y. Proinde hic rectang. sub B. σ, ξ. y. est æquale illic rectangulo y. V. notenturque ambo numero 2. Denique medium hic sub σ. ν. & ξ. y. æquale est contento sub E. V. æquali ipsi ν σ. & M. ω. pari ff ipsi ξ. y. Reperitur vero hoc rectang. sub E. V, M. ω. in tertia præcedenti figura: notentur ergo ambo numero 3. Hinc sequitur rectangulum sub M. L, L. V. excedere rectangulum sub λ. ν. ν ν. duobus rectãgulis sub B. σ. ξ. y. & sub ν. ν, ξ. y. Et si iunxerimus ipsi sub λ. ν, ν. ν. rectãgulum sub E. V, M. ω. tunc rectangulum sub M. L, L. V. superabit rectangula sub λ. ν, ν. ν. & sub E. V, M. ω. toto rectangulo sub B. ν. ξ. y. Proinde rectangnlum sub M. L, L. V. cum alio sub E. V, M. ω. est æquale duobus rectangulis sub λ. ν, ν. ν. & sub B. ν. ξ. y. Septima conclusio.

e Secunda conclusione. f 1 ex hac cõclusione. ff prima conclusione.

His conclusionibus positis facile erit reliquum euincere. Nam cum quadratum φ. V. cum rectangulis sub λ. ν, ν. ν. & B. ν. ξ. y. sit g æquale tribus rectangulis sub E. V, V. X, & sub X. V, V. L. & denique sub E. L, M. ω. sunt h vero rectangula sub λ. ν, ν ν. & sub B ν, ξ. y. æqualia duobus sub M. L, L. V. & sub E. V, M. ω. quibus sunt æqualia quoque hæc duo sub X. V, V. L. & sub E. L, M. ω. vt figura tertia præcedenti pater, sequitur sublatis vndiquaque æqualibus, remanere quadratum φ. V. æquale rectãgulo sub E. V, V. X. Atqui eidem rectangulo sub E. V, V. X. est i quoque æquale quadratum T. V. Ergo φ. V. quadratum quadrato T. V. est æquale, & linea φ. V. æqualis lineæ T. V. quod fuerat probandum.

g Quarta conclusione. h Ex 7. conclusione. i per fabricam.

Igitur sectio in conoide facta hyperbole est: imo similis ei quæ conoidem constituit, seu sectioni A. B. C. Nam cum factum sit M. L. esse ad L. N. vt G. B. ad B. H. Vt vero M. L. ad L. N. ita sit O. E. ad E. N. & E. O. ad E. N. vt G. B. ad B. H. hoc est rectum latus ad transuersum. Sunt l ergo sectiones similes. Tum factæ in conoide diameter est, E. F. quæ omnia fuerant probanda.

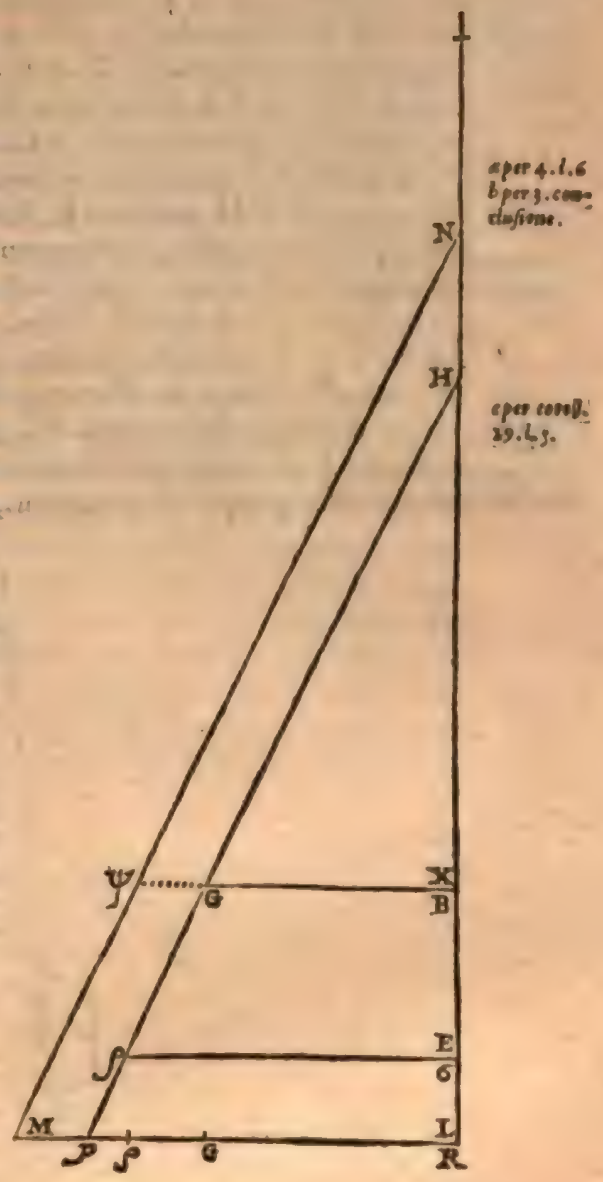
l per schol. 18 definit. huius.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc collegimus latus transuersum E. N. sectionis conoidis, excedere latus transuersum B. H. sectionis comprehendentis conoidem, duplo lineæ B. ρ.

ΚΑΤ. Quoniam enim in triangulis rectangulis y. ρ. H. & M. L. N. est [a] M. L. ad L. N. vt y. ρ. ad ρ. H. Est [b] vero M. L. maior quam ρ. y. erit quoque L. N. maior quam ρ. H. linea ergo L. N. vspiam secat G. B. infinito protensam secet in X. & ducatur X. ⏚. parallela ipsi M. L. & hic ambo trianguli referantur proprio diogrammate.

ΑΠΟΔ. Nam quia vt H. B. ad B. G. sic H. ρ. ad ρ. y. est [c] conuersione rationis B. ρ. ad excessum quo ρ. y. superat B. G. vt H. B. ad B. G. Rursus quia N. X. est ad X. ⏚. vt N. L, ad L. M. erit etiam X. L. seu B. ρ. ad excessum quo L. M. excedit X. ⏚. vt N. L. ad L. M. hoc est vt H. B. ad B. G. Ergo B. ρ. habet eandem rationem ad vtrumque excessum, nempe ad eum quo ρ. y. superat G B. & eum quo M. L. superat X. ⏚. sunt itaque hi excessus æquales. Verum L. M. superat [b] ρ. ρ. eodem & pari excessu quo ρ. y. excedit B. G. Proinde L. M. superat vtramque duarum ⏚ X. & ρ. ρ. pari excessu. Sunt ergo æquales ⏚. X. & ρ. ρ. Cum itaque trianguli H. ρ. ρ. & N. X. ⏚. sint similes, & ρ. ρ. æqualis sit ipsi X. ⏚. sunt quoque N. X. & H. ρ. æquales, à quibus tolle H. B. communem, manebunt N. H. & B. ρ. pares. Verum B. ρ. est æqualis ipsi X. E. Ergo N. H. & X. E. quibus N. E. seu transuersum latus sectionis I. E. ξ. superat B. H. transuersum latus sectionis A. B. C. duplæ sunt simul vnius B. ρ. quod fuit probandum. Quamuis igitur ob situm planum triangulus N. L. M. in potiori figura decurtetur, hic veram eius quantitatem oculis & rationi subiectam habes.



[a] per 4. l. 6
[b] per 3. conclusione.
[c] per coroll. 19. l. 5.

ΛΗΜΜΑ ζ.

Si conois hyperbolica plano per verticem coni ipsam continentis conoidem, ducto secatur: fit hyperbole, dissimilis illi quæ figuram complectitur, eiusque diameter est linea communis duobus planis & illi secanti, & ei quod per axem conoidis ducitur perpendiculare ad prius illud secans per verticem coni conoidem comprehendentis eductum.

ΥΠΟΘ. Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius diameter D. B. conus comprehendens I. G. ω. per cuius verticem G. agatur planum quod conoidem secet non æquidistanter axi, faciatque in conoide sectionem κ. E. λ. Rursus agatur aliud planum per axem conoidis B. D. perpendiculare ad præcedens planum, amborumque sectio sit E. F.

ΣΥΜΠ. Dico sectionem κ. E. λ esse hyperbolem dissimilem sectioni A. B. C. quæ comprehendit conoidem: eiusque diametrum esse lineam E. F.

ΚΑΤΑΣ. Sumantur in ipsa sectione duo puncta L. & M. à quibus in lineam E. F. & planũ in quo A. B. C. perpendiculares agantur [a] M. O. & L. N. Tũ per puncta E. & B. duæ lineæ B. K. & E. H. tangant [b] sectionem A. B. C. Atque harum tangentium primæ B. K. parallelæ [c] ducantur Y. ϖ. & R. T. per puncta O. & N. secundæ vero E. H. æquidistantes ponantur V. X. & P. Q. per eadem puncta O. & N. quod fiet, quia E. F. in plano est in quo A. B. C. sectio. Rursus per lineas R. T, Y. ϖ. agantur plana perpendicularia ad planum in quo A. B. C. sectio & ad lineam E. F. & ergo parallela basi A. C. seu tangenti B. K. ita vt fiant sectiones circuli centris ζ. S. in quorum circumferentijs sint puncta L. & M. quia sunt L. N. & M. O. itidem perpendiculares ad E. F. Demum per E. punctum agatur planum perpendiculare ad A. B. C. planum quod secet conoidem æquidistanter axi, sitque [d] sectio hyperbole similis sectioni A. B. C. cuius sit diameter E. ℓ. secans lineam R. T. in ν. ob angulos rectos tam planos quam lineares, quos supponimus. Et tandem à puncto ν. erigatur perpendicularis ν. ϕ. vsque ad circumferentiam circuli R. L. ϕ. ℓ. Denique fiat G. Z. æqualis ipsi G. E. & G. σ. par alteri G. B. vt sint [e] ambarum sectionum κ. E. λ. & A. B. C. transuersa latera E. Z. & B. σ. agatur postremo E. X. perpendiculariter in B. D. Et fiat E. φ. dupla ipsius X. G. vt sit [f] E. φ. transuersum quoque latus sectionis, cuius diameter E. ℓ.

a per 11. l. 1. & 3 lemma praced.
b per coroll 37 l. 1 Con
c per 31 l. 1.
d per lemma praced. quod est 6.
e per 30. l. 1. Conic.
f per proximum coroll.

ΑΠΟΔ. Quoniam tangenti E. H. parallelæ sunt V. X. & P. Q. eas secat [g] E. F. bifariam in punctis N. & O. Estque sectionis P. E. Q. diameter E. N. & transuersum latus E. z. Cumque P. N. & V. O. ducantur ordinatim in sectione P. E. Q. quadratum P. N. est [h] ad quadratum V. O. vt rectangulum sub z. N, N. E. ad rectang. sub z. O, O. E. Atqui quadratum P. N. seu rectangulum sub P. N, N. Q. est [i] ad rectangulum sub R. N, N. T. vt quadratum E. K. ad quadratum K. B. Tum rectangulum sub V. O, O. X. hoc est quadratum V. O. est [i] ad rectangulum sub Y. O & O. ϖ. etiam vt quadratum E. K. ad quad. K. B. Proinde quadratum P. N. est ad rectang. sub R. N, N. T. vt quadratum V. O ad rectangul. sub Y. O, O. ϖ. Atqui his rectangulis sub R. N, N. T. & sub Y. O, O. ϖ. sunt [l] æqualia quadrata L. N. & M. O. Ergo rursus quadratum P. N.

g per 47. l. 1 Conic.
h per 21. l. 1 Conic.
i per manifestum 1 huius & 17. l. 3. Conic.
l per 8. l. 6

est

est ad quadratum L. N. vt quadratum V. O. ad quad. M. O. Et vicissim [a] vt quadratum P. N. ad quadr. V. O. sic est quadr. L. N. ad quadr. M. O. Verum fuit [b] vt quad P. N. ad quad. V. O. sic rectang sub z. N, N. E. ad rectang. sub z. O, O. E. Ergo vt rectang. sub z. N, N. E. ad rectang. sub z. O, O. E. sic est [c] quadratum L. N. ad quadr. M. O. Idcircoque sectio ϰ. λ. est [d] hyperbole, cuius est diameter E. F. Cæterum quod dissimilis sit alteri A. B. C. sic statuitur. Quoniam sectio circa diametrum E. ι. est [d] hyperbole similis ipsi A. B. C. sectioni rectangulum sub R. ν, ν. T. hoc est quadratum ↓. ν. est ad rectangulum sub E. ν, ν. ο. vt rectum latus sectionis ad transuersum. Similiter quad. L. N. est ad rectang sub E. N, N. z. vt rectum latus sectionis ad transuersum. Atqui ratio quadrati ↓. ν. ad rectang. sub E. ν, ν. ο. componitur [e] ex rationibus ↓. ν. ad ν. E. & ↓. ν. ad ν. ο. Et rursus ratio quadrati L. N. ad rectang. sub E. N, N. z. componitur [e] ex rationibus L. N. ad N. E. & L. N. ad N. G. Atqui illæ componentes, his sunt maiores. Nam ↓. ν. primo maior est ipsa L. N. quia rectang. sub R. N, N. T. inæqualioribus partibus (cui æquale est quadratum L. N.) minus est [f] rectang sub R. ν, ν. T. æqualioribus (cui par est quadr. ↓. ν.) Tum N. z. maior est quam ν. ο. quia iam N. E. est [g] maior parte ν. E. Et X. G. semissis transuersi lateris E. ο. minor est [g] linea E. G. semisse transuersi lateris E. z. ita vt tota N. z. maneat maior quam ν. ο. Maior ergo ↓. ν. ad ν. E. maiorem rationem habet [h] quam L. N. ad eandem ν. E. Atqui eadem L. N. ad minorem ν. E. maiorem rationem habet [h] quam ad N. E. Ergo multo maiorem habet rationem ↓. ν. ad ν. E. quam L. N. ad N. E. Eadem ratione ↓. ν. maiorem habet rationem ad totam ν. ο. quam N. L. ad N. z. Ergo ratio quadrati ↓. ν. ad rectangulum sub E. ν, ν. ο. maior est, [f] ratione quadrati L. N. ad rectang. sub E. N, N. z. Ergo quoque rectum latus sectionis, cuius diameter E. T. ad transuersum, hoc est rectum latus sectionis A. B. C. quæ figuram cõstituit, ad transuersum latus B. ϰ. in maiori ratione est, quam rectum latus sectionis ϰ. E. λ. ad transuersum E. z. Sectio itaque ϰ. E. λ. non est [i] similis ei quæ constituit figuram, quod fuerat probandum. Sic tandem satisfecimus secundæ parti præcedentis propositionis.

[a] per 16 l. 5
[b] per 21. l. 1 Conic.
[c] per 11. l 5.
[d] per præcedens lema.
[e] per 23. l. 6
[f] per lemmas. ad 8. l. 2. de sph. & cylind.
[g] per 47 l. 1
[h] per 8. l. 5
[i] per schol. 18 dispu. huius.

ΛHMMA Z.

Si sphæroidearum figurarum aliqua plano secatur æquidistanter axi, sectio erit Ellipsis similis ipsi quæ figuram comprehendit. Diameter vero sectionis erit illa communis planorum, & eius quod secat figuram, & eius quod ducitur æquidistanter axi recti ad planum secans.

ΥΠΟΘ. Sit Elliptica conois A. B. C. D. cuius axis B. D. Et secetur duobus planis, altero acto æquidistanter axi quod faciat in conoide sectionem E. k, F. S. altero vero ducto per axem & illi perpendiculari, faciente sectionem A. B. C. D. eandem quæ figuram constituit. Sit demum amborum planorum secantium communis occursus linea E. F.

ΣΥΜΠΕ. Dico sectionem E. k, F. S. esse Ellipsim similem illi A. B. C. D. quæ comprehendit figuram, eiusque diametrum esse E. F.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur in sectione aliquod punctum k. & ab eo in E. F. demittatur [l] perpendicularis k. L. quæ etiam recto incidat [m] in planum A. B. C. D. Per L. linea ducatur quæ æquidistet tangenti B. H. prius ductæ [n] & occurrenti alteri tangenti C. H. in puncto H. Iungatur B. C. & à puncto F. parallela ipsi C. B. ducatur quæ in O. occurrat lineæ E. O. parallelæ alteri B. H. Denique à puncto P. assurgat [o] perpendicularis P. Q. vsque ad circumferentiam sectionis E. Q, F. S. Et tandem planum agatur rectũ [p] ad planum sectionis A. B. C. D. per lineas A. L. N. & L. k. faciens circulum in conoide centro M. necessario circumferentia sua tangens punctum k. quia k. L. est perpendicularis ad idem planum cui rectum est planum circuli.

[l] per 11. l. 11 & 3. lem.
[m] per coroll. 38. lib. 11.
[n] p. 49 l. 2 seu p. 36. l. 1. Conic.
[o] per 12. l. 1.
[p] per 4. l. 11

a per 8. l. 6 ΑΠΟΔ. Quadratum k. L. est a rectangulo sub A L, L. N. æquale. Atqui hoc rectangulum sub A L, L. N. est b ad rectangulum sub E. L, L. F. vt quadratum B. H. ad quadratum H. C. Est ergo quadratum k L. ad rectangulum sub E. L, L. F. vt quadratum B. H. ad quadratum H. C. Verum quia O. F. est parallela vni B. C. & E. F. alteri H. C. anguli triangulorum B. C. H, O. F. E. sunt c æquales, & vt B. H. ad H. C. ita est d O. E. ad E. F. Proinde rursus quadratum k. L. est ad rectangulum sub A. L, L. N. vt quadratum O. E. ad quadratum E F. Quodcumque vero tandem punctum sumpseris in sectione E. k, F. S. vt Q. perpendicularemque demiseris Q. P. ad E F. eundem semper consequeris effectum. Proinde sectio est e Ellipsis: & est e ipsius altera diameter E F. altera vero B O. Et si fuerit P. punctum medium ipsius E. F. erit P. Q. æqualis semissi ipsius E. O. Cæterum quadratum semidiametri B R. sectionis figuram comprehendentis est f ad quadratum R. C vt quadratum H. C. ad quadratum B. H hoc est vt quadratum E. F. ad quadratum E. O. Et proinde B. R. erit ad R. C. seu B. D. ad S. C. vt E. F. ad E. O. similes sunt f itaque Ellipses, quod fuit probandum.

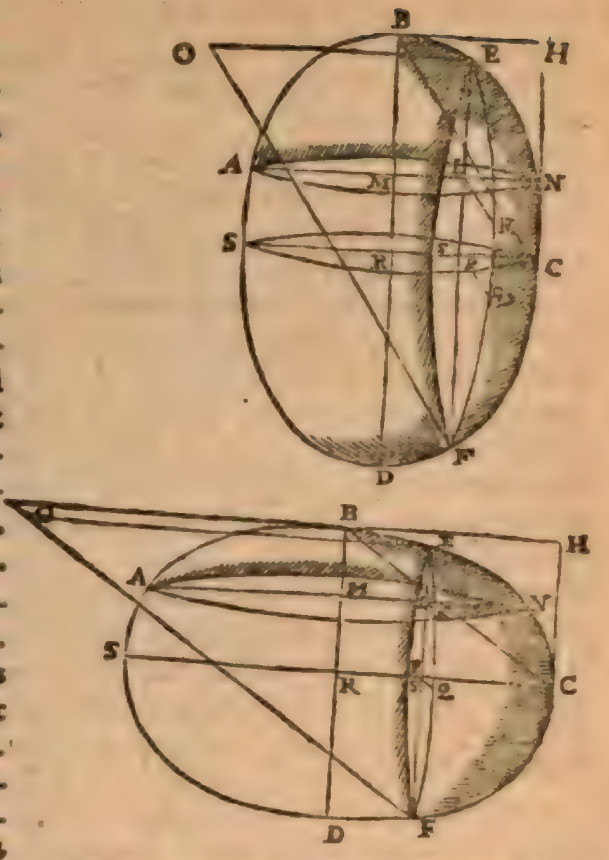
b per manifestum 1. huius.

c ex probatur per 29 lib. 1.

d per 4. l. 6.

e per 21 l. 1

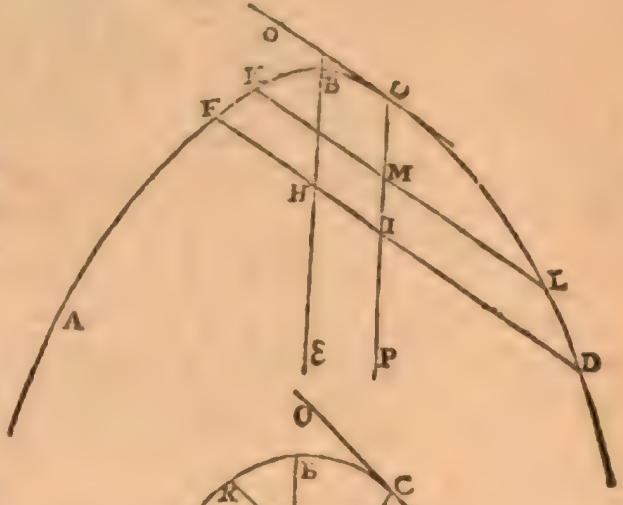
f per schol. definit. 18. huius.



Atque hoc pacto tertiæ propositionis parti prouidimus, & tandem totam propositionem sartam tectam fecimus.

ΛΗΜΜΑ.

Lineæ in sectione coni obliquè ad axem ductæ parallelam ducere, quæ coni sectionem tangat.



ΥΠΟΘ. Detur coni sectio A. B. C. D. cuius axis B. E. & obliquè ad ipsum agatur linea K. L.

g per 31. l. 1

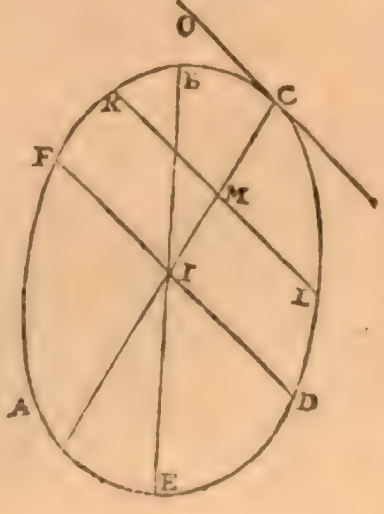
ΚΑΤ. Huic k L. ducatur g parallela F. D. secenturque ambæ k. L, F. D. bifariam h linea l. M quæ transeat in C. punctum vt sit i I. C. diameter sectionis F. C. D. à puncto demum C. agatur C. O parallela ipsi k. L.

h per 16 l. 1 i per 44. l. 2 Conic.

ΣΥΜΠ. Dico C. L. tangere sectionem.

ΑΠΟΔ. Etenim C. I. est k diameter sectionis, & sunt F. D, k L. ordinatæ in sectione. l Proinde C. O. tangit m sectionem.

k per def. 12 l. 1. con. l per 31 l. 1. Conic. m per 31 l. 1. Conic.

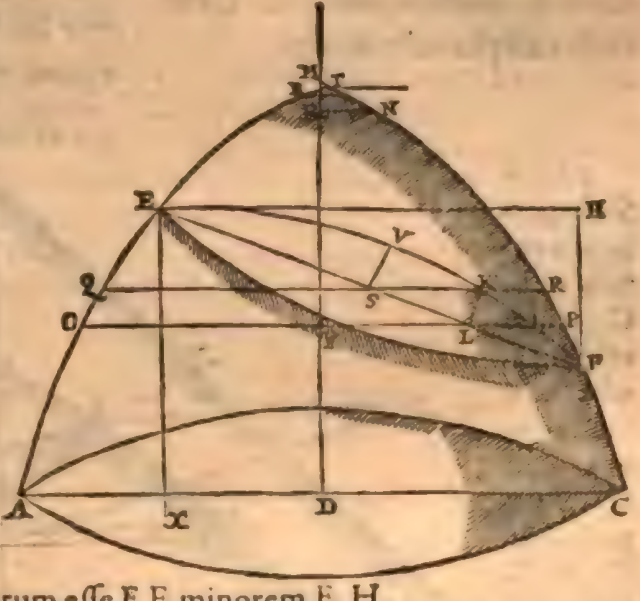


ΠΡΟΤ. ΙΓ.

Εἶκα τὸ ὀρθογώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ μήτε διὰ τοῦ ἄξονος, μήτε παρὰ τὸν ἄξονα, μήτε ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἀ τομὰ ἐστίζαι ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δ' αὐτᾶς ἀ μείζων ἔσται ἀ ἐναπολαφθεῖσα ὑπὸ τᾶς γραμμᾶς τᾶς ἐπιπέδων, τοῦτε τέμνοντος τὸ χῆμα καὶ τᾶς ἀχθέντος διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸν τέμνοντα ἐπίπεδον· ἀ δ' ἐλάσσων διάμετρος ἴσα ἔστω τοῖς διαστήμασι τοῖς ἀχθεισᾶν παρὰ τὸν ἄξονα ἀπὸ τᾶς περάτων τᾶς μείζονος διαμέτρου.

PROP. XIII.

Si rectangula conois plano secetur, non quidem per axem neque æquidistanter axi, neque ad rectos angulos cum axe, sectio erit acutianguli coni sectio: diameter vero ipsius maior erit linea concepta in conoide ab intersectione facta planorum, eius scilicet quod secat figuram, & eius quod ducitur recto per axem ad planũ secans. Minor vero diameter æqualis erit distantiæ linearum ductarum æquidistanter axi, ab extremis diametri maioris.



Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius axis B. D. secetur que duobus planis, altero quidem neque per axem ducto, neque æquidistanter axi, neque ad angulos rectos cum axe, quod sectionem faciat E. Y, F. V. altero per axem immisso, quod & recto incidat in planum E. Y, F. V. secundum rectam E. F. hyperbolemque reddat A. B. C. qua figura constituatur. Ab extremis autem lineæ E. F. ducantur duæ aliæ E. X. & F. H. parallelæ axi, & à puncto E. in F. H. incidat [a] perpendicularis E. H. quæ ambarum E. X. & F. H. distantiam notet.

[a] per 12 l. 1

ΣΥΜΠ. Dico sectionem E. Y, F. V. esse Ellipsim, eiusque maiorem diametrum esse E. F. minorem E. H.

ΚΑΤΑΣ. In obliqua sectione capiatur punctus quilibet K. à quo in E. F. lineam & in planum [b] in quo sectio est A. B. C. perpendicularis cadat K. L. [c] Contingant [d] demum sectionem A. B. C. lineæ T. B. & T. N. quarum alteri T. B. parallela ponatur O. L P. altera vero T. N. æquidistet lineæ E. F. occurratque diametro in M. Et à puncto N. demittatur N. R. recto in B. D. axem. Denique à puncto S. medio lineæ E. F. assurgat [e] cathetus S. V. ad sectionem vsque & per S. transeat adhuc linea Q. S. R. parallela ipsi O. P. ac per ambas lineas punctaque K. & V. seu per [f] lineas L. K. & S. V. agantur plana quæ sectiones faciant [g] circulos, in quorum peripheriis necessario sũt pũcta K. & V.

[b] per coroll. 19. l. 11.
[c] per 11 l. 11 & 13. lemma ad 12. huius.
[d] per 33 l. 1 Conic. & lemma proximum.
[e] per 11. l. 1.
[f] per 19. l. 11
[g] per 2. lemma ad præcedens.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quadratum lineæ L. K. æquale erit [h] rectangulo sub O. L. L. P. Et quad. lineæ S. V. æquale erit [h] rectang. sub Q. S, S. R. Atqui rectang sub O. L, L. P. est [i] ad rectang. sub E. L, L F. vt quadr. B. T. ad quad. T. N. Ergo quadr. K. L. est [i] quoque ad rectang. sub E. L, L. F. vt quadr. B. T. ad quadr. T. M. hoc est, vt quad. B. T. ad quad. T. M. Vt enim R. B, B. M. sunt [m] æquales, ita pares sunt [n] N. T, T. M. Quoniam autem trianguli E. F. L, M. B. T. angulos habent ad B. & L. rectos, tum æquales ad T. & A. ex parallelarũ E. L, B. T. & E. F, T. M. proprietate, [o] est & vt B. T. ad T. M. sic L. E. ad E. F. [p] vt quadrata illarum, sic harum quadrata. Proinde quadratum K. L. est ad rectangulum sub E. L, L. F. vt quadrat. H. E. ad quadrat. E. F. Idem demonstrabimus de perpendicularibus omnibus demissis à quibuslibet sectionis punctis.

[h] per 14 l. 1
[i] per manifestum 1. huius.
[l] per 2. l. 5.
[m] per 35 l. 1. Conic.
[n] per 2 l. 6
[o] per 19 l. 6
[p] per 4 l. 6

Nam cum quadratum V. S. sit ad rectang. sub E. S, S. F. hoc est ad quadratum E. S. vt quadrat. T. B. ad quadr. T. N. hoc est [a] vt quadr. H. E. ad quadrat. E. F. linea V. S. erit ad E. S. seu [b] dupla V. S. nempe tota diameter minor erit ad totum E. F. vt H E. ad eandem E. F. Vnde sequitur [c] duplam V. S. seu totam semidiametrum minorem, esse æqualem ipsi H. E. Quod fuit probandum. Ergo sectio E. Y, F. V. est [d] Ellipsis cuius maior diameter est E. F. subtendens angulum rectum H. & maximum trianguli E. H. F. minor vero erit E. H. opposita acuto angulo E. F. H.

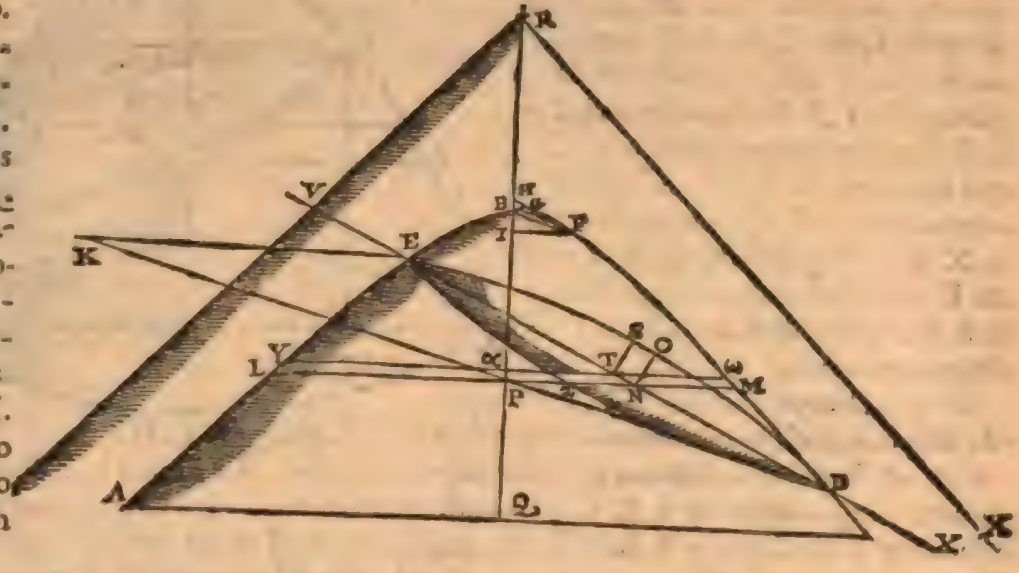
[a] per 11. l. 5.
[b] per 15 l. 5
[c] per 7. l. 5
[d] per 21. l. 1 Conic.

PROP. XIV.

Si obtusiangula conois plano secatur coincidente in omnia coni latera conoidem comprehendentis non rectis ad axem angulis: sectio erit acutianguli coni sectio: diameter vero maior ipsius erit concepta in conoide à sectione facta planorũ, alterius quidem secantis figuram, & alterius acti per axem recto ad planum secans.

ΠΡΟΤ. ΙΔ.

Εἶτα τὸ ἀμβλυγώνιον κωνοειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ συμπίπτοντι πάσαις ταῖς τῆς κώνου πλευραῖς τῆς περιεχοντος τὸ κωνοειδὲς μὴ ποτ' ἐρθὰς τῷ ἄξονι, ἀ τομὰ ἐστῖται ὀξυγωνίου κώνου τομά· διάμετρος δὲ αὐτᾶς ἡ μείζων ἐστῖται ἡ ἀναπολαφθεῖσα ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀπὸ τᾶς γινομένας τομᾶς τ' ἐπιπέδων, ἅπτε τέμνοντ' τὸ χῆμα, καὶ τᾶς ἀχθέντος διὰ τᾶς ἄξονος ὀρθὸ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.



ΠΡΟΘ. Sit hyperbolica conois A. B. C. cuius axis B. Q. adiecta axi R. B. conus conoidẽ cõprehẽdẽs V. R. X. secetur conois plano ad axem obliquo quod & transeat in vtraque coni V. R. X. latera, & fiat in conoide sectio E. Z. D. S. alio rursus plano transeunte per axem, & rectò ducto ad prius planum secans, fiat sectio A. B. C. figuram constituens, [e] amborum denique planorum secantium occursus sit [f] linea E. D.

ΣΥΜΠ. Dico sectionem E. Z. D. S. esse Ellipsim, cuius maior diameter sit E. D.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur in sectione obliqua punctum O. à quo demittatur [g] in lineam E. D. & ex consequenti in planũ in quo est A. B. C. sectio, perpẽdicularis O. N. & per N. O. ducatur planum L. N. M. rectum ad axem B. Q. & ad planum A. B. C. vt centro P. & diametro L. M. fiat [h] circulus in cuius periferia sit O. Deinde à puncto B. ducatur [i] tãgens G. B. parallela lineæ L. N. M. ducatur & alia tangens F. G. parallela ipsi E. D. & occurrens axi in H. rursus demittatur [k] F. I. perpendicularis in axem, & iungatur F. B.

ΑΠΟΔ. Vt est rectãg. sub L N, N M. hoc est [m] quadr. O. N ad rectãgulũ sub E. N, N. D. sic est [n] quadr B. G. ad quadr. G F. Idẽ probabitur de reliquis omnib. parallelis demissis à sectione in E. D. Ergo sectio oblique facta est, Ellipsis, eiusq, maior diameter est E. D.

[e] per 1. lemma ad 12. huius.
[f] per 3 l. 11.
[g] per 11. l. 11
[h] 3 lemma ad 12. huius.
[i] per 2 lemma ad 12. huius.
[k] per lemma ad 13. huius.
[l] per 1. l. 1. [m] per 14. l. 2. & 8 l. 6. [n] per manifestum huius.
[o] per 21. l. 1 Conic.

cum sit G. F. maior quam B. G. Nam cũ in triangulo H. I. F. basi I. F. sit æquidistans G. B. vt H. B. ad B. I. ita[a] H. G. ad G. F. At vero H. B. minor est[b] ipsa B. I. ergo H. G. minor est quarta G. F. Atqui H. G. maior est quam G. B. multo ergo minor est B. G. ipsa G. F. Respondet autem G. F. maiori diametro, G. B. respondet minori. Ergo E. D. parallela ipsi G. F. est maior diameter, quod fuit probandum.

[a] per 2 l. 6
[b] per 36 l. 1. Conic.
[c] per 47. l. 1

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vltimis verbis huius propositionis subiungit Archimedes ἰμείως καὶ ἐπὶ τοῦ εὐθυγράμμου τοῦ ρ. ὑπὸ τῶν τῆ ἀμβλυγωνίου κώνου τομῆς πάντας μείζων ἐστὶν ἡ Γ. Δ. quorum verborum nullus est sensus qui conueniat: propterea inquiebat Abbas Maurolicus, secundus quem tulit Sicilia Archimedes, Commãdino scribens, verba hęc ex corollario quod pro secunda diametro addiderat author, irrepsisse in finem propositionis, exscripta quadam ignota manu, Potuit autem esse eiusmodi.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Si à punctis E. & D. parallelæ lineæ ducantur, altera ipsi B. G. nempe E. K. altera iuncta F. B. nimirum D. K. Erit E. K. minor diameter sectionis.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur E. D. bifariam puncto T. & assurgat huic perpendicularis T. S. vsque ad sectionem: tum agatur per T. linea Y. ω. ad axem perpendicularis, & ideo ipsi B. G. parallela, ducaturque planum per ambas lineas Y. ω. & T. S. quod sit[d] necessario perpendiculare ad axem & ad planum A. B. C. vt fiat[e] circulus centro ω. in axe.

[d] per 19 l. 11
[e] per 2 lẽma ad 12. huius.

ΑΠΟΔ. Etenim cum in triangulis B. G. F. & K. E. D. sint latera G. F, D. E. parallela, tum G. B, E. K. denique reliqua F. B. & D. k. probabimus facile angulos æquales & latera proportionalia. Vt igitur[f] tangens F. G. ad tangentem G. B. sic D. E. ad E. k. Verum ostendam facile quadratum S. T. esse[g] ad rectangulum sub E. T, T. D. hoc est ad quadratum E. T. vt quadratum F. G. ad quad. G. B. Proinde linea S. T. hoc est semidiameter minor est ad T. E. semidiametrum maiorem vt F. G. ad G. B. hoc est[h] vt D. E. ad E. k. Ergo & tota D. E. erit ad duplum ipsius T. S. vt eadem est ad E. k. Sunt igitur dupla T. S. & E. k. æquales. Atqui dupla T. S. est minor sectionis diameter. Ergo E. k. est quoque semidiameter minor, quam quærebamus.

[f] per 4 l. 6.
[g] per mam. 2. huius.
[h] per 11 l. 5
[i] per 7 l. 5.

ΓΡΟΤ. ΙΕ.

Εἶτα ἐὰν τὸ σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθῇ, μὴ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ἡ τομὴ ἐστεῖται ὀξυγωνίου κώνου τομή· διάμετρος δὲ αὐτῆς ἡ μείζων ἐστεῖται ἡ ἐναπολαφθεῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ ὑπὸ τᾶς γραμμᾶς τομᾶς τῷ ἐπιπέδων ἃ τέμνοντι τὸ σχῆμα, καὶ ἃ ἀχθέντι διὰ τοῦ ἄξονος ὀρθοῦ ποτὶ τὸ τέμνον ἐπίπεδον.

PROP. XV.

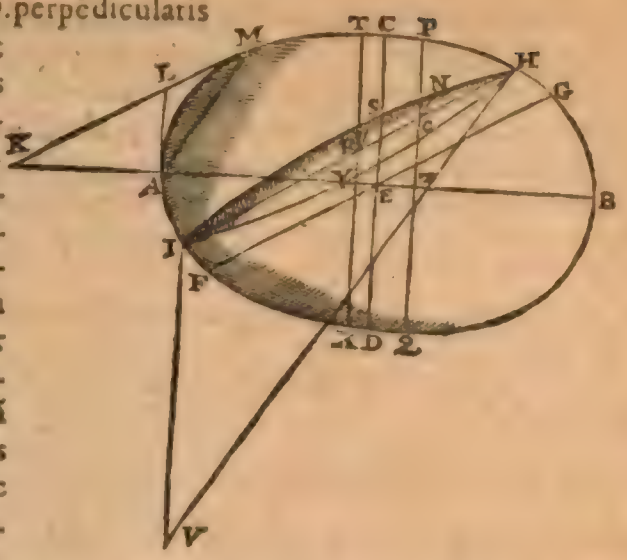
Si oblonga sphærois plano secetur non recto ad axem, sectio erit acutianguli coni sectio: diameter vero ipsius maior erit concepta in sphæroide sectio duorum planorum, eius scilicet quod secat figuram, & eius quod ducitur per axem recto ad planum secans.

ΥΠΟΘ. Sit oblonga sphærois A. C. B. D. quæ ad axem A. B. primum oblique secetur plano sectionem faciente I. Y, H. S. tum per eundem axem alio plano quod Ellipsim A. C. B. D. faciat, quæ figura constituitur quodque rectò intersecet planum præcedens secundum lineam I. H.

ΣΥΜΠΕ. Dico sectionem I. Y. H. S. esse Ellipsim, eiusque maiorem diametrum esse I. H. ΚΑΤΑΣ. Sumatur in sectione I. Y, H. S. punctũ N. à qua demittatur[k] in lineã I H.

[k] per 11 l. 11 & 1. lema ad 12. huius.

seu in planũ in quo est sectio A.C.B.D. perpẽdicularis N.O. ac per O. lineam O.N. transeat planum sphæroidem secans, & incidẽs secundum lineam P.Q. ad rectos angulos in planum A.C.B.D. vt fiat circulus centro Z. in cuius periferia sit pũctum N. Iam lineis I.H, P.Q. parallelæ ponantur [a] duæ tangentes altera alteri M.L, L.A. & occurrat M.L. cum ex A.B. in puncto K. demum agatur F.E.G. parallela ipsi I.H. per E. centrum figuræ. Et diuidatur I.H. bifariã in R. vnde assurgat [b] perpendicularis R.S. ad circumferentiam sectionis, ac demum per R.S. transeat planum T.X. præcedenti parallelum acto per O.N. & circulum constituente intra sphæroidem, cuius erit semidiameter R.S.



[a] per lemma ad 13 huius.

[b] per 11 1 Conic.

ΑΠΟΔ. Vt in præcedentibus quadratum N.O. est ad rectang. sub I.O, O.H. & quadrat. A.L. ad quad. L.M. quod cum sit de omnibus alijs sectionis punctis sequitur, sectionem I.Y.H.S. esse Ellipsim. Deinde cum C.E.D. sit minor diameter expositæ sphæroidis, est F.E.G. linea maior diametro C.D. Atqui rectang. sub F.E, E.G. seu quadr. F.E. est rectangulo sub C.E, E.D. vel quadrato C.E. sicut quadratum M.L. quadrato L.A. Ergo M.L. est maior quam L.A. Et vero rursus quadratum I.R. ad quadratum R.S. maximæ nempe perpendicularis quæ à sectione ducatur in planorum intersectionem, seu in I.H. vt quad. M.L. ad quadratum L.A. Est igitur I.R. maior quam R.S. & tota diameter I.H. maior duplo R.S. Maior itaque diameter natæ Ellipseos ex obliqua sectione est I.H. minor vero dupla lineæ R.S.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

In præcedenti figura iungatur A.M. & à puncto I. agatur parallela ipsi A.L. iunctæ vero A.M. alia trahatur parallela à puncto H. quæ incidat in præcedentem puncto V. Etenim cum I.H. sit reliquæ M.L. æquidistans, fiet triangulus H.I.V. homologorum laterum.

ΣΥΜΠΕ. Dico lineam I.V. esse secundam diametrum præcedentis Ellipseos.

ΑΠΟΔ. Etenim superius probabitur I.H. habere ad I.V. eandem rationem, quam habet ad duplam R.S. diximus autem R.S. esse secundam diametrum. Ergo quoque I.V. est secunda diameter, quæ quærebatur.

COROLLARIVM. I.

Si prolata sphærois plano secetur, alia quidem eadem erunt: Atque diametrorum minor erit concepta in sphæroidelinea.

ΕΠΙΦΟΡΑ. Α.

Εἶτα τὸ ἐπίπεδον σφαιροειδοῦς ἐπιπέδῳ τμηθῇ, τὰ μὲν ἄλλα τὰ αὐτὰ ἐστῖται· τῶν δὲ διαμέτρων ἐλάσσων ἐστῖται ἡ ἐναπολαφθῖσα ἐν τῷ σφαιροειδεῖ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc Corollarium longiori non indiget demonſtratione. Nam quod in ſphæroide lata ſectione fiat Ellipſis, probabitur vt de ſuperiori: Deinde minorem diametrum figura comprehendi patebit omnino contraria ratione, qua oſtendimus H.I. eſſe maiorem. Nam hic maior diameter eſſet C.D. minor A.B. Atque M.L. fieret minor quàm L.A. & proinde I.H. minor diameter ſectionis.

ΕΠΙΦΟΡΑ. Β.

Ἐξ αὐτῶν ὂ φανερὸν ἐν πᾶσι τοῖς σχημάτεσιν ὅτι εἴκα παραλλήλοις ἐπιπέδοις τμηθῇ αἱ αὐτῶν τομαὶ ὅμοιαι ἐσοῦνται· τὰ γὰρ περάγωνα τῶν ἀπὸ τῶν καθέτων ποὶ τὰ παρειλημμένα, ἴσον τῶν γραμμάτων τὸς αὐτὸς λόγους ἔχουσι.

COROLL. II.

Ex ipſis manifeſtum eſt in omnibus figuris: quod ſi parallelis planis ſecentur, omnes ſectiones ſimiles erunt: quadrata enim à perpendicularibus facta ad parallelogramma interſectionum eaſdem rationes habebunt.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Secetur ſuperior ſphærois tot planis quot volueris omnibus parallelis vni I.H. & inter ſe: Omnes ſectiones erunt Ellipſes. Imaginemur iam addi alias diametros, in oblonga ſphæroide maiores, in prolata minores: Quadrata etenim omnium perpendicularium ſeu ſemidiametrorum, erunt ad quadrata ſemiſſium linearum, quibus ſe plana interſecant intra figuram, hoc eſt ad quadrata aliorum ſemidiametrorum, ſicuti quadratum M.L. eſt ad quadratum L.A. Omnium ergo ſectionum diametri inter ſe eaſdem rationes habent: & proinde ſectiones ſunt ſimiles. Idem nobis cenſendum eſt de omnibus conoidibus ob eaſdem omnino cauſas.

ΠΡΟΤ. Ις.

Ἐν τῷ ὀρθογωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς ὁτουοῦν σαμείου τῆς ἐν τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ κωνοειδέος τᾶν ἀγομέναν εὐθεᾶν παρὰ τὸν ἄξονα, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι ἐφ' ἃ ἐντὶ τὰ κυρτὰ αὐτᾶς σκῆς πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος· αἱ δ' ἐπὶ θάτερα, ἐντὸς.

PROPO. XVI.

In rectangula conoide, à quocumque puncto ſuperficiei conoidis ducantur lineæ rectæ parallelæ axi: quæ ad eas partes ducuntur, in quas tendit cauitas conoidis, cadunt extra conoidem: quæ verò ad contrarias, intra.

ΠΡΟΘ. Sit rectangulæ conoidis A.B.C. axis B.G. cui parallela ſit F.D.E. ducta à quodam ſuperficiei conoidis puncto D.

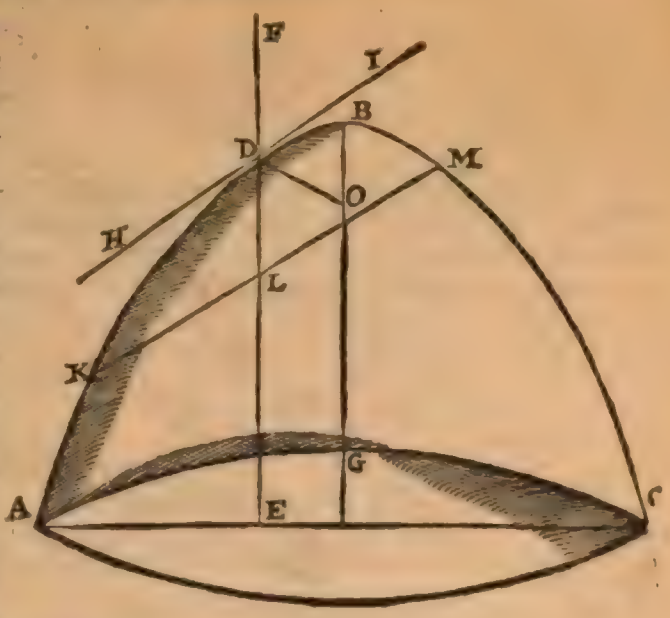
ΣΥΜΠ. Dico partem D.F. ductam à puncto D. in eaſdem partes, in quas tendit gibboſitas figuræ, extra figuram eſſe: partem verò D.E. quæ in contraria excurrit, intra figuram eſſe.

ΚΑΤΑΣ. A puncto D. in axem cadat, quouismodi recta D.O. quæ quia cum parallelis est [a] in eodem plano, agatur hoc planum per axem B. G. & alteram parallelam D. E. fiatque sectio conoidem comprehendens [b] A.B. C. tùm à puncto D. ducatur [c] tangens sectionem H. I. cui parallela agatur k L.M.

[a] per 7. l. 11.

[b] per 1. Lemma ad 12. hujus.

[c] per 36. l. 1. Conic.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam k.M. secatur [d] à D.E. bifariam, & aliæ secabuntur ductæ ipsi æquidistanter, linea D.L. est diameter [e] sectionis k. D.M. proinde cùm sectio k. D. M. intra conoidem contineatur, sequitur D.E. intra eandem esse, & D.F. extra, quæ est vltra tangentem H.I. cuius vnicus punctus D. conoidem attingit.

[d] per 46. l. 1. conic.

[e] per coroll. 51. l. 1. conic.

ΑΛΛΩΣ.

Si D.E. non est intra sectionem, tangit saltem sectionem in D. Et ideò cum axe B. vspiam conueniat necesse est [f]. Verùm ex hypothesi ipsi parallela est. Absurdum est ergo non esse D.E. intra conoidem, & D.F. extra.

[f] per 24. l. 1. conic.

PROPOSITIONIS ΤΗΣ ΓΠΡΟΤΑΣΕΩΣ.

secunda pars. τὸ δεύτερον μέρος.

In amblygonia conoide, à quolibet puncto superficiei ipsius ductis rectis parallelis alicui lineæ, quæ in conoide agitur à vertice coni comprehendentis conoidem: quæ quidem ducuntur in easdem partes, ad quas tendit figuræ curuitas, extra cadent, quæ verò in contrarias, intra.

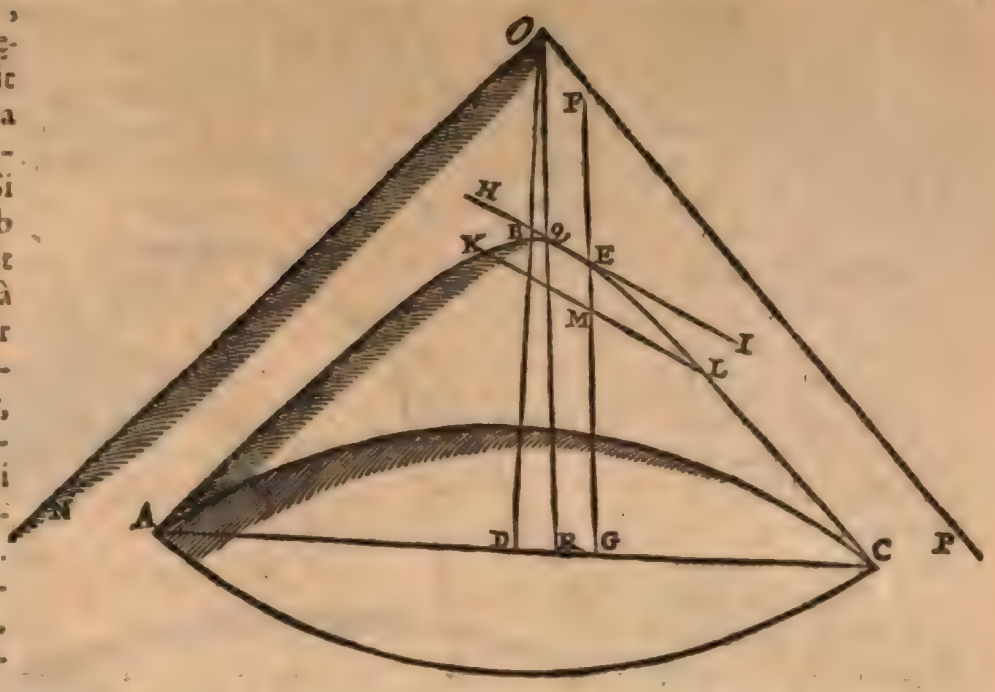
Ἐν τῷ ἀμβλυγωνίῳ κωνοειδεῖ ἀπὸ παντὸς σημείου τοῦ ἐν τῇ ἐπιφανείᾳ αὐτοῦ παρ' ἀγομένας διαμέτρου παρά τινα γραμμὰν ἃ ἔστιν ἐν τῷ κωνοειδεῖ ἀγομένα διὰ τῆς κορυφῆς τοῦ κώνου τοῦ περιεχοντος τὸ κωνοειδές, αἱ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἀγόμεναι ἐφ' ἃ ἐπὶ τὰ κορτὰ αὐτοῦ σημεῖα πεσοῦνται τοῦ κωνοειδέος, αἱ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἐκτός.

ΥΠΟΘ. Sit conois A.B. C. cuius axis B.D. adiecta axi B. O. conus comprehendens N.O.P. à cuius vertice O. ducatur linea, vel eadem cum axe O. D. vel alia vt O. Q. R. in conoidem dilabens. Huic autem ductæ à quocumque superficiei conoidis puncto agantur parallelæ, cuiusmodi est E.G. excurrens quoque in F.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico partem E. F. tendens in easdem partes, in quas porrigitur cauitas conoidis cadere extra conoidem: reliquam verò partem in contrarias actam, cadere intra.

ΚΑΤΑΣ. Si linea ducta à vertice eadem fuerit cum axe, patet propositio eodem fer-

mè modo, quo pars præcedens: erit enim linea F. E. G. parallela axi. Si verò alia ab axe fuerit vt O. Q. R. à pũcto E. per quem parallela ducitur, agatur tangens H. I. cui parallela ducatur k. L. intra sectionem A.B.C. factam vt superiùs.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Fit enim vt supra E.G. diameter sectionis k.E.L. & proinde intra conoidem est, & pars E.F. extra. *apet 47. 1. 1. & coroll. 51. eiusdem lib. 1. Conic.*

ΤΗΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΣ τὸ τρίτον μέρος.

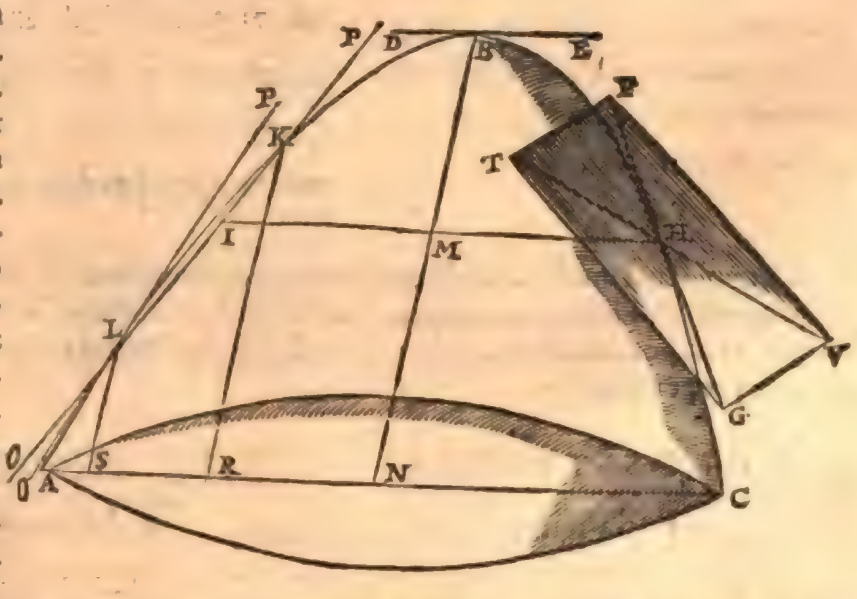
Εἴπερ τῶν κωνοειδέων σχημάτων ἐπίπεδον ἐφάπτεται μὴ τέμνον τὸ κωνοειδές· καθ' ἓν μόνον ἅψεται σημεῖον, καὶ ἡ διὰ τῆς ἁφῆς, καὶ τοῦ ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐστεῖται πρὸς τὸ ἐφαπτόμενον ἐπίπεδον.

PROPOSITIONIS tertia pars.

Si conoideas figuras planum tetigerit non secans conoidem: in vno tantum puncto tanget, & per contactus punctum axemque actum planum, rectum erit ad planum tangens.

ΠΡΟΘ. Quandam figuram conoidem A. B. C. cuius axis B N. tangat planum, & per contactum, & axem agatur aliud planum.

ΣΥΜΠ. Dico planum in vnico puncto tangere, & plano tangenti rectum esse ac perpendiculare planum actum per punctum contactus & axem B.N.

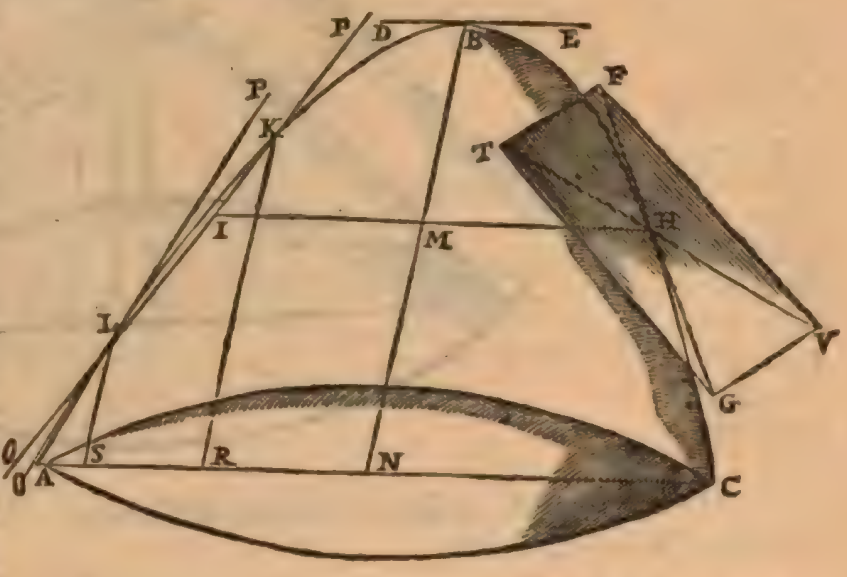


ΚΑΤΑΣ. Si enim fieri potest, tangat planum O. P. pluribus punctis vno, veluti in L. & K. à quibus ducantur k.R. & L.S. parallelæ axi B. N. & inter se, & proinde cùm in eodem plano sint [b] per vtrasque planum agatur, quod vel *b per 7. 11.*

per axem traducatur, vel æquidistanter axi: fiet enim sectio coni[a], in qua erunt duo puncta L. & k. Rursus per verticem B. tangat conoidem planum D.E. Denique sumatur quoddam punctum H. per quod tangat conoidem aliud planum F.T.G.V. & à puncto H. linea demittatur perpendicularis in axem B.N. quæ sit H.M.I. secundum quam agatur planum ad axem quoque erectum, quod sectione faciat[a] circulum, & secet[b] planum F.T,G.V. secundum rectam T.V.

[a] per 11. huius.

[b] per 3 huius.



APOD. In sectione facta plano transeunte per lineas L.S, k.R. sunt duo puncta L. & k. recta: proinde L.k. iungens ipsa puncta intra sectionem cadit[c]. Ergo & intra conoidem: Atqui hac linea transit planum O.P. Ergo hoc planum O.P. secat conoidem, nec tantum tangit, vt supponebatur. Deinde si planum D.E. tãgit conoidem per verticem B. ipsi plano axis B.N. perpendicularis erit. Omnia proinde plana per axem B.N. educta, recta erunt ad planum D.E. Denique si non per verticem tangit, sed per aliud planum, vt per H. quia planum actum per H.I. constituit sectionem, quæ est circulus, & cuius est diameter linea I.M.H. & secat planum F.T.G.V. secundum lineam T.V. sequitur ipsam T.V. tangere circulum cum punctum H. habeat solùm cum illo commune. Proinde I.H. facit[d] angulos rectos cum T.V. & cum plano[e], in quo est linea T.V. Ergo planum in quo sunt B.N. & I.H. etiam angulos faciunt[f] rectos cum plano F.T.G.V. quod fuit probandum.

[c] per 10. l. 2. Conic.

[d] per 18. l. 3. [e] per conuersam 18. l. 11. [f] per 18. l. 11.

PROP. XVII. ΠΡΟΤ. ΙΖ.

Si sphæroidearum figurarum quamlibet planum attingat non secans figuram, in vno tantum puncto tanget, & quod per contactum & axem planum actum fuerit, rectum erit ad planum tangens.

Εἶκα τῶν σφαιροειδέων χημάτων ὁποτερονῦν ἐπίπεδον ἅπτηται μὴ τέμνον τὸ χῆμα, καθ' ἓν μόνον ἅψεται σημεῖον, καὶ τὸ διὰ τᾶς ἁφᾶς, καὶ τᾶς ἄξονος ἐπίπεδον ἀχθὲν ὀρθὸν ἐστεῖται πρὸς τὸ ἐπιφανοῦς ἐπίπεδον.

Si conoidem cum sphæroide mutaueris in demonstratione secundæ partis superioris propositionis, hanc quoque propositionem demonstraueris: proinde non committemus, vt importuna repetitione nauseæ simus, & fastidio Lectori, ad secundam ergo partem properemus.

PROPOSITIONIS secunda pars. ΤΗΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΣ τὸ δεύτερον μέρος.

Si sphæroidearum figurarum quælibet plano secatur per

Εἶκα τῶν σφαιροειδέων χημάτων ὁποιονοῦν ἐπιπέδῳ ἁμηθῇ διὰ τᾶς

ἄξονος, καὶ ἀπὸ τῶν γωνιῶν τομὰς ἁπτομένη τις ἀχθῇ εὐθεῖα, καὶ διὰ τῆς ἁπτομένης ἐπίπεδον ἐπιζευχθῇ ὀρθὸν πρὸς τὸ τμῆμα· ἅψεται τοῦ στερεοῦ κατὰ τὸ αὐτὸ σημεῖον καθ' ὃ καὶ ἡ εὐθεῖα ἅπτεται τῆς τοῦ κώνου τομῆς.

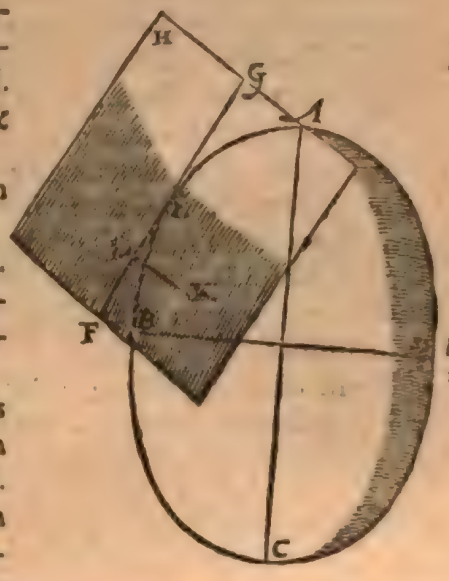
axem, & factam sectionem acta quædam recta tangat, tùm per tangentem planum erigatur rectum ad secans: tangit figuram in eodem puncto, in quo recta coni sectionem tangit.

ΥΠΟΘ. Sit sphærois A. B C. D. quæ secetur per axem, vt fiat [a] Ellipsis A B. C. D. quam linea G F. tangat in E. Tum fluat tangens & producat planum H. I. rectum ad præcedens planum per axem secans, & sit vtriusque intersectio linea F. G. aut alia.

ΣΥΜΠ. Dico planum H. I. tangere sphæroidem in eodem puncto E.

ΚΑΤΑΣ. Etenim si aliquo alio puncto planum H. I. tangit conoidem, ipsum sit K. & à puncto K. ducatur [b] perpendicularis K. L. in planum per axem secans.

ΑΠΟΔ. Primò quoniam punctum E. in sphæroidis superficie est, & item in plano H. I. sequitur planum H. I. tangere sphæroidem in duobus punctis K. & E. contra primam partem huius propositionis. Verùm quia planum H. I. non supponitur tangens, sed tantum rectum ad planum per axem secans: sic fortasse rectiùs procedet demonstratio, & magis ex mente Archimedis: Quoniam K. est in H. I. plano, & in superficie sphæroidis, sequitur perpendicularem K. L. incidere [c] in lineam G. F. vel in aliam quæcumque sit [d] vtriusque plani intersectio: proindéque ipsa perpendicularis extra sphæroidem ducetur non intra quod tamen debere fieri superiùs ostendimus.



[a] per 12. huius.
[b] per 11. li. 11.
[c] per 38 li. 11.
[d] per 3 l 11.
[e] lemm. 3. ad 12. huius.

Ἐπιφορὰ seu Corollarium.

Idem concludere possumus de conoide, eadem omnino ratione.

ΠΡΟΤ. ΙΗ.

Εἴπερ τῆς σφαροειδέων τινὸς χημάτων δύο ἐπίπεδα παράλληλα ἁπτοίντο· ἡ διὰ τῶν ἁφῶν ἐπιζευγνύουσα εὐθεῖα, διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαροειδοῦς πορεύσεται.

PROPO. XVIII.

Si aliquam ex sphæroideis figuris duo plana parallela tetigerint: linea iungens contactuum puncta, per centrum sphæroidis porrigetur.

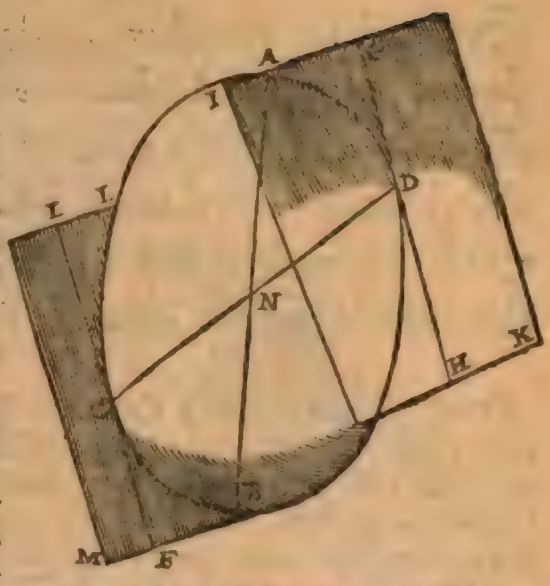
ΥΠΟΘ. Exponatur sphærois A. D. B C. cuius axis A. B. perpendicularis sit ad duo plana figuram tangentia: sic enim habebimus quod quærimus. Aut si plana non tetigerint per extremitatis axis, sed per puncta D. C. quæ recta iungantur.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico lineam D. C. transire per centrum figuræ.

ΚΑΤΑΣ. Per axem A. B & punctum D. tranleat planum quod faciat Ellipsim A. D B. f & si planum secans non transierit quoque per C. aliud agatur per axem A. B. &

f per 12 huius, & 1. lemma ad ipsam.

punctum C. quod aliam constituat Ellipsim.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Planum quod transit per axem & contactum D. perpendiculare est [a] ad planum tangens I. K. Et proinde quoque perpendiculare est [b] ad planum, aliud L. M. parallelum ipsi I K. Similiter quod secat per axem & contactum C. perpendiculare est ad I.M. planum, & quoque ideò ad aliud I.K. Si ergo idem planum non transit per D. & C. saltem se secabunt illa duo secantia in linea A.B. quàm communem habent, & ab ea in idem planum L.M. vel I k. duo plana cadent perpendicularia. Ab eodem ergo puncto putà N. centro, duæ lineæ cadere perpendiculariter poterunt in idem planum ad diuersa puncta, vel duo anguli trianguli poterunt esse recti, quod est [c] in Geometria inconueniens. Vnum ergo, & idem planum est quod transit per axem A.B & puncta contactuum D. & C. vnaque est & eadem Ellipsis facta in sphæroide Proinde intersectiones planorum nempè E.C F. & G.D.H. sunt [d] parallelæ, ac iungens ambos contactus linea D. C. transit [e] per N. centrum, quod fuit probandum.

[a] per 17. huius.
[b] vt ex 14. & 16 l. 11. constare potest.
[c] per 13. d 11. & 31. l. 1.
[d] per 16 lib. 11.
[e] per 27. li. 3. Conic.

Hanc verò propositionem de sphæra quoque intelligere possumus, ijsdemque penè verbis nedum rationibus demonstrare, si pro sphæroide sphæram, & pro Ellipsi circulum dixerimus.

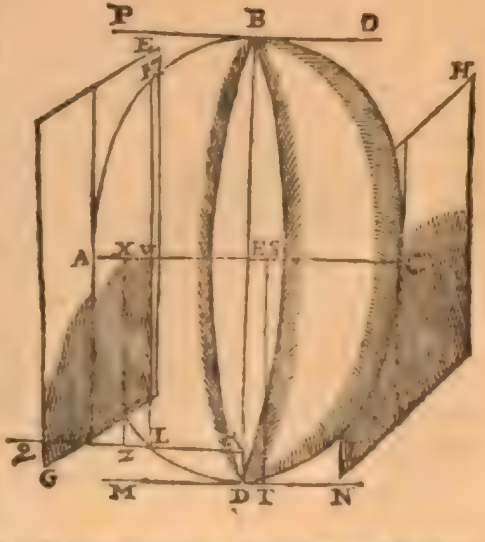
PROPO. XIX.

Si quamcumque sphæreidearum figurarum duo parallela plana ducta tangant: agatur verò & aliquod planum per centrum sphæroidis æquidistanter tangentibus: quæ per factam sectionem aguntur, parallelæ ei quæ coniungit contactuum puncta, extra sphæroidem cadent.

ΠΡΟΤΑ. Ιε.

Εἶτα τῶν σφαροειδέων σχημάτων ὁποτερονῦν δύο παράλληλα ἐπίπεδα ἀχθῆ ἐπιφαύοντα· ἀχθῆ δὲ καὶ ἐπίπεδον διὰ τοῦ κέντρου τοῦ σφαροειδέος παρὰ τὰ ἐπιφαύοντα· αἱ διὰ τῶν τοιούτων τομῶν ἀγόμεναι, παρὰ τὴν τῶν ἁφῶν ἐπιζευγνυσαν, ἐκτὸς πεσοῦνται τοῦ σφαροειδέος.

ΥΠΟΘ. Sit sphærois quæpiam, quam tangat duo parallela plana F.G, H.I. in punctis A.C. Tum per centrum E. agatur planum tangentibus illis parallelum, fiatque sectio, cuius diameter B.D Contactuum autem puncta iungat linea E.A. quę transeat [f] per centrũ E. ita vt sit C.E. A. diameter. Demum per puncta B. & D. agantur lineæ P.O, M. N. parallelæ iungenti A.C.



[f] per precedentem.

ΣΥΜΠΕ. Dico lineas P.O. & M.N. ambas produci extra sphæroidem, & sectionem B. ∝. D. Z. tangere.

ΚΑΤΑΣ. Agatur planum per axem D. B. quod secet sphæroidem, faciatque sectione, vel circulum, vel sphæroidem, sed ita secet, vt rectum sit ad planum, in quo est sectio, cuius diameter B.D. Hunc enim circulum, vel hanc Ellipsim tanget M N. aut secabit. Si primum habe-

[g] per 12. huius.

mus quod quærimus, producetur enim M.N. extra sphæroidem: idemque intelligendum est de P.O. At si secet, notentur duo puncta in sectione D.T. & à puncto T. linea ordinatim erigatur in A.C. quæ sit T.S.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Parallelogrammum est [a] E.T. quia sunt duæ T.E, D.S. parallelæ. Tum duæ T.D & E.S. suntque proinde T.S, & D.E. æquales [b], earumque quadrata æqualia. Verum quadratum D.E est [c] ad quadratum T.S. vt rectangulum sub C.E, E.A. ad rectangulum sub C.S, S.A. Atqui horum rectangulorum alterum sub C.E.E.A. altero sub C.S, S.A. maius est [d]. Ergo quadratum E.D. est maius quadrato T.S. Sed fuit illi æquale. In absurdum ergo incidimus. Non secat ergo M.N. circulum vel Ellipsim. Idem est de K.L. nec ergo ingrediuntur sphæroidem, quod fuit probandum.

[a] per fabricam & hypothesim.
[b] per 34. l. 1.
[c] per 21. l. 1. Conic.
[d] per lemma 5 ad 8. l. 1. de sphær. & cyl.

ΤΗΣ ΠΡΟΤΑΣΕΩΣ τὸ δεύτερον μέρος.

Εἰ δὲ μὴ τὸ παράλληλον ἐπίπεδον τοῖς ἁπτομένοις σημείοις μὴ διὰ τοῦ κέντρου ἀγόμενον ἦ, ὡς τὸ Κ. Λ. δῆλον ὡς καὶ ἀπὸ τῆς τομῆς τῶν γενομένων διάμετρον αἱ μὲν αὐτὸ τὰ αὐτὰ γενόμεναι τῷ τε ἐλάσσονι τμήματι εἰσὶς πεσοῦνται τοῦ σφαιροειδέος, αἱ δ' ἐπὶ θάτερα εἰσὶς.

PROPOSITIONIS secunda pars.

Si verò parallelum planum tangentibus signis, (seu planis) non agatur per centrum sicuti K.L. manifestum est ductarum à sectione linearum partes versus minus segmentum protractas, extra sphæroidem cadere: actas verò ad maius segmentum, intra.

ΠΡΟΘ. Sectio itaque fiat non per centrum, sed veluti secus lineam K.L. Et à sectionis puncto L. ducatur parallela diametro A.C. quæ sit Q.L.R.

ΣΥΜΠ. Cadet L.R. versus maius segmentum tendens intra sphæroidem, pars verò L.Q. procurrens in partes minoris segmenti, cadet extra sphæroidem.

ΚΑΤΑΣ. Capiatur in Q.L. punctum Z. à quo in A.E. ducatur [e] Z.Y.X. ipsi L.V. parallela, & æqualis.

[e] per 12. l. 1.

ΑΠΟΔ. K.L. linea bifariam secatur [f] in V. vt ordinatim ducta, & est V.L. minor [g], quàm E.D: minor quoque est [g] E.R. æqualis ipsi V.L. Itaque L.R. ingreditur sphæroidem. Rursus X.Y. est [g] minor quàm P.L. hoc est quàm X.Z. proinde linea L.Q. extra sphæroidem est, quod fuit probandum.

[f] per 47. l. 1. Conic.

ΠΡΟΤΑ. Κ. PROPO. XX.

Πᾶν χῆμα σφαιροειδὲς ἐπιπέδῳ τμηθὲν διὰ τοῦ κέντρου δίχα τέμνεται, ὑπὸ τοῦ ἐπιπέδου, καὶ αὐτὸ καὶ ἡ ἐπιφάνεια αὐτοῦ.

Omnis figura sphæroidea plano secta per centrum bifariam secatur à plano, & ipsum & superficies ipsius.

ΠΡΟΘ. Sit sphætois A.E.B.F. secta plano per centrum K. transeunte.

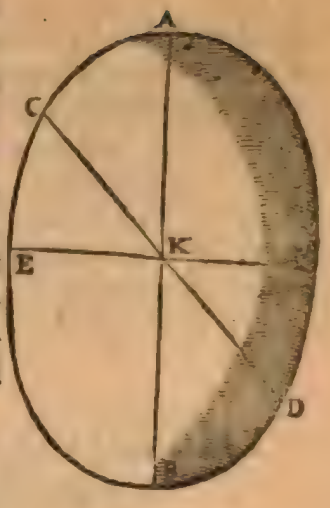
ΣΥΜΠ. Dico bifariam secari & corpore, & superficie.

ΚΑΤΑΣ. Agatur planum per axem A.B. quod expositam figuram secet, & producat Ellipsim A.E.B.F.

ΑΠΟΔ. Etenim sphætois secatur, vel per axem, vel perpendiculariter axi, hoc est

per diametrum, vel obliquè ad axem. Duobus primis modis secatur bifariã, vt antea definiuimus [a]. At si fuerit sectio obliqua ad axem, fiat secundum lineam C. D. communem nempè occursum tam plani secantis per C. D. quàm plani acti per axem A. B. Siquidem Ellipseos A.E, B.F. eiusdem quæ figuram produxit diameter est C.D. & proinde sunt æquales, similes & similiter positæ partes C.A.F.D,& C.E.B.D. Ipsæ ergo æquales & similes describunt figuræ partes: vt quoque antea definiuimus [a]. Quocumque ergo modo planum agatur, dummodo transeat per centrum, secat sphæroidem, sphæroidisque superficiem in partes æquales, quod erat demonstrandum.

a ad 21 de fin. huius.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc propositio fidem omnem accipit à 23. definitione huius: ita vt ex positione circumuolutionis, qua sphæroides gignitur, tota dependeat. Archimedes quidem duplici vtitur sphæroide, & aliquot sectionibus: Deinde frusta sibi inuicem applicat, concluditque, quia Ellipsium ex diuisionibus enatarum partes conueniunt, corpora esse æqualia, superficiesque ambientes æquales. Verùm multa à proteruo negari possint, cui non satisfiet nisi recurratur ad principium, ac nisi principij authoritate propositio fulciatur. Quæ cùm nuda sit, facilè mihi persuasi superiorem ratiocinationem hic admitti faciliùs, cum & principio nitatur, & nihil mechanicum redoleat, & demum sensui ac rationi sit accommodatior. Sunt enim qui superpositiones illas reijciant in Geometria (quamquam alij & viri graues admittant) tum nudum principium longissimè recedit ab integro conceptu propositionis, denique conclusioni, seu συμπεράσματι plenè sola definitione non satisfieret.

ΠΡΟΤΑ. ΚΑ. PROPO. XXI.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερουῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμημένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς ἄξονα, ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουῦν μὴ μεῖζον ἡμισυ τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτετμημένου· δυνατὸν ἐστὶ μᾶμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων ἴσον ὕψος ἐχόντων τῶν συγκειμένων, ὥστε τὸ περιγραφόμενον χῆμα τοῦ ἐγγραφέντος ἐλάσσονι εἶναι στερεῷ παντὸς οὗ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους.

Dato segmento cuiuslibet conoidis resecto plano recto ad axem: aut sphæroidis cuiuscumque frusto non maiore dimidia sphæroide similiter auulso: possibile est segmentum solidum inscribere, & aliud circumscribere ex cylindris æqualem altitudinem habentibus simul compositis, ita vt circumscripta figura inscriptam minori excuperet omni proposita solida magnitudine.

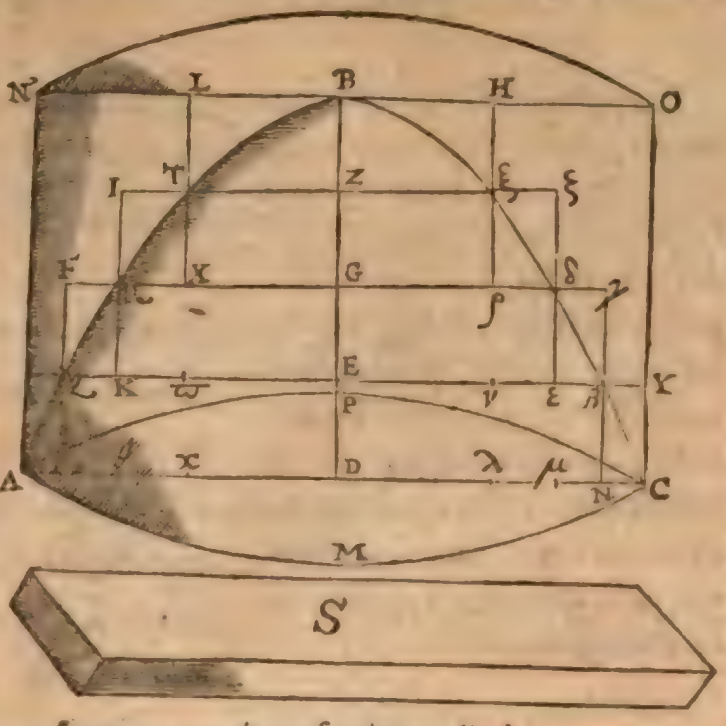
ΥΠΟΘ. Sit frustum conoidis vel sphęroidis, non tamen dimidia sphęroide maius A. B.C. plano resectum ad axem B.D. perpendiculari, & exponatur magnitudo S. lineę.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam propositum frustum conoidis seu sphęroidis plano secatur recto ad axem, fit [b] basis A.P.C.M. circulus, cuius diameter A.C. à punctis ergo A. & C. erigantur [c] duæ lineæ parallelę axi B.D. eidemque æquales, quę sint A.N. & A.O. iungaturque N.O. vt fiat parallelogrãmum N.C. ex cuius reuolutione habeatur [d] cylindrus A.O. super eadem basi ac frustũ propositum, & in eodẽ axe B.D. circulus verò cuius diameter N.O. tãget [e] figuram in B. pũcto, quia in eodem eãdem tãgit [f] linea N.O. parallela ipsi A.C. Iam bifariã diuidatur [g] cylindrus A.O. plano acto per G. punctũ dimidij axis B.D. & ad axem perpendiculari, tum semesses dirimantur rursus bifariã actis planis per dimidios axes, & ad ipsos perpẽdicularibus: & demũ toties fiat partiũ bifaria diuisio, vt

b per 12. huius.
c per 31 l. 1. d per 21. defin. l. 11.
e per coroll. part. 2 propos. 17. huius.
f per 17. l. 1. conic.
g per 13 l. 12

tandem deueniatur[a] ad cylindrum A. Y. cuius axis E.D.& basis eadem quæ frusti, & demum qui minor sit exposita magnitudine S. Iam per axem B D. agatur planum sectionẽ faciens A B.C. Hęc descriptos cylindros vspiam secabit, vt in punctis Q R. T. & alijs. Per hæc itaque puncta lineæ agantur parallelæ, & æquales axibus cylindrorum, cuiusmodi sunt F.Q, Q.V, I.R, R.k, L.T, T.X. & aliæ oppositæ. Harum verò parallelarum partes, quæ tendunt in gibbum figuræ, vt F.Q, I.R, T.L. egrediuntur[b] figuram, reliquæ in contrarias partes actę, eandem ingrediũtur. Iam tandem circa axes æquales B.Z, Z.G, G. E, E.D. reuoluantur parallelogramma A.Y. cum V.β, Q.γ. cum K.δ. & reliqua: fient[c] quippè tum extra figuram, tum intra figuram cylindri.

[a] per coroll. prop. 2. l. 10.



[b] per 13. huius.

[c] per 11. def. fin. l. 11.

ΖΥΜΠΕ. Dico figuram ex cylindris exterioribus A.Y, F.β, I.δ, L.ξ. compositam, quæ nempè circumscribitur circa expositum conoidis, aut sphæroidis frustum, excedere figuram ex interioribus cylindris V.β, k.δ, X.ξ. compositam, & frusto inscriptam, minori, quàm sit quantitas S.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Figura circumscripta excedit inscriptam partibus cylindricis comprehensis sub duabus superficiebus, concaua & conuexa, & partibus circulorum intersecantium: earumque spissitudines sunt A.Q, Q.R, R.T, T.B, & aliæ oppositæ. Atqui hę partes cylindricæ simul æquales sunt toti cylindro A.Y. vt patebit si intelligantur superiores parallelæ produci vsque in A C. & incidere in puncta δ x λ μ ν. Nam in reuolutione totius A Y. fiet[d] cylindrus κ ν. æqualis ipsi T.H. tum cylindrica pars spissa latitudine δ π vel λ ν. æqualis erit[e] ei quæ fit spissitudine R. T. vel ξ.δ. circumuoluens scilicet interiorem cylindrum X ξ. Adhuc cylindrica portio spissa V.K vel μ.β. par erit ei quæ continetur inter superficies descriptas à parallelis Q.F, R.k vel δ ι. & β γ. Est autem totus cylindrus A.Y. minor magnitudine S. Igitur circumscripta figura excedit inscriptam quantitate minori quàm sit S. quod fuerat demonstrandum.

[d] per 14. li 12.

[e] per 3. cõm. sent.

ΑΛΛΩΣ Cum sint B.Z, Z.G, G-E, E.D. æquales, sunt cylindri inscripti V.β, R. E, T ρ. æquales exterioribus F β, I.δ, L ξ. Atqui de numero exteriorum est cylindrus A.Y. qui minor est propositæ magnitudine S. Ergo exteriores excedunt interiores minori magnitudine S.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes sua fabrica videtur intelligere Circulos natos in segmento conoidis aut sphæroidis ex diuisionibus cylindri A.O. fluere supra & infra puncta, quibus sectionem A.B.C. attingunt, vt ex fluxu in altum fiant cylindri externi, ex fluxu verò deorsum, constituantur interni. Exempli gratia circulus, cuius diameter est Q. β. deorsum latus producit cylindrum V.β. interiorem: at sursum profluens facit externum F.β. Ita fit dealijs: Tandem subiungit hæc verba. διαιρείσθω δὴ α β. ἡ. εἰς τὰς ἴσας τὰς ι. δ. κατὰ τὰ ρ σ. τ. ξ. Quod quidem iam factum est ex cylindri A.O. continua bipartitione: vti Archimedes vult sectionem fieri diametri B.D. ait enim τῶν δὴ κυλίνδρων πάνυ αὐ δίχα τμηθέντων &c. Nihilominus si fortasse ex cylindro A.O. voluerit primo tollere plusquam dimidium, deinde ex reliquo plusquam dimidium, & ita diuisiones persequi, quoad deueneris[f] ad cylindrum minorem propositæ magnitudine S. committendum tamen esset, vt diameter huius reliqui cylindri commensurabilis esset toti axi B.D. vt posset æqualiter diuidi.

[f] per l. 19

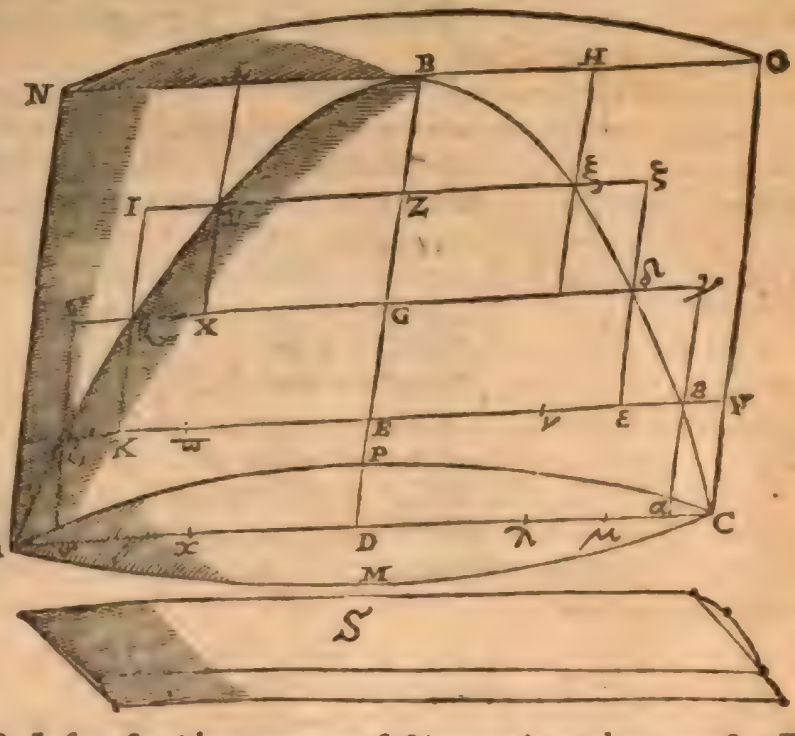
Tuncque posset non esse diuisio perpetua secundum rationem multiplicem: & tamen ex diuisione facta per quemcumque numerum propositio concluderetur, sicuti videre esset in figuris ita fabrefactis, vt vel sectionum numerus esset in partes numero impares, vel in partes quidem pari numero, sed non ratione multiplici. Denique sectiones omnes fieri debere æquali altitudine hinc patet: quia oportet omnes cylindricas portiones altitudinis esse eiusdem, ac totus est A.Y. cylindrus, vt scilicet fiat omnibus simul iunctis æqualis.

PROP. XXII.

Portione data cuiuſuis conoidis plano ſecta non recto ad axem, vel cuiuſcumque ſphæroidis non maiore dimidia ſphæroide ſimiliter reſecta: poſſibile eſt in ipſa figuram ſolidam inſcribere, & aliam circumſcribere ex cylindrorum fruſtis conſtantes, ita vt circumſcripta figura inſcriptam exſuperet quantitate minori, quàm ſit quælibet expoſita ſolida magnitudo.

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

Τμάματος δοθέντος ὁποτερασῦν τῶν κωνοειδέων ἀποτετμημένης ὑπὸ ἐπίπεδον μὴ ὀρθὸν πρὸς ἄξονα ἢ τῶν σφαιροειδέων ὁποτερουῦν μὴ μείζονος ἡμισους τοῦ σφαιροειδέος ὁμοίως ἀποτετμημένης· δυνατόν ἐστιν εἰς αὐτὸ τὸ τμᾶμα στερεὸν ἐγγράψαι, καὶ ἄλλο περιγράψαι ἐκ κυλίνδρων τομῶν ὕψος ἴσον ἐχόντων τῶν συγκειμένων, ὥστε τὸ περιγραφὲν χῆμα τοῦ ἐγγραφομένου ὑπερέχειν ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος στερεοῦ μεγέθους.



ΥΠΟΘ. Sit conoidis vel ſphæroidis portio A. B. C. & ſi ſphæroidis ſit non maior ponatur dimidia ſphæroide. Hæc plano reſecetur obliquo ad axem, ita vt fiat *a* ſectione Ellipſis, quæ ſit A. M C P. cuius diameter A.C.

a per 13. vel 14 vel 15. huius

ΚΑΤΑΣ. Vt habeatur axis expoſitæ portionis, ſecetur conois vel ſphærois, cuius fruſtum eſt per axem, & ſit ſectio in portione A. B C. quã in B. tangat *b* N. O. parallela ipſi A. C. planumque agatur per O. N. ſimiliter parallelum ei, in quo eſt Ellipſis A. M. C. P. Ipſum ſiquidem tanget *c* ſectionem in eodem puncto B. Atque ſi portio ſit parabolicæ conoidis ducatur à puncto tactus B. linea B. D. parallela axi: Si verò ſit hyperbolicæ conoidis ducatur à vertice coni comprehendentis conoidem, & per B. producatur linea B. D. Demum ſi ſphęroidis ſit, à centro ipſius ducatur linea quę intra portionem recipiatur, & ſit recepta B. D. Sic perpetuo B. D. bifariam ſecabit *d* A. C. & ex conſequenti B. erit vertex portionis, & B. D. axis ſecundum Archimedem, etſi ſecundum Apollonium, cui non omnis Diameter axis eſt aliter accidere poſſit. Datis ergo Ellipſi A. M. C. P. baſi, & linea D. B. axe à centro D. baſis non recto excitata inuenias *e* cylindrum, in cuius ſuperficie ſit eadem acutianguli cylindri ſectio, & verticem habeat punctum B. per quod planum agatur parallelum baſi A. M. C. P. & in cono inuento Ellipſim conſtituat præcedenti parallelam & æqualem. Ipſe autem cylindrus egredietur *f* expoſitam portionem A. B. C. quia eius latera, cuius partes ſunt A. N, C. O. parallela ſunt axi B. D.

b per lemma ad 13. huius.

c per 2 partem aut corol. ipſius 2 partis prop. 17. huius.

d per 46 & 47 l. 1. con.

e per 9 huius.

f per 19. huius.

Rursus diuidatur B.D.bifariam in G. tum semisses ipsius adhuc bifariam punctis Z. & E. totiesque fiat illa partitio in ratione dupla, vt per diuisionum puncta actis planis præcedentibus parallelis fiat [a] frustum cylindri A.Y. minus proposita magnitudine S. Tandem per axem B.D.agatur planum efficiens sectionem A.B.C. quæ alicubi tangat Ellipses in portione conceptas [b], vt putà in punctis Q.R.T, ξ.ϛ.β. per quæ lineæ agantur parallelæ axi B.D. partim intra portionem, partim extra excurrentes: Ellipses demum fluant intra has parallelas, nempè quæ diametrum habet Q.β infra feratur altitudine E D. supra verò altitudine E. G. quæ verò diametrum habet R.ϛ. deorsum abeat intra R. K, D.E. longitudine G.E. sursum verò attollatur intra R.I, ϛ.ζ. altitudine G.Z. Denique ea cui diameter est ξ.T. faciat T.ϛ. infra, & T. H. supra. Hoc enim modo figura circumscribetur constans cylindrorum frustis T.H, R.ξ, Q.γ, A.Y. inscribeturque alia composita ex frustis interioribus V.β, K.ϛ, X.ξ.

[a] per coroll. prop.2.l.10

[b] per 23. vel 14. vel 15.huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico figuram circumscriptam quantitate excedere inscriptam minori magnitudine S.

ΑΠΟΔ. Vt in superiori demonstratione patebit frustum cylindri A. Y. æquale esse excessui, quo circumscripta figura inscriptam superat: quod cùm sit [c] minus magnitudine S. rectè sequitur quod fuerat probandum.

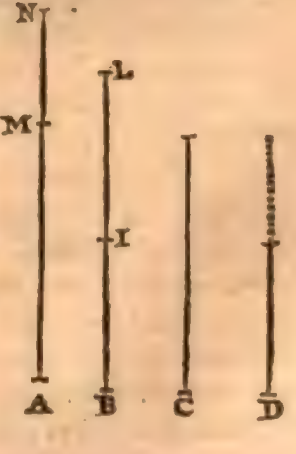
[c] per fabricam.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Græca propositio deficit, tam in manuscriptis, quàm impressis codicibus. Liber manuscriptus pro μὰ μείζονες ἰμίσους legit, μὰ μείζονες ἡμισείας aperto errore, quem typi correxerunt: deinde vtrobique habetur διώσαμεν ὅτι ὡς ἡ τμῆμα πρὸς ἐπιφάνειαν οὕτω κολόφων, vbi restitui, ϛ ἐπὶ ἐφικτάνειαν.

ΛΗΜΜΑ.

Si quatuor magnitudinum prima sit quàm secunda maior; prima verò minori quantitate superet tertiam quàm secunda quartam: quarta minor erit quàm tertia. Inuerso verò ordine, si prima sit minor secunda, minorique quantitate tertia excedat primam, quàm quarta secundam, erit quarta maior tertia.



ΥΠΟΘΕ. Sint quatuor magnitudines A.B.C.D. & sit A.maior quàm B. Tum A. superet C. quantitate M.N. minori, quàm sit L.I. ea nempè qua B. secunda superat D. quartam.

ΣΥΜΠΕ. Dico D. minorem esse tertia C.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quoniam A.N. est maior quàm L.B, si à maiori auferatur N.M. minor, à minori verò L.B. maior L.I. remanebit A.M. multo maior quàm sit I.B. Sed M.A. est æqualis ipsi C. & I.B. ipsi D. Ergo D. est quoque minor quàm sit C. quod fuit probandum.

ΥΠΟΘ. Rursus sit prima D. minor, secunda C. minorique parte tertia B. L. excedat primam D. quàm quarta A.N. secundam C.

ΣΥΜΠ. Dico A. quartam esse maiorem tertia B.

ΚΑΤΑΣ. Fiat I.B. æqualis ipsi D. & A.M. par secundæ C.

ΑΠΟΔ. Quoniam differentia M.N. quartæ nempè supra tertiam, ponitur iam maior excessu L.I. tertiæ supra primam: Tum M.A. æqualis ipsi C. maior est quã D. seu quàm B.I. sequitur totam N.A. maiorem esse tota B.L. quod fuit ostendendum.

Τύπων προγεγραμμένων ἀποδείκνυμεν τὸ προβεβλημένον τῶν σχημάτων.

His præscriptis demonstrabimus quæ præposita fuerant de figuris.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

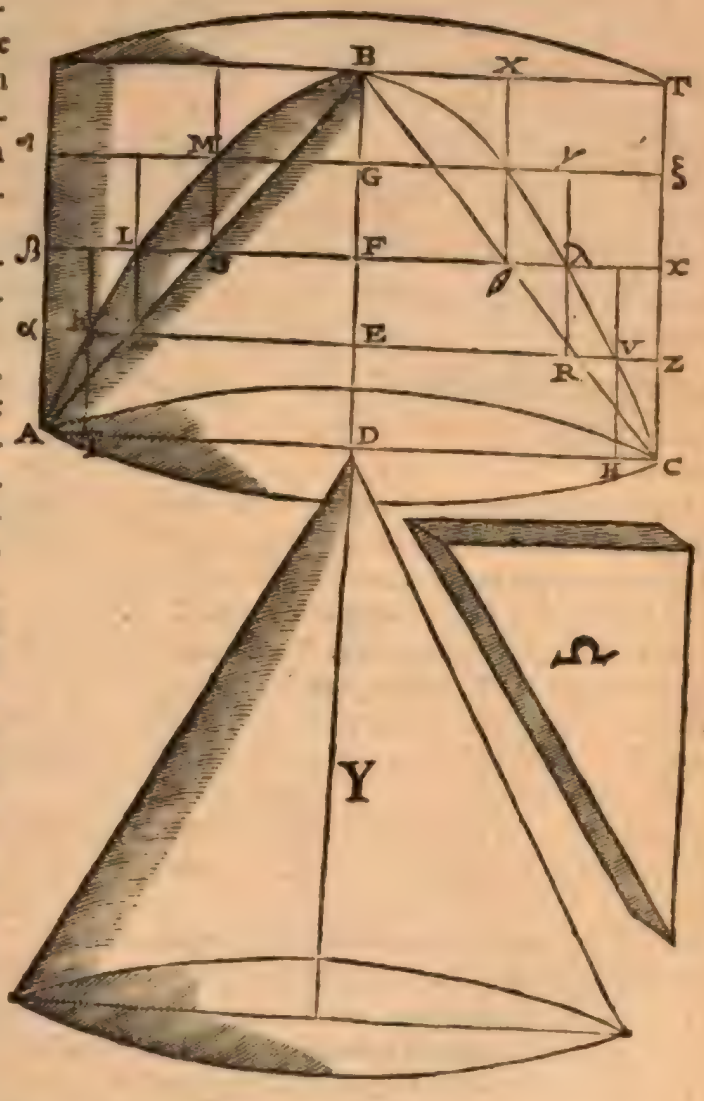
Quæ huc vſque demonſtrauit Archimedes, ea duntaxat in gratiam ſequentium præmiſit. Scopus enim operis eſt vt præcipuè oſtendat, quæ proponuntur theorematibus ſequentibus 23.26. & reliquis, quæ dicit τὰ συμβαινόμενα, quia iam procœmio inter definitiones prætulerat: Verùm quia hic repetuntur, ex interim ſubticueramus. Intelligamus ergo quò nos Archimedes, ſuarum demonſtrationum filo deducat.

PROPO. XXIII.

Omnis portio rectangulæ conoideos reſectæ plano recto ad axem, ſeſquialtera eſt coni baſim habentis eandem cum portione, & axem.

ΠΡΟΤΑ. ΚΓ.

Παᾶν τμῆμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ἀποτετμημένου ἐπιπέδῳ ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, ἡμιόλιόν ἐστι τοῦ κώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος τῷ τμήματι καὶ ἄξονα.



ΠΡΟΘ. Sit portio conoidis rectangulæ A. B. C. ſectæ plano recto ad axem, & baſim habens circulum, cuius diameter A.C. axis B. D. ijſdem baſi & axe ponatur conus A. B. C.

ΣΥΜΠ. Dico portionem conoidis ſeſquialteram eſſe coni.

ΚΑΤΑΣ. Habeatur conus Y. ſeſquialter coni A. B. C. Et quoniam qui negauerit portionem A.B.C. eſſe coni A.B.C. ſeſquialteram, negabit identidem portionem eſſe æqualem cono Y. fateatur oportet ipſam eſſe cono Y. vel maiorem vel minorem: & quodcumque ſtatuerit, erit vtriuſque aliqua differentia. Sit ea magnitudo Ω. Atque circa portionem conſcribatur [a] ſolida figura, aliaque intra eandem inſcribatur, vtraque cylindris conſtans ſub pari altitudine: ita vt conſcripta ſuperet inſcriptam minori quantitate quàm ſit Ω. differentia portionis, & coni Y. Maximus autem cylindrus, qui in huiuſmodi figurarum deſcriptione ſumitur, vt antea determinatum eſt [b] ſit A. T. Hic quidem erit duplus coni Y. nam triplus eſt [b] coni A.B.C. cuius conus Y. ponitur ſeſquialter. Tandem maneant plana ſecantia conum A.T. in conos æquales [c], putà quorum axes ſunt, & baſes æquales. Denique cylindrus A.T. portio A.B.C. & conus A.B.C. plano ſecentur per axem B.D. & fiant planorum ſeſe interſecantium occurſus lineæ quæ diagrammate patent.

[a] per 21. huius.

[b] per 10. li. 12. & per 11. li. 12. vel 14.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Ponatur primum portio A. B. C. maior cono Y. Quandoquidem ſic ex quatuor magnitudinibus circumſcripta figura, portione conoidis inſcripta figura & cono Y. prima eſt maior ſecunda: tum prima ſuperat [a] tertiam minori quantitate quam ſecunda quartam. Ergo conus Y. quarta ſcilicet eſt [b] minor inſcripta figura ſeu tertia. Iam cylindrus conſcriptæ figuræ primus A. Z. cuius altitudo D. E. eſt [c] ad primum inſcriptæ cylindrum I. V. ſicuti quadratum A. C. ad quadratum I. H. Hoc eſt vt quadratum [d] A. D. ad quadratum I. D. ſeu [e] ad quadratum K. E. Verum vt quadratum A. D. ad quadratum k. E. ſic eſt [f] B. D. ad B. E. hoc eſt [g] A. D. ad N. E. Ergo cylindrus A. Z. eſt [h] ad cylindrum I. V. vt A. D. ad N. E. Rurſus α. κ. cylindrus eſt [c] ad cylindrum L. R. vt quadratum α. z. ſeu A. C. ad quadratum μ. R. ſeu L. λ. hoc eſt [d] vt quadratum A. D. ad quadratum L. F. ſeu vt [f] linea B. D. ad lineam B. F. vel demum vt [g] linea A. D. ad lineam F. O. Denique oſtendemus ſimili modo cylindrum β. ζ. eſſe ad cylindrum M. ι. vt A. D. ad P. G. Sunt [i] igitur tres cylindri A. z, α. κ, β. ζ. æquales ad tres cylindros figuræ inſcriptæ I. V, L. R, M. ι. inæquales, vt linea A. D. ter repetita vel vt tres æquales A. D, α. E, β. F. ad tres N. E, O. F, P. G. impares. Primis cylindris æqualibus addamus quartum æqualem η. T. & lineis æqualibus addamus quartam parem η. G. ſic enim incidemus in hypotheſim ſecundæ huius. Erunt primo 4. cylindri inter ſe, nempe æquales, vt quatuor lineę inter ſe, nimirum æquales. Et ex illis cylindris aliqui ſcilicet 3. ſunt ad tres alios cylindros, vt ex his lineis tres ſunt ad tres alias lineas quæque ad quamque. Proinde erunt [l] quatuor inter ſe æquales cylindri ſeu toties cylindrus A. T. ad inſcriptam figuram, vt quatuor lineæ æquales A. D, α. E, β. F, η. G. ad tres N. E, O. F, P. G. Atqui quatuor A. D, N. E, O. F, P. G. pari exceſſu progrediuntur, & eſt exceſſus omnium minimæ æqualis. Etenim ſunt inter ſe ſicut B D, B. E, B. F, B. G. quarum exceſſus eſt omnium idem, & æqualis minimæ B. G. Proinde quatuor æquales ſunt [m] pluſquam duplæ trium inæqualium N. E, O. F, P. G. ſcilicet quam quatuor maxima A. D. dempta. Ergo totus cylindrus A. T. eſt pluſquam duplus inſcriptæ figuræ. Verum idem cylindrus probatus eſt duplus tantum coni Y. Ergo conus Y. maior eſt inſcripta in portione figura ex cylindris conſtante, ſed idem Y. conus iam eſt oſtenſus minor eadem figura inſcripta. Eſſet ergo maior & minor eadem quantitate, quod eſt abſurdum. Abeſt ergo à veritate portionem A. B. C. maiorem eſſe cono Y.

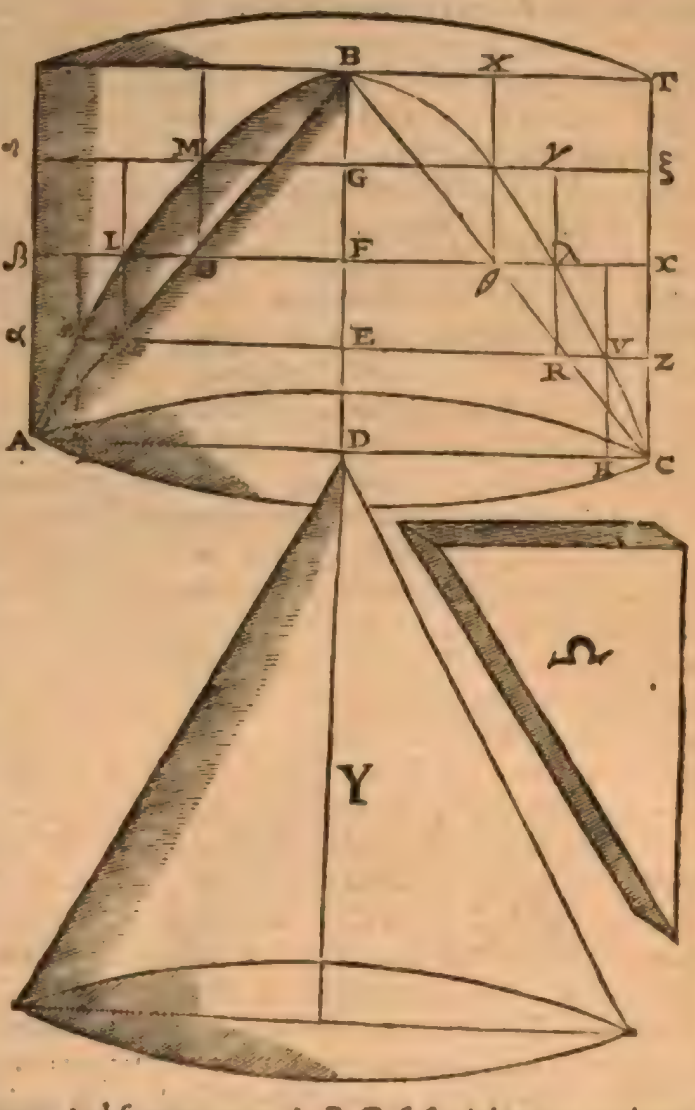
Ponatur iam portio minor cono Y. & omnibus vt facta fuere conſtantibus: Quatuor rurſus quantitates erunt, prima inſcripta figura, ſecunda portio conoidis, tertia conſcripta figura, quarta conus Y. quarum prima minor eſt ſecunda, & tertia minori quantitate excedit primam, quàm quarta ſecundam. Proinde quarta ſeu conus Y. eſt [n] maior tertia nempe conſcripta figura. Atqui cylindrus A. z. primus quatuor æqualium eſt ad ſeipſum vt primum figuræ circumſcriptæ ſicuti linea A. D. ad A. D. lineam. Deinde cylindrus α. κ. eſt [c] ad cylindrum κ. S. ſecundum circumſcriptæ vt quadratum α. z. ad quadratum K. V. hoc eſt [d] vt quadratum α. E. ſeu A. D. ad quadratum K. E. hoc eſt vt B. D. ad B. E. hoc eſt [f] demum vt A. D. ad E. N. Denique ſic demonſtrabimus cylindrum β. ζ. eſſe ad cylindrum L. γ. vt A. D. linea ad F. O. & cylindrum η T. ad cylindrum M. X. vt A. D. ad P. G. Et ex conſequenti quatuor A. D. ſeu quatuor ipſi æquales ſingulæ A. D, α. E, β. F, η. G. ſunt ad quatuor inæquales A. D, N. E, O. F, P. G. (quæ ſe æqualiter ſuperant, & eſt exceſſus æqualis omnium minimæ,) vt totus cylindrus A. T. ad circumſcriptam portioni conoidis figuram: Atqui illæ quatuor lineæ æquales, ſunt [m] minores quam duplæ quatuor inæqualium. Ergo cylindrus A. T. minor eſt quam duplus circumſcriptæ figuræ. Verum idem A. T. duplus eſt coni Y. Ergo conus Y. eſt minor circumſcripta figura. Qui tamen mox oſtenſus eſt maior. Eſſet ergo conus Y. eadem figura maior & minor, quod omni rationi aduerſatur. Neque ergo cono Y. expoſita rectangulæ conoidis portio maior eſt. Manet igitur vt illi ſit æqualis, & ex conſequenti [o] ſeſquialter coni A. B. C. quod fuit probandum.

[a] per fabr.
[b] per lemma proxim.
[c] per 11. & 2. l. 12
[d] per 15. l. 5
[e] per 7. l. 5
[f] per 10 l. 12 Conic.
[g] per 2 & 4. l. 6.
[h] per 11 l. 5.
[i] per 18 l. 5
[l] per 2. huius.
[m] per 1. huius.
[n] per lemma proximum.
[o] per 7. l. 5.

PROP. XXIV. ΠΡΟΤ. ΚΔ.

Etiam si plano non recto ad axem resecetur portio à rectangula conoide similiter sesquialtera erit segmenti coni basim habentis eandem cum portione, & axem eundem.

Καὶ τοίνυν εἰκὸς μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἐπιπέδῳ ἀποτμαθὲν τὸ τμῆμα ἀπὸ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁμοίως ἡμιόλιον ἔσαι τοῦ ἀποτμάματος τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio conoidis rectangulæ A. B. C. quæ plano intelligatur (figura etenim præcedens repetitur, cum alia non potuerit resecari præ temporis angustia, & festinantis præli imposita necessitate) secta non recto ad axem B. D. quæ proinde basim habeat [a] Ellipsim, cuius diameter A. C. Sit [b] præterea inuentus conus, cuius vertex B. capiens Ellipsim, cuius diameter A. C. eiusque sit A. B. C. segmentum.

[a] per 13. huius.
[b] 9. huius

ΣΥΜΠ. Dico conoidis portionem esse sesquialteram segmenti coni.

ΚΑΤΑΣ. Quo negato ponatur vt in superiori propositione Y. segmentum eius coni qui capiat Ellipsim sua superficie, cuius est diameter A. C. cuius quidem segmenti Y. axis sit sesquialter axeos B. D. vt segmentum Y. sic segmenti A. B. C. sesquialterum. Etenim aut portio conoidis A. B. C. maior erit segmento Y. aut minor, ne si æqualis ipsi esset, etiam haberet [d] ad segmentum A. B. C. sesquialteram rationem. Cum ergo oporteat esse inæquales quantitates, ponatur ambarum differentiam esse solidum Ω. Atque circa portionem circumscribatur [e] figura, alteraque inscribatur in portione vtraque cylindrorum frustis constans, ita vt circumscripta excedat inscriptâ minori, quam quantitate Ω. Primum autem frustum cylindri capientis Ellipsim cuius diameter A. C. fuerit A. T. Hoc enim duplum erit segmenti coni Y. Reliqua tandem appareant in diagrammate tam plana, quibus A. T. frustum diuiditur in alia frusta æqualia [g] quam eorum altitudines æquales in diametro B. D.

[c] per lemma 5. ad 11. huius.
[d] per 7. l. 5.
[e] per 12. huius.
[f] Ex hypothesi.
[g] per 3. lemma ad 11. huius.

ΑΠΟΔ. Si primùm posuerimus portionem A. B. C. segmento Y. maiorem, ex quatuor magnitudinibus circumscripta figura, portione conoidis, inscripta figura & segmento coni Y. prima erit maior secunda, tum prima superabit tertiam minori quanti-

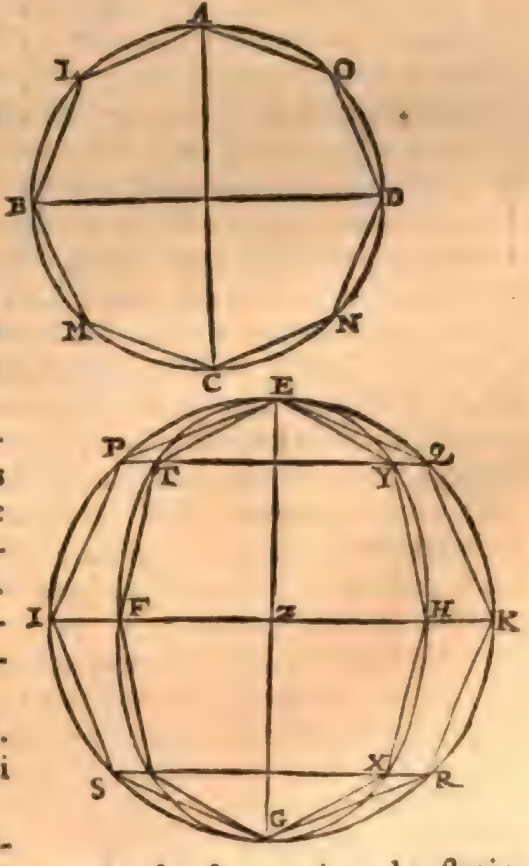
tate quam ſecunda quartam. Proinde coni ſegmentum Y. erit [a] minor inſcripta figura. Iam fruſtum cylindri A. Z. eſt [b] ad fruſtum I. V. vt Ellipſis cuius diameter A. C. ad eam cuius eſt diameter I. H. ſeu K. V. At quia Ellipſes iſtæ ſunt [c] ſimiles, ſe habent [d] inter ſe ſicut quadratum A. C. ad quad. K. V. ſeu veluti [e] quadratum A. D. ad quad. k. E. hoc eſt [f] ſicuti B. D. ad B. E. Vel [g] D. A. ad E. N. Ergo fruſtum A. Z. eſt [h] ad fruſtum I. V. primum figuræ inſcriptæ, vt A. D. ad E. N. ſimili ratione eſt α. x. fruſtum ad μ. λ. fruſtum vt A. D. ad F. O. Et demum β. ζ. fruſtum eſt ad tertium M. ϕ. vt A. D. ad M. G. Habemus igitur quatuor quãtitates, fruſta nempe A. z, α. x, β. ζ, η. T. & aliæ quatuor, nempe quater A. D, vel quatuor lineæ A. D, α. E, β. F, γ. G. quarum quæque vni A. D. eſt par. Atque illæ ſe habent inter ſe ſicuti hæ. Omnes enim ſunt inter ſe in ratione æqualitatis. Tum illarum, vt & harum quædam ad alias comparantur ſimiliter: nempe A. z. ad I. V. vt A. D. ad N. E. deinde α. x. ad L. K. vt α. E. ad ϕ. F. præterea tertium fruſtum β. ζ. eſt ad fruſtum M. ϕ. vt β. F. ad P. G. quartum autem γ. T. ad nullum referetur, vt nec quarta η. G. Proinde quatuor fruſta cylindri vel totum fruſtum A. T. eſt [i] ad inſcriptam figuram vt quatuor lineæ A. D, α. E, β. F, η. G. ad tres N. E, O. F, P. G. Verum cum hæ quatuor A. D, N. E, O. F, P. G. ſeſe pari exceſſu ſuperent, minimaque omnium P. G. ſit æqualis exceſſui (nam ſe habent ſicuti B. D, B. E, B. F, B. G.) Illæ quatuor æquales ſunt [l] harum quatuor inæqualium maxima dempta, ſeu trium N. E, O. F, P. G. maiores quam duplæ: eſt igitur fruſtum cylindri A. T. maius quam duplum inſcriptæ figuræ. At tantum duplum eſt fruſti Y. Ergo fruſtum Y. maius eſt inſcripta figura. Sed oſtenſum eſt minus. Ergo in abſurdum incidimus ex eo quod poſuerimus fruſto Y. maiorem portionem.

[a] per lemma ad 23. huius.
[b] per 2. lemma ad 11. huius.
[c] per coroll. 2. prop. 15. huius.
[d] per 11. huius.
[e] per 20. huius.
[f] per 15 l 5
[g] per 4. l 6.
[h] per 12. l 5
[i] per 2. huius.
[l] per 2. huius.

Ponatur iam minor: Etenim adhuc incidemus in abſurdum, tandemque concludemus fruſtum Y. maius & ſimul minus conſcripta circa portionem figura. Neque igitur portio fruſto Y. minor eſt: ſequitur proinde vt ſit illi æqualis, habeatque rationem ſeſquialteram ad fruſtum coni A. B. C. quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ A.

Datis circulo & Ellipſi, deſcriptaque in circulo figura laterum æqualium longitudine & numero pariũ: deſcribere in Ellipſi figuram, ad quam inſcripta circulo ſit, vt circulus ad Ellipſim.



ΥΠΟΘ. Sit circulus A. B. C. D. datus, Ellipſiſque E. F. G. H. data: In circulo ſit inſcripta figura parium numero laterum & longitudine æqualium A. L, B. M, C. N, D. O.

ΚΑΤΑΣ. Centro Ellipſis z. deſcribatur circulus E. I. G. K. diametro E. G. maiori Ellipſeos datæ: & in eo inſcribatur figura ſimilis figuræ prioris circuli quæ ſit E. P, I. S, G. R, K. Q. huius anguli iungantur lineis Q. P, K. I. & R. S. & per puncta quæ iungentes notabunt in Ellipſi, agantur lineæ quæ inſcribant in Ellipſi figuram E. T, F. V, G. X, H. y.

ΣΥΜΠΑ. Dico figuram A. L, B. M, C. N, D. O. eſſe ad figuram E. T, F. V, G. X, H. Y. ſicuti circulus A. B. C. D. ad Ellipſim E. F. G. H.

ΑΠΟΔ. Quoniam figuræ in circulis deſcriptæ ſunt ſimiles, vt circulus prior eſt ad poſteriorem, ſic eſt [m] figura prior ad poſteriorem: Atqui vt poſterior circulus eſt ad Ellipſim ſic eſt [n] figura poſterior ad figuram El-

[m] per 1. & 2. l 12.
[n] per coroll. 6. huius.

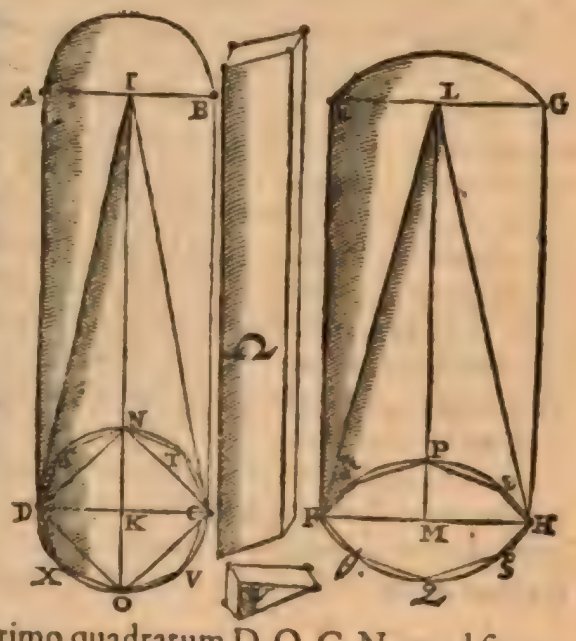
a per 12. l. 5 lipsi inscriptam. Ergo vt circulus prior ad Ellipsim, sic ex æquo figura prior est a ad figuram Ellipsi inscriptam, quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ B.

Si sub eodem fastigio existant cylindrus & frustum cylindri, vel conus & segmentum coni: erunt inter se sicuti bases.

ΠΡΟΘ. Sit cylindrus A. B. C. D. & frustum cylindri E. F, H. G. vel conus D. I, C. & segmẽtum coni F. L. H. sintque vtriusque altitudines I. K. & L. M. æquales.

ΣΥΜΠ. Dico cylindrum A. B. C. D. & frustum cylindri E. F. H. G. vel conum D. I. C. & segmentum coni F. L. H. esse vt sunt inter se circulus D. N, C. O. basis cylindri vel coni, & Ellipsis F. Q, H. P. basis frusti vel segmenti.



ΚΑΤΑΣ. Si enim frustum E. H. non est ad cylindrum A. C. vt Ellipsis F. Q. H. P. ad circulum D. O, C. N. sit ipsum frustum ad aliquod corpus Ω. vt Ellipsis ad circulum. Etenim erit Ω. maius vel minus cylindro A. C. Sit itaque imprimis cylindrus A. C. maior corpore Ω. & quidem quantitate ↓.

b per 6. l. 4 Tum in circulo D. O, C. N. describatur b primo quadratum D. O, C. N. quod sit maius dimidio circuli & intra cylindrum A. C. imaginemur quadrata columna descripta basi quadrato D. O, C. N. & altitudine cylindri I. k. Sic enim abstulerimus à cylindro plusquam dimidium, vt facillime probabitur. Rursus in segmentis circuli describamus triangulos, cuiusmodi vnus est D. S. N. qui etiam erit plusquam dimidium segmenti D. S. N. sicuti erunt & reliqui trianguli plusquam dimidij suorum segmentorum. Intelligantur his triangulis tanquam basibus describi prismata in segmentis cylindri relictis ex quadrata columna, & horum prismatum altitudo sit æqualis altitudini cylindri, hæc quidem prismata maiora erunt dimidio partis cylindri, reliquæ post ablatam ex cylindro præcedentem quadratam columnam. Denique hoc modo ita persequamur resectionem partium maiorum dimidio reliqui ex cylindro, donec peruenerimus ad aliquod residuum minus quantitate ↓. ita vt parallelepipedum seu laterata figura intra cylindrum descripta sit adhuc maior corpore Ω. Hæc autem figura basim habeat octo-

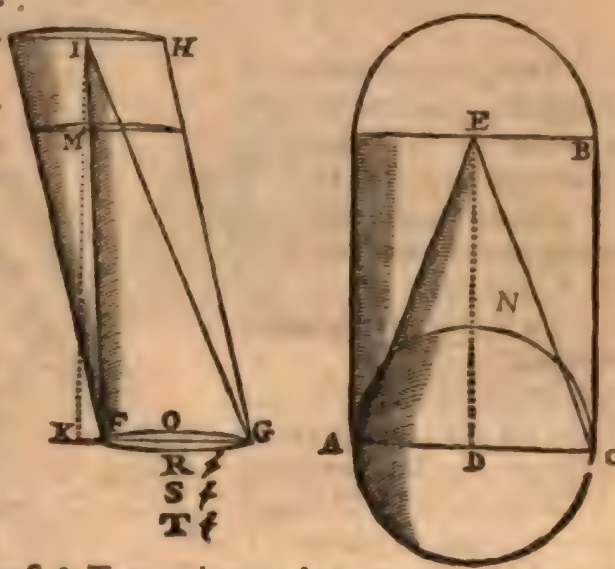
c per lemma prec. gonum D. X, O. V, C. T, N. S. Tandem describamus c in Ellipsi F. Q, H. P. figuram F. ł, Q. ζ. H. s, P. S. quæ sit ad octogonum præcedens sicuti est Ellipsis ad circulum. Atque hac figura in Ellipsi descripta tanquam base intelligamus figuram lateratam parallelepipedam describi intra cylindri frustum, & in altitudine ipsius frusti.

d per 11. l. 5 per coroll. 7. l 12. ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam E. H. est ad Ω. vt Ellipsis ad circulum, hoc est d vt figura in Ellipsi descripta ad figuram circulo inscriptam, hoc est e rursus vt parallelepipedum in frusto descriptum ad parallelepipedum in cylindro compositum: est f vicissim E. H. ad parallelepipedum in seipso descriptum vt Ω. ad parallelepipedum in cylindro conflatum. Ergo vt frustum E. H. maius est g suo parallelepipedo, vt parte sui, sic Ω est maius parallelepipedo cylindri: Atqui minus iam esse Ω. ipso parallelepipedo in cylindro inscripto, probatum est. Eodem ergo maius esset & minus, quod est absurdum: non ergo corpus Ω. minus est cylindro A. C. Similiter probabimus Ω. non esse maius cylindro A. C. Cum ergo nec minus nec maius sit, sequitur vt illi sit æquale. Et proinde frustum E. H. erit d quoque ad A. C. cylindrum vt est Ellipsis ad circulum, hoc est erunt inter se vt bases. Haud alia ratio est de cono & coni segmento quæ præcedentium sunt b partes tertiæ.

e per 6. l. 5 f per 16. l. 5 g per 9 cõmun. sent. h per 10. l. 12. & per 1. ad 12. huius.

ΛΗΜΜΑ Γ.

Cylindri & fruſta cylindrorum tum coni & ſegmenta conorum, habent inter ſe rationem compoſitam ex rationibus baſium & altitudinum.



ΠΡΟΘ. Exponantur cylindrus A.B. & fruſtum cylindri F.H. vel conus A. E. C. & ſegmentum coni F. I. G.

ΣΥΜΠΕ. Dico eſſe inter ſe, in ratione baſis ſeu circuli A. N. C. ad Ellipſim ſeu baſim F. O. G. & ratione altitudinis E. D. ad altitudinem M. K.

ΚΑΤΑΣ. Vt baſis eſt ad baſim, ita fiat R. ad S. & vt altitudo ad altitudinem ita ſit S. ad T.

ΑΠΟΔ. Quoniam altitudines poſſunt eſſe æquales vel inæquales, ponantur primum æquales: ſic enim cylindrus A. B. erit [a] ad cylindri fruſtum F. H. vt circulus A. N. C. ad Ellipſim F. O. G. hoc eſt vt R. ad S. At quia altitudines ſunt æquales ex hypotheſi: ſunt quoque S. & T. æquales: & ad earum quamlibet eandem habebit R. rationem: proinde erit quoque cylindrus A. B. ad fruſtum cylindri F. H. vt R. ad T. Verum R. eſt [b] ad T. in ratione compoſita ex rationibus R. ad S. & S. ad T. hoc eſt baſis ad baſim, & altitudinis ad altitudinem. Ergo quoque cylindrus A. B. eſt ad cylindri fruſtum F. H. in ratione ex iiſdem compoſita.

[a] per lemma præced.

[b] per lemma 2. ad 4. l. 2. de Sph. & cylindr.

Ponantur vero altitudines inæquales. ΚΑΤΑΣ. Et in maiori I. k. ſumatur portio M. k. æqualis minori E. D. fiatque F. M. G. fruſtum cylindri illius altitudinis aut ſegmentum coni. Tum vt prius ſit R. ad S. vt baſis circulus cuius centrum D. ad baſim F. O. G. & S. ad T. ſit vt altitudo E. D. ſeu K. M. ad altitudinem I. K.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam cylindrus A. B. eſt in eadem altitudine cum fruſto cylindri F. M. G. ad ipſum ille eſt [c] vt circulus cuius centrum D. ad Ellipſim F. O. G. hoc eſt vt R. ad S. Deinde quia fruſta cylindri F. M. G. & F. H. ſunt ſuper eadem baſi eſt [d] F. M. G. ad aliud F. H. vt altitudo M. k. ad altitudinem I. k. hoc eſt vt S. ad T. Ex æquo [e] ergo cylindrus A. B. eſt ad fruſtum F. H. vt R. ad T. Atqui R. eſt [b] ad T. in ratione compoſita ex rationibus R. ad S. & S. ad T. hoc eſt, ex rationibus baſis ad baſim, & altitudinis ad altitudinem. Ex iiſdem ergo componitur ratio cylindri A. B. ad fruſtum F. H. quod fuit probandum. Idem de cono & ſegmento coni neceſſario concludetur [f].

[c] per 2 lemma proximum.

[d] per 3. lemma ad 11. huius.

[e] per 22. l. 5

[f] per 15. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

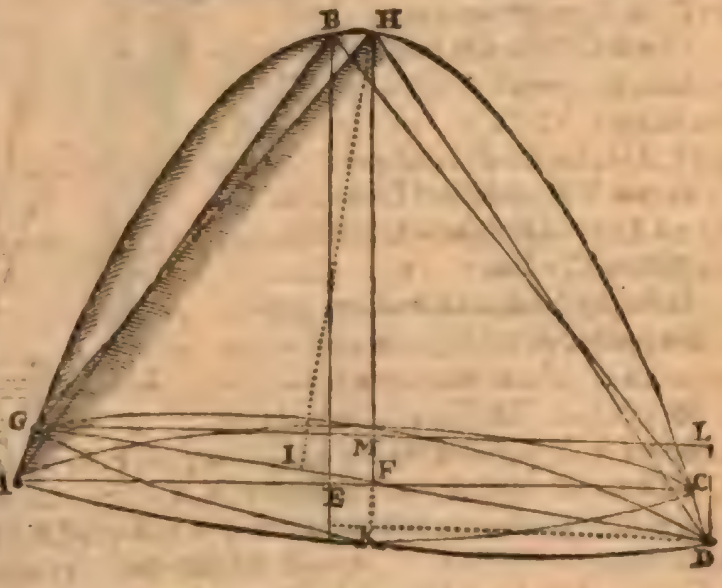
Commandinus hoc lemma ſuis in hunc librum doctiſſimis commentarijs, alio artificio probare conatur. Verum quia vtitur quadam partium biſecti cylindri applicatione, quæ nec clara eſt, nec, vt videtur, geometrica, propterea paulo, (fateor,) longiorem viam ſum aggreſſus, ſed arbitror, ſecuriorem.

PROP. XXV.

Si rectangulæ conoidis duæ portiones secentur planis, altero quidem recto ad axem altero obliquo, fuerint vero ambarum portionum axes æquales, sectiones erunt æquales.

ΠΡΟΤ. ΚΕ.

Εἰκα ὀρθογωνίου κωνοειδέος δύο τμήματα ἀποτμηθέωτι ἐπιπέδοις τὸ μὲν ἕτερον ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, τὸ δὲ ἕτερον μὴ ὀρθῷ, ἐωντι δὲ καὶ τῶν τμημάτων ἄξονες ἴσοι, ἴσα ἐσοῦνται τὰ τμήματα.



ΥΠΟΘ. Sint ex quadam rectangula conoide resectę duę portiones A. B. C. plano quidem ad axem recto: Et G. B. D. plano ad axem obliquo: vtriusque vero sint axes B. E, H. F. æquales.

ΣΥΜΠ. Dico portiones esse æquales.

ΚΑΤΑΣ. Secetur conois plano per axem, vt fiant in resectis portionibus parabolæ, A. B. C. & G. H. D. in quibus describantur trianguli A. B. C, G. H. D. æquales. [a] Tũ à puncto D. demittatur perpendicularis D. K. in H. F. longius productam: Tandem cum portionis G. H. D. basis sit [b] Ellipsis, cuius diameter G. D. inueniatur [b] altera diametrus, minor scilicet qui sit G. L. Denique intra portionem A. B. C. describatur conus basim habens eandem, eundemque axem cum portione: tum in alio G. H. D. describatur [c] coni segmentum eandem etiam basim parẽque axem quàm portio habens: & à vertice H. demittatur perpendicularis H. I. in basim, quę notet frusti coni aut portionis altitudinem.

[a] per 4. huius.

[b] per 13 huius.

[c] per 9. huius.

ΑΠΟΔ. Segmentum coni H. G. D. est [d] ad conum A. B. C. in ratione composita ex rationibus, Ellipseos cuius diameter G. D. ad circulum cuius diameter A. C. & altitudinis H. I. ad altitudinem B. E. Atqui Ellipsis est [e] ad circulum, sicuti rectangulum sub diametris G. D, G. L. ad quadratum A. C. Tum G. F, F. D. sunt æquales vt semisses diametri maioris: Etiam pares sunt G. M. & K. D. nam trianguli G. D. L. basi L. D. parallela est [f] M. F. Et proinde vt G. F, F. D. sunt æquales, sic sunt [g] pares G. M. & M. L. sunt [g] vero in parallelogrammo K. L. latera opposita K. D. & M. L. æqualia, proindeque G. M. & K. D. sunt [h] quoque pares. Rursus k. D. & C. E. sunt [i] æquales. Tandem ergo G. M. & C. E. sunt æquales, & ex [l] consequenti earum duplæ G. L. & A. C. Igitur rectangulum sub G. D, G. L. & quadratum ex A. C. sunt in eadem altitudine: & se habent [m] sicuti bases G. D. & C. A. hoc est, sicuti semissis F. D. ad semissem C. E. Idcirco segmentum coni G. H. D. est ad conum A. B. C. in ratione composita ex ea primum quam habet F. D. ad C. E. seu ad D. k. parem, & ex ea deinde quam habet H. I. ad B E. Sunt autem trianguli I. H. F. & k D. F. æquianguli: nam anguli ad k. & I. sũt recti, qui vero ad F. pares vt ad verticem. Ergo vt F. D. ad D. k. sic est [n] F. H. ad H. I. Dicamus ergo rursus segmentum coni G. H. D. esse ad conum C. B. A. in ratione cõposita ex ratione F. H. ad H. I. & ex ratione H. I. ad B. E. hoc est, in ratione in qua est F. H. ad B. E. quæ ex iisdem componitur. [o] Atqui sunt H. F. & B. E. æquales ex hypothesi. Est itaque conus æqualis segmẽto coni: & cũ sint [p] portionib. in quib. describũtur in ratione subsesquialtera sequitur portiones itidẽ esse æquales, quod fuit probandum.

[d] per lemma proxim. e per 6. huius.

[f] per 2. l. 6. [g] per 34. l. 1 [h] per 1. commun sent. [i] per coroll. 4. huius. [l] per 15 l. 5. [m] per 1. l. 6.

[n] per 4. l. 6.

[o] per lemma 2. de Sph. & cyl. [p] per 23. & 24. huius.

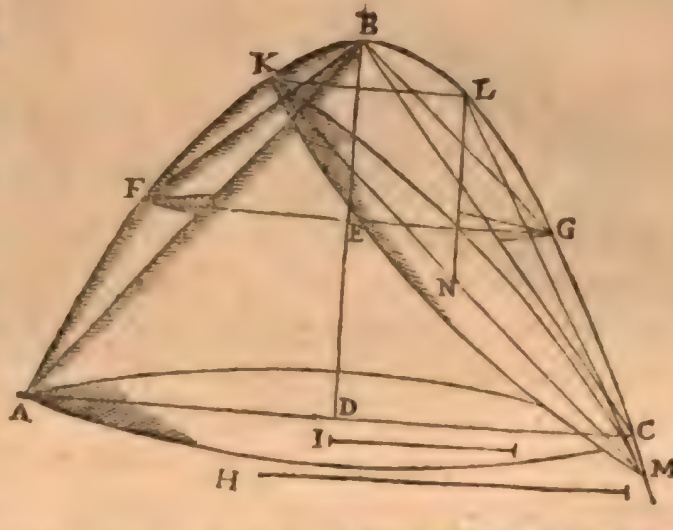
ΠΡΟΤ.

ΠΡΟΤ. Κϛ.

Εἰκὰ τοῦ ὀρθογωνίου κωνοειδοῦς δύο τμήματα ἀποτμηθέντα ἐπιπέδοις ὁποσοῦν ἀγομένοις, τὰ τμήματα πρὸς ἄλλαλα τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον τοῖς τετραγώνοις τοῖς ἀπὸ τῶν ἀξόνων αὐτῶν.

PROP. XXVI.

Si rectangulæ conoideos duæ portiones secentur planis quomodocumque ductis: portiones huiusmodi rationem inter se habebunt, quam quadrata axium earundem.



ΠΡΟΘ. Sit conois A. B. C. ex qua quomodocumque secentur duæ portiones, quarum axes æquales sint lineis H. & I. Et sint istæ A. B. C. & F. B. G. quarum axes sint B. D. æquales ipsi H. & B. E. par ipsi I.

ΣΥΜΠ. Dico has binas portiones se habere inter, se sicuti axiũ earumdem, seu linearum H. & I. quadrata.

ΚΑΤΑΣ. Secetur exposita conois per axem [a] fiatque hyperbole A. B. C. in qua lineæ sint F. G, A. C. intersectiones nempe secantium conoidem planorum tam per axem quàm perpendiculariter axi. Ponimus enim primum portiones sumi planis ad axem rectis. Iam in portionibus sumptis describantur coni in ijsdem basibus ijsdemque altitudinibus quàm sint portiones.

[a] per 1 lemma 1. ad 11. huius.

ΑΠΟΔΕΙ. Conus A. B. C. est [b] ad conum F. B. G. in ratione composita ex rationibus circuli seu [c] quadrati A. C. ad circulum seu quadratum F. G. & altitudinis B. D. ad altitudinem B. E. Vel [d] ex rationibus quadrati A. D. ad quadratum F. E. & altitudinis B. D. ad altitudinem B. E. Atqui ratio quadrati A. D. ad quadratum F. E. eadem est [e] quæ ratio B. D. ad B. E. Ergo conus A. B C. est ad conum F. B. G. in ratione cõposita ex rationibus B D. ad B E. & B. D. ad B. E. hoc est, conus est ad conum in ratione duplicata eius quæ est B. D ad B. E. Atqui quadratum axis B. D. est [f] ad quadratum axis B. E in eadem duplicata ratione axis B. D. ad axem B. E. Ergo conus est ad conum, vt quadratum axis B. D. ad quadratum axis B. E. Verum vt conus ad conum, sic portio ad portionem: quia portiones sunt [g] conorum sesquialtera. Igitur portio A. B. C. est ad portionem F. B. G. vt quadratum B. D. ad quadratum B. E. quod fuit probandum.

[b] per 11 huius. [c] per 2. l. 12. [d] per 15. l. 5. [e] per 20. l. 1 Conic. [f] per 20. l. 6 [g] per 23. huius.

Cæterum si sectio facta fuerit obliquè, vti est ea quæ fit Ellipsi K. N. M. nempe K. L. M. cuius axis sit L. N. æqualis ipsi I. Assumpta portione recta F. B. G. cuius axis sit æqualis axi obliquæ portionis: probabitur [h] obliqua rectæ æqualis. Et vt prius portionem A. B. C. esse ad aliam vt quadratum axis B. D. ad quadratum axis B. E. hoc est L. N.

[h] per præcedentem.

ΕΠΙΦΟΡΑ

Hinc deducimus in diuersis conoidibus rectangulis sumptas quomodocumque portione, quarum axes sint æquales, ipsas esse æquales: & si axes fuerint inæquales, easdem se habere inter se sicuti axium earumdem quadrata.

ΑΠΟΔ. Etenim omnes conoides rectangulæ ſunt [a] ſimiles naſcunturque ex ſimilibus parabolis. Idem ergo eſt duas portiones ſumere in eadem conoide aut in diuerſis conoidibus. Si itaque æquales fuerint portionum ſeparatim ſumptarum axos, ipſæ æquales erunt [b]: ſi inæquales fuerint axes, ſe habebunt [c] portiones vt axium quadrata.

[a] per 17. definit. huius.
[b] per 25. huius.
[c] per præſentem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Mendum erat meo iudicio in textu propoſitionis tam apud manuſcriptum quam incuſſos codices. Sic manuſcriptus legit πῖς πτρ αχάνις πῖς ὑπὸ τὴν ἀξόνων αὐπῖς: incuſſus vero ſic πῖς πτρ αχάνις πῖς ὑπὸ τὴν ἀξόνων αὐπῖς, vterque male. Reſtitui πῖς ὑπὸ τὴν ἀξόνων διπλὴν ſcilicet τμαμάτων, vt integrior ſit ſenſus. Alio ſed apertiſſimo errore ſculptus liber habet ὑπτιδοις ὑποσῶ ἀγμῶν pro ὑποσῶ ἀγμῶν.

PROP. XXVII.

Omnis ſectio obtuſiangulæ conoideos ſecta plano recto ad axem, ad conum baſim habentem eandem cum ſectione & altitudinem eandem, hanc habet rationem quam habet linea compoſita & ex æquali axi ſectionis & ex tripla adiectæ axi, ad lineam æqualem duabus axi ſcilicet ſectionis & duplæ adiectæ axi.

ΠΡΟΤ. ΚΖ.

Γᾶν τμῆμα ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ἀποτετμημένον ἐπιπέδῳ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα, ποτὶ τὸν κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι καὶ ὕψος ἴσον, τοῦτο ἔχει τὸν λόγον ὃν ἔχει συναμφοτέρα ἴσα τᾷ τε ἄξονι τοῦ τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι ποτὰν ἴσαν ἀμφοτέραις τῶτε ἄξονι καὶ τοῦ τμάματος καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

ΠΡΟΘ. Secetur quædam conois obtuſiangula plano ad axem erecto ſecundum lineam A. C. relinquente portionem A. B. C. quæ rurſus dirimatur plano per axem vt fiat hyperbole cuius axis B. D. & ſit linea [d] ad axem adiecta B. G. cui addantur æquales G. H. & H. I. Demum ſit conus A. B. C. eaſdem baſim & altitudinem habens, quas expoſita portio habet.

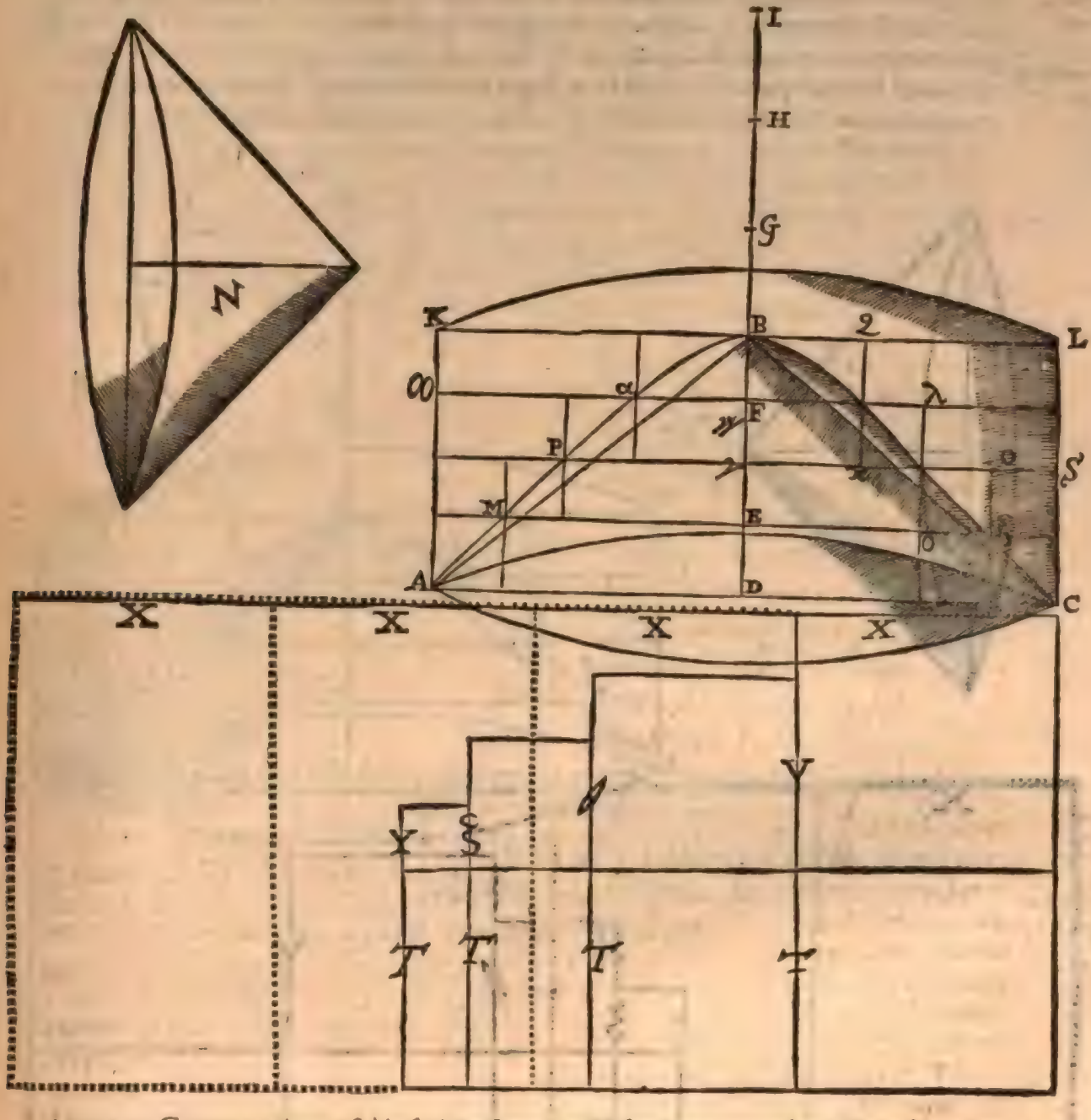
[d] Iuxta 16. definit. huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem A. B. C. eſſe ad conum A. B. C. vt linea I. D. ſe habet ad lineam H. D.

ΚΑΤΑΣ. Fiat conus Z. qui ſit ad conum A. B. C. vt linea I. D. ad lineam H. D. Etenim ſi ſit portio A. B. C. æqualis cono Z. habemus [e] quod quærimus: ſi non erit portio maior vel minor ipſo cono Z. Sit primo maior ſi fieri poteſt. Tum circa portionem cõſcribatur [f] figura ſolida cylindris æqualiter altis conſtans, tùm alia inſcribatur ex cylindris parem illis altitudinem habentibus, ita vt conſcripta ſuperet inſcriptam minori quantitate quam ſit differentia qua portio & conus Z. ſunt inæquales. Producantur vero plana cylindrorum figurarum, quæ diuidant [g] cylindrum totum A. L. in cylindros æquales cum ſint altitudines pares. Tum quot ſunt cylindri in circumſcripta figura, tot ponantur lineæ T. ſingulæ æquales lineæ H. B. duplæ adiectæ ad axem. Ad vnamquamque autem ipſarum accedat [h] ſpatium excedens ſpecie quadrato, quorum maximum ſit rectangulo ſub H. D, D. B. æquale: minimum vero par ſit rectangulo ſub H. F, F. B. Exceſſus autem laterum æquales erunt ipſi F. B. Nam B. D. æqualiter diuiſa eſt, eritque latus maximi quadrati V. æqualis axi B. D. quia primum

[e] per 7. l. 5.
[f] per 21. huius.
[g] per 11 l. 12
[h] per 29 l. 6

est: latus vero Y. minimi æquale altitudini B.F. quia vltimum. Denique quot sunt imparia parallelogramma, ad lineas T. applicata, tot sint alia X. singula quorum sint maximo [a] illorum æqualia, & denique lineæ B.D. sit tertia pars B. ν. [a] per 10 l. 6



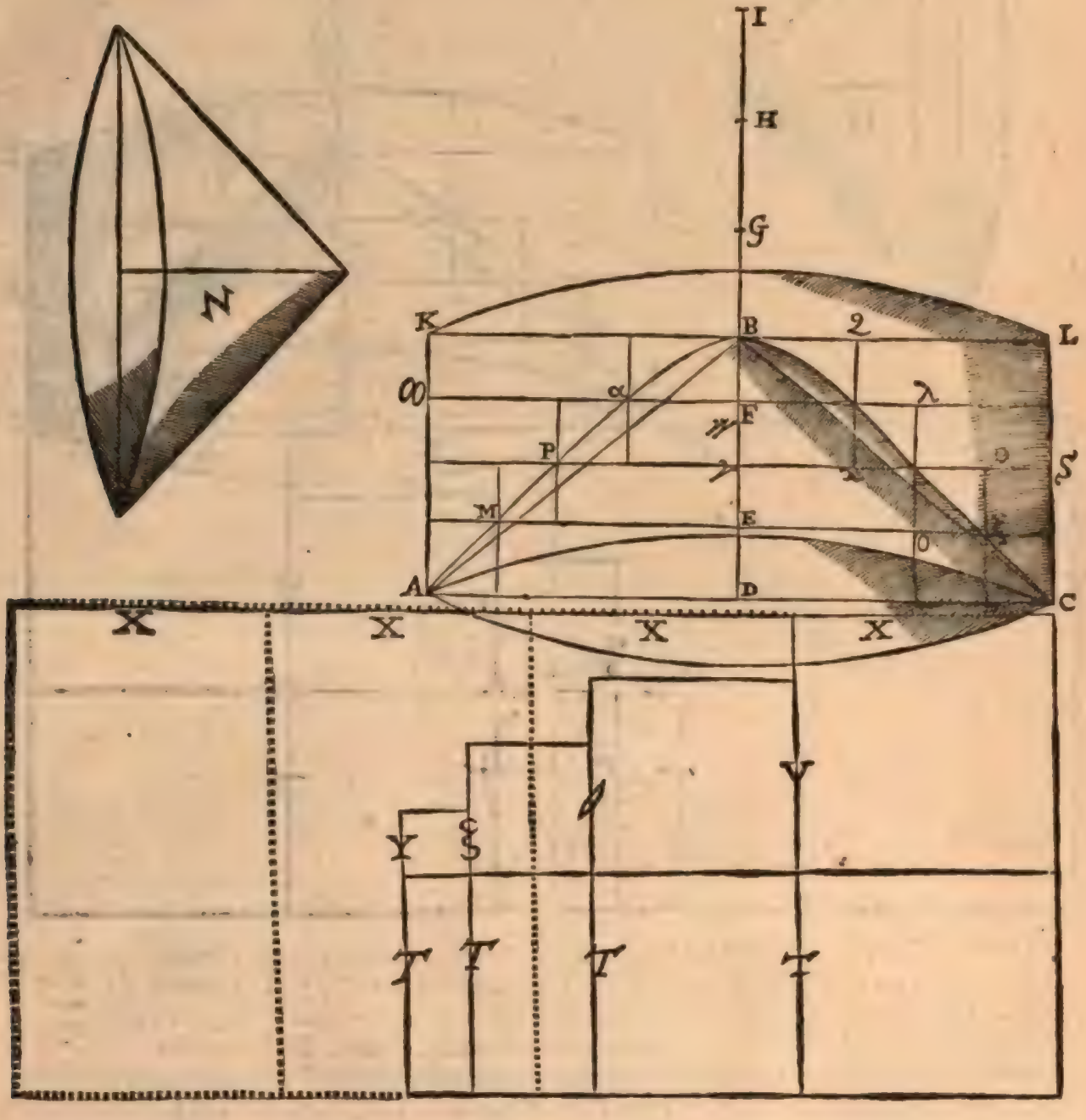
ANOAEI. Conus z. minor est [b] inscripta figura: quòd primo notandum Deinde quia B. ν. est tertia pars totius B. D. & G. B. vna tertia alterius B. I. superest [c] totam I. D. triplam esse totius G. ν. Atqui cylindrus K. C. coni A. B. C. triplus est [d]. Ergo vt cylindrus ad conum, sic I. D. ad G. ν. Rursus vt consequens conus A B. C. in primo ordine ad aliquem conum z sic aliqua linea H. D. in secundo ordine ad antecedentem I. D. Ergo in perturbata ratione, ex æquo erit [e] cylindrus K C. ad conum z vt H. D. ad G. ν. Iam vt multoties antea inculcauimus, cylindrus C. R. circumscriptæ figuræ est [f] ad cylindrum inscriptæ N. M. vt quadratum C. A. ad quadratum ξ. M. seu vt 4 quadratum semissis A. D. ad quadratum semissis M. E. hoc est [g] vt rectangulum sub H. D, D. B. ad rectangulum sub H. E, E. B. vel denique vt [h] rectangulum applicatum ad totam T. V. ad rectangulum applicatum ad T. θ. Adhuc cylindrus S. R est [i] ad cylindrum O. P. vt quadratum D. A. ad quadratum P. γ. vel vt [k] rectangulum sub H. D, D. B. nempe applicatum ad T. V. ad rectangulum sub H γ, γ. B. hoc est applicatum ad T. ζ. Denique cylindrus OO. S. est ad cylindrum ϖ. ϰ vt rectangulum applicatum ad T. V. ad rectangulum applicatum ad T. Y. Sic habemus hinc quatuor cylindros æquales R. C, R. S. & S. OO. illinc quatuot æqualia parallelogrãma X. Et quidẽ cylindrorũ

[b] per lemma ad 23. huius. [c] per 2. l. 5. [d] per 10 l. 12. [e] per 23. l. 6. [f] per 11. & 2. l. 12. [g] per 15. l. 6. [h] per 21 l. 11. Comm. [i] per fabr. [k]

tres referuntur ad tres cylindros inſcriptæ figuræ M. N, O. P, &c. in eadem ratione in qua tria parallelogramma X. vel quod applicatur ad T. V. ter repetitum, referuntur ad parallelogramma applicata ad lineas T. θ, T. ζ, T. Y. tertius vero cylindrus OO. L. ad nihil refertur, ſicuti quartum parallelogrammum X. cum nihilo comparatur. Idcirco vt ſunt quatuor cylindri ſeu totus cylindrus k. C. ad figuram inſcriptam, ſic [a] quatuor parallelogramma X. ad tria parallelogramma minora, ſeu ad quatuor imparia dempto maximo. Atqui parallelogramma X. ſunt [b] ad quatuor inæqualia dempto maximo in maiori ratione quam H. D. ad G. ν. Ergo totus cylindrus k. C. eſt ad inſcriptam figuram in maiori ratione quam ſit H. D. ad G. ν. Verum idem cylindrus k. C. eſt ad co-

[a] per 2. huius.

[b] per 3. huius.



num Z. vt H. D. ad G. ν. Igitur cylindrus k. C. minorem habet rationem ad conum z. quam ad inſcriptam figuram. Vnde ſequeretur [c] conum z. maiorem eſſe inſcripta figura, qua tamen eundem minorem eſſe oſtendimus. Ex hoc itaque abſurdo ſequitur portionem A. B. C. non eſſe maiorem cono z.

[c] per 8. l. 5.

Verum neque minorem eſſe demonſtrabimus. Sit enim ex hypotheſi minor, & manente ſtructura erit [d] conus z. maior circumſcripta figura. Iam cylindrus R. C. eſt ad eundem cylindrum circumſcriptæ R. C. vt parallelogrammum X. ad id quod applicatum eſt ad lineam T. V. hoc eſt vt æqualis ad æqualem, vel vt idem ad idem. Tum cylindrus S. R. eſt [e] ad cylindrum M. &c. vt quadratum E. R. ſeu D.

[d] per lemma ad 13 huius. & per præcedenter citatas propoſit.

A. ad quadratum E. M. vel vt rectangulum ſub H. D, D. B. ad rectangulum ſub H. E, E. B. hoc eſt vt rectangulum X. ad rectangulum applicatum ad T. ℓ. Adhuc probabitur cylindrum S. OO. eſſe ad cylindrum P. ʌ. vt X. rectangulum ad id quod applicatur ad lineam T. ζ. Denique cylindrus OO. L. eſt ad cylindrum ω. Q. vt X. parallelogrammum ad minimum imparium parallelogrammorum applicatum ad T. Y. Proinde quatuor X. ſunt ad quatuor imparia rectangula, vt totus cylindrus K. C. ad circumſcriptam figuram. Atqui illa quatuor X. ſunt [a] ad quatuor imparia parallelogramma in minori ratione quam H. D. ad G ν. Ergo cylindrus k. C. eſt ad circumſcriptam figuram in minori ratione quam H. D. ad G. ν. Verum ad conum Z. idem cylindrus K. C. habet eandem rationem quam H D. ad G. ν. Ergo cylindrus k C. maiorem rationem habet ad Z. conum quam ad circumſcriptam figuram. Proinde conus Z. eſt [b] minor circumſcripta figura: ſed eſt maior oſtenſus. Abſurdum ergo ſequitur ex eo quod ſuppoſuerimus conum Z. maiorem portione: qui ſi neque minor neque maior ſit expoſita portione, illi ex conſequēti eſt æqualis: Et idcirco portio ſimiliter eſt ad conum A. B. C. vt linea I. D. ad lineam H. D. vt vult propoſitio.

[a] per 3. huius.

[b] per 8. l. 5.

ΓΡΟΤ. ΚΗ. PROP. XXVIII.

Καὶ τοίνυν εἰκὸς μὴ ὀρθῷ ποτὶ ⓨ ἄξονα τῷ ὑπιπέδῳ ἀπολιμθῆ, τὸ ἰμῆμα τᾶς ἀμβλυγωνίου κωνοειδέος ποτὶ τὸ ἀπότμημα τᾶς κώνου τᾶς βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ ἰμήματι, καὶ ἄξονα ⓨ αὐ ⓨ, τουⓨ ἐξεῖ ⓨ λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι ἴσαι τῷ τε ἄξονι τᾶς τμάματος καὶ τᾷ τριπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι, ποτὶ τὰν ἴσαν συναμφοτέραις, τῷτε ἄξονι καὶ τᾷ διπλασίᾳ τᾶς ποτεούσας τῷ ἄξονι.

Et proinde ſi non recto ad axē plano ſecetur: portio amblygoniæ conoideos ad coni ſegmentum baſim habentis eandem ac ſegmentum, eundemque axem, eandem habebit rationem quam linea æqualis duabus, & axi portionis & triplæ additæ ad axem, ad æqualem binis, & axi & duplæ adiectæ axi.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. In ſuperioris propoſitionis hypotheſi muta ſectionem factā fuiſſe plano non recto ad axem; tum in ſtructura pone [c] figuras circumſcribi & inſcribi ex conorum ſegmentis compoſitas, ac tandem reliqua maneant, & ſic demonſtrationem perſequere.

[c] Ex 22 huius.

[d] per lemma ad 23 huius.

[e] per 1. lemma ad 11. huius.

[f] per fabr.

[g] per 23 l. 5

[b] per 2. lemma ad 11. huius.

[i] per coroll 2 prop. 15. huius.

[l] per 2. manifeſt huius.

ΑΠΟΔ. Conus Z minor eſt [d] inſcripta figura: Deinde tota I. D. tripla eſt totius G. ν. Atqui fruſtum cylindri k. C. ſegmenti coni A. B. C. triplum eſt [e]: ita vt fruſtum cylindri k. C. ſit ad ſegmentum coni A. B. C. vt I. D. ad G. ν. Atqui vt ſegmentum coni A. B. C. ad conum Z. ſic [f] H. D. ad I Ergo perturbatim eſt [g] ex æquo cylindri fruſtum k. C. ad conum Z. vt H. D. ad G. ν. Iam cylindri fruſtum C. R. eſt [h] ad fruſtum N. M. vt Ellipſis cuius diameter A. C. ad Ellipſim cuius diameter M. ξ. Et quia Ellipſes ſunt [i] ſimiles inter ſe ſunt [l] vt quadrata ſuorum dimetientium.

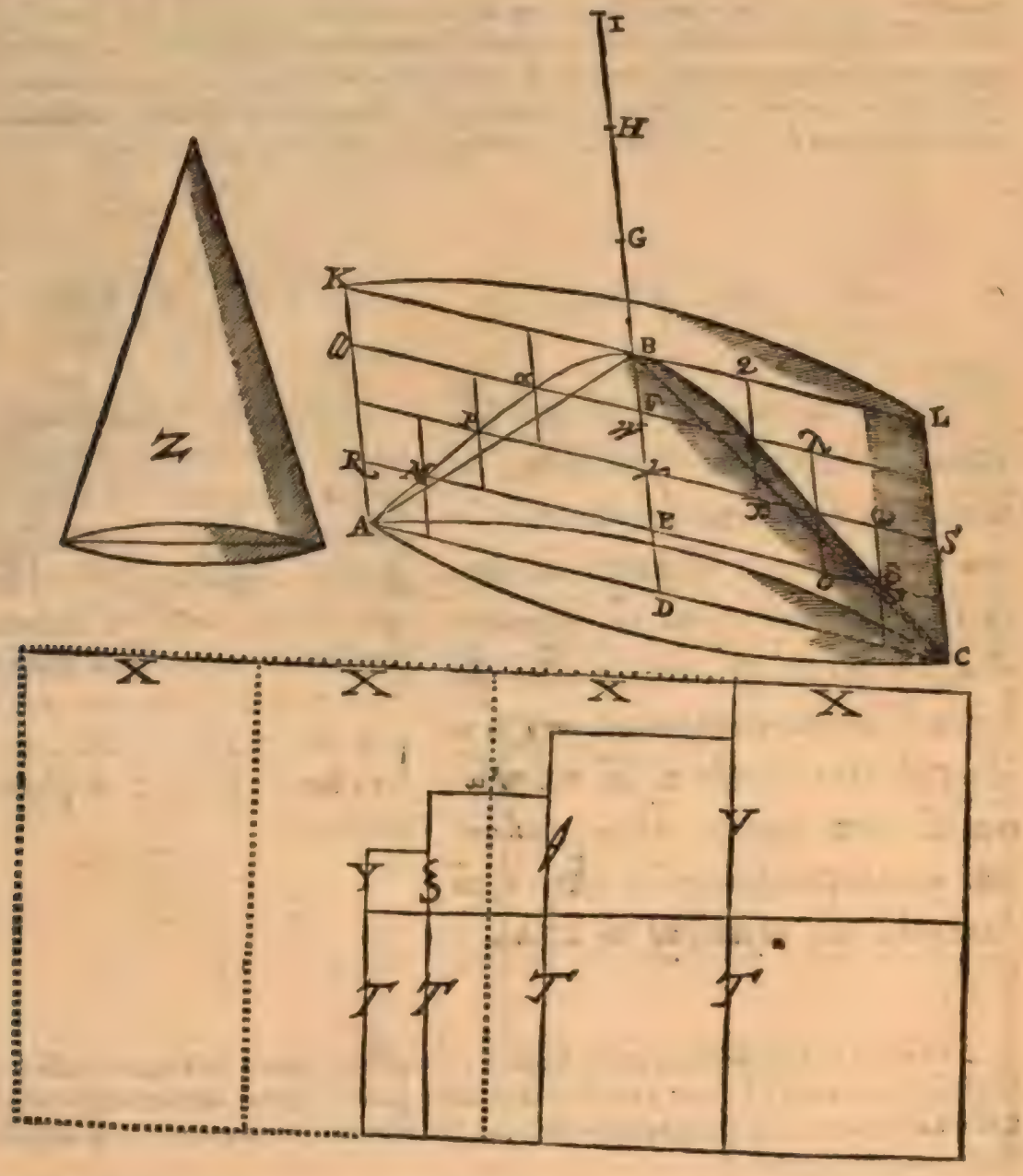
Igitur frustum R. C. est ad frustum M. N. vt quadratum A. C. ad quadratum M. ξ. seu [a] vt quadratum A. D. ad quadratum M. E. Hoc est [b] vt rectangulum sub H. D, D. B. ad rectangulum sub H. E, E. B. vel vt rectangulum X. applicatam ad T. V. ad rectangulum applicatum lineæ T. φ. Similiter frustum R. S. erit ad P. O. frustum, vt rectangulum X. ad id quod applicatur lineæ T. ζ. Denique frustum S. OO. habebit se ad frustum α. κ. sicuti parallelogrammũ X. ad applicatum ad lineam T. Y. Cumque quartus cylindrus OO. L. ad nihil referatur, vt nec quartum rectangulum X. Erit [c] totum frustum K. C. ad inscriptam figuram, vt quatuor X. ad tria minora inæqualium rectangulorum. Verum quatuor X. sunt [d] ad hæc 3. minora

a per 15 l. 5.

b per 21. l. 1. Conic.

c per 2. huius.

d per 3. huius.



inæqualium, in maiori ratione quam H. D. ad G. ν. proinde frustum K. C. ad inscriptam figuram maiorem habet rationem quam H. D. ad G. ν. Atqui frustum K. C. ad conum Z. in ea est [e] ratione, quam H. D. ad G. ν. Ad ipsum ergo Z. conum minorem rationem habet frustum cylindri K. C. quam ad inscriptam figuram. Idcirco Z. conus maior est [f] inscripta figura: sed & ostensus est minor. Absurdum ergo est supponere portionem conoidis maiorem esse cono Z.

e ostendimus.

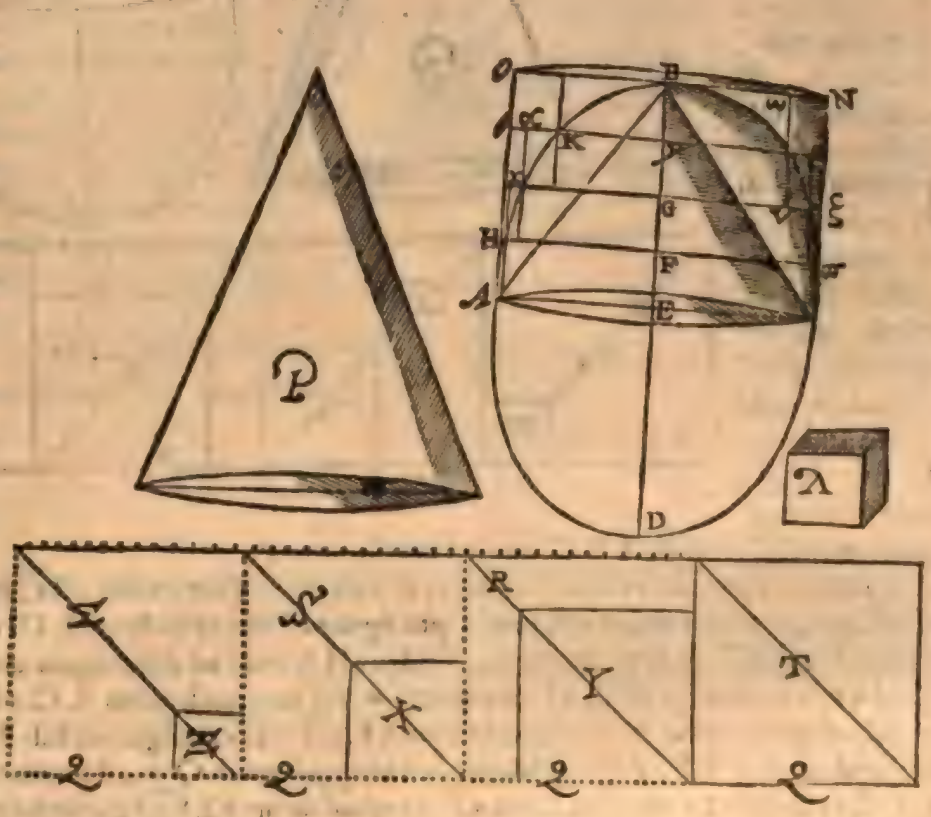
f per 8. l. 5.

Porro absurdum quoque sequetur si supponatur portio conoidis cono Z. minor. Illi proinde cono æqualis est, & ad conum A. B. C. se habet vt linea I. D. ad lineam H. D. quod fuit probandum.

ΠΡΟΤ. ΚΘ. PROPO. XXIX.

Παντὸς χήματος σφαροειδέος ἐπιπέδῳ ἡμηθέντος διὰ τοῦ κέντρου ὀρθῷ πρὸς τὸν ἄξονα, τὸ ἡμίσεων τοῦ σφαροειδέος διπλάσιον ἐστὶ τοῦ κώνου τοῦ βάσιν ἔχοντος τὴν αὐτὴν τῷ ἡμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν.

Cuiuscumque figuræ sphæroideæ plano sectæ per centrum recto ad axem, dimidium duplum est coni basim habentis eandem cum portione, & eundem axem.



ΥΠΟΘΕ. Figura sphærois A.B.C.D. secetur plano per centrum E. efficiente [a] sectionem circulum, cuius diameter A.C. sitque [b] dimidiũ ipsius sphęroidis A. B. C. cum quo eandem basim, eũdemque axem habeat conus A.B.C.

[a] per 11. huius.

[b] per 10. huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem A. B. C. dimidiam sphæroidis, duplum esse coni A.B.C.

ΚΑΤΑΣ. Sit quidam conus P. qui sit duplus coni A.B.C. Si quippè P. fuerit portioni sphæroidis æqualis, patet propositio. Si verò illi fuerit inæqualis, sit differentia λ. & circa sphæroidis portionem circumscribatur [c] figura, aliaque intra scribatur ambæ cylyndris constãtes æqualiter altis, ita vt circumscripta superet inscriptam minori quantitate quàm sit corpus λ. Quot autem partium fuerit E.B. tot sumantur lineæ Q. singulæ pares ipsi E B. quibus applicentur rectangula æqualia singula vni sub B.E, E.D. hoc est, fiant quadrata ipsarum linearum Q. sunt [d] enim E.B, E.D. æquales. Denique à secundo horum quadratorum tollatur [e] gnomon, cuius latitudo sit vnius partis semidiametri B.E. qui sit R. & maneat quadratum Y. Tum à tertio quadrato gnomon auferatur longitudinis duarum partium B.E. qui sit S. & maneat quadratum X. demum ab vltimo quadrato resecetur gnomon Σ. trium partium longitudinis semidiametri E. B. & maneat quadratum Ξ.

[c] per 11 huius.

[d] ex defin. axii.

[e] ex 2. defin. lib. 2.

ΑΠΟΔ. Primò si posuerimus portionem sphæroidis A.B.C. maiorem cono P. erit rursus P. minor inscripta figura. At verò cylindrus H.C. circumscriptæ figuræ est [g] ad cylindrum Z. I. inscriptæ, vt circulus cuius diameter A.C. ad circulum, cuius diameter I.ξ. seu vt [h] quadratum A.C. ad quadratum I.ξ. vel vt [i] quadratum A. E. ad quadratum ξ.F. aut denique vt [l] rectangulum sub B.E, E.D. nempè quadratum Q Σ. ad rectangulum sub B.F. F.D. scilicet ad gnomonem Σ. (nam rectangulum sub B.E, E. D. seu quadratum Q.Σ. differt [m] à rectangulo sub B.F, F. D. quadrato F.E hoc est quadratulo Ξ. Proinde gnomon Σ. æqualis est [n] rectangulo sub B.F, F.D.) Similiter pro-

[f] per lemma ad 23. huius.

[g] per 11. lib. 12.

[h] per 1 12.

[i] per 15 l 5

[l] per 21. li. 1 Conic.

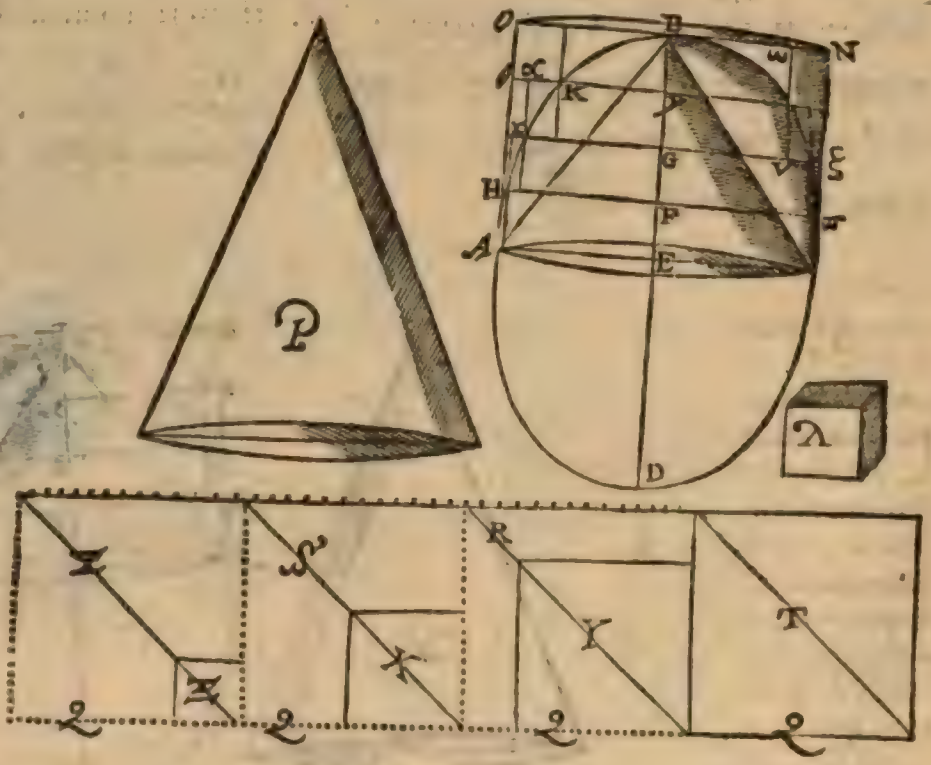
[m] per 5 l 2.

[n] per 5 com. sect.

babimus cylindrum H.ζ esse ad cylindrum M.L. vt quadratum Q.S. ad gnomonem S. Et demum cylindrum ζ.θ. esse ad cylindrum K.V. vt quadratum Q.R. ad gnomonem R. quartus autem cylindrus θ.N. ad nihil refertur, sicuti nec quartum quadratum T. Proinde vt se habent quatuor cylindri æquales, seu totus cylindrus A.N. ad inscriptam figuram, ita sunt quatuor æqualia quadrata ad gnomones Σ.S. & R. Sunt[a] autem hæc quadrata quatuor æqualia maiora, quàm trium gnomonum sesquialtera. Ergo cylindrus A.N. maior est, quã sesquialter inscriptæ figuræ. Verùm quia P. est duplus coni A. B. C. cuius cylindrus A. N. est[b] triplus, sequitur cylindrum A. N. esse coni P. sesquialterum, & proinde conũ P. maiorem esse inscripta figura. Sed & minor est ostensus, quod absurdum est, vt & illud vnde hoc sequitur, nempè portionem sphæroidis A B.C. maiorem esse cono P.

[a] per coroll. 4 prop. 10. li. de lineis spiralibus.

[b] per 10. l. 12.



Ponatur iam portio cono P. minor, & cæteris vt sunt constructa, manentibus: Erit[c] P. conus etiam maior circumscripta figura: Tum cylindrus H. G. erit ad seipsum vt quadratum T. ad seipsum: item cylindrus H.ζ. erit[d] ad cylindrum circumscriptæ figuræ κ.ϖ. vt circulus A. C. ad circulum ξ ϖ. vel vt[e] quadratum A.C. ad quadratum ξ. ϖ vel[f] vt quadratum A.E. ad quadratum ξ.F. vel vt[g] rectangulum sub B.E, E.D. ad rectangulum sub B.F, F.D. vel denique vt[h] quadratum Q.Σ. ad gnomonem Σ. Similiter est cylindrus ζ.θ. ad cylindrum α.L. vt quadratum Q.S. ad gnomonem S. & demum cylindrus θ.N. est ad cylindrum K.ω. vt quadratum Q.R. ad gnomonem R. Proinde totus cylindrus A.N. est ad circumscriptam figuram, vt quatuor quadrata Q. ad tres gnomones Σ. S. R. & quadratum T. Verum quatuor quadrata æqualia Q. sunt[a] quadrati T. & trium gnomonum minora quàm sesquialtera. Ergo quoque cylindrus A. N. minor est quàm sesquialter circumscriptæ figuræ. Atqui sesquialter est coni P. Conus itaque P. minor est circumscripta figura: sed & maior probatus est, quod est absurdum: sicuti, & quod vnde sequitur, nempè portionem sphæroidis minorem esse cono P: Quæ si neque minor sit, neque maior ipso, sequitur eandem ipsi cono P. esse æqualem, & duplam esse similiter coni A.B.C. quod fuit probandum.

[c] per lemma ad 2. huius.

[d] per 11 li. 12.

[e] per 2 l. 12.

[f] per 15 l. 5.

[g] per 21. li. 1. Conic.

[h] per 5. li. 2.

PROP. XXX. ΠΡΟΤ. Λ.

Et proinde si sphæroides non rectum ad axem plano per centrum secatur, similiter dimidium sphæroidis duplum erit segmenti coni basim ha-

Καὶ τέτων ἕνεκα τὸ σφαιροειδὲς μὴ ὀρθῶ πρὸς ἄξονα τῷ ἐπιπέδῳ διὰ τῦ κέντρυ τμηθῇ, ὁμοίως τὸ ἡμίσεον τῦ σφαιροειδέος διπλάσιον ἔσεται τῦ ἀπολιμήματος τῦ κώνυ τῦ βάσιν ἔχοντος

ταὐτὰ τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτὸν. bentis eandem cum portione, & axem eundem.

ΥΠΟΘ. Secetur sphæroides A.B. C.D. plano acto per centrum E. non recto ad axem B. D. sitque [a] dimidium ipsius A.B.C cuius basis sit [b] Ellipsis A.F.C.G, quæ rursus basi describatur [c] coni segmentum A. B. C. in altitudine eadem ac portio.

[a] per 20. huius.
[b] per 15. huius.
[c] per 9. huius.
[d] per 12. huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem sphæroidis A.B.C. duplam esse segmenti coni A.B.C.

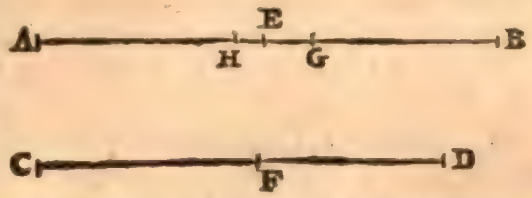
ΚΑΤΑ. Ponatur P. duplus coni A. B. C. qui si maior vel minor supponatur portione A.B.C. describatur [d] circum portionem figura, & alia inscribatur portioni vtraque cylindrorum frustis constans, ita vt circumscripta inscriptam superet minori quantitate, quàm sit differentia portionis à cono P. & reliqua fiant vt in præcedenti.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim reliqua concludentur eodem artificio, quo in antecedentibus vsi sumus, vt non sint ad nauseam vsque repetenda.

ΛΗΜΜΑ A.

Si duæ quantitates quomodocumque bisecentur, & prima fuerit ad alteram ex suis partibus in minori ratione, quàm secunda ad alteram ex suis partibus: erit prima ad reliquam sui partem in maiori ratione quàm secunda ad reliquam sui partem, & contra.

ΠΡΟΘ. Sit A.B. prima secta in E. ad E. B. in minori ratione quàm C.D. secta in F. ad F. D.



ΣΥΜΠ. Dico A.B. ad reliquam partem A. E. in maiori esse ratione quàm C.D. ad reliquam C.F. & contra.

ΚΑΤΑ. Quam etenim rationem habet C.D. ad D.F. eam habeat [e] A.B. ad G.B. erit [f] enim G.B. minor quàm E. B. quia A. B. minorem habet rationem ad E.B. quàm ad G.B.

[e] per 12. l. 6
[f] per 8. l. 5.

ΑΠΟΔ. Quoniam A.B. est ad G.B. vt C.D. ad F.D. est vicissim [g] tota A.B. ad totam C.D. vt ablata E.B. ad ablatam F. D. Et ex consequenti [h] vt tota A.B. ad totam C.D. sic reliqua A.G. ad reliquam C.F. Et permutando [g] A.B. est ad A. G. vt C.D. ad C.F. Atqui A.B. ad minorem A. E. maiorem habet [f] rationem quàm ad maiorem A.G. Ergo A.B. maiorem rationem habet ad A.E. quàm C.D. ad C.F. Contra verò ponatur A.B. esse ad E.B. in maiori ratione quàm C.D ad F.D.

[g] per 16 l. 5.
[h] per 19 l. 5.

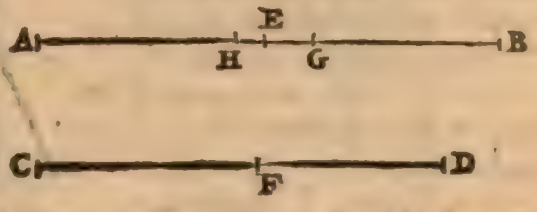
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico A.B. esse ad A E. in minori ratione quàm C.D. ad C.F.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [e] A.B ad B.H. vt C.D. ad F.D. erit enim A. B. ad B H. in minori ratione quàm ad E.B. & ex consequenti [f] B.H. erit maior quàm E.B.

ΑΠΟΔ. Quoniam A B. est ad H.B. vt C.D ad F.D. vicissim [g] A. B est ad C.D. vt ablata H.B. ad ablatam F.D. & sic ergo est [h] reliqua A H. ad reliquam C F. permutando [g] ergo rursus vt A. B. ad A.H. sic C D. ad C F. Atqui A B. minorem habet [f] rationem ad A. E. quàm ad A.H. Ergo quoque minorem quàm C.D. ad C. F. quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ B.

Si fuerit pars A.E. ad totum A.B. in maiori ratione, quàm pars C.F. ad C.D. totum: erit totum A.B. ad reliquum E.B. in maiori ratione quàm totum C.D. ad reliquum F.D.



a per 12. l. 6 ΚΑΤΑΣ. Fiat[a] A.H. ad A.B. vt C.F. ad C.D. vt scilicet sit b A.H. minor, quàm A.E.

b per 8. l. 5.

c per coroll. 4 lib. 5. ΑΠΟΔ. Inuertendo, est totum A.B. ad A.H. vt C.D. ad C.F. & permutando[d] A.B. ad C.D. vt ablatum A.H. ad ablatum C.F. & sic[e] quoque reliquum H.B. ad reliquum F.D. Et permutando[d] H.B. ad A.B. vt F.D. ad C.D. & inuertendo[e] A.B. ad H.B. vt C.D. ad F.D. Ergo A.B. ad E.B. minorem quàm H.B. habet maiorem rationem quàm C.D. ad D.F. vt vult Lemma.

d per 16. l. 5.

e per 19. l. 5.

PROPO. XXXI. ΠΡΟΤΑ. ΛΑ.

Cuiuscumque figuræ sphæroideæ plano non per centrum sectæ, sed rectò ad axem: minor portio ad conum, eandem cum ipsa basim habentem, eundemque axem, hanc habet rationem, quam linea composita ex dimidio axe sphæroidis, & ex axe maioris portionis, habet ad axem maioris portionis.

Παντὸς σφαιροειδοῦς ἀποτμηθέντος μὴ διὰ τοῦ κέντρου, ὀρθὸν πρὸς τὸν ἄξονα· τὸ ἐλάττονα τμῆμα πρὸς τὸν κῶνον τὴν βάσιν ἔχοντα τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν συναμφότερος τε τὴς ἡμίσειας τοῦ ἄξονος τοῦ σφαροειδέος, καὶ ὁ ἄξων τοῦ μείζονος τμήματος πρὸς τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμήματος.

ΥΠΟΘ. Secetur sphærois A.B.C.F. plano A.D.C. perpendiculari quidem ad axem B.F. sed non per centrum acto. Sitque portio A.B.C. minor, alia A.F.C. maior: Sit item conus A.B.C. easdem basim, & altitudinem habens cum portione minori: producta verò sit B.F. in G. ita vt sit F.G. æqualis semidiametro H.F.

ΣΥΜΠΕ. Dico minorem portionem A.B.C. esse ad conum A.B.C. vt linea D.G. composita ex diametro maioris portionis, & dimidio axe sphæroidis ad D.F. axem nempè maioris portionis.

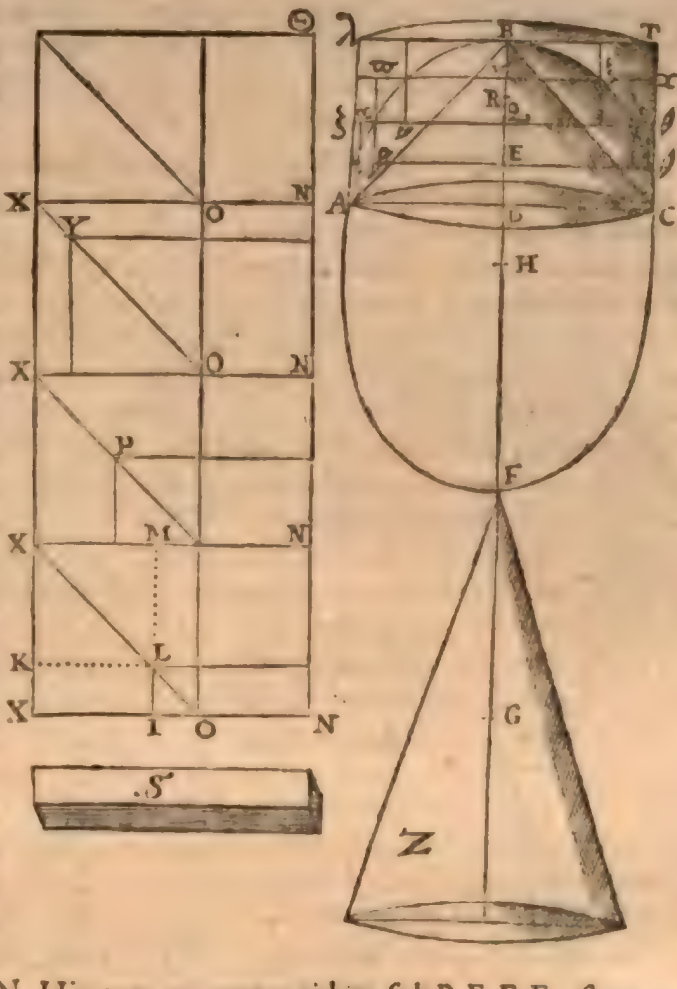
ΚΑΤΑΣ. Ponatur conum Z. ad conum A.B.C. dictam habere rationem. Etenim erit ipse conus Z. portioni minori A.B.C. vel æqualis (& sic habebimus quod quærimus) vel inæqualis. Si inæqualis sit vtriusque differentia S. Tum extra minorem portionem conscribatur figura, aliaque intra inscribatur, vtraque cylindris æqualiter altis constans, (fit enim sectione plani ad axem recti circulus) ita vt conscripta superet inscriptam minori quantitate quàm sit S. productisque cylindrorum basibus diuidatur[b] totus cylindrus A.T. in cylindros æquales. Præterea quot fuerint partes in B.D. æquales, tot sumantur lineæ X.N. singulæ æquales ipsi D.F. à quibus rescindantur X.O. æquales quoque singulæ vni D.B. vt rursus maneant O.N. partes singulæ duplæ ipsius D.H. cùm sit F.D. vel X.N. æqualis vni D.B. & duabus D.H. Ad ipsas X.N. erigantur altitudines singulæ æquales ipsi D.B. & perficiantur parallelo-

f per 21. huius.

g per 11. huius.

b per 14. l. 12.

gramma, quæque paria ei quod continetur sub F.D, D.B. Tandem à primo resecetur gnomon latitudinis B.E. à secundo auferatur gnomon latitudinis B.Q. A tertio demum gnomon tollatur latitudinis B.V. & si plures fuerint sectiones, plura quoque erunt parallelogramma, ita vt plures auferantur gnomones, quovsque ad vltimum deueniatur, qui latitudinis erit vnius partis B.E. Denique lineæ B.D. tertia pars sit B.R.



APODEIXIS. Supponatur primo portionem A.B.C. maiorem esse cono Z. Etenim, quia sicut tota B.G. tripla est totius B.H. ita ablata B.D. tripla est ablatæ B.R. sequitur [a] reliquam D.G. reliquæ R.H. triplam esse. Ergo vt D.G. ad R.H. ita est [b] cylindrus A.T. ad conum A.B.C. Verum vt conus A.B.C. consequens ad aliquem conum Z. ita [c] aliqua linea D.F. ad antecedentem D.G. In perturbata ergo proportione ex æquo est [d] cylindrus A.T. ad conum Z. vt D.F. ad R.H. Gnomonum autem maximus æqualis est rectangulo sub B.E, E.F. Nam sumpta est O.I. æqualis parti D.E. eiusque factum est quadratum O.L. Et quia altitudo X.X. est æqualis ipsi B.D. remanet L.M. vel X.K. æqualis lineæ B.E. ita vt rectangulum K.N. æquale sit ei quod cõtineretur sub E.B. & D.F. Tum aliud X.L. est rursus, æquale ei quod esset sub D.E, E.B. Ex his verò duobus æqualibus [e] vni sub B.E, E.F. conflatur gnomon I.K.N. Hic ergo gnomon eidem sub B.E, E.F. est æqualis. Pars autem quæ remanet, nempè N.L. cum quadrato L.O. applicata lineæ N.O. excedit specie quadrati O.L. Eadem arte probabitur gnomon secundus X.P.N. æquari rectangulo sub B.Q, Q.F. Et demum vltimum gnomonem parem esse ei quod fit sub B.V, V.F. Et reliqua spatia applicata lineis O.N. excedere specie quadratorum. Iam cylindrus maximus circumscriptæ figuræ, se habet ad cylindrum maximum inscriptæ, sicut [f] est circulus ex A C. ad circulum ex [g]. K, seu quadratum A.C, ad quadratum [g] K, vel vt quadratum D.C, ad quadratum E.K, hoc est sicut [g] rectangulum sub B.D, D.F, seu rectangulum X.N, ad rectangulum sub B.E, E.F, vel gnomonem X.L.N, primum. Simili argumentatione probabo cylindrum [h] esse ad cylindrum [i] vt rectangulum X.N, ad gnomonem X.P.N. Denique tertius cylindrus [k] est ad vltimum inscriptæ [l] vt rectangulum X.N, ad tertium gnomonem X.Y.N. Quartus verò cylindrus [m] ad nihil refertur, vt nec quartum rectangulum X.⊙. Propterea omnes cylindri, seu totus cylindrus A.T, est ad inscriptam figuram, vt quatuor rectangula æqualia X.N, ad tres gnomones. Atque sunt quædam lineæ N.O, æquales positæ, & ad singulas accedit spatium excedens specie quadrati. Excessus autem laterum sunt æquales, & est excessus quantitatis lateris minimi quadrati. Deinde sunt aliæ lineæ N.X, inter se pares conflatæ ex vna N.O, & latere maximi quadrati, ad quas spatia accedunt singula æqualia maximo eorum quæ accedunt lineis N.O, nempè rectangulo X.⊙. Propterea hæc spatia accedentia lineis X.N, ad spatia accedentia lineis N.O, quæ sunt N.L, N.P, & N.Y. minorem habent rationem [b] quàm linea N.X, ad lineam conflatam ex dimidia N.O, & vna tertia lineæ X.O. Si verò ex N.X, auferas dimidiam N.O, & vnam tertiam X.O, remanebunt dimidia N.O, & duæ tertiæ X.O. Tum si ex spatijs X.N, auferas spatia accedentia ad N.O, excedentia specie quadrati rema-

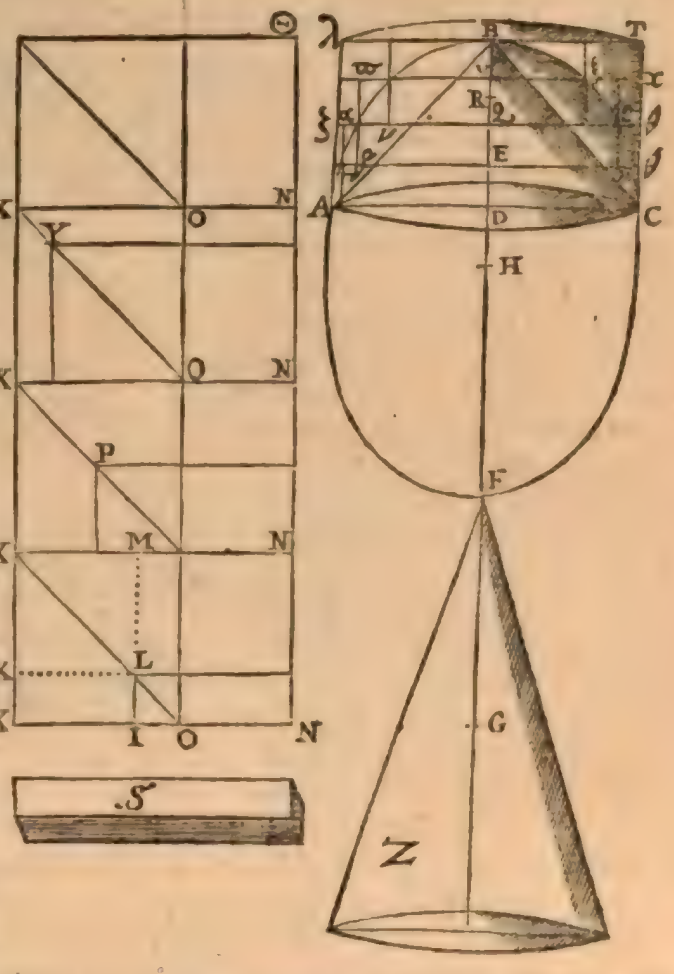
[a] per 19 l. 5
[b] per 10 l. 12.
[c] per fabricam.
[d] per 23 l. 5
[e] per 2. l. 2.
[f] per 11 & 2. l. 12. & 15. l. 5
[g] per 21. l. 1. Conic.
[h] per 1. l. 12.
[i] per 2. l. 12.
[k] per 1. l. 12.
[l] per 2. l. 12.
[m] per 1. l. 12.

nebunt gnomones Sequitur[a] ergo ſpatia accedentia ad N.X, eſſe ad gnomones in maiori ratione quàm ſit N.X, ad dimidiam N.O, & duas tertias X.O. Ergo quoque cylindrus A.T, eſt ad inſcriptam figuram in maiori ratione quàm ſit X.N, ad dimidiam N.O, & duas tertias X.O. Sed dimidia N.O, eſt H.D, tum duæ tertiæ lineæ X.O, æqualis axi D.B, ſunt D.R. Ergo cylindrus A.T, eſt ad inſcriptam figuram in maiori ratione, quàm ſit X.N, ſeu D.F, ad R.H, compoſitam ex D.H, dimidia lineæ N.O, & D.R, duabus tertijs D.B, hoc eſt quàm ſit idem cylindrus A.T, ad conum Z. Inſcripta ergo figura minor eſt[b] cono Z. Attamen ex ſuppoſitione maiorem eſſe oportet[c], quod abſurdum eſt. Igitur & abſurdum eſt id, vnde illud ſequitur, nempè portionem A.B.C, ſphæroidis maiorem eſſe cono Z.

[a] per 1. lemma proximum.

[b] per 8. l. 5.

[c] per lemma ad 23. huius.



Ponatur iam portio A.B.C, minor cono Z. Et reliquis vt ſupra manentibus, concludetur[e] conus Z, maior circumſcripta figura. Tum cylindrus A.ι, erit ad primum cylindrum circumſcriptæ figuræ, hoc eſt ad ſeipſum, vt rectangulum ſub B.D, D.F, hoc eſt vt X.Θ, ad ſeipſum. Tum cylindrus ι.ζ, ad cylindrum κ.K, erit[d] vt rectangulum X.N. ad gnomonem X.L.N. Tertius rurſus cylindrus ζ.κ, erit[d] ad cylindrum σ.ι. vt rectangulum X.N, ad gnomonem X.P.N. Demum quartus cylindrus κ.λ, erit ad cylindrum φ.ξ, vt rectangulum X.N, ad gnomonem X.Y.N. Et proinde totus cylindrus A.T, erit ad totam circumſcriptam figuram, vt quatuor rectangula æqualia X.N, ad rectangulum X.Θ, & tres gnomones. Verùm ſpatia X.N, ſunt[e] ad alia accedentia lineis N. excedentia forma quadrata excepto maximo X.Θ, in maiori ratione quàm ſit X.N, linea ad dimidiam N.O & tertiam partem X.O. Atqui ſi ex illis ſpatijs accedentibus ad lineas N.X, nempè ex rectangulis X.N, auferantur ea quæ accedunt ad lineas N.O. remanebunt tres gnomones X.L.N, X.P.N, & X.Y.N, & rectangulum X.Θ. Tum ex linea X.N, ſi tollatur dimidia N.O, & tertia pars X.O, remanebunt dimidia N.O, nempè D.H, & duæ tertiæ X.O, nempè D.R. Ergo omnia ſpatia N.X, ſunt[f] ad gnomones, reliquam ſcilicet ſui partem, & rectangulum X.Θ, vel cylindrus totus A.T, ad circumſcriptam figuram in minori ratione quàm ſit N.X, ſeu D.F, ad R.H. Verùm quam rationem habet D.F, ad R.H, eam habet[g] cylindrus A.T, ad conum Z. Ergo cylindrus A.T, habet ad circumſcriptam figuram minorem rationem quàm ad conum Z. Ergo conus Z minor eſt[h] circumſcripta figura: ſed & probatus eſt maior, quod eſt abſurdum. Non congruit ergo vero portionem A.B.C. minorem eſſe cono Z. Illi ergo eſt[h] æqualis: & proinde eſt ad conum A.B.C, vt linea D.G, ad lineam D.F, quod fuit probandum.

[d] per 21. & 2. l. 12. & 25. l. 5.

[e] per 2. part. 3 huius.

[f] per 2. partem lemm. 1. præced.

[g] vt prius concluſimus.

[h] per 7 l. 5.

PROPO. XXXII.

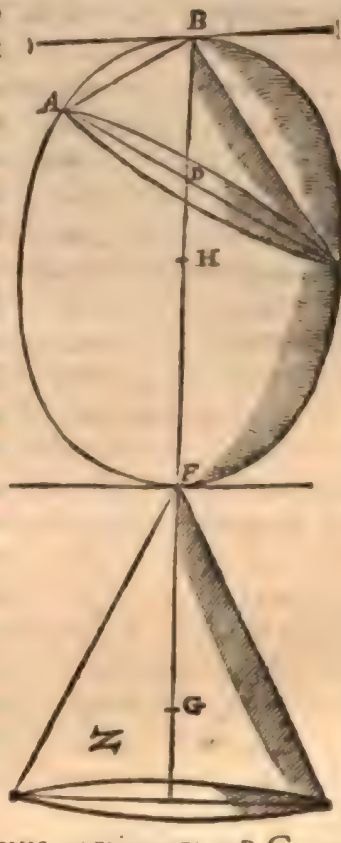
ΠΡΟΤ. ΛΒ.

Et proinde ſi non rectò ad axem ſecetur ſphærois, neque per centrum, minor ipſius por-

Καὶ τοίνυν εἰκὸς μὴ ὀρθῷ ποτὶ τὸν ἄξονα ἁμηθῆ τὸ σφαιροειδὲς, μηδὲ διὰ τοῦ κέντρου, τὸ ἔλασσον αὐτοῦ τμῆμα

ποτὶ τὸ ἀπολειμμα τῆς κώνου τῆς βάσιν ἔχοντος τὰν αὐτὰν τῷ τμάματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν, τοῦτον ἔξει τὸν λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι τάς τε ἡμισείας τᾶς ἀπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶν γραμμάτων, καὶ τῷ ἄξονι τοῦ μείζονος τμήματος, ποτὶ τὸν ἄξονα τοῦ μείζονος τμήματος.

tio ad ſegmentum coni baſim habentis eandem cum portione, & axem eundem, hanc habebit rationem quam compoſita linea ex dimidia eius, quæ coniungit vertices factarum portionum, & ex axe maioris portionis ad axem maioris portionis.



a per 15. huius.
b per definitionem 17. huius.
c per 9. huius.
d per 22. huius.
e per lemma 5. ad 11. huius.

ΥΠΟΘ. Secetur ſphæroïs A.B.C.F. plano, nec erecto ſuper axem B.F, nec tranſeunte per centrum H: atque ex ſectione (quæ ſit [a] Ellipſis) conſtituantur portiones A.B.C. minor, & A.F.C. maior: minoris axis ſit [b] B.D. maioris D.F. Inueniatur [c] deinde coni ſegmentum capiens Ellipſim, cuius diameter eſt A.C. verticem habens terminum B. axemque D.B, fiat denique F.G. æqualis ſemidiametro F.H.

ΣΥΜΠ. Proponitur portionem minorem A.B.C. eſſe ad ſegmentum coni A.B.C, vt linea D.G, ad diametrum maioris portionis D.F.

ΚΑΤΑΣ. Inueniatur conus Z. qui portioni coni A.B.C, ſit vt linea D.G, ad lineam D.F. Et ſi fuerit conus Z. inæqualis portioni A.B.C, deſcribatur [d] circa portionem A.B.C. figura, aliaque inſcribatur intra eandem, cylindrorum fruſtis conſtantes æqualiter altis, ita vt circumſcripta ſuperet inſcriptam minori quantitate, quàm ſit differentia coni I. à portione A.B.C, baſeſque fruſtorum cylindri, quibus componentur figuræ producantur, vt fruſtum totum cylindri, quod baſim habuerit Ellipſim, cuius diameter A.C, & verticem B. diuidatur [e] in fruſta cylindri æqualia. Tum reliqua fiat ſtructura, vt in præcedenti propoſitione.

ΑΠΟΔ. Vti factum eſt in ſuperiori propoſitione, oſtendemus portionem A.B.C, nec maiorem eſſe, nec minorem cono Z. vnde remanebit illi eſſe æqualem, & ex conſequenti ipſam portionem ſphæroidis eſſe ad ſegmentum coni A.B.C, vt linea D.G. ad lineam D.F, quod fuerat probandum.

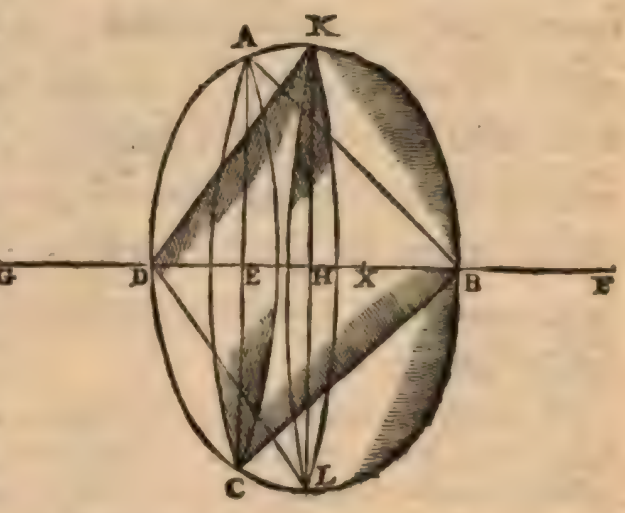
ΠΡΟΤΑ. ΛΓ.

Παντὸς τμήματος σφαιροειδέος ἐπιπέδῳ τμηθέντος ὀρθῷ ποτὶ ἄξονα μὴ διὰ τοῦ κέντρου· τὸ μεῖζον τμῆμα ποτὶ κῶνον τὸν βάσιν ἔχοντα τὰν αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ἄξονα τὸν αὐτόν· τοῦτον ἔχει τὸν λόγον, ὃν αἱ ἴσαι συναμφότεραι τάς τε ἡμισείας τοῦ ἄξονος τοῦ σφαιροειδέος, καὶ τῷ τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἄξονι, ποτὶ τὸν τοῦ ἐλάσσονος τμήματος ἄξονα.

PROPO. XXXIII.

Cuiuſcumque figuræ ſphæroideæ plano ſectæ rectò ad axem non per centrum, maior portio ad conum, qui baſim habeat eandem quam portio, & axem eundem, eam habet rationem, quam æqualis duabus & dimidiæ axis ſphæroidis, & axi minoris portionis habet, ad axem minoris portionis.

Sit prolata sphærois D.K.B.L, cuius axis minorque diameter D.B, cui perpendiculari plano secetur sphærois secundum lineam A.G. Centrum sphæroidis sit H. & semidiametro H.D, æqualis fiat D.G.



ΣΥΜΠΕ. Proponitur maiorem portionem sphæroidis A.B.C, habentem basim circulum, cuius diameter A.C, verticem B, & diametrum E.B, se habere ad conum A.B.C, habentem eãdem cum ipsa portione basim, eundemque axem, sicuti est G.E, composita ex D.G, dimidio axe sphæroidis, & D.E, axe minoris portionis ad E.D, axem minoris portionis.

[a] per 11. l. 6 4 lib. 5.

ΚΑΤΑΣ. Fiat B.F. æqualis semidiametro B.H, & vt D.E. est ad D.H. ita fiat [a] D.H, ad D.X. vel inuertendo [b] D.X, ad D.H, vt D.H, ad D.E. Tum sint coni A.D.C, & A.B C. eandem basim, & eosdem axes habentes cum portionibus. Demum sit conus K.D.L, qui basim habeat [c] circulũ, cuius diameter K.L. natus ex diuisione, quæ fieret plano acto per centrum H. perpendiculari ad axem D.B.

[b] per coroll. 4 l 5.

[c] per 12. huius.

[d] per 10. huius.

[e] per 29. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam sphærois bifariam dirimitur [d] circulo, cuius diameter k L, & coni D.k.L, portio sphæroidis D.k.L. dupla est [e], sequitur totam sphæroidem coni D.k.L. quadruplam esse. Verùm conus k.D.L, ad conum A.D.C. rationem compositam habet [f] ex rationibus H.D. seu H.B. ad E.D, & circuli k L, ad circulum A.C, vel [g] quadrati k.L, ad quadratum A.C, vel [h] etiam quadrati H.L, ad quadratum E.C, vel [i] denique rectanguli sub B H, H.D, ad rectangulum sub B.E, E.D. Atqui vt H.B, ad E.D, sic est [l] X.D, ad D.H, seu B.H, & vt X.D, ad B.H. sic est [m] rectangulum sub X.D, B.H, ad rectangulum sub D.H, H.B. cùm sint in eadem altitudine B.H, & proinde sint vt bases. Ergo conus k D.L, est ad conum A.D.C, in ratione composita ex rationibus rectanguli sub X.D, B.H, ad rectangulum sub D.H, H.B, & rectanguli sub D.H, H.B, ad rectangulum sub B.E, E.D.

[f] per 11. huius.

[g] per 2. l. 12

[h] per 15. l 5.

[i] per 21. l. 1. Conic.

[l] per fabricam.

[m] per 1. l. 6.

Verùm ex ijsdem componitur [n] ratio rectanguli sub X.D, B.H, ad rectangulum sub B.E, E.D. Igitur conus k.D.L, se habet ad conum A.D.C. sicut rectangulum sub X.D, B.H, ad rectangulum sub B.E, E.D. Præterea consequens primæ rationis, nempè conus A.D.C, est ad portionem minorem A.D.C. vt linea B.E, ad lineam E.F, seu vt [m] consequens secundæ rationis, nempè rectangulum sub B.E, E.D. ad rectangulum sub F.E, E.D. Itaque ex æquo conus k.D.L, est [o] ad portionem minorem A.D.C, vt rectangulũ sub X D, B.H, ad rectangulum sub F.E, E.D: Iam F.G, quadrupla est [p] semidiametri H.D: proinde rectangulum sub F.G, X.D. quadruplum est [m] rectanguli sub H.D, X.D. Ergo vt tota sphærois ad conum k.D.L. sic rectangulum sub F.G, X.D, ad rectangulum sub H.D, vel H.B, X.D. Tum conus k.D.L, mox ostensus est ad minorem portionem A.D.C, esse vt rectangulum sub H B, X D. ad rectangulum sub F.E, E.D. Ergo rursus ex æquo tota sphærois k.D, L B. se habet [o] ad portionem minorem A.D.C, vt rectangulum sub F.G, X.D, ad rectangulum sub F.E, E.D, & conuersione rationis [q] maior portio sphæroidis A.B.C, qua antecedens primæ rationis superat consequentem, est ad ipsum consequentem, nempè ad portionem minorem A.D.C, vt excessus quo antecedens postremæ rationis rectangulum sub F.G, X.D, superat consequentem videlicet rectangulum sub F.E. E.D, ad ipsummet rectangulum sub F.E, E.D. Constat autem hic postremus excessus ex rectangulis sub G.E, X.D. & sub F.E, E.X, quod sic ostendo.

[n] per 23 l 6

[o] per 22. l 5.

[p] per fabricam.

[q] per coroll 19 l 5.

Sunt duæ lineæ F. G, secta in E. & X.D. insecta. Ergo rectangulum sub ambabus, nempè sub F.G, X.D, æquale est [r] duobus sub G.E, X.D, & sub E.F, X.D. Tum sunt aliæ duæ lineæ X.D. secta in E. & insecta F.E. Proinde extremum rectangulum E. F, X.D. est æquale duobus contentis altero sub F.E, & parte X.E, altero sub F.E. & altera parte E.D. Dicamus ergo rectangulum sub F.G, X. D. æquari tribus

[r] per 1. l. 2.

rectangulis, nempè sub G.E,X.D, sub F.E,X.E, & sub F.E, E D. Ita vt remaneat ipsum rectangulum sub F.G,X.D, superare rectangulum sub F.E,E.D duobus alijs sub G.E,X.D, & sub F.E,X.E. Proinde maior portio A.B.C, est ad minorem A.D.C, vt bina rectangula sub E.G,X.D, & sub F.E, X.E, ad rectangulum sub F.E,E.D. Rursus consequens minor portio A.D.C, est [a] ad conum A. D. C, vt F.E, ad B.E, hoc est [b] vt aliud consequens, scilicet rectangulum sub F.E,E. D, ad rectangulum sub B.E.E.D. Et adhuc conus A.D.C, est [c] ad conum A.B.C, qui in maiori portione vt E.D, altitudo ad E.B, altitudinem, hoc est [b] vt rectangulum sub B.E, E.D, ad quadratum E.B. Quare ex æquo [d] maior portio A.B.C, est ad conum A.B.C, vt rectangula bina sub E.G,X.D, & sub F.E,X.E, ad quadratum E.B. Verùm hæc ratio est eadem quæ lineæ E.G, ad E.D, quod sic demonstro. Rectangulum sub E.G, X D, rectangulo sub X.D,D E est vt [b] basis E.G, basi E. D. Tum rectangulum sub F.E, E.X, rectangulo sub F.E,E H, est [b] vt X.E, ad E.H. hoc est vt G.E, ad E.D. Nam quoniam tota X. D, est ad totam D.H, vt ablata D.H, ad ablatum D.E, erit [e] reliqua X.H, ad reliquam E.H, vt tota X.D, ad totam H.D, vel vt ablata D.H, ad ablatam D.E, & coniungendo [f] X.E, est ad F.H, vt ambæ simul H.D, D.E, hoc est G E, ad D.E. Ergo duo rectangula sub E.G,X.D, & sub F.E,E X, sunt duobus rectangulis sub X.D,D.E, & sub F.E, E.H, sicut G.E, ad E.D. At verò extrema duo rectangulo sub X.D, D.E, & sub F. E, E.H, vni quadrato B.E, æqualia sunt. Nam quadratum B.E, æquale est [g] quadratis B. H, & H.E, & duobus rectangulis sub B H, & H.E. Sed rectangulum sub X.D, D.E, primùm æquale est [h] quadrato H.D, hoc est quadrato H.B. Tum rectangulum sub F.E, E.H, est æquale quadrato E H, & duobus complementis sub B.H, & E H, nam F.E, & E.H, sunt æquales. Vnde patet totum quadratum B.E, esse æquale duobus rectangulis sub X.D, D.E, & sub F.E, E.H. Ergo horum loco illud assumamus, ac concludemus duo rectangula sub E.G, X.D, & sub F.E X.E, esse ad quadratum B.E, vt G.E, ad E.D: Atque ex consequenti maiorem portionem sphæroidis A.B.C, esse ad conum A. B.C, quem complectitur, vt G.E, ad E.D, hoc est vt linea composita ex semidiametro sphæroidis, & axe minoris portionis ad ipsius minoris portionis axem, quod fuit probandum.

[a] per 31. huius.
[b] per 1 l 6.
[c] per 14. d. 12.
[d] per 22 l 5.
[e] per 19 l 5.
[f] per 18 l 5.
[g] per 4. lib. 2.
[h] per 17 li. 6.

ΠΡΟΤ. ΛΔ.

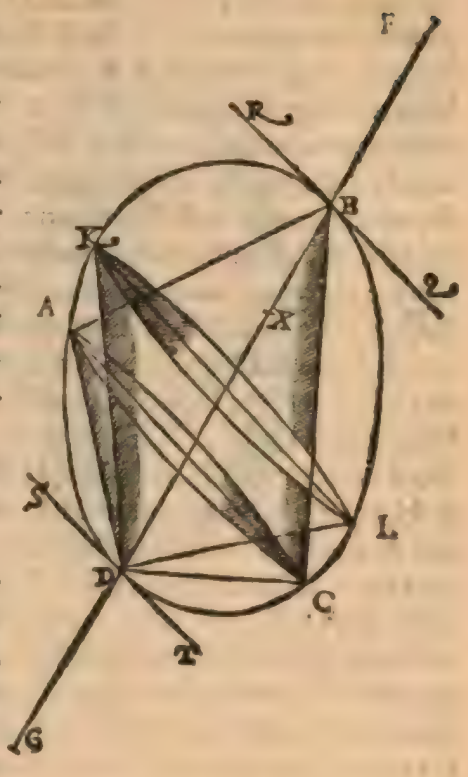
Καὶ ζίνω εἶκα μὴ ὀρθῷ ποὶ ⓟ ἄξονα τῷ ὑπιπέδῳ ἰμηθῇ τὸ σφαροειδὲς, μηδὲ διὰ τῦ κέντρυ· τὸ μεῖζον ἰμῆμα αὐτῦ ποὶ τὸ ὑπότμημα τῦ κώνυ τῦ βάσιν ἔχοντ⊙ τὰν αὐτὰν τῷ ἰμήματι, κὴ ἄξονα ⓟ αὐ ⓥ, ἴστον ἐξεῖ ⓟ λόγον, ὃν αἱ συναμφότεραι ἴσαι τᾶτε ἡμισείαις τᾶς ὑπιζευγνυούσας τὰς κορυφὰς τῶ γνωμόνων ἰμημάτων, κὴ τῷ ἄξονι τῷ τῦ ἐλάσσον⊙ ἰμήματ⊙ ποὶ τὸν ἄξονα τὸν τῦ ἐλάσσον⊙ ἰμήματ⊙.

PROP. XXXIV.

Et proinde si non rectò ad axem plano secetur sphærois, neque per centrum: maior portio ipsius ad segmentum coni basim habentis eandem quam portio, & eundem axem, eam habebit rationem, quam composita ex dimidia coniungentis vertices factarum portionum, & axe minoris portionis ad axem minoris portionis habet.

ΠΡΟΘ. Secetur sphęrois A.B.C.D, inęqualiter, vt iubet propositio, plano acto secus lineam A.C, non per centrum H. neque recto ad axem B.D. Inueniatur [a] verò conus capiens in sua superficie Ellipsim [b], cuius diameter A.C, & verticem habens punctum B. Per centrum verò H. ducatur planum in illud prius secans non per centrum, perpendiculare, fiatque [c] hac vltima sectione Ellipsis B.A,D.C, quia transit per axem: sectionem enim si tangant lineæ R.Q.S.T, parallelæ lineæ A.C, in punctis B.& D: iungens ista puncta linea B.D, axis est sphæroidis [d], qui rursus producatur in G. & F. fiantque singulæ linearum D.G.B.F, æquales semiaxi B.H.

[a] per 9 huius. [b] per 15 huius. [c] per 11. huius. [d] per 18 huius.



ΣΥΜΠ. Dico portionem maiorem A.B.C, esse ad segmentum coni A.B.C, vt linea G.E, ad axem D.E.

ΚΑΤΑ. Agatur planum per centrum H. parallelum, ad aliud actum per A.C, nec ideò rectum ad axem B.D, & fiat [b] Ellipses, cuius diameter K.L, quem capiat [a] sua superficie aliquis conus habens verticem D. ita vt sit segmentum coni C.K, D.L, in semisphæroide K.A.D.C.L. Ponatur, demum vt E.D, ad D.H, sic D.H, ad D.X.

[e] per 12. l. 6

ΑΠΟΔ. Quoniam non est alia demonstratio quàm superioris demonstrationis, non est quod vana repetitione fastidium lectori faciamus.

ΑΝΑΠΛΗΡΩΜΑ
τοῦ ἔργου.

Hæc sunt quæ de Conoidibus & sphæroidibus ab Archimede demonstrata inueniuntur: verùm suprà pollicitis sumus his duo theoremata, & vnum problema ab Archimede facta subiungere ac demonstrare: Propterea hinc non referemus pedem, quin promissis steterimus.

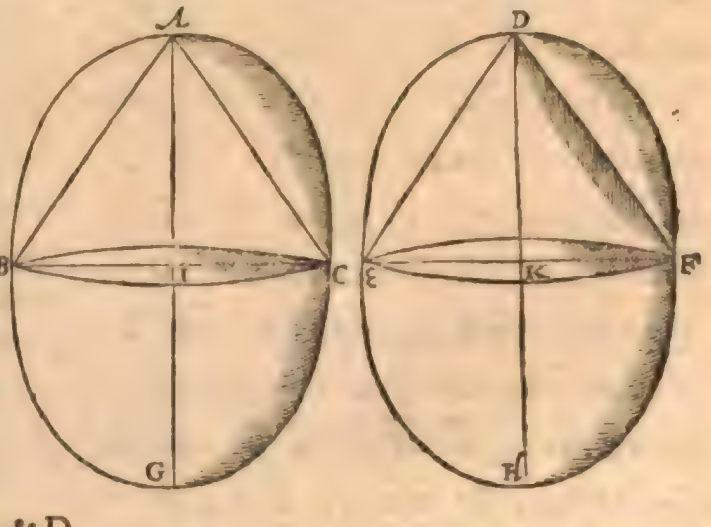
ΘΕΩΡΗΜΑΤΟΣ Α.
τὸ πρῶτον μέρος.

Similes sphæroideæ figuræ triplicatam suorum axium rationem habent.

ΠΡΟΘ. Sint similes sphæroideæ figurę A.B.C.G, & E.D.F.H, quarũ axes sint A.G, D.H.

ΣΥΜΠ. Dico esse A.B.C.G, spęæroidem ad aliam E.D.F.G, in triplicata ratione eius, quę est axis A.G, ad axem D.H.

ΚΑΤΑΣ. Secentur hæ sphæroides planis per axem, fiantq; [f] Ellipses figuras constituentes: tum alijs rectò ad axem, & per centrum actis dirimentibus bifariam [g], & fiant circuli [h]: quibus tamquam basibus describantur coni vertices habentes puncta A. & D.



[f] per lemma 2. ad 12. huius. [g] per 10. huius. [h] per lemm. 2 ad 12. huius.

ΑΠΟΔ. Quoniam sunt ex hypothesi figurę similes sunt [i] Ellipses figuras cõstituentes, nempè A.B.G.C, & D.E.H.F, similes: Sũt proinde diametri proportionales A.G, ad B.C, vt D.H ad E.F, vel est [l] A.I, ad B.C, vt D.k, ad E.F, & vicissim [m] A.I, ad D.k, vt B.C, ad E.F. Et proinde coni B.A.C, E.D.F, sunt [n] similes, & conus B.A.C, est [o] ad conum

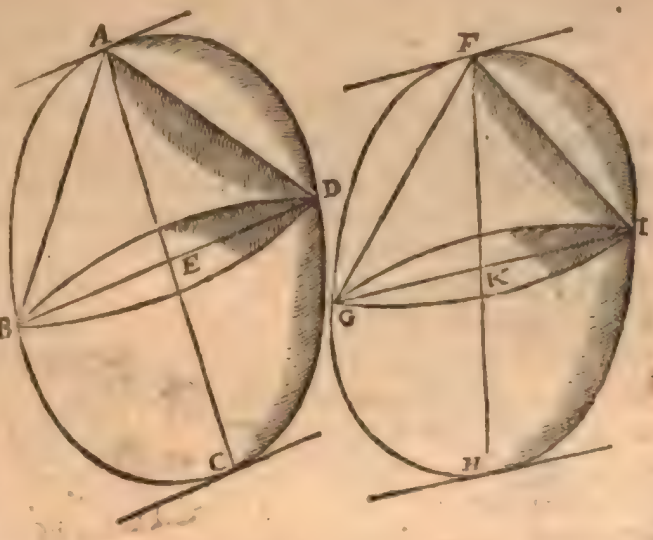
[i] per defin. 26. huius. [l] per 15. l. 5. [m] per 16 l. 5. [n] per 24. defin. l. 11. [o] per 12. l. 12

E.D.F. in triplicata ratione axis A.I. ad axem D.K. vel totius[a] A.G. ad totum D.H. Atqui vt conus B.A.C. est ad semisphæroidem B.A.C. sic est[b] conus E.D.F. ad semisphæroidem E.D.F. Et vicissim[c] vt conus ad conum, sic semisphærois ad semisphæroidem, seu[d] tota sphærois A.B, G.C, ad totam sphæroidem D.E, H.F. Ergo sphærois illa est ad hanc sphæroidem in triplicata ratione axis A.I. ad axem D.K. quod fuit probandum.

[a] per 15. 5.
[b] per 29. huius.
[c] per 16. 5.

Τὸ δεύτερον μέρος.

Similes sphæroideon figurarum portiones triplicatam suorum axium rationem habent.



Secentur expositę spheroides primò per centrum, siue rectò ad axem, siue obliquè: Et si rectò, maneat structura præcedentis theorematis: Si obliquè fiat, vt in sequentibus figuris A.B.C.D, & F.G.H I, in quibus per centra E. & H. aguntur plana non recta ad axes A.C, F.H.

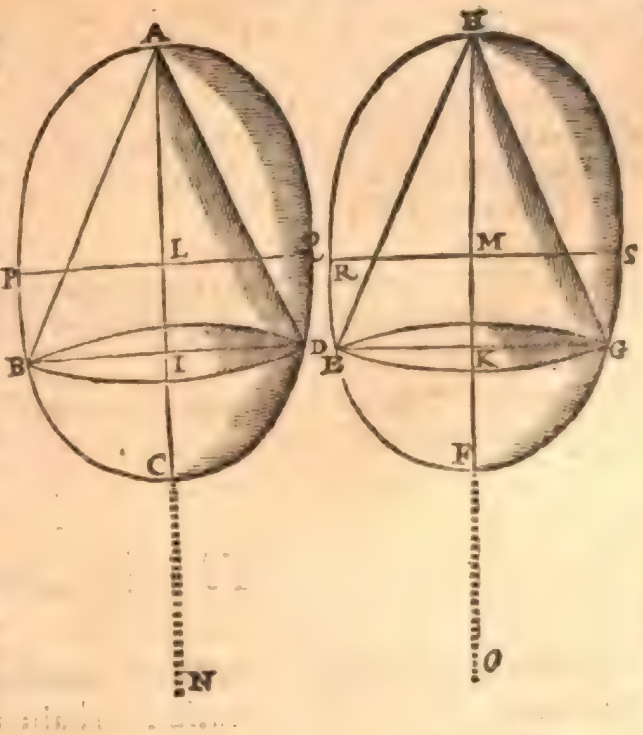
ΣΥΜΠΕ. Dico portiones huiusmodi se habere in ratione triplicata axium earumdem.

ΚΑΤΑ. In portionibus factis obliquè inueniantur[d] coni sua superficie comprehendētes Ellipses[e], quarum diametri sunt B.D, G.I, habentesque vertices A. & F. eosdem quos portiones.

[d] per 9. huius.
[e] per 15. huius.

ΑΠΟΔ. Iam in superiori diagrammate ostendimus portiones, seu semisphæroides B A.C, E.D.F. se habere in triplicata ratione axium A.I. & D.K. In hoc verò in quo sectiones fiunt ad axem obliquè, quia sectiones sunt ex hypothesi similes, est[f] axis A.E. ad B.D, vt F.K, ad G.I. Et proinde conorum segmenta B.A.D, & G.F.I. sunt[g] similia & se habent[h] in triplicata ratione axium A.E, ad F.K. Atqui sunt ipsarum portionum frusta dimidia. Ergo quoque portio B.A.D. est[i] ad portionem F.G.I. in triplicata ratione axis A.E. ad axim F.K.

[f] per conditiones similium portionum, quas attulimus ante lem. 27. definitionis.
[g] per subsidium 13. additum.
[h] per 7. lemma ad 11. huius.
[i] per 30. huius.
[l] per 15. 5.



Iam fiat sectio non per centrum, sed rectò ad axem, sintque portiones similes B.A.D, & E.H.G.

ΚΑΤΑΣ. In ipsis sectionibus describantur coni, qui easdem bases & altitudines habeant quas ipsæ portiones: tum per centra sphęroidum L. & M. transeant alij sphæroidum diametri P.L.Q, & R.M.S. paralleli diametris B.D, & E.G. circulorum, qui bases sunt prædictorum conorum. Denique producantur axes A.C. in N. & H.F. in E. ita vt C.N. æqualis fiat semidiametro L.C. atque F.O. semiaxi M.F.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam portiones sunt simles, est[m] A.I. ad B.D vt H.k, ad E.G. & vicissim[n] A.I. ad H k. vt B. D. ad E.G. Coni proinde B.A.D. & E H.G. sunt[o] similes, & habent[p] in-

[m] per defin. 27. huius.
[n] per 16. 5.
[o] per 24. defin. lib. 11.
[p] per 32. lib. 12.

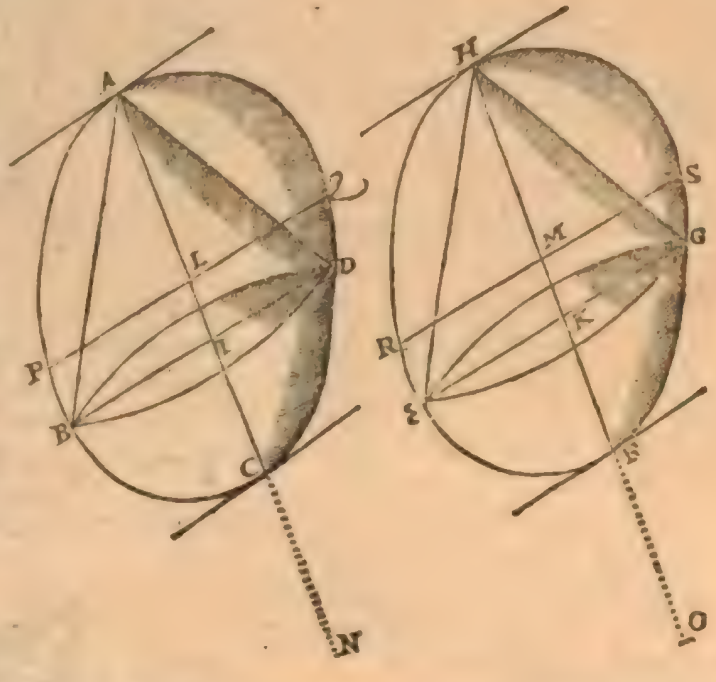
ter se triplicatam rationem diametri B.D. ad E.G. hoc est [a] axis A.I. ad I k. Atqui cùm sint sphæroides similes, vt P.Q est [b] ad A.C, sic R.S, ad H.F, vel vt [aa] P.L. est ad L.A, sic est R.M, ad M.H: vel rursus vt quadratum P.L, est ad quadratum L.A. sic est quadratum R.M, ad quadratum M.H. Atqui vt quadratum P.L, ad quadratum L.A, seu ad rectangulũ sub C.L, L.A. sic est [c] quadratum B I, ad rectangulum sub A.I, I.C, & vt quadratum R.M. ad quadrat. H.M, sic quadrat. E.k, ad rectang. sub H.k, k.F. Proinde vt quadratum B.I, ad rectangulum sub A.I, I.C. sic [bb] quadratum E.k, ad rectangulum sub H.k, k.F. Verùm ratio quadrati B.I, ad rectangulum sub A.I, I.C, componitur [d] ex rationibus lateris B.I, ad latus A.I, & lateris B.I, ad latus I C. Et item ratio quadrati E k, ad rectangulum sub H.k, k.F. componitur ex rationibus E k, ad k.H, & E.k, ad k F. Ex his autem componentibus ratio B.I, ad I.A, eadem est [e] quæ E.k, ad k.H. Ergo reliqua componens nempè B I, ad I C, eadem est [f] quæ E.k, ad k.F. Quoniam itaque A.I, est ad I.B, vt H.k, ad k.E, & I.B, est ad I.C, vt E.k, ad k.F: Est [g] ex æquo A.I, ad I.C, vt H.k, ad k.F. Et componendo [h] A.C, est ad I C, vt H.F, ad k. F, vel semissis L.C, est ad I. C, vt semissis M.F, ad k.F. Et componendo [h] L.C, cum I. C, hoc est, I.N, est ad I.C, vt M.F, cum k.F, hoc est, k O, ad k F.

[a] per 11. l. 5. [b] per 16. defin. huius [aa] per 15 l 5 [c] per 21 l. 2. conic. [bb] per 12 l 2. [d] per 23 l.6 [e] vt probatum est. [f] per 3. cõm. sent. [g] per 22. l 5. [h] per 18 l. 5.

At verò portio B.A.D, est [i] ad conum B.A.D, vt I.N, ad I.C, & portio E.H.G, ad conum E.H.G, vt K.O, ad K F. Igitur portio B.A.D, est ad conum B.A.D, vt portio E.H.G, ad conum E.H.G, & permutando portio est ad portionem, vt conus ad conum, hoc est, in triplicata ratione axis A.I. ad axem H.k.

[i] per 31. vel 33 huius.

Cæterum quoniam vt A.C, ad H.F, sic ablata A. I, ad H. k, est [l] reliqua I.C, ad k.F, vt tota A.C, ad totam H.F. Et proinde triplicata ratio A.I, ad H.k, seu I.C. ad k F, eadem est quæ triplicata A.C, ad H.F. Ita vt portio B.A.D, sit ad portionem E. H.G, in triplicata ratione axis A.C, ad axem H. F. Cùm ergo tota sphærois A.B. C.D, sit ad similem E.F. G. H, in triplicata ratione axis A.C, ad axem H.F. Est vt tota ad totum, sic portio B.A.D, ad portionem E.H.G. Et proinde reliqua portio B. C. D est [l] ad reliquam portionem E. F. G, in triplicata ratione axis A.C, ad axem H.F. hoc est, axis I.C, ad axem k.F. Ita vt verum sit theorema de quibuslibet portionibus. Denique fiat sectio non rectò ad axem, neque per centrum: sintque sectiones similes A.B.D, & E. H.G, quarum axes sint A.I, H.k.



[l] per 19 l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Fiant [m] verò coni, qui sua superficie capiant Ellipses ex sectionibus natas, & vertices habeant A. & H, & reliqua fiant vt superiùs.

[m] per 9. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Omnino eodem modo demonstrabitur theorema de his portionibus, quo de superioribus.

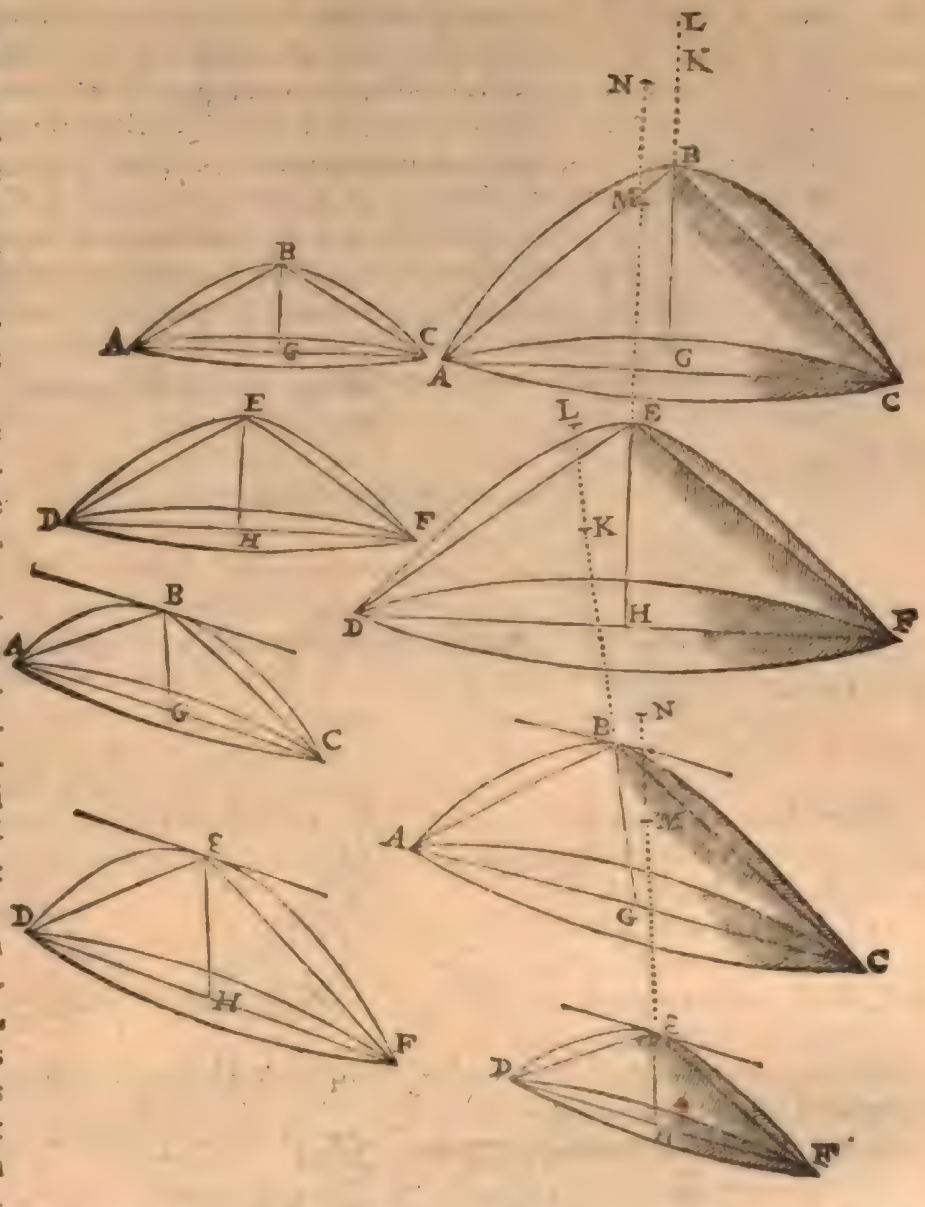
Τὸ τρίτον μέρος.

Conoideæ figuræ similes, portionesque Conoideon figurarum similes triplicatam suorum axium rationem habent.

ΠΡΟΘ. Sint conoideæ figuræ, conoidearumue figurarum portiones A.B.C, D.E.F. quarum axes ſint B.G, E.H.

ΣΥΜΠΕ. Dico has figuras figurarumve portiones eſſe inter ſe in triplicata ratione axis B. G. ad axem E.H.

ΚΑΤΑΣ. Deſcribantur in conoidibus, ſiue ſint parabolicæ ſiue hyperlicæ, coni qui cum figuris eaſdem habeant baſes & altitudines: vel in portionib. conoidum fiant coni capientes Ellipſes baſes portionum & coſdem cum portionib. vertices habentes. Tandem in figuris figurarumque portionibus hyperbolicis, ponantur lineæ B.L, & E.N. triplæ adiectarum ad axes, in quibus ſint K.B. & M.E. earumdem adiectarum duplæ. Denique diuidantur tam figurę quam portiones figurarum per axes, vt fiant Ellipſes A.B. C, D. E. F.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam conoides ſunt ſimiles, eſt A. C. ad B.G. vt D.F. ad E.H. eſt viciſſim A.C. ad D. F. vt B. G. ad E.H. coni proinde aut conorum portiones A. B. C, D.E. F. ſunt ſimiles vt in triplicata ratione A. C. ad D. F. hoc eſt B. G. ad E. H. Atqui vt conus ad conum ſic figura parabolica ad figuram parabolicam. Ergo figura parabolica, figurarumue portiones ſunt inter ſe in triplicata ratione axium Verum etiam vt conus ad conum, ſic figura hyperbolica ad hyperbolicam. Nam conus A. B. C. in hyperbolicis eſt ad conoidem A. B. C. vt k. G. ad G. L. Et conus D. E. F. eſt ad conoidem D. E. F. vt M. H. ad H. N. Et ſic eſt de conorum & conoidum portionibus. Atqui hyperbolarum ſimilium A. B. C, D. E. F. latera ſunt in eadem ratione. Verum vt rectum latus ad tranſuerſum in A. B. C. ſic eſt quadratum A. G. ad rectangulum ſub B. G, G. k & vt rectum latus ad tranſuerſum in D. E. F. ſic eſt quadratum D. H. ad rectangulum ſub E. H, H. M. Proinde quadratum A. G. eſt ad rectang. ſub B. G, G. k. vt quadratum D. H. ad rectang. ſub E. H, H. M. Eſt autem ratio quadrati A. G. ad rectang. ſub B. G, G. k. compoſita ex rationibus lateris A. G. ad G. B. & lateris A. G. ad G. k. Tum ratio quadrati D. H. ad rectang. ſub E. H, H. M. componitur ex ratione lateris D. H. ad H E. & ex ratione D. H. ad H M. Ex his autem componentibus eædem ſunt rationes A. G. ad G. B. & D. H. ad H. E.

a per 9. huius.

c per 12. huius.
d per 17. & 18. definit. huius & addram ſchol.
e per 16 & 15. f per 24 definit. & per 23 huius.
g per 12. lib. 12 & per 7. lemma ad 11. huius.
h per 23 & 29 huius.
i per 27 & 28 huius.
k per 21 & 11. Conicor. & per 23 huius.

Ergo reliquæ sunt eædem nimirum A. G. ad G. K. & D. H. ad H. M. Sed vt B. G. ad A. G. sic H. E. ad D. H. Ergo ex æquo B. G. est [a] ad G. K. vt F. H. ad H. M. & diuidendo B G ad B. K. vt H. F. ad F. M. Verum vt B. k. ad B. L. sic F. M. ad F. N. Ergo ex æquo [b] B. G. est ad B. L. vt H. F. ad F. N. Et componendo G. L. est ad G. B. vt H. N. ad F. H. Iam vero fuit G. B. ad G. k. vt H. F. ad H. M. Ergo tandem ex æquo G. L. est [a] ad G. k. vt H. N. ad H. M. & inuertendo est k. G. ad G. L. vt H. M. ad H. N. Verum vt G. k. ad G. L. sic est [a] conus A. B. C. ad conoidem A. B. C. Et vt H. M. ad H. N. sic conus D. E. F. ad conoidem D. E. F. Ergo conus A. B. C. est ad conoidem A. B. C. vt conus D. E. F. ad conoidem D. E. F. Et vicissim [b] conus est ad conum vt conois ad conoidem. Est itaque postremo conois ad conoidem in triplicata ratione B. G. ad F. H. quod fuit probandum. Cæterum quod de conis & conoidibus dictum est, intelligi quoque de conorum conoidumque portionibus, par est.

[a] per 22. l. 5

[b] per 17. 18 def huius & additum sibal.

[a] per 21 & 28 huius.

[b] per 16 l. 5.

ΛΗΜΜΑ.

Inuenire conum qui conoidi vel sphæroidi vel portioni conoidis aut sphæroidis sit æqualis.

ΤΠΟΘ. Detur conois rectãgula conoidisve rectangulæ portio A. B. C. cuius axis B. E.

ΚΑΤ. Porrigatur B. E. in D. & fiat D. E sesquialtera ipsius B. E. Tum conus conive portio habeatur basi circulo [c] vel Ellipsi cuius diameter A. C. vertex D. Denique alius habeatur conus siue coni portio eadem basi, sed vertice B.

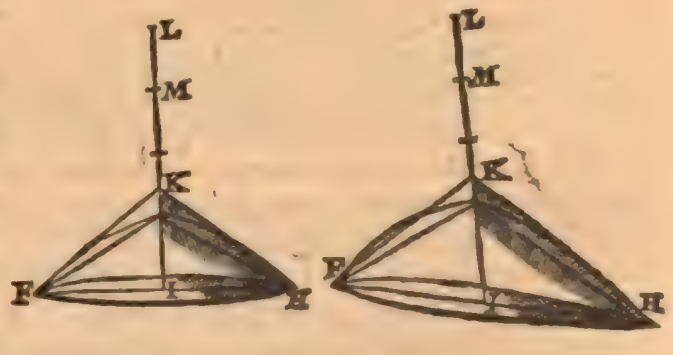
[c] per 12. vel 13 huius.

[d] per 14. l. 12 sens. lẽma ad 11 huius tum per 23. seu 24. huius.

ΣΥΜΠ. Dico conum coniue segmentum A. D. C. esse æqualem conoidi conoidisve portioni A. B. C.

ΑΠΟΔ. Nam tam conus conive segmentum A. D. C. quam conois conoidisue portio A. B C ad conum coniue segmentum A. B. C. sesquialteram rationem habent [d]. Proinde sunt æquales.

[e] per 7 l. 5.



Exponatur vero conois conoidisve portio obtusiangula F. G. H.

ΚΑΤΑΣ. Producatur I. G. in L. & fiat G. L. tripla adiectæ axi, sed M. G. dupla. Tum fiat vt L. I. ad M. I. sic G. I. ad I. k. Habeantur demum coni conorumve portiones basi circulo, vel Ellipsi [e] cuius diameter F. H. verticibus vero k. & G.

ΣΥΜΠΒ. Erit conus vel coni portio F. k. H. conoidi vel conoidis portioni æqualis.

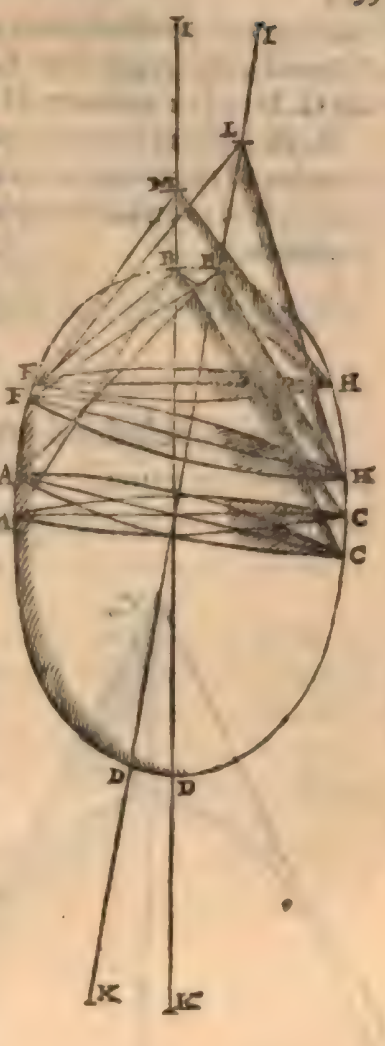
ΑΠΟΔ. Etenim conus vel coni portio F. K. H. erit [f] ad conum vel coni portionem F. G. H. vt K I ad G. I. hoc est, vt L. I. ad M. I. sed quoque ad eundem conum vel coni portionem F. G H. est conois vel conoidis portio vt L. I. ad M. I. Ergo conus vel coni portio F. k H. est æqualis conoidi vel conoidis portioni.

[f] per 27 vel 28. huius.

Denique proponatur sphærois, sphærodisve portio.

ΚΑΤΑΣ. Sphęrois diuidatur [a] bifariam siue plano acto per centrum perpendiculari ad axem, siue non perpendiculari. Et basę circulo [b] vel Ellipsi fiat conus vel coni segmentum, cuius axis sit duplus axis totius sphæroidis. Si vero portionibus sphæroideis, quales sunt F. B. H. quærantur coni æquales, conorumue segmenta ęqualia: producantur axes vtrinque in I. & K. fiantque B. I. & D. K. pares semiaxibus sphæroidis. Et vt est G. K. ad G. D. sic fiat G. M. ad G. B. Demum basi circulo vel Ellipsi, cuius diameter F. H. fiat conus conive portio, à vertice M.

ΑΠΟΔ. Etenim conum conive segmentum basim habens [c] circulum Ellipsimue cuius diameter A. C. & axẽ duplum axeos B. D. erit [d] duplus coni vel segmenti coni habentis eandem basim, sed axem sphæroidis. Atqui eiusdem coni vel segmenti coni sphęrois quoque est [d] dupla. Ergo ille conus seu coni segmentum æquatur sphæroidi. Tum conus coniue segmentum F. M. H. habet, eandem rationem ad conum coniue segmentum F. B. H. quam portio sphæroidis F. B. H. nempe linea M. G. ad B. G. hoc est, G. K. ad G. D. Ergo conus coniue segmentum F. M. H. est [f] æqualis portioni sphæroidis F. M. H. Eodem artificio conum coniue portionem inueniemus æqualem portioni sphæroidis F. D. H. quod fuerat agendum.



[a] per 10. huius.

[b] per 12. seu 25. huius.

[c] per 14. l. 12 [d] per 29 aut 30 huius.

[e] per 31. aut 32 huius ac per 14. l. 12.

[f] per 7. l. 5

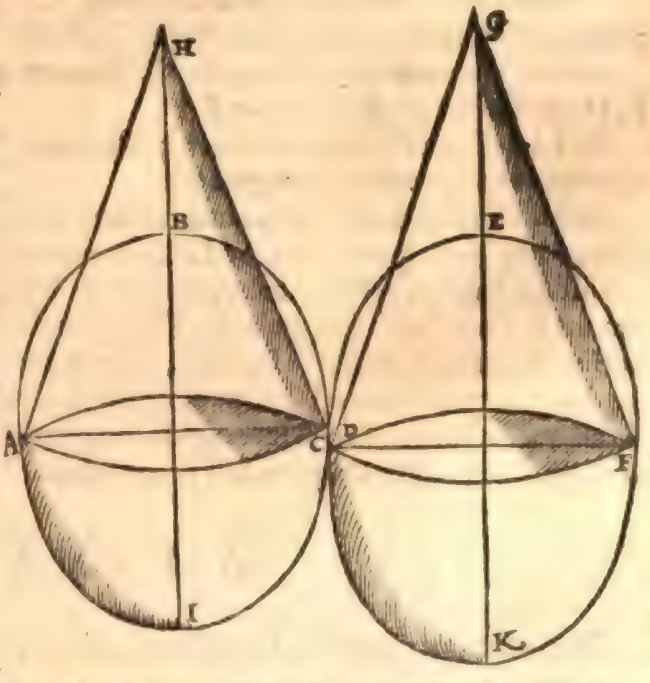
ΘΕΩΡΗΜΑ B.

Æqualium sphæroideon figurarum quadrata, quæ sub diametris consimilibus reciprocè respondent axibus: & cum quadrata quæ ex diametris consimilibus fiunt reciprocè respondent axibus, sphæroides, figuræ sunt æquales.

ΥΠΟΘ. Sint æquales sphæroideæ figuræ A. B. C. I. & D. E. F. K.

ΣΥΜΠΕ. Dico quadratum diametri A. C. esse ad quadratum diametri D. F. vt reciprocè est E. k. axis ad axem B. I. & rursus si hæc reciprocatio fuerit quadrati A. C. ad quadratum D. F. vt altitudinis G. M. ad altitudinem H. L. Dico sphæroides esse æquales.

ΚΑΤΑΣ. Agantur plana per centra L. & M. ad axes perpendicularia, hoc est, secus lineas A. C, D. F. vt fiant [g] circuli, quorum diametri sint A. C, D. F. & quibus vt basibus constituãtur [h] coni A. H. C. & D. G. F. æquales semisphæroidibus.



[g] per 12. huius.

[h] per lemma praced.

ΑΠΟΔ. Altitudines H. L, G. M. sunt [b] ex consequenti duplæ semiaxium B. L. & E. M. & proinde æquales axibus B. I. & E. K. Cum autem semisphæroi-

Digitized by Google

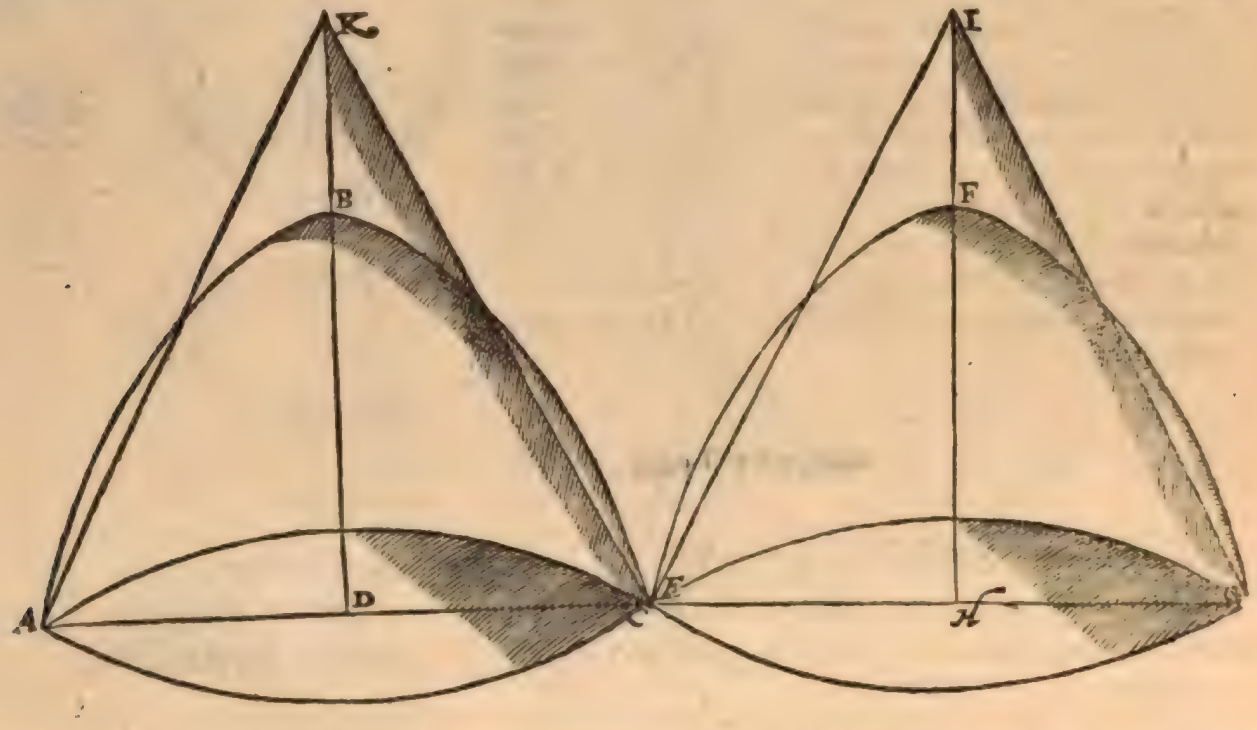
des sunt ex hypothesi pares, coni itidem sunt [a] æquales, & proinde bases eorum sunt [b] altitudinibus reciprocæ: hoc est [c] quadratum A. C. est ad quadratum D. F. vt altitudo G. M. ad altitudinem H. L.

[a] per comm. sent. [b] per 15. l. 12 [c] per 1. l. 12.

Rursus ijsdem manentibus cum quadratum A. C. sit ad quadratum D. F. hoc est circulus ad circulum, & reciprocè altitudo G. M. ad altitudinem H. L. coni [b] sunt æquales, & ideo etiam semisphæroides, & ex consequenti totæ sphæroides, quod fuerat probandum.

ΕΠΙΦΟΡΑ

Idem concludendum est de æqualibus conoidibus parabolicis tum de portionibus æqualibus conoideon rectangularum, quarum rectangula sub diametris basium reciproca sunt basibus.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sint rectangulæ conoides A. B. C. D. & E. F. G. H. vel conoidum portiones æquales, quarum sint axes B. D, F. H.

ΣΥΜΠ. Dico esse quadratum A. C. diametri basis ad quadratum E. G. vt altitudo F. H. reciprocè ad altitudinem B. D.

ΚΑΤΑΣ. Fiant [d] his conoidibus æquales coni A. k. C. & E. I. G. Vel conoidum portionibus æqualia conorum segmenta.

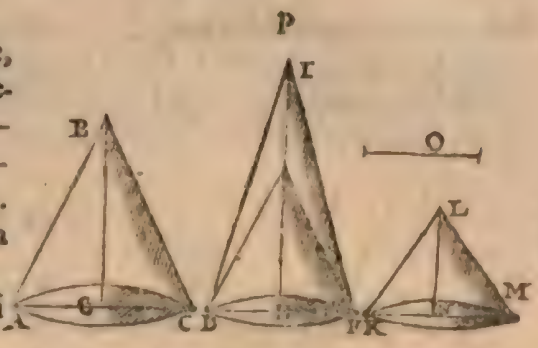
[d] per lemma præcedens.

ΑΠΟΔ. Quoniam conoides conoidumve portiones sunt æquales, etiam coni conorumve portiones pares sunt. Sed coni conorumve segmenta sunt [e] sesquialteri eorum qui ijsdem basibus vertices haberent B. & F. Ergo altitudines k. D. & I. H. sunt altitudinum B. D. & F. H. sesquialterę. Vt ergo k. D. ad I. H. sic sunt B. D. & F. H. & inuersim. Atqui vt circulus vel Ellipsis, cuius diameter A. C. ad circulum vel Ellipsim cuius diameter E. G. hoc est [f] vt quadratum A. C. vel [g] rectangulum sub diametris basis A. ad quadratum E. G. vel rectangula sub diametris basis E. G. Sic H. I. ad D. k. Ergo & sic est F. H. ad B. D. quod fuit probandum.

[e] per 14. l. 12 vel 4. lemma ad 11. huius. [f] per 15. l. 12 vel 5. lemma ad 11 huius. [g] per 7. huius.

ΛΗΜΜΑ Α.

Duorum conorum inæqualium differentiam ostendere, quæ quoque sit conus.



ΥΠΟΘ. Si coni fuerint in eadem altitudine, ſintque tantum baſes inæquales, eorum differentia habebitur vt requiritur per ea quæ docuimus ſuperius[a]. Si vero baſes fuerint æquales, altitudines vero inæquales, vti ſunt D. I. F. & D. E. F. quorum altitudines differunt linea I. E.

[a] Lemmate ad 19 l. 1. de Sph. & cylindr.

ΚΑΤΑΣ. Fiat conus K. L. M. baſi æquali baſi D. F. altitudine vero pari differentiæ I. E.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quia coni ſunt D. E. F. & K. L. M. in eadem baſi cum D. I. F. ſunt [b] cum illo eodem, ſicuti altitudines. Atqui altitudines H. E. & L. N. ſunt æquales altitudini I. H. Ergo illi bini huic ſunt æquales. Et eſt conus K. L. M. differentia qua conus D. I. F. differt à cono D. E. F.

[b] per 4. l. 12.

At ſi maioris fuerit & baſis baſe, & altitudo altitudine minoris maior.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [c] vt A. C. ad D. F. ſic D. F. ad O. & vt A. C. ad O. ſic fiat [d] I. H. ad B. G. & perficiatur conus D. I. F.

[c] per 11. l. 6. [d] per 12. l. 6.

ΑΠΟΔΕΙ. Circulus A. C. eſt [e] ad circulum D. F. vt A. C. ad O. Sed vt A. C. ad O. ſic I. H. ad B. G. Ergo vt baſis A. C. ad baſim D. F. ſic reciprocè I. H. ad B. G. Proinde coni A. B. C, D. I. F. ſunt [f] æquales. & ex conſequenti k. L. M. conus ſumetur differentia coni A. B. C. ſupra conum D. E. F. Demum ſit maioris coni D. I. F. minor quidem baſis D. F. quam baſis A. C. ſed I. H. ſit maior altitudine B. G. ita vt efficiat conum D. I. F. maiorem.

[e] per 2. l. 12. & 10. l. 6. & 20. defin. lib. 5. [f] per 15. l. 12.

ΚΑΤΑΣ. Fiat [g] rurſus vt diameter A. C. ad O. ſic I. H. ad P. G. Erit enim neceſſario P. G. maior quam B. G. vt fiat conus A. P. C. æqualis cono D. I. F. propter reciprocationem [h] baſium & altitudinum.

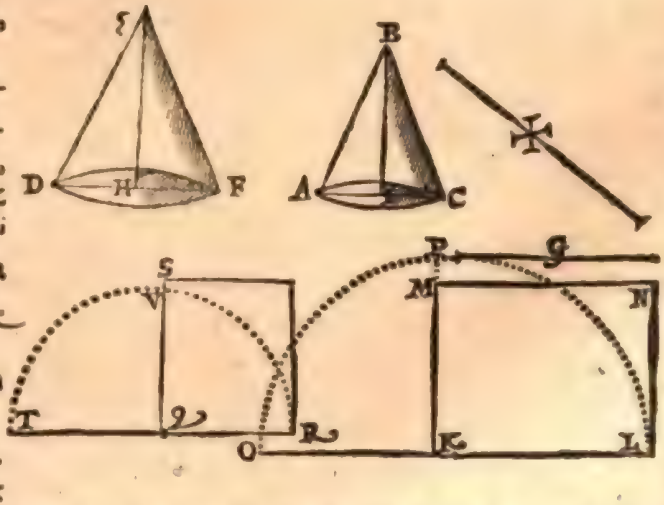
[g] per lemmata ad 11. & ad 25. huius.

ΑΠΟΔ. Cum itaque A. P. C. & D. I. F. ſint æquales, poſſimuſque per ſecundam [illegible] huius ſumere differentiam coni A. P. C. ſupra conum A. B. C. habebimus quoque quo cono differat D. I. F. ab A. B. C. quod quærimus.

Porro idem eſt [i] exiſtimandum de coni ſegmentis, nec eſt de ijs lemmatis alia conſtructio.

ΛΗΜΜΑ B.

Duorum conorum rationem exprimere ſuperficiebus ac lineis.



ΥΠΟΘ. Exponantur coni A. B. C, D. E. F.

ΚΑΤΑΣ. Vt diameter A. C. ad diametrum D. F. ſic fiat [b] D. F. ad G. habeaturque rectangulum ſub A. C, B. I. quod ſit R. S. & aliud ſub G. & E. H. quod ſit L. M. reducantur [i] ambo ad quadrata, quorum latera ſint V. Q. & M. k. demum vt V. Q. ad M. k. ſic ponatur [b] M. k. ad X.

[b] per 12. l. 6. [i] per 14 l. 2.

ΣΥΜΠ. Sic dico exprimi rationem conorum ſuperficiebus & lineis.

ΑΠΟΔ. Nam ratio coni A. B. C. ad conum D. E. F. componitur [l] ex ratione A. C. ad G. ſeu baſis ad baſim & B. I. ad E. H. Atqui rectangulũ S. R. eſt [m] ad rectangulum L. M. in ratione compoſita ex ijſdem rationibus, ſcilicet ex rationibus laterum ipſorum rectangulorum. Ergo vt conus ad conum, ſic rectangulum ad rectangulum. Iam igitur expreſſimus conorum rationem in ſuperficiebus. Verum quadratum ex V. Q. æquale rectangulo R. S. eſt ad quadratum ex P. k. æquale rectangulo M. L.

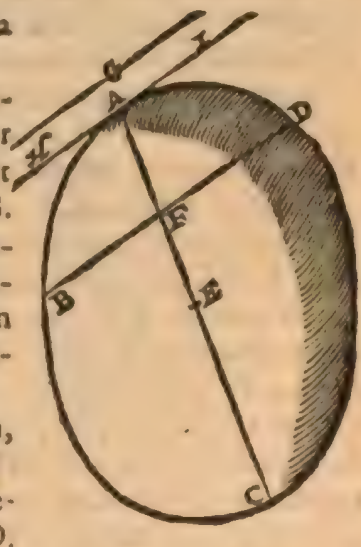
[l] per 11. huius. [m] per 23. l. 6

Digitized by Google

a per 20 l. 6 l. per 10. def. mat. l. 5. in eadem composita ratione: sed quoque [a] in ratione dupla rationis lateris V. Q. ad latus P. k. hoc est [b] lateris V. Q ad lineam X. Ergo quoque V. Q. est ad X. vt rectangulum R. S. ad rectangulum M. L. hoc est vt conus A. B. C. ad conum D. E. F. En ergo exprimitur conorum habitudo in lineis vti quærebatur?

ΛΗΜΜΑ Γ.

Dato plano seiuncto à sphæroide data, planum agere quod datam sphæroidem tangat & parallelum sit dato plano.



ΥΠΟΘ. Detur sphærois A. B. C. D. & planum G. ab ea seiunctum.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur sphærois per axem plano perpendiculari ad planum G. & fiat Ellipsis A. B. C. D. in qua notetur punctum, per quod linea ducatur parallela plano G. quæ sit B. D. non transiens per centrum E. secus autem lineam B. D. agatur [c] planum parallelum plano G. & à centro linea ducatur C. E. A. bifariam diuidens [d] B. E. in puncto F. Tandem à puncto A. ducatur [e] linea tangens Ellipsim, per quam planum agatur [e] perpendiculare ad planum per axem secans.

c per coroll. 16. l. 11. d per 10. l. 1. e per 19. l. 2. Conic.

ΣΥΜΠ. Dico planum actum per A. tangere sphæroidem, & esse parallelum plano G.

ΑΠΟΔ. Quoniam C. E. A. diuidit B. D. bifariam, diameter est [f] sectionis. Proinde linea H. I. parallela est [g] ipsi B. D. & actum planum perpendiculare ad secans per centrum, tangit [h] sectionem in A. Atqui duo plana G. & quod agitur per A. eidem secanti per axem & Ellipsim constituenti, sunt perpendicularia, & duci possunt lineæ in illo secante ad vtrumque perpendiculares: Ergo sunt [i] inter se parallela, quod fuit probandum.

f per 28. l. 1. Conic. g per 6. l. 2 Conic. h per 2. part. 17. huius. i per 14. l. 11

ΓΡΟΒΛΗΜΑ.

A data sphæroidea vel conoidea portione, portionem abscindere plano æquidistanter ad datum planum acto, ita vt resecta portio æqualis sit dato cono, vel cylindro, vel datæ sphæræ.

ΥΠΟΘ. Dentur sphærois A B. C. D. conus S. planum Y. F.

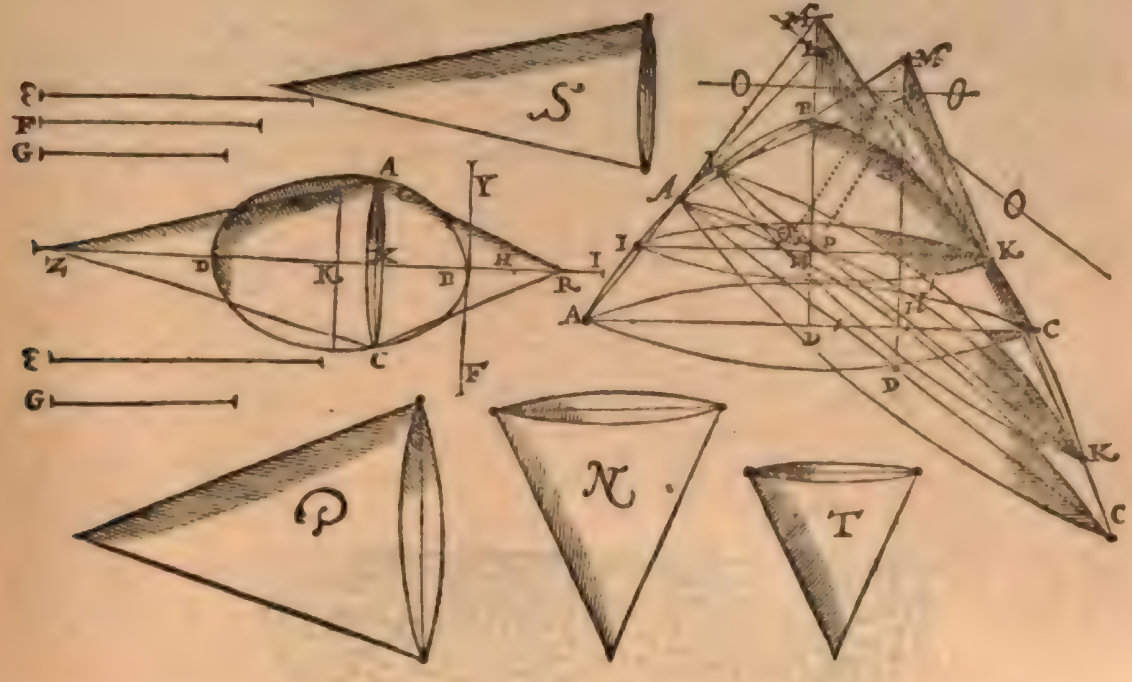
ΚΑΤΑΣ. Sphæroidi æqualis reperiatur [l] conus P. cuius à cono S. dato, sit [m] differentia T. Et vt S. est [n] ad T. ita fit E. ad G Planum vero datam aut sphæroidem tangit aut non tangit: si tangat, bene est: si non tangat aliud ducatur [o] planum sphæroidem tangens quod sit dato plano parallelum, sitque illud F. Y. tangens in B. ac per punctum B. & centrum k. ducatur axis B. k. D. per quem agatur planum quod relinquat [p] Ellipsim D. C, B. A. Ipsi k. B. ponatur B l. æqualis & diuidatur [q] B. I. in H. ita vt sit I. H. ad H. B. vt E. ad G. Diuidatur [r] rursus B. D. in X ita vt sit I. X. ad I. H. vt quadratum B D ad quadratum D. X. Per X. tandem agatur [s] planum A. C. parallelum plano Y. F. Et denique fiat [t] conus conive portio A. Z. C. æqualis portioni A. D. C. & conus conive portio A. R. C. portioni A. B. C.

l per lemma ad 2. Theor. m per 1. lemma praced. n per 2. lemma praced. o per 3. lemma praced. p per 12. huius. q per 10. l. 6 vnde 4. l. 2 de sph. & cylindro. r per coroll. 15. l. 11. s per 14. l. 12 vel 4. lemma ad 11. huius. t per 7. l. 5.

ΣΥΜΠ. Dico portionem A. D. C. æqualem esse cono S.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim vt I. H. ad H. B. hoc est vt E. ad G. sic [r] Z. X. ad X. R. hoc est, sic conus conive portio A. Z. C. ad conum conive portionem A. R. C. seu [u] portio A. D. C. ad portionem A. B. C. Ergo tota sphærois secta est in partes quarum A. D. C. est ad

est ad A. B. C. vt E. ad G. hoc est vt S. ad partem qua sphærois tota superat S. Et propterea A. D. C. est æqualis ipsi S. quod fuit angulum. Detur iam conois rectangula A. B. C. à qua sit portio resecanda æqualis cono N. plano quod sit parallelum alteri O. datæ.



ΚΑΤΑΣ. Plano O. basis A. C. si parallela sit, optimè est: si vero non sit parallela à puncto plani O. ducatur linea parallela axi conoidis, quæ conoidem secet alicubi, & fiat pars quæ conoidem ingredietur, æqualis axi conoidis, vt est inferior B. D. Iam conoidem secet planum ductum [a] per inferius D. parallelum plano O. perpendiculare ad aliud planum, quod conoidem secaret per axem actum & per inferius B. transiens. vt fiat [b] basis circulus vel Ellipsis parallela ipsi O. plano habeatur [c] postea conus vel coni portio A. M. C. æqualis conoidi vel conoidis portioni A. B. C. Sit autem ratio A. M. C. ad conum N. vt E. ad G. Tum inter E. & G. sit [d] media proportionalis F. & vt est E. ad F. sic ponatur [f] B. D. ad B. H. ac per H. agatur [e] planum basi A. C. parallelum, quod rescindat portionem I B. K. cui rursus ponatur [g] æqualis conus conive portio I. L. K. Atque frustorum coni altitudines ponantur M. Q. & L. P.

[a] per coroll. 15 l. 11.
[b] per 12 huius vel 13.
[c] per lemma ad 2. theor.
[d] per 13 l. 6.
[e] per 12 l. 6
[f] per 20 l. 1 Conic.
[g] per 25 huius.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem I. B. K. esse æqualem cono N.

ΑΠΟΔΕΙ. Conois & conoidis portio A. B. C. sunt [g] æquales, ita vt partes vtriusque eiusdem rationis, fuerint [h] æquales. Quoniam vero vt D. B. est ad B. H. ita est [i] quadratum A. D. ad quadratum I. H. hoc est [k] quadratum A. C. ad quadratum I. K. seu [l] circulus vel Ellipsis A. C. ad circulum vel Ellipsim I. K. hoc est vt basis A. C. ad basim I. K. Est [m] ergo basis A. C. ad basim I. K. vt E. ad F. Rursus vt est [n] M. D. sesquialtera lineæ D. B. ita est L. H. sesquialtera lineæ B. H. Et proinde vt M. D. ad B. D. sic L. H. ad B. H. Et permutando, est M. D. ad L. H. hoc est, in obliqua sectione est M. Q. ad L. P. vt B. D. ad B. H. hoc est [m] vt E. ad F. seu vt basis A. C. ad basim I. K. Atqui conus seu coni segmentum A. M. C. est [o] ad conum seu coni segmentum I. L. K in ratione composita ex ratione basis A. C. ad basim I. k. & altitudinis M. D. ad L H. seu M. Q. ad L. P. hoc est in ratione dupla E. ad F. nimirum in ratione E. ad G. Verum conus vel coni segmentum est ad conum N. vt E. ad G. Ergo conus seu coni segmentum I L. k. seu portio conoidis I. B. k. cono N. æquatur, [p] quod fuit probandum.

[h] per 15. l. 5.
[i] per 20 l. 1 Conic.
[k] per 2. l. 12. vel per manifest. 2. huius.
[l] per 11 l. 5.
[m] per 15 vel 24 huius vel 14. l. 12.
[n] per 11. & 6 lemma ad eandem huius.
[o] per 7. l. 12.
[p] per 7. l. 5.

Quod si cylindrus vel sphæra dentur, non maiori negotio problema absoluetur: cum possunt cylindrus & sphæra resolui in conum, adiuuantibus decima libri 12. & 32. libri 1. de sphæra & cylindro.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Notanda ſunt Archimedis verba, quibus problema hoc ſuperius concepit: Ἀπὸ δὲ δοθέντος τμήματος σφαιροειδοῦς τμήματος ἢ κωνοειδοῦς τμῆμα ἀποτεμεῖν, &c. His enim non ſphæroidem integram proponit, ſed ſphæroidis ſegmentum: at de integra ſphæroide problema ſoluimus, quia nempe data portione ſphæroidis, tota datur ſphærois, mediantibus ijs quæ præmiſimus a: ita vt abſoluto hoc præſenti problemate tandem maneat expoſita ſphæroidis portio ſecta vt requiritur. Scilicet ſi datus conus, vel cylindrus vel ſphæra non excedat propoſitam portionem. Hypotheſis enim admittenda eſt, ſi maior fuerit ſphæroidis data pars: quæ ſi minor fuerit, vt impoſſibilis abijcienda. Idem cenſendum de conoidibus. In minori enim conoide aut ſphæroide quam ſit propoſitum aliud corpus, pars æqualis ſecari minime poteſt.

a *Problem. 4. ad defin. 16 & ſchol. ad 23. defin. huius.*

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

ARCHIMEDIS LIBER

DE LINEIS SPIRALIBVS.

NOVIS DEMONSTRATIONIBVS ILLVSTRATVS.

ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.

QVANTO animi affectu, & quam mira ingenij subtilitate circulum, circularésque figuras, quæ aliqua arte constant, Archimedes prosequutus est, cùm ex libris præcedentibus, tum ex sequentibus patet. Etenim non tantùm sphæram sphæræque proprietates contemplatus est, aut circulo perfectè circinati dimensionem inquisiuit: sed sphæroïdeas conoïdeásque formas rimatus, earúmque affectiones sagacissima mente intuitus, multa nobis de illis affabrè elaborata reliquit. Neque in eis finem tam fœlici labori imposuit, verum ex prioribus adinuentionibus spe auctus ac viribus, lineas sphærales aggressus est, quadraturámque paraboles, primo mechanicè tentauit, deinde geometricè absoluit. Hac de insequentibus. Cæterum quæ de spiralibus lineis seu περὶ ἑλικῶν exposuit, tam longo sunt à communibus ingenijs spatio dissita, vt non sit mirum si diu tantus artifex in eis insudarit, vti fatetur ipsemet: imò si nudè exposita captu difficilia sint. Eo siquidem artificium promunt abundantius, ac certiùs probant, quo vel magis anxio labore inuenta fuerint aut oblata maiori difficultate capiantur. Quid autem ad hanc ἑλικῶν disquisitionem antiquos cõmouerit? licet quærenti

posſim multa respondere, quæ sese passim figura circumuoluta oculis exhibent, quæque hominum sagaciter indagantium res rerumque causas & accidentia, ad sui contemplationem pupugerunt animos, vt nihil quod haberet quicquam substantiæ vel figuræ inquisitu dignum eorum mentes effugeret, nihilominus crediderim eos id laboris potissimum & industrię ad circuli vsum retulisse, cuius & capiendi & dimetiendi artem mirè deperibant. Helices autem sua tornatili complicatione visum primum delinierunt, sursum deorsumque oculis occurrentes: scilicet in cælo perpetuis motibus descriptæ, in aquis commotis gyris explicatæ: in terra, floribus distribuię, tum à natura ad artem ornatus gratia translatæ: vnde tandem subtilior humanæ mentis indago concita, quid hæc figura portenderet, ratione duce perueſtigauit. Fœlici labori fausta succeſsit industria, qua nimirum multa arcana detecta ampliſsimam theorematum ac problematum ſegetem Geometris protulere, quæ ſcientiam eorum maxima ex parte complent: Vt ſi

Laërtius in Thalete. *non immerito Thales Mileſius cum trianguli in circulo inſcriptionem inueniſſet, bouem Dijs immolauerit, vt & Pythagoras ob detectam quadratorum ſuper lateribus angulum rectum continentibus in rectangulo triangulo deſcriptorum τῶν ἀπὸ τῆς τοῦ ἐρ-*

Proclus lib. 4. in Elem. *θοῦ γωνίαν ἰσοπλευρους æqualitatem, (καὶ βουθυτεῖν λεγόντων αὐτὸν ὅτι τῇ θέσει, inquit Proclus) non inconcinne Perſeus ſimiliter ob helicum inuentionem dæmonas propitiauerit. Certè helices, nimirum gyri qui in ſeipſos non recurrunt, nomen dederunt cæleſti illi plauſtro (ἣν καὶ ἅμαξαν ἐπίκλησιν καλέουσι, inquit Homerus) & illis Stellis quæ*

Odyſſ. 5. *ſeptenario numero ita ſunt circa Arcticum polum diſpoſitæ, vt vrſæ figuram referre videantur.*

Ouid. 1. de triſt. Eſſe duas Arctos, quarum Cynoſura notetur:
Sidonijs Helicem Graia carina notet.

Duæ quidem ſunt ſimili ordine Helices, Caliſto & Cynoſura, quæ non longè euagatæ à Polo nauigantibus per inuia maria viam monſtrant, & horas connotant. Sidonij & Tyrij omnium antiquiſsimi nautæ minorem, Græci maiorem in mari itineris ducem habuere. Et quamquam Vlyſſes alias quoque ſtellas reſpiciat.

Odyſſ. 5. Πλειάδας τ' ἐσορῶντι, καὶ ὀψὲ δύοντα Βοώτην,
Ἄρκτον θ'.

Nihilominus in Vrſam potiſsimum oculos intendebat, quia Polo propiùs hoc aſtrum ſeptentrionem certiùs commõſtrat, & deinde reliquas mundi regiones, fœliciúſque iter regit quam cætera ſydera. Hinc Græci ἑλίκωπες dicti ſunt olim qui τὸν ἑλίκην ὁπλοντες nauigabant. Imo ſunt qui rationem nominis Helices petant ἀπὸ τῆς ἑλίσσειν, à conuertendo in ſe nautarum oculos: Malo tamen à conuerſionibus, non quidem ſolum quas hoc ſydus circa verum punctum poli ſingulis diebus emetitur, hæ ſiquidem in ſeipſas recurrunt, aut ſaltem viſus non percipit, quo diſtet finis à principio at verò quibus ſpatio aliquot ſeculorum circa Polum gyratur ad eum nunc accedens, nunc vero ab eo recedens vt phænomena detegunt, & quidem intuitu teſte, oculiſque conſcijs. Porro cælum non ſolus Vrſæ helicibus ornatur: Verùm Sol ipſe luminum fons & Aſtrorum Princeps, non aliter quam Helicibus, quas indeſinenter ab altero Æquinoctio ad alterum percurrens deſcribit, lumina, luces, calores, denique ſimul omnium bonorum vbertates diſpartitur. Spirales circuli, quos lapis in ſubiectam aquam demiſſus in ſuperiori ipſius ſuperficie inducit, quiq; frequẽti motitatione figurarũ ſpecies interturbant, nobis exemplar referunt cõmoti aëris linguæ flabello: quippe vox palam prodiens ambientẽ trudit aërẽ, & ſpiritus propiorem iſſius remotiorẽ ferit in gyrũ, ita vt tremulus vndiquaq; infinitus ſpiritus, aures pulſet circumſtantium, pro diſtantiæ & elati clamoris ratione.

Num igitur primi ſenſus helicibus vtuntur? Quin imo & reliqui, inductis gyris obiecta concipiunt, vt non malè καπνίτιδα plurimus ſpiris fumidam vocet Plinius: Flores quippe omnes, & quæcumque odorem proïciunt, Plinius l. 21. c. 10. & 11.

Ambroſiæque comæ diuinum à vertice odorem
Spirauêre. Virgil. 1. Æneid.

Et à ſpiris ſpiratio eſt, ſiue attrahentis ſpiritum, ſiue vaporem exhalantis. Equidem præcipui flores ſpiru folia ſua concinnunt, nec ſuauiter ſpirant niſi ſpiris exculti. Hederæ ſuam helicem habent, folia quidem minora habentem, ſed differentijs maximis diſcretã, paruitate humiliorem, ſed foliorum ordine concinniorem, εὐρυθμότερα inquit Theophraſtus, Latini clauiculam & pampinum & capreolum dicunt: imo vitis ipſa natiuis ſpiris intorta, & quaſi vieta ex lentitiæ & ingenitæ flexibilitatis cauſis, non propagatur niſi pampinorum, ſeu duraminum aut dactylum inflexione, vt helicem vbique referat. Quid guſtus? nonne & ſpiras ſuas habet, genera operis piſtorij, quas & Cato placentas vocat, confectionémque docet: nec placent niſi ſpiris. quinetiam in reliqua guſtus diffluentes varijs helicibus per ſubſtantiam palati, ſapores percipit: nec larynx tantum ſua quadam voluta cartilagine conſiſtit, ſed guttur ipſum gyrus ac mæandru deducitur. Tactus in animalibus, neruo toto corpore ſerpit: qui in perpetuos orbes contracti, tactilem potentiam membris indunt. Et hoc in ijs, puta in ſerpentibus, maxime percipitur, quæ imperfecta cum ſint, & vix alia quam tangendi facultate prædita, motus quoſque in gyros exerunt. Cæterum natura non tot helicibus luxuriat, quin Ars ſuis quoque volutis diffluat. In matronarum ornamentis quæ potiſſimum comi ſtudent, ſpiræ iam ab antiquis temporibus notatę ſunt, & nodi in orbem cõtracti, caputque aliquoties ambientes, ac in turbinis figuram faſtigiati decenti & gratioſo comptui habiti ſunt. Quid cetera perſequar? nulla ars ſine volutarum decore. Architectura omnium nobiliſſima, helicibus ſua præcipua dicam, ornamenta refert, cum ordines Ionicus & compoſitus perfectiſſimi ſine volutis indecora ſint: quę ſi indiligentiùs efformatæ fuerint, vt nec omnibus eas affabrè decircinandi methodus conſtat, poſtquam Vitruuiana periit, languet totius columnæ ars: Verùm ne tot helicum complicaturus implicemur, experiamur quanta ſcientia Archimedes helicum affectiones & proprietates diſquiſierit, quanta cum vtilitate earum arcana reſerarit, quanta denique voluptate figuram illam nobis patefecerit. Etenim & doctiſſimè, & viliſſimè, & iucundiſſimè eiuſmodi negotium ſummus artifex abſoluit. Hiſt plant. cap. 18. Feſtus. Plinius l. 9. cap. 35.

ARCHIMEDIS DE SPIRALIBVS.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΕΛΙΚΩΝ.

ARCHIMEDES DOSITHEO SALVTEM.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΩΣΙΘΕΩ ΧΑΙΡΕΙΝ.

IN ijs quæ ad Cononem missa sunt theorematibus, eorum quidem quorum à me flagitabas assiduè demonstrationes, multorum ab Hercule latas conscriptas habes: nonnullas rursus eorumdem in hoc libro ad te scriptas mitto. Ne mireris vero, si longum tempus consumpserimus antequam horum demonstrationes dederimus. Hoc enim contigit quod cupiuerim priusquam eas darem, & ipsis inquirere eos qui in mathematicis exercitati sunt. Quot enim in geometria theoremata visa primum impossibilia, tempore perfectionem capiunt? Conon quidem non sufficiens tempus sortitus in eorum disquisitione, vitam (cum morte) commutauit, & ea dubia reliquit, quamquam omnia inuenerat, vt & alia

ΤΩΝ ποτὶ Κώνονα ἀποσταλέντων θεωρημάτων, ἃ τὰρ ἐμοῦ αἰεὶ τὰς ἀποδείξεις ἐπιστέλλεις μοι γράφαι, τᾶν μὲν πλείονων σὺ τοῖς ὑπὸ Ηρακλείδα κομιδέντεσσιν ἔχᾳς γεγραμμένας. Τινὰς δὲ αὐτᾶν κὴ σὺ τῷδε τῷ βιβλίῳ γράφας ἐπιστέλλω τοι. Μὴ θαυμάσῃς δ' εἰ πλείονα χρόνον ποιήσαντες ἐκδιδόμεν τὰς ἀποδείξεις αὐτᾶν. Συμβαίνει γὰρ τοῦτο γεγενᾶσθαι διὰ τὸ βούλεσθαί με πρότερον διδόμεν τοῖς περὶ τὰ μαθήματα πραγματευομένοις, κὴ μασεύειν αὐτὰ προθαυρουμένοις. Ποῖα γὰρ τᾶν ἐν γεωμετρίᾳ θεωρημάτων καὶ δυμέθοδα ἐν ἀρχᾷ φανέντα χρόνῳ τινὶ ἐξεργασίαν λαμβάνοντι? Κώνων μὲν οὐχ ἱκανὸν λαβὼν ἐς τὰν μάτευσιν αὐτᾶν χρόνον, μετάλλαξεν τὸν βίον, καὶ ἄδηλα ἐπόησεν, καὶ ταῦτα πάντα δυρῶν, κὴ ἄλλα πολλὰ ἐξευρῶν, κὴ ἐπὶ τὸ

πλεῖον, προσάγαγε γεωμετρίαν. Επισάμεθα γὰρ ὑπάρξαντα αὐτῷ συνέσιν οὐ τὰν τυχοῦσαν περὶ τὸ μάθημα, καὶ φιλοπονίαν ὑπερβάλλουσαν. Μετὰ δὲ τὰν κώνων τε καὶ τελευταῖ πολλῶν ἐτέων ἐπιγεγραμμένων, οὐδὶ ὑφ' ἑνὸς οὐδενὶ τῷν προβλημάτων αἰδανόμεθα κεκινημένον· βούλομαι δὲ καθ' ἓν ἕκαστον αὐτῶν προσενέγκαθαι. Καὶ γὰρ συμβαίνει δύο πᾶ τῷν ἐν αὐτῷ μὲν κεχωρισμένα. Τέλος ἦ ποτ' ἔσομαι· ὅπως οἱ φάμενοι μὲν πάντα εὑρίσκειν, ἀπόδειξιν δὲ αὐτῶν οὐδεμίαν σκεφέροντες ἐλέγχωνται, ἃ ποθ' ὁμολογοῦντες εὑρίσκειν τὰ ἀδύνατα· ταῦτα ἦ ποιὰ τῷν προβλημάτων ἐστὶ, καὶ τίνων ὧν τὰς ἀποδείξεις ἔχεις ἀπεσταλμένας· Καὶ ποίων ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ κομίζοντες δοκιμάζοντες ἐμφανίσω σοι. Γ ρῶτον δὴ τῶν προβλημάτων λέγω· σφαίρας δοθείσης ἐπίπεδον χωρίον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τῆς σφαίρας. Ο δὴ καὶ πρῶτον ἐγένετο φανερὸν συνθέντι τε καὶ τῷ περὶ τῆς σφαίρας βιβλίῳ. Δειχθέντος γὰρ ὅτι πάσης σφαίρας ἡ ἐπιφάνεια τετραπλασία ἐστὶ τοῦ μεγίστου κύκλου τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ· δῆλον ὡς δυνατὸν ἐστὶ χωρίον ἐπίπεδον εὑρεῖν ἴσον τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς σφαίρας. Δεύτερον ἦ· κώνου δοθέντος ἢ κυλίνδρου, σφαίραν εὑρεῖν ἴσαν τῷ κώνῳ ἢ τῷ κυλίνδρῳ. Τρίτον δὲ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν, ὥστε τὰ ἀπ' αὐτᾶς τμήματα ποτ' ἄλλαλα τὰν δοθέντα λόγον ἔχειν. Τέταρτον δὲ· τὰν δοθεῖσαν σφαῖραν ἐπιπέδῳ τεμεῖν· ὥστε τὰ τμή-

multa, quibus plurimum geometriam adauxit. Scimus quippè in illo fuisse non vulgarem mathematicarum artium peritiam, laborisque supra modum tolerantiam. Post obitum verò Cononis multi exacti sunt anni, quibus à nemine, quod nouerimus, vllum sit horum problematum tentatum. Volo autem eorum singula persequi. Etenim contigit duo quædam eorum, quæ apud Cononem erant, hoc libro inserta fuisse finem tandem consequutura: vt qui prædicant omnia se inuenire, demonstrationem verò eorum nullam proferentes, sophisticè agunt, ea aliquando spondere videantur reperisse, quæ sunt impossibilia. Quotquot itaque sunt huiusmodi problematum, tum quorumdam quorum demonstrationes missas habes, denique cæterorũ, quas in hoc libro latas probamus, tibi declarabo. Primùm itaque fuerat: sphæra data planum spatium reperire æquale superficiei sphæræ. Quod quidem primum factum est manifestum, dato de sphæra libro. Cùm enim illic [a] demõstratum fuerit, quod *omnis sphæræ superficies quadrupla est maximi circuli eorum qui sunt in sphæra*, manifestè possibile est, spatium planum inuenire æquale superficiei sphæræ. Secundum verò: Cono [b] *dato vel cylindro inuenire sphæram ipsi cono, vel cylindro parem.* Tertium autem: *Datam* [c] *sphærã plano secare, ita vt segmenta ipsius inter se ordinatã rationem habeant.* Adhæc quartum [d]: *Datã sphærã plano secare: ita vt su-*

a locus hic totus luxatus est: sinus tamen sic in artus redire potest: καὶ γὰρ συμβαίνει δύο πᾶ τῷν ἐν αὐτῷ μὲν κεχωρισμένα τυγχάνει, ὧν τὸ μὲν & inserto antecedens finem consequentur ab eis. Porrò hic δύο πᾶ inquit, cùm tamen tria deinceps enumeret.

a prop. 33. l. 12.

b prop. 1. l. 2. de sphær. & cyl.

c prop. 4. eiusdem l. 2.

d prop. 5 eiusdem.

perficiei portiones ordinatam rationem inter se habeant. Præterea quintum: *Datum sphęrę segmentum, dato sphæræ segmento assimilari.* Tandem sextum[a]: *Datis duobus sphæræ segmentis, siue eiusdem, siue diuersa, inuenire segmentum sphæræ, quod sit quidem simile alteri segmentorum, superficiem verò habeat æqualem superficiei alteris.* Denique septimum fuerat[b]: *A data sphæra segmentum resecare plano*, ita vt segmentum ad conum basim habentem eandem cum segmento, & altitudinem æqualem ordinatam rationem habeat non minorem ea, quàm habent tria ad duo. Horum quidem omnium demonstrationes Hercules tulit. Quod verò ab ipsis seiungebatur, falsum erat. Est autem huiusmodi. Si sphæra plano secatur in inæqualia, maius segmẽtum ad minus, duplam habebit rationem eius, quam habet maior superficies ad minorem. Quod verò istud falsum sit, per ea quæ priùs missa sunt, manifestum est. Distinguebatur enim, & hoc in ipsis. Si sphæra plano secatur in inæqualia, ad rectos angulos cuidam diametro eorum quæ sunt in sphæra, maius segmentum ad minus eandem habebit rationem, quam portio diametri maior ad minorem. Segmentum[c] enim sphæræ maius, ad minus minorem quidem rationem habet dupla eius, quam habet maior superficies ad minorem: maiorem verò quàm sesquialteram. Erat rursus, & extremum separatorum problematum falsum:

[a] prop. 6. eiusdem.

[b] prop. 7. eiusdem.

[c] per 8. lii. eiusdem 2.

ματα τᾶς ἐπιφανείας τῷ ταχθέντι λόγον ἔχην ποτ' ἄλλαλα. Γέμπτον δὲ· τὸ δοθὲν τμῆμα σφαίρας τῷ δοθέντι τμήματι σφαίρας ὁμοιῶσαι. Εκτον δὲ· δύο δοθέντων τμημάτων σφαίρας, εἴτε ἴας αὐτᾶς εἴτε ἄλλας, εὑρεῖν τὸ τμῆμα σφαίρας ὃ ἐστεῖται αὐτὸ μὲν ὅμοιον τῷ ἑτέρῳ τῶν τμημάτων, τὰν δ' ἐπιφάνειαν ἴσαν ἔξει τᾷ ἐπιφανείᾳ τᾶς ἑτέρας τμήματος. Εβδομον· ἀπὸ ἴας δοθείσας σφαίρας τμῆμα ἀποτεμεῖν ἐπιπέδῳ, ὥστε τὸ τμῆμα ποτὶ τὸν κῶνον τὰν βάσιν ἔχοντα ἰδὺ αὐτὰν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, τὸν ταχθέντα λόγον ἔχην μὴ μείζονα τᾶς ὃν ἔχει τὰ τρία ποτὶ τὸ β. Τούτων μὲν τῶν εἰρημένων πάντων ἴας ἀποδείξεις Ηρακλείδας ἐκόμισεν. Τὸ δὲ μετὰ ταῦτα κεχωρισμένον, ψᾶυδος ἰῶ. Εστὶ δέ. Εἶκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῆ εἰς ἄνισα, τὸ μεῖζον τμῆμα ποτὶ τὸ ἔλασσον διπλασίονα λόγον ἔξει ἢ ἃ μείζων ἐπιφάνεια ποτὶ τὰν ἐλάσσονα. Οτι δὲ τοῦτο ψᾶυδος ὔτι, διὰ τῶν προαπεσταλμένων φάνερόν ὔτι· κεχώρισται γὰρ ἐν αὐτοῖς τόδε. Εἶκα σφαῖρα ἐπιπέδῳ τμηθῆ εἰς ἄνισα, πρὸς ὀρθὰς διαμέτρῳ τινὶ τῶν ἐν τᾷ σφαίρᾳ, τὸ μεῖζον τμῆμα ποτὶ τὸ ἔλασσον τὰν αὐτὰν ἔξει λόγον, ὃν τὸ τμῆμα τὸ μεῖζον ἴας διαμέτρου ποτὶ τὸ ἔλασσον. Τὸ γὰρ μεῖζον τμῆμα ἴας σφαίρας ποτὶ τὸ ἔλασσον ἐλάσσονα μὲν ἢ διπλάσιον λόγον ἔχει ἢ ἃ μείζων ἐπιφάνεια πρὸς τὰν ἐλάσσονα, μείζονα δ' ἢ ἡμιόλιον· ἰῶ δ' ἁ τὸ ἔλαττον κεχωρισμένον τῶν προβλημάτων ψᾶυδος·

Οτι εἴηα σφαίρας πνὸς ἡ διάμετρ☉ ἴμηθῆ, ὥστε τὸ ἀπὸ τ̃ μείζον☉ ἰμήματ☉ τετράγωνον τριπλάσιον εἶμϕ τ̃ τετραγώνυ τ̃ ἀπὸ τ̃ ἐλάσσον☉ ἰμήματ☉, καὶ διὰ τ̃ σημείυ τὸ ἐπίπεδον ἀχθὲν ποτ' ὀρθὰς τᾷ διαμέτρῳ, τέμνει τὴν σφαῖραν τὸ ζοὖτον τῷ εἴδι χῆμα, οἷ☉ ὅτι τὸ μεῖζον τ̃ ζσφαίρας ἰμῆμα, μέγιστον ὅτι τ̃ ἄλλων ἰμημάτων τ̃ ἐχόντων ἴσην τὴν ἐπιφάνειαν. Οτι δὲ ζοῦτο ψεῦδος ὅτι, δῆλον διὰ τῶν ϖροϑεωρημάτων. Δέδεικται γὰρ ὅτι τὸ ἡμισφαίριον μέγιστον ὅτι τῶν ϖερεχομένων ὑπὸ ἴσας ἐπιφανείας ζσφαίρας ἰμημάτων. Μετὰ δὲ ταῦτα ϖερὶ τ̃ κώνυ ϖροβεβλημένα ὅτι τάδε. Εἴηα ὀρθογωνίυ κώνυ τμὰ μενούσης τ̃ διαμέτρυ ϖερενεχθῆ, ὥς τε εἶμϕ ἄξονα τὴν διάμετρ☉· τὸ ϖεριγραφὲν χῆμα ὑπὸ τ̃ τ̃ ὀρθογωνίυ κώνυ τομᾶς, κωνοειδὲς καλείσθω. Καὶ εἴηα τ̃ κωνοειδέ☉ χήματος ἐπίπεδον ἐπιφανὲς· παρὰ ἣν τὸ ἐπιφανὲ☉ ἐπίπεδον ἄλλο ἐπίπεδον ἀχθὲν ἀποτέμνῃ τὸ ἰμῆμα τ̃ κωνοειδέος, τ̃ ἀπολαμβάνοντ☉ ἰμήματ☉ βάσις μὲν καλείσθω τὸ ἀποτέμνον ἐπίπεδον· κορυφὴ δὲ τὸ σημεῖον καθ' ὃ ἐπιφαύει τὸ ἕτερον ἐπίπεδον τ̃ κωνοειδέ☉. Εἰ δὲ καὶ τὸ εἰρημένον χῆμα ἐπιπέδῳ ἴμηθῆ ποτ' ὀρθὰς τῷ ἄξονι, ὅτι μὲν ἡ τομὴ κύκλ☉ ἐστεῖται δῆλον· ὅτι δ' ἀποτμηθὲν ἰμῆμα ἡμιόλι☉ ἐστεῖται τ̃ κώνυ τ̃ βάσιν ἔχον☉ τὴν αὐτὴν τῷ ἰμήματι, καὶ ὕψος ἴσον, δεῖξαι δεῖ. Καὶ εἴηα τ̃ κωνοειδέ☉ δύο ἰμήματα ἀποτμηθέωνται ἐπι-

Nempè si diameter alicuius sphæræ secatur, ita vt quadratum quod fit à maiori portione, triplum sit quadrati, quod à minore fit portione, & per sectionis punctum planum agatur rectum ad diametrum, ipsum sphæram secare in talem specie figuram, quale est maius sphæræ segmentum, maximum scilicet segmentorum æqualem habẽtium superficiem. Quod verò sit hoc falsum, apparet ex præmissis ad te theorematibus. Demonstratum enim est [a], quod hemisphærium maximum est comprehensorum sub æquali superficie sphęræ segmentorum. Post autem ista de cono, hæc etiam proponebantur. Si [b] rectanguli coni sectio, manente diametro circumuoluatur, ita vt sit diameter axis: descripta figura à sectione rectanguli coni, conois, siue conoides appelletur. Tum si conoideam figuram planum quodpiam tetigerit, tangenti verò plano aliud planum ductum secuerit aliquam conoidis portionem: resectæ portionis basis quidem vocetur [c] ipsum planum secans. Vertex [d] verò punctum quo alterum planum conoidem tangit. Porrò si dicta figura plano secatur recto ad axem, manifestum est [e] sectionem fore circulum: Quod autem resecta portio sesquialtera sit [f] coni basim habentis eandem, quam portio, & altitudinem æqualem, demonstrare oportet. Ac si conoidis duæ portiones resecentur planis, quo-

a per 9. & vltimo eiusdem 2. l.

b definit. 1. li. de conoidib. & spib.

c defin. 4. eiusdem.

d defin. 5.

e per 22. lib. eiusdem.

f demõstratur 23. prop. eiusdem.

modocumque ductis, fore vt
a prm 13. fiant a acutiangulorum conorum sectiones, patet. Cæterum si secantia plana non recta fuerint ad axem, segmenta ad se
b prm 26. inuicem eãdem habere, rationem, quàm potentia inter se habent lineæ à verticibus eorum axi æquidistanter ductæ, vsque ad secantia plana, etiam est demonstrandum. Horum autem demonstrationes similiter ad te mittuntur. Post ista verò hæc de spirali proposita sunt, quæ aliud longéque diuersum problematum genus redolent, nihil commune habens cum prædictis. Horum porrò demonstrationes in hoc libro tibi rescripsimus. Res autem ita se habet.

πέδοις ὁπωσοῦν ἀγμένοις. Οπ μὲν οὖν αἱ τομαὶ ἐσοῦνται ὀξυγωνίων κώνων τομαί, δῆλον. Εἶτα τὰ ἀποτεμνόντα ἐπίπεδα μὴ ὀρθὰ ἔωνται ποτὶ Ⓦ ἄξονα, ὅπ ἔστ τὰ τμήματα πρὸς ἄλληλα τοῦτον ἔξουσιν Ⓦ λόγον, ὃν ἔχουσι δυνάμει πρὸς ἀλλήλας, αἱ ἀπὸ τῶν κορυφῶν αὐτῶν ἀγόμεναι παρὰ Ⓦ ἄξονα μέχρι τῶν ἐπιπέδων τεμνόντα, δεῖξαι δεῖ. Τούτων δὲ αἱ ἀποδείξεις οὕτω σοι ἀποσταλήσονται. Μετὰ ἔν ταῦτα περὶ τᾶς ἕλικος τῶν περιβεβλημένα ταῦτα· σὺν δὲ ὥσπερ ἄλλό τι γένος περιβλημάτων οὐδὲν ἐπικοινωνέοντα τοῖς προγεγραμμένοις· ὅσπερ ὧν καὶ τῷδε τῷ βιβλίῳ ταῖς ἀποδείξαις γεγραφήκαμέν σοι. Εστὶ δὲ τάδε.

DEFINITIONES.

I.

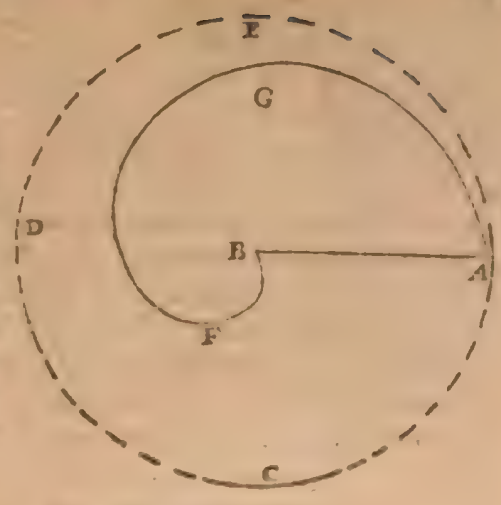
Si in plano recta linea altero termino manente, æquali celeritate circumlata redeat deinceps eò, vnde profecta est: simul verò cum linea circumuoluta feratur punctum pari velocitate sibi ipsi, secundum rectam lineam ducto, motus initio ab immobili termino: istud punctum lineam spiralem in plano describet.

ΟΡΟΙ.

Α.

Εἶτα εὐθεῖα γραμμὰ καὶ ἐπιπέδῳ μένοντος τοῦ ἑτέρου πέρατος ἰσοταχέως περιενεχθεῖσα ἀποκαταθῇ πάλιν ὅθεν ὥρμασεν, ἅμα δὲ τᾷ γραμμᾷ τᾷ περιφερομένᾳ φέρηται τὸ σημεῖον Ⓦ ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ, καὶ τᾶς εὐθείας ἀρξάμενον ἀπὸ τοῦ μένοντος πέρατος· τὸ σημεῖον ἕλικα γράψῃ ἐν τῷ ἐπιπέδῳ.

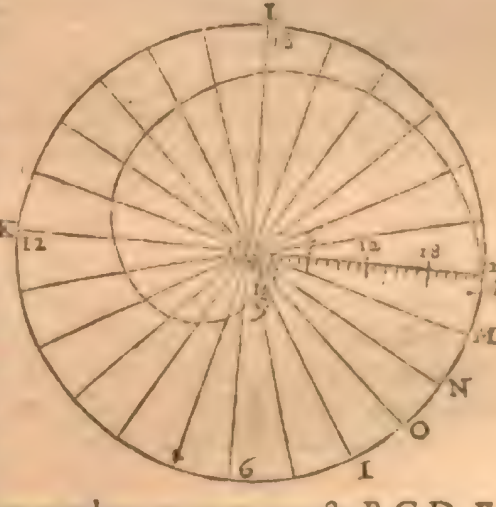
ΣΧΟΛΙΟΝ A.



Exponatur linea A.B. quæ circa immobile punctum B. circumuoluatur, ita vt describat circulum A. C. D. E. Temporis verò interuallo, quo linea B. A. perficiet circulum, imaginemur punctum quodpiam super eadem linea B. A. incipiens moueri à B. æquali sibi ipsi velocitate, hanc percurrisse lineam B. A. & in spatio circuli tramitem sui motus reliquisse, cuiusmodi est voluta linea B. F. G. A. Etenim Archimedes hunc puncti mouentis tramitem spiralem seu ἕλικα appellat. Cæterum eandem spiralis lineæ deformationem tradit antiquus Pappus ad 19. lib. 4.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Spiralem describere.



a per 30 3

b per 10 2.6

Excipiatur linea A. B. tantæ longitudinis, quanti requiritur interualli linea spiralis: & centro B. ac interuallo B. A. describatur circulus A. I. K. L. cuius circumferentia diuidatur[a] in multas partes æquales: quò plures eo conducibiliùs proposito negotio. Tùm à centro B. ad sectionum puncta radij agantur, cuiusmodi sunt B.M, B.N, B.O. & reliqui. Præterea diuidatur[b] B. A. in totidem partes, & harum partium vna capiatur in proximo radio B.M, duæ in sequenti B.N, tres in quarto, & ita consequenter aucto semper in sequenti partium numero, vnitate. Hoc pacto vltima pars recidet in extremum primi radij, quem ponimus esse assumptam lineam. Tandem per hæc excepta puncta B.C.D. E. G. & alia transeat obuoluta linea.

ΣΥΜΠΕ. Hæc enim spiralis erit.

ΑΠΟΔ. Cùm enim linea B A æquali ponatur sibi ipsi celeritate ferri, temporibus æqualibus, æquales circumferentiæ partes describet, nec maiori tempore decurret interuallum A.M, quàm aliud M.N. & aliquod aliud sequentium. Verùm punctus quoque currens describit æquales particulas lineæ B.A æqualibus temporibus, quibus radius A.B. inambulat pares arcus circuli. Ergo pari fertur celeritate, & per notata puncta transit. Acta proinde linea per huiusmodi puncta spiralis est, qualem Archimedes definiuit.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

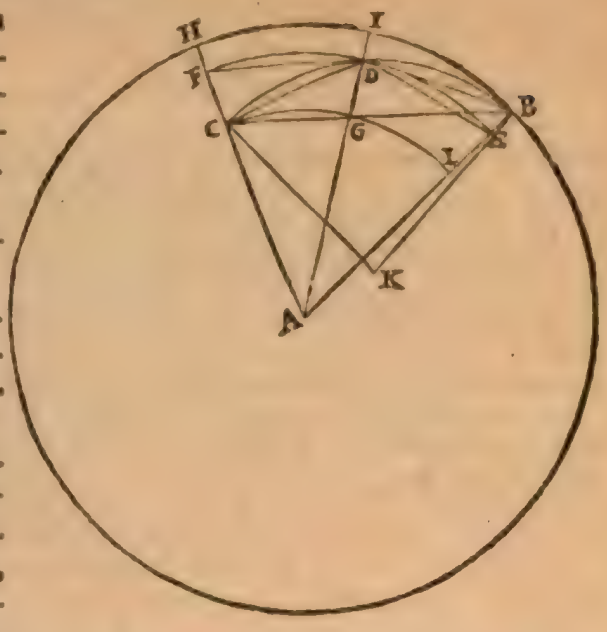
Possumus vnicuique scalpro, seu parti spatii basim, vel arcum volutæ respondentem describere, ducta linea à radio ad radium, & super ea descripto isoscele triangulo, cuius quodlibet æqualium laterum sit par minori radio. Apice enim trianguli facto centro circuli, & æquali latere interuallo, arcus describitur. Nihilominus ne quis sic exacte singulos arcus volutæ describi putet. Nulla enim sui parte ἐλὰξ ἐς κύκλου καμπὴν: & falsum est ducta linea a principio volutæ in medium humilce arcus æquo interuallo superari à radio se proximè maiori, et quo radium se proximè minorem superet.

ΤΡΟΘ Σ. Sint enim duo quilibet radij A. B & A.C. qui iungantur linea C B. super qua triangulus Isosceles constituatur, C. K. B. cuius latera æqualia C.K, K.B. singu-

c per corol. 1. 1.

la æquentur minori radio C. A. Tum centro k. & interuallo K.C. arcus describatur C. D. B. qui censeatur pars ordinandæ spiralis. Secetur [a] autem bifariam iste arcus puncto D. & ducatur A. D. I.

[a] per 30. l. 3



ΣΥΜΠ. Dico A.D. non æqua parte superari ab A.B. qua superat A.C.

ΚΑΤΑΣ. Centro A. & interuallis A.D. & A C. describantur arcus F.D.E, & C. G. L. ducanturque lineæ D.F, D.C, D. E, D.B.

ΑΠΟΔ. Etenim D.I. est pars qua A.B. superat A. D. Tum F. C. pars est similiter qua D.A. vincit A.C. Has verò D.I. & F.C. si aduersarius statuerit æquales, fateatur oportet arcus B.I, I.H. esse æquales, καὶ τὰν ἴσαν ἴσαις. Atqui si B.I, I.H. sunt pares, etiam F.D, D.E. pares sunt, cum circuli sint ex eodem centro. Et propterea vt C.D, D.B. sunt [b] æquales, sunt [b] quoque F.D, D.E. æquales, propterea trianguli D.F.C. latera æquantur lateribus trianguli D.E.B. Et præterea angulus D.F.C. est [c] æqualis angulo D.E B. Atqui D. A. E. triangulus est Isosceles, cuius quisque angulorum qui ad basim, minor est [d] recto: Proinde D.E.B. est maior recto. Maior ergo recto est angulus D.F.C. Sed illi est æqualis F.D.A. quod est impossibile [b], ne tres anguli trianguli duos rectos excedant. Absurdè idcirco dicitur F.C. & D.I. esse æquales, vel partes spiralis curuari in circulum. Ita vt viam nobis non aperuerit Iosephus Scaliger decircinandæ [e] volutæ ordinatæ, vt nec forsan delumbatæ. Fatebor quidem in minimis arcubus, differentiam visum effugere, sed ipsa clam mente esse non potest. In hoc itaque negotio suaserim circumferentiam assumpti circuli, veluti illius A.I.K.L, in tot sectores partiri, vt singulorum scalprorum bases, quæ tandem volutam completuræ sunt, vix à recta distent, faciléque sit sola manu ductrice, indicantibus tamen radiorum punctulis eas designare. Etenim cum Sporo Niceno viam depingendarum volutarium absolutum deprehendi, minimè censeo. Architecti varias desculpendæ Ionicæ volutæ tradiderunt. Verùm omnium subtilissima mihi visa est ea, quę est [f] Andreæ Palladij. Reliquas nihil moror, easdem aliquando mechanicorum opere perpensurus.

[b] per 29. l. 3

[c] per 6. l. 1.

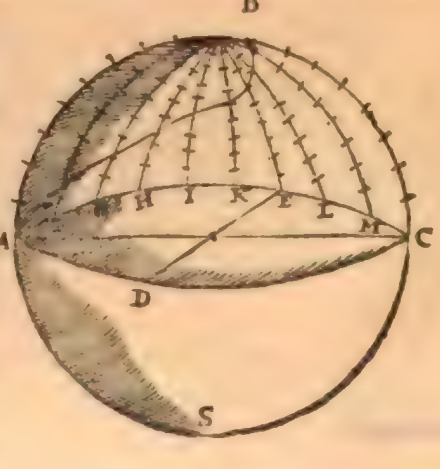
[d] per 32. l. 1.

[e] prop 1. Cyclometrica Elementa primi.

[f] c. 16 lib. 1. Architect.

Porrò huiusce descriptionis vberior nobis producetur ratio ex 12. propositione huius: qua fertur, quod si ad spiralem lineam in vna circulatione descriptam à principio ipsius, quotlibet rectæ lineam ducantur, quæ æquales angulos ad inuicem efficiant, ipsæ sese æqualiter excedunt. Omnes quippè excessus, quibus punctus currens lõgiùs recedit à centro in sequenti radio, quàm in præcedenti, totam perficiunt lineam B.A. Tempore verò quo punctus currit hos excessus linea B.A. circumferentiam circuli absoluit. Ergo excessibus æqualibus cursus puncti, respondebit pares excessus cursus lineæ. Verùm radij qui distingunt æquales arcus, æquales angulos ad centrum continent In illis ergo radijs excessus fuerunt assumendi æquales, per quos spiralis linea exararetur.

Porrò non tantum in plano helix describitur, sed in globosa quoque superficie; nec ratione multum dispari. Exponatur sphæra A.B.C.S. cuius sit maximus circulus A.E.C.D. Poli sint B. & S. quibus applicetur semicirculus, qui his punctis B. & S. defixus suis extremis, circa sphęram reuoluatur æquali sibi celeritate. Interim verò punctus à polo B. ad polum S. in huiusmodi semicircunferentia decurrat pari, & vniformi velocitate. Non enim hemicyclium sphæræ circumuoluerit, quin punctus decurrens helicem descripserit. Et si ambo cursuum



suum tempora ita fuerint inter se, vt cursus simul linea & punctia absoluantur, linea describetur à polo ad polum: Si verò cursus puncti fuerit tardior, spiralis non absoluetur: si demum fuerit celerior, non inuoluet spiralis totam sphæram.

ΚΑΤΑΣ. Diuide itaque circulum maximum A E.C. D, in tot partes quot potueris æquales, & à polo ad polum per sectionum puncta, qualia sunt A.F.G.H.I.K.L.M. age arcus maximorum circulorum, quos si in æquales partes vt numero prioribus pares secueris, lineamque exaraueris per sectiones aucto semper interuallo vna parte, à polo B. lineam spiralem habebis, cuiusmodi est B,N.O.P.Q.R.A. Cuius item reliqua pars facie sphæræ nobis obuersa, latet. Demonstrationem pete [a] ex Pappo. Hoc artificio in conica & cylindrica superficie spiralem quoque describes. Cæterum partes arcuum, qui à polo ad polum ducuntur, sunt subduplæ partium, in quas circulum A.E.C.D. partimur, celeritasque motus semicirculi tunc esset dupla velocitatis motus puncti in semicirculo. Si verò Helicem desideraueris in solo hemisphærio, partire semicirculum in partes subquadruplas partium circuli A.E.C.D. Sic etenim semicirculus mediam partem sui cursus absoluerit, quando punctus quartam duntaxat particulam semicirculi perfecerit: ita vt semicirculo ad metas perueniente, punctus hemisphærium tantum compleuerit. Hoc pacto spiralem describemus, quæ bis, ter, quater, vel pluries sphæram conuoluet. Cæterum lineas Conchoides præsenti negotio pervtiles antea [b] descripsimus.

[a] *propos. 30. l. 4. collect. Mathemat.*

[b] *def. li 2. de sphæra & cyl.*

ΟΡΟΣ. Β.

Καλείσθω οὖν τὸ μὲν πέρας τῆς εὐθείας τὸ μένον σημαινόμενος αὐτῆς, ἀρχὴ τῆς ἕλικος.

DEFIN. II.

Vocetur igitur hoc quidem manens punctum rectæ lineæ quæ circumuoluitur, principium Helicis.

ΟΡΟΣ. Γ.

Ἡ δὲ θέσις τῆς γραμμῆς ἀφ' ἧς ἄρξεται ἡ εὐθεῖα φέρεσθαι, ἀρχὴ τῆς φορᾶς.

DEFIN. III.

Positio verò lineæ, à qua incipit recta circumferri, principium circulationis.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In præcedenti diagrammate primæ definitionis punctus B. appellatur [a] principium spiralis: situs verò lineæ B. A. cùm incipit in gyrum moueri, hoc est ipsamet linea B. A. principium circulationis, seu circumuolutionis dicitur [b].

[a] *definit 2.*

[b] *defin. 3.*

ΟΡΟΣ. Δ.

Εὐθεῖα μὲν ἐν τῇ πρώτῃ φορᾷ διαπορευθὲν τὸ σημεῖον τὸ κατὰ τὰς εὐθείας φερόμενον, πρώτη καλείσθω· ἐν δὲ τῇ δευτέρᾳ φορᾷ τὸ αὐτὸ σημεῖον διανύσῃ, δευτέρα· καὶ αἱ ἄλλαι ὁμοίως ταύταις ὁμωνύμως ταῖς φοραῖς καλείσθωσαν.

DEFIN. IV.

Linea porrò quam quidem in prima reuolutione pertransferit punctum latum secúdum rectam, prima vocetur: quam verò in secunda giratione idem punctum perambulauerit, secunda: atque de alijs similiter quę circúuolutionibus proportionaliter denominentur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quoniam non ſemper accidit vt motus lineæ, & puncti in ſpirali deſcribenda conueniant, vel vt pari tempore curſus abſoluant: fit vt ſi motus puncti ſit adeò velox, vt citiùs lineam decurrerit quàm linea circulum, non abſoluatur ſpiralis, ſed mixta linea ex ſpirali & circuli periferia naſcatur. Contra verò ſi ita lentè moueatur punctus, vt non priùs tranſierit lineam, quin linea bis, ter, aut quater circulum reuoluerit, linea in partes diſſecatur, quæ propriis nominibus iſtinguuntur. Sit enim linea A.B. quæ circumferatur circa punctum B. eo manente immoto: Primæ vero reuolutionis tempore, punctus inambulans ſuper eadem A.B. decurrerit, tantum B.C: at ſecundæ reuolutionis interuallo, punctus peruenerit in D. demum tertia latione lineæ, ponamus punctum abſoluiſſe lineam A.B. Hoc poſito vocabitur B.C prima linea: C.D. dicetur ſecunda: demum tertia erit D.A. Et ita cenſeatur de aliis, ſi plures fuerint. Cæterum hoc pacto in infinitum complicatur Helix, & complicatio prima vocatur Helix in prima reuolutione, qualis eſt B.E.H.C. complicatio verò ſecunda dicitur Helix in ſecunda reuolutione, cuiuſmodi eſt C.F.k.D. Demum vltima complicatio D.G.A. eſt Helix in tertia reuolutione. Spatiorum autem his lineis contentorum definitiones expecta. Adhuc notandum has lineas primam, ſecundam, tertiam, & alias eſſe æquales. Cùm enim celeritates omnium reuolutionum cenſeantur pares, earum paria ſunt tempora. Atqui punctus quoque vniformiter mouetur, & proinde æqualibus temporibus ſpatia percurrit æqualia. Proinde lineæ illæ ponendæ ſunt æquales.

DEFIN. V.

Spatium verò comprehenſum ſub helice in prima reuolutione deſcripta, & linea recta quæ prima eſt, primum appelletur. Quod verò comprehenditur ſub helice in ſecunda reuolutione deſcripta, & linea recta ſecunda, ſecundum nominetur. Et alia deinceps ſic vocentur.

ΟΡΟΣ. Ε.

Τὸ δὲ χωρίον τὸ περιλαφθὲν ὑπό τε τῆς ἕλικος τῆς ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γραφείσης, καὶ τῆς εὐθείας τῆς ἀρξαμένης ἀπὸ τοῦ πρώτου, πρῶτον καλείσθω. τὸ δὲ περιλαφθὲν ὑπό τε τῆς ἕλικος τῆς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γραφείσης, καὶ τῆς εὐθείας τῆς δευτέρας, δεύτερον καλείσθω. Καὶ τὰ ἄλλα ἑξῆς οὕτω καλείσθωσαν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Repete ſchema præcedens. In ipſo enim ſpatium quod definitur ſpirali B.E.H.C. & linea B.C. vocatur hic primum. Aliud verò quod deinceps terminatur illa prima ſpirali, & ea quæ ſecunda reuolutione fit, nempè C.F.k.D. lineaque ſecunda C.D. nominatur ſecundum. Tertium eſt quod limites habet ſpirales C.F.k.D. & ſequentem, quæ ex tertia reuolutione naſcitur, nimirum D.G.A. & demum lineam tertiam D.A. Denique ita conſequenter denominantur ſequentia ſpatia, ſi plura fuerint. Nam quodlibet ſpatium à linea cui adhæret denominationem ſortitur. Atque ſic interpretaberis hanc definitionem in 27. propoſitione huius. Verùm in 25. huius ſpatia ſuperiora, in ſe complectuntur inferiora, vt illic monebimus.

ΟΡΟΣ. ε.

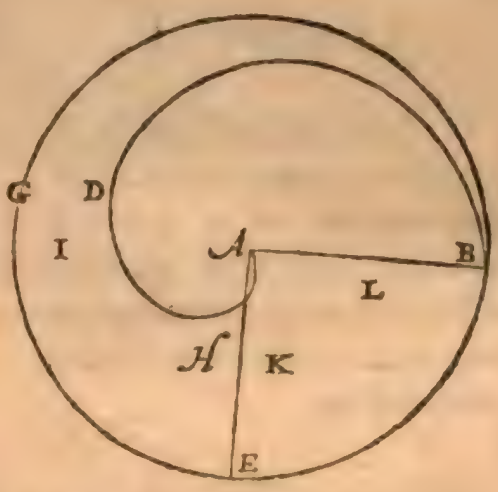
Καὶ εἶτα ἀπὸ τοῦ σημείου ὅθεν ἄρχεται ἕλικος, ἀχθῇ τις εὐθεῖα γραμμή· λέγω τὰς εὐθείας ταύτας ἐπὶ τὰ αὐτὰ ἃ περιφορὰ γίνεται, προαγόμενα καλεῖσθαι· τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἑπόμενα.

DEFINIT. VI.

Atque si à puncto quod est principium Helicis, agatur aliqua linea recta: ea quæ sunt ad easdem huius rectæ partes, ad quas circumuolutio fertur, antecedentia vocentur: quę verò in contraria, consequentia.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sit spiralis A.D.B. à cuius principio A. linea ducatur vtcumque A.C.E. Voluta enim C.D.B. tum spatium H.I.B. quod est ad easdem lineæ A. E. partes, in quas reuolutio fertur, antecedentium nomine dantur. Opposita verò voluta, quæ est à parte k.L. tum spatium quod deinceps est eiusdem lineæ A.E, nempè E. k.L. consequentium appellatione significantur. Rursus si centro A. & interuallo lineæ spiralis nempè A.B. describatur circulus, qui sit B.E.G. arcus E.G.B. antecedens appellabitur, oppositus verò E.B.G. cõsequens denominatur. Hæc autem antecedentia & consequentia contraria omnino sunt antecedentibus & consequentibus astronomicis. In cõsequentia etenim fertur planeta, quæ à principio zodiaci versus finem progreditur, seu ab Ariete in Taurum, Capricornum & Pisces: contra verò in antecedentia regreditur, qui à Piscibus versus Arietem tendit.



ΟΡΟΣ. ζ.

Ὅταν γραφεὶς κύκλος κέντρῳ μὲν τῷ σημείῳ ὅθεν ἄρχεται ἕλικος· διαστήματι δὲ τῇ εὐθείᾳ ἣ ἐστὶν πρώτη, πρῶτος καλείσθω· ὁ δὲ γραφεὶς κέντρῳ μὲν τῷ αὐτῷ, διαστήματι δὲ διπλασίᾳ εὐθείᾳ, δεύτερος καλείσθω· καὶ ἄλλοι δὲ ἑξῆς τούτοις πολλαπλασίονες τὸν ἀριθμὸν.

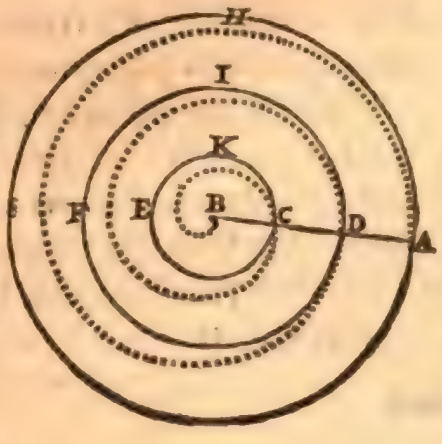
DEFIN. VII.

Descriptus autem circulus centro quidem puncto, quod est principium spiralis, interuallo verò hac recta quæ est prima, primus appelletur: Descriptus verò centro quidem eodem, interuallo verò dupla recta, secundus dicatur: & alij deinceps eodem modo denominentur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sint Helices prima, secunda, tertia, vel pluribus circumuolutionibus descriptæ, sitque B. principium ipsarum, & describatur circulus E.k.C. centro B. & interuallo primæ lineæ B. C. Hic primus circulus appellatur. Alius verò F.I.D. eodem centro B. ductus, & interuallo linea B.D. dupla primæ B.C. appellatur secundus.

Tertius est circulus G.H.A. eodem centro B. descriptus, & interuallo B.A. tripla ipsius B.C. & ita sit de reliquis. Quotuplicitas enim interualli circuli supra lineam primam circulo denominationem impertitur.



a per 4. huius.

Porrò has definitiones tradit Archimedes non proëmio operis, sed ante duodecimam propositionem huius: vnde illas huc tamquam in commodiorem locum aduximus. Deinde proponit author in textu præcipua theoremata, quæ hoc opere demonstraturus est: quæ transcribere omisimus, quia vel omnia hic proponenda fuissent, vel operis decursu expectanda. Si tamen aues scire quæ hic præmitterentur, lege propositiones 24.18.27.& 28. Illic enim perficit quæ promiserat his verbis, τίνων δὲ μισθεῖ τὰς ἴλιγος αἱ ὑπολείξεις ὦ τῷδι τῷ βιβλίῳ χάφονται. Cæterum tandem subiungit.

Præmittuntur verò, vt fit in alijs Geometricis, quæ quasdam vtilitates habent ad illorum demonstrationes. Assumo præterea vt rata Lemmata, quæ in alijs libris iam euulgatis habentur, cuiusmodi est.

Προκινται δὲ ὡς ἢ τῶν ἄλλων τῶν γεωμετρουμένων ἰας χρείας ἔχοντα εἰς τὰν ἀπόδειξιν αὐτῶν. λαμβάνω δ' καὶ ἐν τούτοις τ ἐν τοῖς πρότερον ἐκδεδομένοις βιβλίοις λήμματα τάδε.

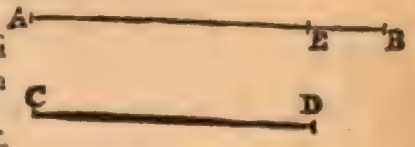
LEMMA I.

Inæqualium linearum, & inæqualium spatiorum excessum, quo excedit maior minorem sibi ipsi coadditum; possibile esse excedere quamcumque earum, quæ inter se comparantur, quantitatum.

ΛΗΜΜΑ Α.

Τᾶν ἀνισᾶν γραμμᾶν, ἢ τῶν ἀνίσων χωρίων τὰν ὑπεροχὰν ἃ ὑπερέχει τὸ μεῖζον τ ἐλάσσονι αὐτᾶ συντιθεμέναν · δυνατὸν εἶμεν παντὸς ὑπερέχαν τᾶ προτεθέντι τ ποτ' ἄλλαλα λεγομένων.

ΣΧΟΛΙΟΝ.



ΥΠΟΘ. Sint duæ lineæ A.B. maior, & C.D. minor, sitque excessus E.B.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Assumit Euclides excessum E.B. sibi ipsi toties addi posse, vt frequenti sui ipsius repetitione, tandem in lineæ molem abeat, quæ vel A. B, vel C.D. excedat.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim A.B.& C.D. sunt quantitates eiusdem speciei: inter se enim quantitates diuersarum specierum, quæ rationem nullam habent, comparari non possunt. Ergo quoque excessus E.B. eiusdem est speciei cum qualibet propositarum. Atqui ea est a homogenearum quantitatum natura, vt aliquoties repetita altera alteram superare possit. ergo excessus E.B. aliquoties repetitus superabit quamlibet propositarum, & inter se collatarum, quod vult lemma. Idem concludemus de superficiebus, vel etiam de corporibus. Valet enim in omnibus ratio.

a prop. 2. def. 5.

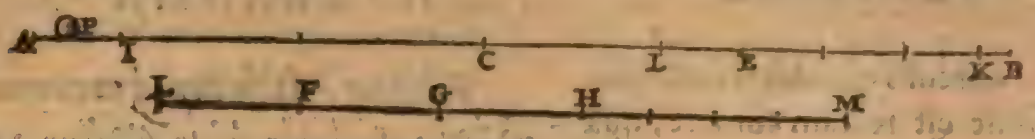
PROPOSITIO I.

Si secundum aliquam rectam feratur quoddam punctum æquè velociter sibi ipsi latum, & sumantur in ipsa duæ lineæ: sumptæ eandem habebunt rationem inter se quam tempora, in quibus punctum istas lineas pertransierit.

ΠΡΟΤ. Α.

Εἶκα κ τινὸς γραμμᾶς ἐνεχθῆ τὸ σημεῖον ἰσοταχέως αὐτὸ ἑαυτῷ φερόμενον, ἢ λαφθέωντι ἐν αὐτᾷ δύο γραμμαὶ, αἱ ἀπολαφθεῖσαι ⓓ αὐ ⓑ ἴξουσι λόγον ποτ' ἄλλαλας, ὃν πρ ④ χρόνοι, ἐν οἷς τὸ σαμεῖον ⓑ ἰας γραμμᾶς ἐπορεύθη.

ΥΠΟΘ. Spatietur punctus P. super linea A.B. vniformi semper velocitate, & in ipsa A.B. sumantur duæ partes C.D, D.E. quas inambulauerit P. in temporibus F.G, G.H.



ΣΥΜΠ. Dico esse C.D. ad D.E. vt F.G. tempus ad tempus G.H.

ΚΑΤΑ. Quoniam quatuor magnitudinum prima C.D. confertur ad secundam D.E. & tertia F.G. ad quartam G.H. sumantur primæ C.D, & tertiæ F.G. æquemultiplices quantitates I.C. & L.F. tùm secundæ D.E. & quartæ G.H. æquemultiplices E.K, & H.M.

ΑΠΟΔ. Quoniam F.G. tempus est quo P. cucurrit C D. Et quoties est C.D. in I.C. toties est F.G. in L.F. sequitur, quia motus puncti P. est vniformis, esse L.F. tempus, quo eadem celeritate punctus P. decurrerit I.C. Eadem ratione est H.M. tempus, quo inambulauerit idem P. spatium E.k. Proinde si I.C. superauerit E.k, similiter L.F. superabit H.M. Et si I.C. defecerit ab E.K. deficiet quoque L.F. ab H.M. Demum si æqualis fuerit I.C. alteri multiplici I.K, etiam L.F. æquabitur tempori H.M. Est[a] propterea C.D, ad D.E, vt F.G. ad G.H. vt proponebatur.

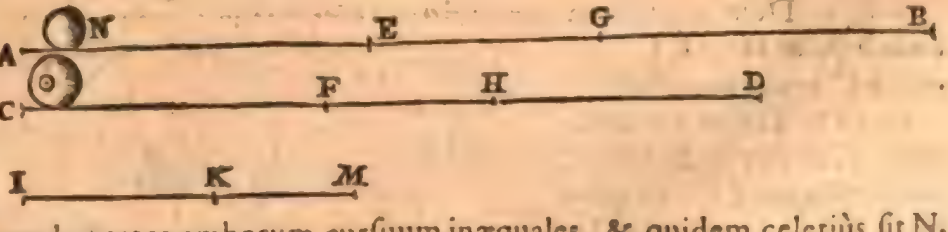
ΕΠΙΦΟΡΑ.

Idem omnino concludetur, de linea circulari. Etenim si punctus P. circuli peripheriam percurrerit: vt se habebit tempus quo arcum transierit, ad tempus quo alium arcum absoluerit, sic erit arcus ad arcum, eadem plane de causa.

ΠΡΟΤΑ. Β. PROPO. II.

Εἶκα δύο σημείων ἑκατέρῳ κατὰ πνὸς γραμμᾶς εὐθείας φερομένῳ, μὴ ἴσας αὐτὰς ἰσοταχέως αὐτῷ ἑαυτῷ φερομένῳ, λαφθέωσι δὲ ἑκατέρας τῶν γραμμῶν δύο γραμμαὶ, αἵτινες ἔσονται δὲ ἴσοις χρόνοις ὑπὸ τῶν σημείων διανυόμεναι, καὶ αἱ δύο αὐτῶν λόγον πρὸς ἄλλας αἱ λαφθεῖσαι γραμμαὶ.

Si duorum punctorum vnoquoque pariformiter secundum rectam lineam lato, non quidem æquali simul celeritate; capiantur in vnaquaque linearum duæ lineæ, quæ primæ in æqualibus temporibus sub punctis discurrentibus, feritur, & item secundæ, eandem habent inter se rationem acceptæ lineæ.



ΥΠΟΘ. Discurrãt puncta N. & O. vniformiter quidem vnũquodque sibi ipsi: sint tamen velocitates amborum cursuum inæquales, & quidem celeriùs sit N. quàm O. ita vt eo tempore quo N. discurrerit A.E. perfecerit O. tantùm C.F. Tum quo spatio N. transierit E.G. absoluerit duntaxat O. iter F.H.

ΣΥΜΠ. Proponitur esse A.E. ad E.G, vt C.F. ad F.H.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam spatia A.E, C.F. permeantur à punctis N. & O. eodem tempore, sit illud tempus I.k. Tum quia feruntur E.G. & F.H. etiam pari tempore, istud tempus sit k.M.

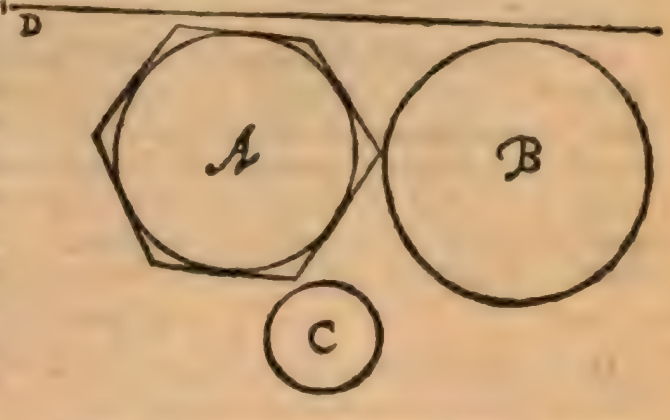
ΑΠΟΔ. Est[a] A.E. ad E.G. vt I.k. ad k M. Atqui etiam C.F. est ad F.H. vt I.k ad k.M. Ergo vt[b] A.E. ad E.G. sic C.F. ad F.H. quod fuit probandum.

PROPO. III. ΠΡΟΤΑ. Γ.

PROBLEMA I. ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α.

Circulis quotlibet datis: possibile est rectam sumere, quæ sit maior circulorum datorum periferiis.

Κύκλων δοθέντων ὁποσωνοῦν τῷ πλήθει · δυνατόν ἐστιν εὐθεῖαν λαβεῖν μείζονα οὖσαν τῶν τῆς κύκλων περιφερειῶν.



ΥΠΟΘ. Dentur circuli quotlibet A.B.C.

ΚΑΤΑ. Circa circulum A. describatur [a] Hexagonum, quindecagonum, aut aliud polygonum, cuius ambitui æqualis fiat linea D. Deinde circa alios circulos polygona quoque describantur, quorum periferijs augeatur eadem linea D.

[a] per coroll. 15. & 16. l. 4.

ΣΥΜΠ. Dico D. lineam rectam maiorem esse circulorum datorum circumferentijs.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Ambitus poylgonorum circumscriptorum maior est [b] periferijs circulorum : Atqui linea D. illi omnium polygonorum ambitui facta est æqualis. Ergo ipsa quoque D. maior est circulorum omnium expositorum circumferentijs, quod fuit demonstrandum.

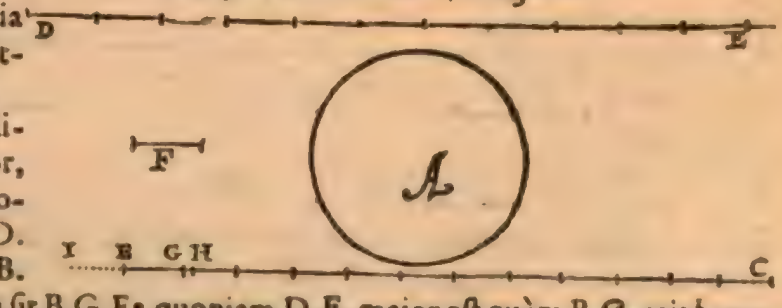
[b] per 3. hypoth. lib. 1. de sphæra & cyl.

PROP. IV. ΠΡΟΤ. Δ.

PROBL. II. ΠΡΟΒΛ. Β.

Duabus datis lineis inæqualibus, recta, & circuli circumferentia, possibile est sumere rectam, maiore quidem linearum datarum minorem, minore verò maiorem.

Δύο γραμμῶν δοθεισῶν ἀνίσων, εὐθείας τε, καὶ κύκλου περιφερείας · δυνατόν ἐστι λαβεῖν εὐθεῖαν τῆς μὲν μείζονα τῶν δοθεισῶν γραμμῶν ἐλάσσονα, τῆς δὲ ἐλάσσονα μείζονα.



ΥΠΟΘ. Dentur periferia circuli A. & recta B.C. Sitque B.C. maior excessu F.

ΚΑΤΑΣ. Toties multiplicetur F. vt fiat D.E. maior, maiore datarũ B.C. Et quoties F. fuerit aggregata in D. E. in tot partes diuidatur [a] B. C. suatumque partium vna sit B.G. Et quoniam D.E. maior est quàm B.C. erit [b] quoque pars ipsius D.E. æqualis excessui F. maior quàm B.G. applicetur itaque F. ipsi B.C. & excurrat à B. in H. nempè sit B.H. æqualis ipsi F.

[a] per 10. l. 6
[b] per 25. l. 5.

ΣΥΜΠ. Dico G.C. lineam esse maiorem periferia circuli A. & minorem ipsa B.C.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam B.C. excedit [illegible] circuli quantitate F. sequitur H.C. æqualem esse, eidem circuli periferiæ. Atqui G.C. maior est quàm H.C. Ergo quoque G.C. maior est circumferentia circuli. Sed eadem G.C. minor est tota B.C. Ergo G.C. linea est quæ quæritur.

Cæterum si ponatur ultima circuli maior recta B. C. ipsi B. C. addatur B. I. æqualis vni parti B. G. reliquis vt prius stantibus.

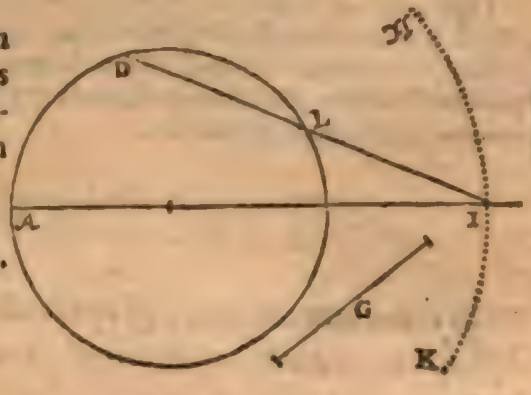
ΑΠΟΔ. Quoniam ambitus circuli excedit B. C. quantitate F. Et vero F. maior quã B. I. manet adhuc I. C. minor maiore datarum, nempe circumferentia circuli A. Verum eadem I. C. maior est datarum minore B. C. Ergo I. C. linea est quæ postulatur.

ΛΗΜΜΑ.

A puncto D. circuli dati A. B. C. D. ducere lineam in productam diametrum, quæ circulum secet, ita vt pars exterior comprehensa inter periferiam circuli & productam diametrum, æqualis sit lineæ datæ G.

ΚΑΤΑΣ. Circulo D. A. B. C. & centro seu polo D. ac interuallo G. describatur [a] conchois H. I. K. & à puncto D. ducatur linea ad punctum, quo producta diameter in conchoidem incidit, vt in I.

ΑΠΟΔ. Etenim ex natura conchoidis erit L. I. æqualis lineæ G.



[a] per ea quæ diximus ad 8. lib. 2. de sph. & cylind. lem. 1.

ΠΡΟΤ. Ε.

ΓΡΟΒΛ. Γ.

Κύκλου δοθέντος καὶ εὐθείας ἁπτομένης τοῦ κύκλου, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ἀγαγεῖν εὐθεῖαν ποὶ τὴν ἁπτομένην, ὥστε τὴν μεταξὺ τῆς ἐπιφανούσης, καὶ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας εὐθῖδν ποὶ τὴν ἐπὶ τοῦ κέντρου, ἐλάσσονα λόγον ἔχειν ἢ ἃ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἃ μεταξὺ τῆς ἁφῆς καὶ τῆς διαχθείσης ποὶ τὴν δοθεῖσαν ὁποιωοῦν κύκλου περιφέρειαν.

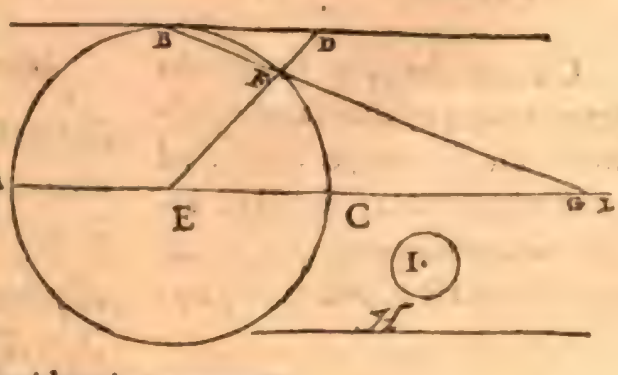
PROP. V.

PROBL. III.

Circulo dato & linea recta tangente circulum: possibile est à centro circuli ducere rectam ad tangentem, ita vt quæ recta fuerit inter tangentem & circuli circumferentiam, ad radium circuli minorem rationem habeat, quàm circumferentia circuli, quæ est inter contactum & productam ad datam cuiuscumque circuli circumferentiam.

ΥΠΟΘ. Detur circulus A. B. C. qui tangatur linea B. D. in puncto B. Detur adhuc circulus I.

ΚΑΤΑΣ. Agatur [b] per centrum E. linea A. E. L. æquidistans ipsi B. D. Et capiatur [c] H. linea recta maior circumferentia circuli I. Tum à puncto B. traijciatur [d] B. F. G. linea in A. L. ita vt pars F. G. quæ est extra circulum, æqualis sit ipsi H. Denique à cẽtro E. per F. egrediatur linea E. F. D. incidens in tangentem.



[b] per 31. l. 1. per 3. huius. [c] per lemma precedens.

ΣΥΜΠ. Dico lineam D. F. inter tangentem & circuli periferiam esse ad radium F. E. in minori ratione quàm arcus B. F. ad circumferentiam circuli I.

ΑΠΟΔ. Anguli ad F. κ̀ ἴσοι sunt[a] æquales. Tum anguli ἐναλλὰξ ad B. & G. pares. Proinde æquianguli sunt[c] trianguli B. F. G. & E. F. G. lateráque proportionalia habent[d]: Ita vt D. F. sit ad F. B. vt E. F. ad F. G. & vicissim[e] D. F. ad F. E. vt B. F. ad F. G. Habet[f] autem B. F. ad F. G. minorem rationem quam arcus B. F. ad eandem F. G. quia recta minor est[g] arcu. Ergo D. F. est ad F. E. in minori ratione quàm arcus B. F. ad F. G. seu ad H. æqualem. Atqui H. maior est[h] periferia circuli I. Et ex consequenti arcus B F. adhuc maiorem habet[i] rationem ad circumferentiam circuli dati I. quàm D. F. ad F. E. quod fuerat probandum.

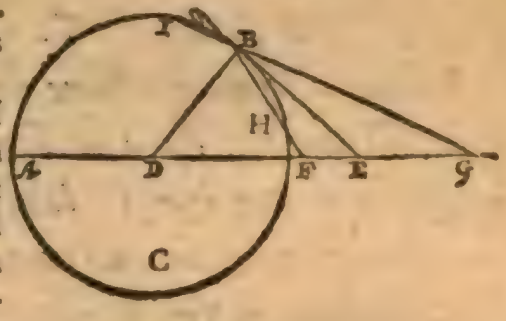
a per 15 l. 1.
b per 29. l. 1.
c per 32. l. 1.
d per 4. l. 6.
e per 16. l. 5.
f per 8. l. 5.
g per 2. hypothesim l. de sph. & cylind.
h per 8 hor.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Lineare est hoc problema, nec verè geometricè soluitur, sed quidem mechanicè: Verum hoc visum est esse satis Archimedi: cum non in sequentibus hoc problemate aliud problema habeat soluendum, sed sibi tantum opus sit in quibusdam theorematibus demonstrandis, in quibus rem esse posse, demonstrasse sufficit, esse autem possibile facere lineam F. G. æqualem propositæ H. liquido constat, cũ tandem aliquo modo perficiatur.

ΛΗΜΜΑ

Si circulum tetigerit quæpiam linea: impossibile est ducere aliam lineam à puncto contactus quæ circulum non secet ab ea parte, qua angulum minorem recto efficit cum radio ducto à centro ad punctum contactus.



ΥΠΟΘ. Tangat circulum A. B. C. linea B. E. in puncto B. ad quem à centro D. agatur radius D. B.

ΣΥΜΠΡ. Dico non posse vllam aliam duci lineã siue sit F. B. siue B. G. à puncto B. quæ circulum non secet: scilicet F. B. in H. à parte qua facit angulum D. B. F. minorem recto[m] D. B. E. Tũ G. B. in I. à parte rursus qua constituit angulum I. B. D. recto minorem,[n] cum sit[o] G. B. D. obtusus.

l per 9. cõmun. sent.
m per 18. l. 3.
n per 13. l. 1.
o per 16. l. 3.

ΑΠΟΔ. Quoniam angulus I. B. D. est acutus minor est[p] angulo mixto O. B. D. & propterea ingreditur circulum B. I. eumque secat. Eadem ratione angulus D. B. F. minor est[p] mixto D. B. H. & B. F. ingreditur ac secat circulum, quod fuit probandum.

p per 16. l. 3.

PROP. VI.

PROBL. IIII.

Circulo dato, & in circulo linea minore, diametro: possibile est à centro circuli ad periferiam ipsius eiaculari rectam, secantem eam quæ in circulo data est, lineam: ita vt

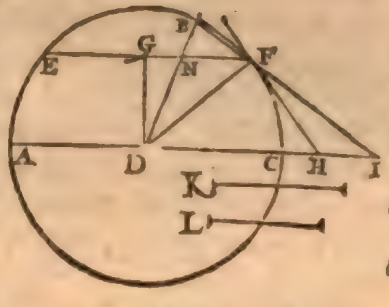
ΠΡΟΤ. ς.

ΠΡΟΒΛ. Δ.

Κύκλου δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰς ἐλάσσονος τᾶς διαμέτρου, δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποτὶ τὰν περιφέρειαν αὐτοῦ προβάλλειν εὐθεῖαν τέμνουσαν τὰν ἐν τῷ κύκλῳ δεδομέναν γραμμάν, ὥστε τὰν ἀπο-

λαφθῆσαν εὐθεῖαν μεταξὺ τᾶς περιφερείας & τᾶς εὐθείας τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποὶ τὰν ἐπιζευχθεῖσαν ἀπὸ τᾶς πέρατος ἁπτομένας τᾶς ἀπὸ τᾶς περιφερείας ποὶ τὸ ἕτερον μέρος τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας εὐθείας ὃν ταχθέντα λόγον ἔχειν, εἰ μὴ ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἐστὶ τοῦ ὃν ἔχει ἃ ἡμισεία τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομένην.

comprehensa recta inter periferiam & rectam in circulo datam ad coniunctam à termino eiaculatæ, qui est in circumferentia ad alteram partem eius rectæ, quæ in circulo data est, ordinatam rationem habeat: modo tamen vt data ratio minor sit ea quam habet dimidia datæ in circulo ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipsam ducitur.



ΤΠΟΘ. Detur in circulo A. B. C. linea E.F. minor diametro circuli, scilicet non acta per centrum D. In eam incidat perpendicularis D G. Detur item ratio K. ad L. minor eius quæ est F. G. dimidiæ [a] datæ E. F. ad perpendicularem D. G.

[a] per 3 l. 3.

ΚΑΤΑΣ. Producatur [a] infinito diameter A.C. æquidistanter datæ E.F. & iũgatur D.F. & à puncto F. perpendicularis erigatur [b] F.H. occurrens diametro in H. & tãgens circulum: Tum vt K. est ad L. ita fiat [c] D. F. ad aliquam lineam. Illa quidem quæpiam linea maior erit tangente F. H. Nam triangulorum G. D. F. & D.F.H. anguli ad G. & F. sunt recti, tum alterni G.F. D. & F. D. C. sunt [d] æquales; & proinde sunt trianguli æquianguli, & vt est [e] F.G. ad G. D. sic est D. F. ad F. H. Atqui G. F. ad G. D. maior est [f] ratio quam K. ad L. Ergo quoque D. F. maiorem habet rationem ad F. H. quam K. ad L. Et proinde D. F. ad lineam non nisi maiorem quam sit F. H. habebit rationem quam habet K. ad L. ipsa sit F. I. quę ita subtendat obtusum F. H. I. efficiatque obtusum I. F. D. & quæ proinde vlterius educta secet [g] circulum tota parte F.B. Tandem ducatur D. B. quæ datam secet in puncto N.

[a] per 3 l. 3.
[b] per 11. l. 1.
[c] per 12. l. 6.
[d] per 29. l. 1
[e] per 4. l. 6.
[f] per hypo.
[g] per lemma præcedens

ΣΥΜΠΕ. Dico lineam N. B. partem eductæ D. B. inter datam & circumferentiam esse ad B. F. iungentem terminos eductæ & datæ, [d] vt est k ad L.

ΑΠΟΔΕΙ. Anguli B. F. N. & F. I. D. sunt æquales: angulus B. communis est. Ergo trianguli B. F. N. & B. I. D. sunt [e] homologorum laterum. Et vt N.B. ad B.F. sic D.B. seu D. F. ad B. I. hoc est, sic k. ad L. quod fuit probandum.

ΠΡΟΤ. Ζ. PROP. VII.

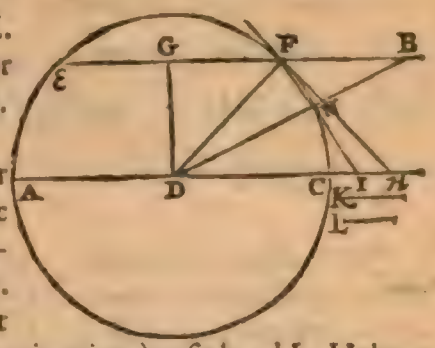
ΠΡΟΒΛ. Ε. PROBL. V.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων, καὶ τᾶς ἐπὶ τῷ κύκλῳ εὐθείας ἐμβεβλημένας, δυνατόν ἐστιν ἀπὸ τοῦ κέντρου παραβαλεῖν ποὶ τὰν ἐμβεβλημένην, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐμβε-

Ijsdem datis & recta data extra circulum porrecta: possibile est à centro, lineam, eiacularí ad extra porrectam ita vt quæ fuerit inter circumferentiam & porrectam ad li-

neam iunctam à termino ciaculatæ ad terminum porrectæ, ordinatam rationem habeat: dummodo tamen data ratio maior fuerit, ea quam habet dimidia datæ in circulo, ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipsam agitur.

βλημένας ποὶ τὰν ἐπιζευγνυσαν ἀπὸ τᾶς πέρατος τᾶς ἐναπολαφθείσας ποὶ τὸ πέρας τᾶς ἐκβεβλημένης Ⓦ ταχθέντα λόγον ἔχαν, εἰ μὴ ὁ δοθεὶς λόγος μείζων ἢ τᾶς ὅλας ἔχᾳ ἃ ἡμίσεια τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ διαμέτρου ποὶ τὰν ἀπὸ τοῦ κέντρου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμέναν.



ΥΠΟΘ. Detur idem circulus A. E. F. C. & linea E. F. quæ extra circulum porrigatur infinitè: ordinetur rursus ratio k. ad L. maior ratione quæ est F. G. ad G. D.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur D. F. cui perpendicularis erigatur F. H. occurrens diametro A. C. in H. parallelo datæ E. F. qua constituatur triangulus D. F. H. æquiangulus alterius G. D. F. cum sint anguli ad G. & F. recti. Tum duo H. D. F. & D. F. G. alterni [a] æquales, ita vt sit [b] D. F. ad F. H. vt G. F. ad G. D. hoc est in ratione minori quàm sit k. ad L. Habeat autem D. F. ad N. I. eandem rationem quam k. ad L. hoc est maiorem ea quam eadem D. F. habet ad F. H. & sit [dd] proinde N. I. minor. Demum ab F. incidat [ee] in diametrum infra F. H. linea, ita vt pars N. I. maneat intra circumferentiam & D. H. quod fiet per conchoidem polo F. & interuallo N. I. descriptam. Tandem ciaculemur lineam D. N B.

[a] per 29 l. 1
[b] per 4. l. 6
[c] per 12. l. 6
[dd] per 8. l. 5.
[ee] per descriptionem cõchoidis circularis.

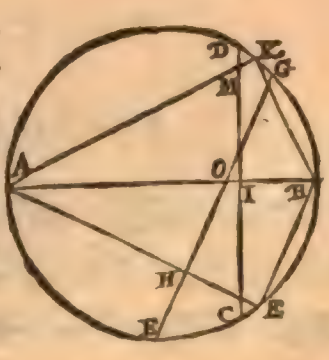
ΣΥΜΠ. Dico N. B. partem ciaculatæ, inter circumferentiam & porrectam, esse ad B. F. imigentem terminos B ciaculatæ & F. porrectæ vt k. ad L.

ΑΠΟΔ. Anguli F. N. B. & D. N. I. sunt [c] æquales: tum alterni F. B. D. & B. D. H. quoque sunt [d] pares, & proinde trianguli D. N. I. & F. N. B. sunt [d] æquianguli est [e] que N. B. ad B. F. vt D. N. seu D. F. ad N. I. hoc est vt k. ad L. quod fuit demonstrandum.

[c] per 15. l. 1.
[d] per 32. l. 1.
[e] per 4. l. 6.

ΛΗΜΜΑ A.

Si recta in circulo ab alia recta bifariam secatur & ad angulos rectos: impossibile est, ab eodem puncto à quo secans ducitur, aliam secantem agere in sectam, ita vt partes inter sectam & periferiam circuli æquales sint: quod tamen fieri potest, si secta linea non bifariam dirimitur.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. In circulo A. C. B. D. secet linea A. B. aliam D. C. bifariam & ad normam. Alia vero linea A. E. secet quidem ad normam F. G. sed inæqualiter in puncto H.

ΣΥΜΠ. Dico à puncto A. duci non posse vllam lineam in D. C. cuius pars comprehensa inter D. C. & periferiam circuli sit æqualis parti I. B. Posse vero ab eodem A. duci in G. F. lineam, cuius pars inter G. F. & circuli circumferentiam par sit ipsi H. E.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur quomodocumque A. k. secans C. D. in M. iunganturque B. k. & B. E

ΑΠΟΔ. In triangulo A. I. M. hypotenusa A. M. maior est basi A I. & proinde cũ A. B. sit diameter, & maior linea A. k. vt subtendens rectum A. k. B. remanet I. B. maiorem esse parte M. k. Idem erit de quibuscumque lineis ductis ab A. in C. D. Iam ve-

sper 19. & 47. l. 1.

ro in triangulis A. H. O. & A. E. B. quia anguli ad H. & ad E. sunt recti, lineæ O. H. & B. E. sunt [a] parallelæ, & proinde sunt [b] trianguli æquianguli lateribúsque ἀνάλογοι. Et vt est A. O. ad A. H. sic est A. B. ad A. E. & diuidendo [c] sic est O. B. ad H. E. Atqui subtendens A. O. rectum A. H. O. maior est [d] basi A. H. Ergo O. B. maior est ipsa H. E. Ponantur autem A. E. & A. k. æquales, vt fieri potest: possunt [e] enim accommodari in circulo æquales B. E. & B. k. resecantes arcus æquales [f], ita vt maneant anguli A. B. k. & A. B. E. in sectionibus æqualibus, & inde æquales. Tum anguli A. k. B. & A. E. B. sunt [h] recti. Vnde fit [i] vt trianguli A. k. B. & A. E. B. sint æquianguli & laterum proportionalium: Nempe sit B. A. ad A. k. vt idem B. A. ad A. E. sic eas significans æquales. Existentibus vero binis A. E. & A. k. paribus, sequitur L. k. minorem esse parte H. E. Nam in triangulo rectangulo A. H. L. maior est A. L. quam A. H. Cum itaque habeamus O. B. maiorem quam H. E. & L. k. minorem quam eadem H. E. in quantitatibus vero eiusdem speciei non fiat progressus à maiori ad minorem, nisi per mediam: sequitur possibile esse à puncto A. ducere aliquam lineam intra A. B. & A. k. secans G. F. cuius pars intra G. F. & circumferentiam circuli sit æqualis ipsi H. E. quod fuit probandum. Ad praxim vero hanc possibilitatem reducetur per lineam cõchoidem cuius descriptionem superius [m] tradidimus.

[a] per 28. 1.
[b] per 4. 6.
[c] per 17. 5.
[d] per 9. & 47. 1.
[e] per 1. 4.
[f] per 26. 3.
[g] per 27. 3.
[h] per 31. 3.
[i] per 32. 1. & 4. 6.
[l] per 7. 5.
[m] Lemmate 1. ad 2. lib. de fph.

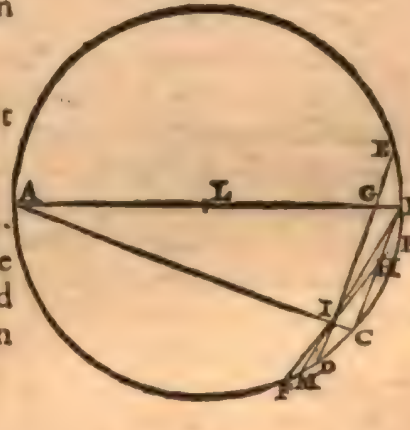
ΛΗΜΜΑ B.

Si linea A. C. secat lineam D. E. ad rectos angulos: diameter à puncto A. educta secat necessario lineam D. E. nec potest linea D. E. integra cadere in semicirculum A. D. B.

ΥΠΟΘ. Incidat secta si possit tota in semicirculum A. D. B. & ipsa sit F. I. k. vel M. I. B.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur C. B. quæ necessario secet F. k. vt in H. vel concurrat cum M. B. in B.

ΑΠΟΔ. Nam angulus A. C. B. est [n] rectus: Sed quoque supponitur rectus A. I. H. vel A. I. B. Et proinde externus esset æqualis interno sibi opposito, quod Geometriæ repugnat [o]. Non ergo secta incidit tota in semicirculum A. D. B.



[n] per 31. 1. 3.
[o] per 16. 1. 1.

ΠΡΟΤ. H.

PROP. VIII.

ΓΡΟΒΛ. ς.

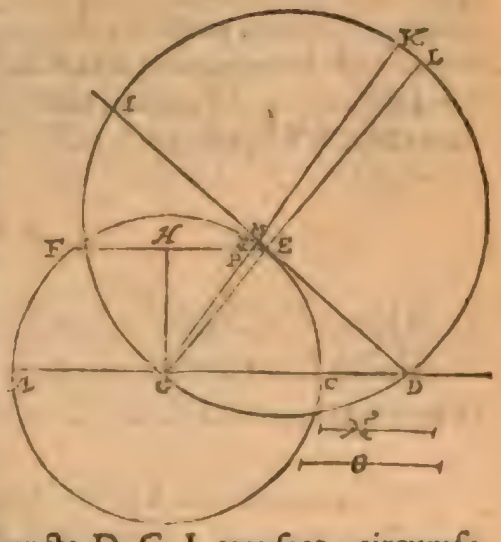
PROBL. VI.

Κύκλου δοθέντος, καὶ ἐν τῷ κύκλῳ γραμμὰς ἐλάσσονα τῆς διαμέτρου, καὶ ἄλλας ἁπτομένας τοῦ κύκλου κατὰ τὸ πέρας τῆς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας, δυνατὸν ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου ποιβαλεῖν τινὰ εὐθεῖαν, ὥστε ταὐτὸν ἀπολαφθῆσαν ἀπ' αὐτῆς μεταξὺ τῆς τε κύκλου περιφερείας καὶ τῆς

Circulo dato, & in circulo linea minore ipsa, diametro & alia tangente circulum in termino lineæ in circulo datæ; possibile est à centro circuli eiacularí aliquam rectam ad ad rectam datam, ita vt pars ipsius contenta inter periferiã

circuli & datam lineam in circulo ad partem comprehensam à tangente ordinatam rationem habeat: si modo data ratio sit minor ea quam habet dimidia datæ in circulo ad eam quæ à centro circuli perpendiculariter in ipsam ducitur.

ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμὰς ποτὶ τὰν ἀπολαφθῆσαν ἀπὸ τᾶς ἁπτομένας τὰ ταχθέντα λόγον ἔχαν. Εἶκα ὁ δοθεὶς λόγος ἐλάσσων ἐστὶ τᾶς ἁμίσεος τᾶς ἐν τῷ κύκλῳ δεδομένας ποτὶ τὰν ἀπὸ τᾶς κέντρου τοῦ κύκλου κάθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγμένας.



ΠΡΟΘ. In circulo A. B. C. detur linea F. E. à cuius termino E. tangat circulum linea I. E. D. Sit vero E. F. minor diametro A. C. eidem E. F. parallela. In datam F. E. cadat à centro G. perpendicularis G. H. Deturque ratio N. ad O. minor quidem quam sit ea quæ est dimidiæ [a] E. H. ad H. G.

[a] per 3. l. 3.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur G. E. Et producatur A. C. donec concurrat cum tangente in D. vt fiat [b] triangulus G. E. D. æqualium angulorum, & homologorum laterum cum triangulo H. G. E. ita vt G. E. sit ad E. D. vt E. H. ad H. G. scilicet in maiori ratione quam sit N. ad O. Fiat [c] autem G. E. ad E. I. vt N. ad O. Vt nimirum habeat G. E. ad E. D. maiorem rationem quam ad E. I. sitque [d] proinde E. I. maior quam E. D. Tum per tria puncta D. G. I. transeat [e] circumferentia circuli D. G, I. L. ad quam producatur G. E. eamque attingat in L. A. Puncto autem G. ducatur G. M. k. ita vt M k. sit æqualis ipsi E. L. Hoc fiet conchoide descripta polo G. & sagitta E. L. super linea normali I. D. Quod possibile est [f], cum I. D. linea in æqualia secetur puncto E à linea G. E. L. & ad rectos angulos. Conchois etenim duobus necessario locis secabit circumferentiam circuli, scilicet in k & L.

[b] per 29. & 32. l. 1. & 4. l. 6.
[c] per 12. l. 6.
[d] per 8. l. 5.
[e] per 5. l. 4.
[f] per lemma 1. præced.

ΣΥΜΠ. Dico partem eiaculatæ B. P. conceptam circumferentia circuli & linea in circulo data, esse ad partem E. M. tangentis vt est N. ad O.

ΑΠΟΔ. Trianguli M. G. D. latera M. G, M. D. basi parallela P. E. secantur: proinde est [g] M. P. ad P. G. vt M. E. ad E. D. & coniungendo [h] G. M. ad G. P. vt D. M. ad D. E. Et idcirco rectangulum sub G. M, D. E. est [i] æquale rectangulo sub G. P, D. M. Etiam quod fit sub I. M, M. D. æquale est [l] ei quod continetur sub G. M, M. k. Tum illud sub I. M, M. D. est [m] ad aliud quod fieret sub G. P, M. D. sicut basis I. M. ad basim G. P. quia vtrique communis est altitudo M. D. Ergo rectangulum sub G. M, M. k. æquale primo sub I. M, M. D. est [n] ad rectangulum sub G. M, E. D. æquale secundo sub G. P, M. D. sicut I. M. ad G. P. Atqui idem sub G. M, M. k. est [m] rursus ad aliud sub G. M, E. D. vt k. M. vel vt L. E. æqualis ad E. D. Igitur vt I. M. ad G. P. sic L. E. ad E. D. Verum quia quod fit sub L. E, E. G. est [l] æquale ei quod fit sub I. E, E. D. Est [n] L. E. ad E. D. sicut I. E. ad G. E. seu ad G. B. Et proinde vt tota I. E. ad totam G. B. sic ablata I. M. ad ablatam G. P. & sic igitur [o] reliqua M. E. ad reliquam P. B. vt tota I. E. ad totam G. B. seu ad totam G. E. & inuersim [p] P. B. est ad M. E. vt G. E. ad E. I. hoc est, vt N. ad O. quod fuit probandum.

[g] per 2. l. 6.
[h] per 18. l. 5.
[i] per 16. l. 6.
[l] per 35. l. 3.
[m] per 1. l. 6.
[n] per 11. l. 5.
[o] per 19. l. 5.
[p] per coroll. 4. l. 5.

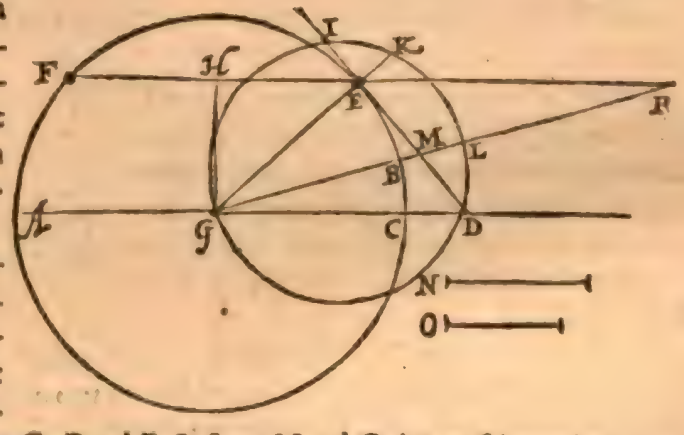
ΠΡΟΤ.

ΠΡΟΤ. Θ. PROP. IX.

ΠΡΟΒΛ. Ζ. PROBL. VII.

Τῶν αὐτῶν δεδομένων, καὶ τᾶς εἰς τῷ κύκλῳ δεδομένας γραμμᾶς εἰβεβλημένης, δυνατὸν ἀπὸ τᾶ κέντρου τᾶ κύκλου ποιβαλεῖν ποὶ τὰν εἰβεβλημένᾳ εὐθεῖαν, ὥστε τὰν μεταξὺ τᾶς περιφερείας καὶ τᾶς ἐκβεβλημένας ποὶ τὰν ἀπολαφθεῖσαν ἀπὸ τᾶς ἐπιφαυούσας ποὶ τὰν ἁφάν, πρὸς τεταγμένως λόγον ἔχειν. Εἶτα ὁ δοθεὶς λόγος μείζονα τᾶ ὃν ἔχει ἡ ἡμίσεια τᾶς εἰς τῷ κύκλῳ δεδομένας ποὶ τὰν ἀπὸ τᾶ κέντρου καθετον ἐπ' αὐτὰν ἀγομένᾳ.

His ipsis datis, & in circulo data linea vltra porrecta: possibile est à centro circuli eiacularі rectam in datam porrectam, ita vt pars inter circumferentiam & porrectam ad conceptam in tangente à puncto contactus, ordinatam rationem habeat. Si modo data ratio maior fuerit ea quam habet dimidia datæ in circulo ad eam quæ à centro perpendiculariter in ipsam ducitur.



ΤΠΟΘ. Sit circulus A. F. E. C. in quo linea detur F. E. minor diametro A. C. eidémque parallela. Circulũ tangat [a] I. D. pũcto E. & habeat N. ad O. maiorem rationem quam dimidia datæ E. H. ad perpendicularem G. H.

ΚΑΤΑΣ. Agatur G. E. Et concurrat I. D. cum diametro A. C. producto, vt fiat [b] ob triangulorum similitudinem G. E. ad E. D. sicut E. H. ad H. G. seu in minori ratione quàm sit N. ad O. Ponatur [c] vero G. E. ad E. I. sicut N. ad O. ita vt si in maiori ratione G. E. ad E. I. quam ad E. D. vnde sit [d] E. I. minor quam E. D. Præterea per tria puncta G. I. D. agatur [e] circuli circumferentia, quæ sit I. G, D. K. & porrigatur G. E. in K. Tum quia G. K. secat ad normam & inæqualiter I. D. possibile est [f] lineam ducere G. L. ita vt M. L. sit æqualis parti E. K. Incidat tandem G. L. in datam F. E. longiùs porrectam, & sit incidentia P.

ΣΥΜΠΕ. Dico P. B. comprehensam inter circumferentiam & porrectam datam, esse ad P. E. partem porrectæ à puncto contactus E. vt est N. ad O.

ΑΠΟΔ. Trianguli G. M. D, & E. M. P. sunt [g] æquianguli laterumque proportionalium: ita vt sit G. M. ad M. D. vt P. M. ad M. E. & componendo [h] G. P. est ad E. D. vt G. M. ad M. D. Et sub extremis G. P, M. D. comprehensum rectangulum æquale est; contento sub medijs E. D, G. M. Atqui duo rectangula sub I. M, M. D. & sub G. M, M. L. sunt quoque æqualia [i]. Cum itaque quod fit sub I. M, M. D. Sit [m] ad rectangulum sub G. P, M. D. vt basis I. M. ad basim G. P. horum loco sumamus æqualia ipsis & dicamus rectang. sub G. M, M. L. esse ad rectang. sub G. M, E. D. vt I. M ad G. P. Verum eadẽ rectang. sunt [m] rursùs inter se vt M. L. vel vt k. E. æqualis ad E. D. Ergo I. M. est ad G. P. vt K. E. ad E. D. hoc est [n] vt I. E. ad E. G. vel ad G. B. Vt itaque tota I. M. est ad totam G. P. sic pars I. E. ad partem G. B. Et reliqua E. M. est [n] ad reliquã

a per 32. l. 3.
b per 4. l. 6.
c per 12. l. 6.
d per 8. l. 5.
e per 5. l. 4.
f per 1. lemma ad 8 huius.
g per 15 29. & 32. l. 1.
h per 4. l. 6.
i per 18. l. 5.
k per 16. l. 6 & l per 35. l. 3.
m per 1. l. 6.
n per 19. l. 5.

B. P. ſicut I. E. ad G. B. ſeu ad G. E. Et inuertendo[a] reliqua B. P. eſt ad reliquam M. E. vt G. E. ad E. I. hoc eſt vt N. ad O. quod fuit probandum.

[a] per coroll. 4 l. 5.

PROP. X.

THEOR. III.

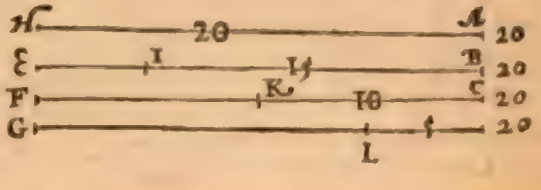
Si lineæ deinceps ponantur quotcumque, æquali ſeſe inuicem excedentes; fuerit vero exceſſus æqualis minimæ: Et aliæ lineæ ponantur numero quidem æquales illis, magnitudine vero ſingulæ, pares maximæ; quadrata ab æqualibus maximæ, comprehenſa, & quod fit à maxima quadratum, & quod comprehenditur ſub minima & linea æquali omnibus æqualiter ſeſe excedentes, tripla erunt omnium quadratorum linearum ſeſe æqualiter excedentium.

ΠΡΟΤ. Ι.

ΘΕΩΡΗΜΑ Γ.

Εἶκα γραμμαὶ ἐξῆς τεθέωνται ὑποσαιοῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερέχουσαι· ἢ δὲ ὑπερογὰ ἴσα τῇ ἐλαχίστῃ· καὶ ἄλλαι γραμμαὶ τεθέωνται τῷ μὲν πλήθει ἴσαι ταύταις, τῷ δὲ μεγέθει ἑκάστη τῶν μειζόνων· τὰ τετράγωνα τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων τῇ μείζονι πολλαμβάνοντα, τό τε ἀπὸ τᾶς μείζονος τετράγωνον (Ω), καὶ τὸ περιεχόμενον (Ω) ὑπό τε τᾶς ἐλαχίστας καὶ τᾶς ἴσας πάσας τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχούσαις, τριπλάσια ἐστιν τῷ τε τῶν τετραγώνων πάντων τῷ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν.

ΠΡΟΘ. Exponantur quatuor lineæ A.H, B.I, C.k, D.L. in progreſſione arithmetica, & inæquales pari exceſſu qui earum minimæ D.L. ſit æqualis. Tum aliæ proponantur quatuor æquales inter ſe & ſingulæ pares illarum maximæ A. H. ſintque A.H, B. E, C.F, D.G.



ΣΥΜΠ. Dico quadrata harum quatuor æqualium cum quadrato maximę illarum nempè A. H. tum rectangulo comprehenſo ſub minima D. L. & linea æquali quatuor primis inæqualibus, eſſe tripla quadratorum quatuor primum expoſitarum inæqualium.

ΚΑΤΑΣ. Fiat E. I. æqualis ipſi D. L. tum F. k. par ſecundæ C. k. Demum G. L. æqualis ponatur tertię B. I. Vt ſic euadant totæ D. G, C.F, B. E. & A. H. æquales. Etenim A. H. ſuperat tantum B. I. prima D. L. Ita vt B. I. & I. E. æqualis ipſi D. L. faciant maximam A. H. Tum C. k. continet bis D. L. At A. H. ſuperat C. k. duobus, exceſſibus hoc eſt binis D. L. & proinde exceſſus maximæ A. H. ſupra C. k. eſt æqualis ipſi C. k. Et igitur tota C. F. æqualis eſt ipſi A. H. Denique A. H. excedit D. L. tribus exceſſibus, nempè tribus D.L. Sed B. I. continet quoque ter D. L. Ergo L. G. æqualis ipſi B. I. iuncta minimæ L. D. facit D.G. parem maximæ A. H. Verum itaque eſt has quatuor ſingulas æquales eſſe maximæ A. H. & inter ſe.

ΑΠΟΔ. Quadratum B. E. eſt[b] æquale duobus quadratis ex B. I. & I. E. & duobus rectangulis ſub B. I. & I. E. Etiam quadratum C. F. par eſt duobus quadr. ex C. k. & k. F. eſt duobus rectangulis ſub C. k, k. F. Demum quadr. G. D. æquatur duobus quad. ex D. L. & L. G. & duobus rectangulis ſub D. L. & L. G. comprehenſis. Atqui quad. E. I. eſt æquale quadrato D. L. Deinde quadratum F. k. par eſt quadrato C. k. & demum quadratum G. L. quadrato I. B. eſt æquale: Hoc pacto tria quadrata trium E. I, F. k, G. L. æquantur tribus D. L, C. k, B. I. Iam ergo in tribus

[b] per 4. l. 2.

æqualibus B. E, C. F, G. D. iam bis reperiuntur quadrata trium inæqualium D. L, C. k, B. I. Ergo si addiderimus quadratum quartæ A. H. & rursus semel idem quadratum A. H. tanquam maximæ quatuor inæqualium, vt fert hypothesis remanebit, quadrata quatuor inęqualium linearum iam reperta esse in quadratis quatuor æqualium linearum bis, cum quadrato maximæ inæqualium: supereſt ergo ostendamus reliqua sex præcedentia rectangula cum eo quod continetur sub D. L. & linea æquali omnibus inæqualibus, adhuc semel complecti quatuor quadrata, linearum quatuor inæqualium. Itaque quia D. L. quater continetur in A. H. est [a] quadratum A. H. sedecuplum quadrati D. L. Tum quia D. L. ter est in B. I. quadratum B. I. nouies continet [a] quadratum D. L. Adhuc C. k. bis habens in se D. L. eandem quater potest [a]. Proinde si tribus quadratis ex A. H, B. I. & C. k. iungatur quod fit ex D. L. poterunt simul trigesies quadratum D. L. Est [b] autem quoque illorum rectangulorum communis mensura quadr. D. L. Nam linea D. L. metitur eorum latera: Et quia D. L. ter est in B. I. rectang. sub B. I, I. E. ter continet [c] quadr. D. L. duoque huiusmodi rectang. idem quadratum D. L. sexies complent. Similiter cum sit C. k. dupla ipsius D. L. rectangulum sub C. k, k. F. hoc est quadratum C. k. quater continet [a] quadratum D. L. duoque talia rectangula octies quadratum D. L. complectuntur. Denique eadem qua supra ratione duo rectangula sub D. L, L. G. sexies continent quadratum D. L. Ergo in his sex rectangulis iam inuenimus vigesies quadratum D. L. Cæterum linea æqualis quatuor inæqualibus expositis decies æquatur minimæ D. L. ita vt rectangulum sub D. L. & illa æquali dictis quatuor expositis inæqualibus ducuplum sit [c] quadrati ex D. L. quod proinde iunctum illis sex præcedentibus rectangulis perficiet 30. quadrata ex D. L. Vnde sequitur hæc septem rectangula æqualia esse quatuor quadratis quatuor expositarum inæqualium. Tandem proinde assequuti sumus quadrata 4. propositarum æqualium, quadrato maximæ A. & rectangulo sub minima inæqualium, & linea omnibus inæqualibus æquali ter complecti quadrata quatuor inæqualium, quod fuerat probandum.

[a] per 20. l. 6

[b] per 9. l. 10.

[c] per 1. l. 6

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Vtitur Archimedes pluribus numero lineis quam exposuerimus: verum cum sit propositio vniuersalis, de quocumque linearum numero ostenditur: quem minorem selegimus vt clarior fieret demonstratio, nec tot lineis perplexa videretur. Paulo vero alia est eiusdem ratiocinatio, verum in nostrum tandem fundamentum recidit, quod scilicet minima D. L. omnes tum æquales quam inæquales lineas metiatur.

ΛΗΜΜΑ.

Si fuerint duæ quantitates eiusdem speciei in aliqua ratione; antecedentisque pars sit ad partem consequentis in minori ratione quàm tota ad totam: reliquum antecedentis erit ad reliquum consequentis in maiori ratione quàm tota ad totam.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit A. B. ad C. D. in aliqua ratione maiori quam sit A. G. ad C. F.

ΣΥΜΠ. Dico reliquam G. B. esse ad F. D. in maiori ratione quam sit A. B. ad C. D.

ΚΑΤΑΣ. Secetur [d] A. B. in E. ita vt quemadmodum est A. B. ad C. D. ita sit A. E ad C. F. hoc est sit [e] A. E. ad C. F. in maiori ratione, quam sit A. G. ad eandem C. F. & propterea A. E. sit ƒmaior quam A. G.

[d] per 10 l 6

[e] per 8. l 5.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam est vt A. B. ad C. D. sic A. E. ad C. F. reliqua E. B. est [a] ad F. D. vt A. B. ad C. F. Atqui G. B. est maior quàm E. B. Ergo maiorem habet [b] G. B. rationem ad F. D. quàm E. B. ad eandem F. D. Et ergo maiorem quàm tota A. B. ad totam C. D. quod fuit probandum.

[a] per 19 l. 5.

[b] per 8 l. 5.

MANIFESTVM I.

Inde igitur patet quòd quadrata omnia quæ ab æqualibus maximæ describuntur, eorum quadratorum quæ ab æquali scse inuicem excedentibus fiunt, minora sint quàm tripla.

ΦΑΝΕ. Α.

Ἐκ τούτου οὖν φανερὸν ὅτι τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ τῶν ἴσων τῇ μείζονι, τῶν ἀπὸ τῶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσῶν, ἐλάσσονα ἐστὶν ἢ τριπλάσια.

ΑΠΟΔ. Vt enim illa horum tripla fiant, assumunt quadratum maximæ inæqualium, & rectangulum quod continetur sub inæqualium minima, & linea æquali omnibus inæqualibus: quibus proinde sublatis remanent [c] quadrata æqualium minora quàm tripla quadratorum inæqualium, vt patet.

[c] per 8. l. 5.

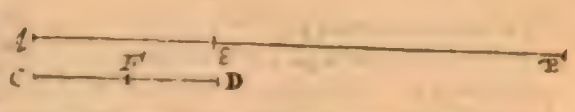
MANIF. II.

Reliquorum verò sublato maximę quadrato, maiora sunt quam tripla.

ΦΑΝΕ. Β.

Τῶν δὲ λοιπῶν χωρὶς τοῦ ἀπὸ τῆς μείζονος τετραγώνου μείζονα ἢ τριπλάσια.

ΚΑΤΑΣ. Referat nobis A. B. quadrata omnium æqualium maximæ inæqualium, cum quadrato illius maximæ inæqualium & rectangulo sub inæqualium minima, & linea omnibus inæqualibus æquali contento. Tum sit C. D. loco quadratorum omnium æqualiter inæqualium: nempè sit [d] A. B. tripla ipsius C. D. Sit præterea A. E. nobis portio, quæ referat quadratum maximæ inæqualium, & rectangulum sub minima inæqualium & linea æquali omnibus inæqualibus. Sic enim erit E. B. pro quadratis omnium æqualium. Demum faciamus C. F. quadratum esse maximæ inæqualium, tum F. D. quadrata contineat reliquarum inæqualium post maximam.



[d] per præcedentem.

ΣΥΜΠ. Etenim A. E. B. habebit maiorem rationem ad F. D. quàm A. B. ad C. D. hoc est, maiorem quam triplam.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. E. æquiparatur & quadrato quod refert etiam C. F. & rectangulo: Est autem rectangulum istud minus quàm duplum illius quadrati. Etenim rectangulum est [e] tantum decuplum quadrati minimæ inæqualium, quadratum verò maximæ inæqualium est sedecuplum eiusdem quadrati minimæ inæqualium: ita vt rectangulum non sit æquale quadrati, tantum abest vt duplum fit. Proinde A. E. est ad C. F. in minori ratione quam tripla. Et ex consequenti E. B. est [f] ad F. D. hoc est, quadrata omnium æqualium linearum, ad quadrata inæqualium reliquarum post demptã maximam, in maiori ratione quam in tripla, quod fuit probandum.

[e] vt ostend. præcedentis demonstr.

[f] per lemma proxim.

ΦΑΝΕΡΟΝ Γ.

Καὶ τοίνυν εἴκα ὅμοια εἴδεα ἀναγεγραφθέωντι ἀπὸ πασᾶν ἀποτε ταῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ ταῦν ἰσᾶν τᾷ μείσᾳ, τὰ μὲν ἀπὸ ταῦν ἴσαν τᾷ μείσᾳ τᾷ δὲ ἀπὸ τοῦ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν εἰδέων, ἐλάσσονα ἐσῶντι ἢ τριπλάσια· εἰ δὲ λοιπῶν χωρὶς τᾶ ἀπὸ τᾶς μείσας εἴδεϑ μείζονα ἢ τριπλάσια.

MANIF. III.

Propterea si similes figuræ describantur ab omnibus quæ sese æquali inuicem superant, & ab ijs quæ sunt illarum maximæ æquales: quæ sane fiunt ab æqualibus maximæ, eorum quæ fiunt ab ijs quæ sese æqualiter excedunt, minora sunt quàm tripla: Sublata vero figura quæ describitur à maxima reliquarum sunt plusquam tripla.

ΑΠΟΔ. Demonstrationem subiungit huiusmodi Archimedes, ὅτι γὰρ αἱ ἐκ τῶν ἀνίσων λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα πρὸς ἄλληλα. quod etiam tanquam corollarium ex 20. & 31. lib. sexti Στοιχείων necessario deducitur.

ΛΗΜΜΑ

Si magnitudo in duas secatur partes, quarum alterius minus sit quam tripla, alterius est plusquam sesquialtera.

ΥΠΟΘ. Sit A. B. minor quàm tripla suæ partis A.C.

ΣΥΜΠΕ. Dico maiorem esse quam sesquialteram reliquæ partis C. B.

ΚΑΤΑΣ. Sit[a] A. D. tertia pars totius A. B.

ΑΠΟΔ. Cum A. D. sit tertia pars ipsius A. B. est D. B. duæ tertiæ eiusdem A. B. Et quia A. B. minorem rationem habet ad A. C. quam ad A. D. est[b] A. D. minor quam A. C. & ex consequenti C. B. minor est quam D. B. Ad hanc igitur C. B. eadem A. B. maiorem habet[b] rationem quàm ad D. B. At vero est A. B. sesquialtera ipsius D. B. Ergo A. B. est plusquam sesquialtera reliquæ partis C. B. quod fuit probandum.

[a] per 9. l. 6.

[b] per 8. l. 5.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.

ΠΡΟΒΛ. Δ.

Εἶκα γραμμαὶ ἐξῆς τεϑέωντι ὁποσαιοῦν, τῷ ἴσῳ ἀλλάλῳ ὑπερέχουσαι, ἁ δ' ἄλλαι γραμμαὶ τεϑέωντι τῷ μὲν πλήϑει μία ἐλάσσονες ταῦν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν· τῷ δὲ μεγέϑει ἔπασαι ἴσαι τᾷ μείσᾳ, τὰ τετράγωνα πάντα τὰ ἀπὸ

PROP. XI.
THEOR. IIII.

Si lineæ deinceps quotlibet ponantur, æqualiter sese mutuo excedentes, & aliæ lineæ constituantur, multitudine quidem vna pauciores quam sint illæ æqualiter sese inuicem excedentes, magnitudine vero singulę æquales illarum maximæ, quadrata omnia quæ ab

æqualibus maximæ, ad quadrata quæ, sese æqualiter mutuo excedunt, fiunt, sine minima, minorem rationem habent, quàm quadratum quod à maxima ad æquale duobus, scilicet comprehenso sub maxima & minima, & tertiæ parti quadrati excessus quo maxima minimam superat: ad quadrata autem quæ fiunt ab æqualiter sese inuicem excedentibus, sine eo quadrato quod fit ab omnium maxima, hac ipsa ratione maiorem habent.

ταὶ ἴσαι τᾶ μελίσᾳ, ποὶ ὡὶ τὰ τᾰ-
γάωνα τὰ ἀπὸ ταῖ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαι
ὑπερεχουσαῖ χωρὶς τᾶς ἐλαχίσας, ἐ-
λάασονα λόγον ἔχονπι ἢ τὸ τετράγωνον
τὸ ἀπὸ τᾶς μελίσας ποὶ τὸ ἴσον ἀμ-
φοτέροις, τᾶι τε ὡλειχομέᾳ ὑπὸ τᾶς
ἴας μελίσας & ἴας ἐλαχίσας, καὶ τῷ
τείτῳ μέρει τῷ ἀπὸ ἴας ὑποτεινού-
σας τᾰγάωνᾳ ἃ ὑπερέχι ἀ μελίσα ἴας ἐ-
λαχίσας· ποὶ δὲ τὰ τᾰγάωνα τὰ
ἀπὸ ταῖ τῷ ἴσῳ ἀλλάλαι ὑπερεχουσαῖ,
χωρὶς τᾶ ἀπὸ τᾶς μελίσας τᾰγάω-
νου, μείζονα τᾶ αὐτᾶ λόγου.

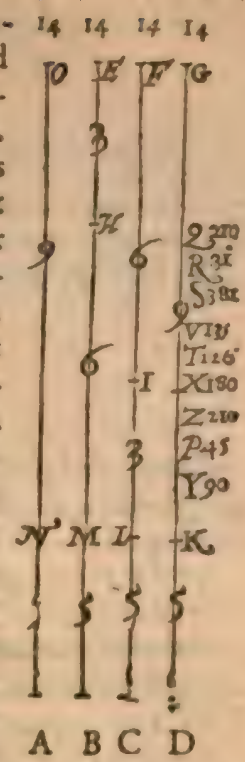
ΥΠΟΘ. Sint quatuor lineæ A. O, B. H, C. I, D. K. æqualiter inæquales: maxima sit A. O. minima D. K. Sint aliæ tres B. E, C. F, D. G. singulæ pares maximæ A. O.

ΣΥΜΠΕ. Dico quadrata trium æqualium maximę, nempe trium B. E, C. F, D. G. habere minorem rationem ad quadrata inæqualium, maxima excepta, hoc est trium B. H, C. I, D. K. quam habeat quadratũ A. O. ad quadratum æquale tùm rectangulo sub A. O. & D. K. maxima & minima inæqualium comprehenso, tum tertiæ parti quadrati lineæ qua A. O. maxima superat D. K. minimam. Verum eadem quadrata prima æqualium maiorem habere rationem ad secunda inæqualium, maxima dempta, quàm sit illa eadem ratio quadrati A. O. ad quadratum quod sit par rectangulo sub A. O. & D. K. & tertię parti quadrati lineæ excessus quo A. O. superat D. K.

ΚΑΤΑΣ. Sit E. H. excessus quo A. O. superat B. H. Eidem E. H. sit F. I. dupla, tum G. K. tripla, vt sic fiant singulæ trium B. E, C. F, G. D. æquales maximæ A. O. Deinde ab æqualibus quatuor resecentur partes, singulæ pares excessui quo sese inæquales superant, quæ sint D. K, C. L, B. M, A. N. existente scilicet illo excessu linea D. K.

ΑΠΟΔΕΙ. Quæ est ratio quadrati lineæ O. A. ad rectangulum sub A. O. & A. N. & tertiam partem quadrati O. N. eandem habet quadratum lineæ E. B. ad rectangulum sub E. B, B. M. & tertiam partem quadrati E. M. Et eandem rursum habet quadratum lineæ C. F. ad rectangulum sub F. C, C. L. & tertiam partem quadrati L. F. Eandem denique habet quadratum D. G. ad rectangulum sub G. D, D. K. & tertiam partem quadrati K. G. Sunt enim omnes lineæ æquales. Ergo quadrata linearum E. B, C. F, D. G. simul sunt [a] ad rectangula sub E. B, B. M. sub F. C, C. L. & sub G. D, D. K. vel [b] certè ei quod contineretur sub D. K. & linea æquali tribus B. E, C. F, G. D. (quod deinceps appellabimus Q.) & ad tertias partes quadratorum E. M, F. L, G. K. (quas in posterum appellabimus R.) sicuti est quadratum ex vna, putà ex A. O. ad vnum rectangulum, videlicet sub A. O, O. N. & vnam tertiam quadrati O. N.

[a] 2. 14. l. 5.
[b] 1. 6. l. 6.



Atqui Q. est [a] æquale quadratis linearum M.B, L.C, K.D. & rectangulo contento sub N.A, & linea æquali tribus E.M, F.L, G.k. quod rectangulum dicemus V. Tum quadrata inæqualium, minima excepta, quæ notamus per S. sunt [b] æqualia quadratis N.A, M.B, L.C. & tribus ex O.N, H.M. & I.L. quæ nuncupamus T. & rectangulis bis contentis sub partibus linearum, seu [c] ei quod fieret sub N.A. & linea æquali duplo istarum O.N, H M, & I.L. quod denominatur in sequentibus X. Ergo si contulerimus Q. & R. simul vni S. inueniemus quadrata linearum M.B, L.C, k.D. æqualia quadratis ex N. A, M.B, L.C. Reijciamus ergo vtraque hinc inde, vt quid maius sit ex alterutro latere pateat: hinc enim vis demonstrationis dependet. Supererit ergo ex Q. & R. id quod nominauimus R. & V. Tùm ex S. reliquum erit T. & X. Est [a] autem V. minus quàm X. Nam licet vtrumque pari sit altitudine, tamen bases sunt inæquales. Est enim dupla linearum N.O, H.M, & I.L, quæ est basis X. maior æquali lineis E.M, F.L, & G.k. quæ est basis ipsius V. Quia licet binæ F.L, G.k. duplum lineæ O.N. compleant, tamen reliqua E.M. æquiparatur tantum binis H.M, I.L. cùm sit excessus I.L. excessui H.E. æqualis. Adhuc R. est minus quàm T. Sunt enim lineæ æqualiter inæquales O.N, H.M, & I.L, & tres aliæ æquales singulę maximæ illarum, quæ sunt M E, F.L, G.K. Proinde quadrata æqualium minora sunt [d] quàm tripla quadratorum inæqualium, & ex consequenti tertia pars quadratorum æqualium, hoc est R. minus est quadratis inæqualium, hoc est T. Vnde tandem sequitur Q. & R. simul, multo minora esse quantitate S. Atqui eadem Q. & R maiora sunt simul quadratis inæqualium dempta maxima: scilicet quadratis linearum H.B, I.C, K.D. quę breuitatis ergo signamus charactere Z. Nam hæc quadrata H.B, I.C, K.D. seu Z. sunt æqualia quadratis M.B, L.C, K.D. & duobus H.M, & I.L. notatis P. Atque rectangulo sub vna ex illis vt M.B. & linea dupla duabus H M, I L. notato Y. Vndiquaque sunt quadrata ex M.B, L.C, K D. ea ergo tollamus. Siquidem supererunt k. & V. ex parte Q & R. Ex parte verò Z. relinquentur P. & Y. Verùm R. excedit [e] Y. Nam licet vtriusque par sit altitudo: tamen basis R. videlicet æqualis ipsis E.M, F.L, G k. maior est base P. æquali duplo duarum H.M, & I.L, quæ deficiunt à præcedentibus tota G.k. Tum R. superat P. Quandoquidem potentiæ trium æqualium E.M, F.L. G.K sunt plusquam triplę quadratorum inæqualium dempta maxima, scilicet reliquarum H.M, I.L. Et ex consequenti tertia pars illorum nempè R. maior est his quadratis videlicet, P. Igitur Q. & R. simul maiora sunt quàm Z. Hinc nobis propositionis eruenda conclusio est. Primum ostensum est quadrata trium linearum æqualium B.E, C F, D.G. esse ad Q. & R. simul in eadem ratione, quã quadratum A.O. ad rectangulum ex A.O, & A.N, & tertiæ parti quadrati ex N.O. Cùm ergo Q. & R. sint [e] minora quàm S, sequitur quadrata illarum æqualium B.E, C. F, D G. esse ad S hoc est ad quadrata inæqualium dempta minima, in minori ratione, quàm eadem illa quadrata sint ad Q. & R. vel quàm quadratum ex A.O. inęqualium maxima sit ad rectangulum ex A.O. maximæ est A. N. minimæ æquali & tertiæ parti, quadrati ex O.N differentiæ, qua maxima inæqualium minimam superat: quæ est prima pars conclusionis.

Porrò sunt [f] Q. & R. maiora quàm Z. Quadrata ergo æqualium maiorem rationem habent ad Z. hoc est ad quadrata inæqualium dempta maxima, quam habeant eadem ad Q & R. Vel quàm quadratum A.O. maximæ inęqualium habeat ad rectangulum, quod fit sub maxima & minima, & tertię parti quadrati differentiæ ambarum, quod fuerat secundo loco probandum.

[a] per 4.2.

[b] per 4.2.

[c] per 1.2.

[d] per 2.12. misse dum

[e] vt primo probauimus

[f] vt secundo probauimus

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hypotheſis huius propoſitionis latior eſt hypotheſi decimæ ſuperioris : nam ſiue exceſſus æqualis ſit inæqualium minimæ, ſiue ſit ipſi impar, concluſio veriſſimè ſequitur: dummodo exceſſus deinceps ſit omnium idem. In ſuperiori verò requirebatur vt minima exceſſum conſtitueret, qui rurſus idem eſſet in omnibus. Vt hanc hypotheſeos differentiam innueremus, numeros diagrammati adiunximus, qui diſcrimen minimæ & exceſſus notarent. Hinc autem hoc corollarium deducimus.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc concludimus, quod ſi exceſſus maximæ ſupra minimam fuerit minimæ æqualis, fore vt ratio quadrati maximæ ad rectangulum ſub maxima & minima, cum tertia parte quadrati exceſſus maximæ ſupra minimam, ſit vt 12. ad 7.

ΤΡΟΘ. Sit enim maxima A. B. minima B.C. cui ſit æqualis exceſſus C.A.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam exceſſus C. A. eſt æqualis minimæ B.C.
[a] eſt minima ſemiſſis maximæ, & rectangulum ſub B.A. & B.C. eſt [a] dimidium quadrati B.A. ita vt qualium fuerit quadratum B.A. 12. talium ſit rectangulum 6. Tum quia exceſſus C.A. eſt ſubduplus maximæ B.A, eius quadratum eſt [b] quarta pars illius quadrati B.A, & eſt ideò illarum partium 3. quarum tertia pars nempè 1. iuncta ſenario, ſeptenarium conſtituit. Et ideò ratio eſt vt 7. ad 12. quod concluſeramus.

[a] per 1. 6.

[b] per 20. 5. 6.

ΦΑΝΕΡΟΝ Δ.

Καὶ τοίνυν εἴκα ὅμοια ἀναγραφέωνται ἀπὸ πασᾶν, ἀπό τε τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, καὶ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μελίσᾳ· εἴδεα πάντα τὰ ἀπὸ τᾶν ἴσαν τᾷ μελίσᾳ ποτὶ τὰ ἀπὸ τᾶν τῷ ἴσῳ ἀλλάλαν ὑπερεχουσᾶν, χωρὶς τᾶ ἀπὸ τᾶς ἐλαχίστας εἴδεος, ἐλάσσονα λόγον ἐξοῦντι, ἢ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τᾶς μελίσας, ποτὶ τὸ ἴσον ἀμφοτέροις, τῶν τε περιεχομένῳ ὑπό τε τᾶς μελίσας, καὶ τᾶς ἐλαχίστας, καὶ τῶ τρίτῳ μέρει τᾶ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ἃ ὑπερέχει ἡ μελίσα τᾶς ἐλαχίστας· ποτὶ δὲ τὰ ἀπὸ τᾶν αὐτᾶν εἴδεα χωρὶς τᾶ ἀπὸ τᾶς μελίσας μείζονα τᾶ αὐτᾶ λόγου.

MANIFESTVM IV.

Idcirco ſi ſimiles figuræ deſcribantur ab omnibus, tum ab ijs quæ ſeſe mutuo æqualiter excedunt, tum ab æqualibus maximæ: figuræ omnes ab æqualibus maximæ deſcriptæ ad eas quæ ab iis quæ mutuo ſeſe æqualiter excedunt, ſine ea quæ à minima fit figura, minorem rationem habebunt quàm quadratum quod à maxima ad æquale duobus tam ei, quod comprehenditur à maxima & minima, & tertiæ parti eius, quod ab exceſſu fit, quo maxima minimam ſuperat : ad eas verò quæ ab iiſdem lineis fiunt figuris, ſine ea quæ à maxima deſcribitur eadem illa ratione maiorem.

ΑΠΟΔ. Pro demonſtratione ſubiungit Archimedes: τὸ αὐτὸ ἔχειν λόγον τὰ ὅμοια εἴδεα τοῖς πρώτοις. Cùm enim figuræ ſimiles duplam habeant [a] rationem ſuorum laterum, ſicuti

quadrata quæ ab ijſdem lateribus fiunt: ſequitur omnia ſimilia polygona eſſe inter ſe, ſicuti quadrata à lineis ijſdem deſcripta.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Contextui huius manifeſti addidimus hæc verba, ἀλλὰ καὶτὸ ὑπὸ τῆς ἴσης τῇ μείζονι, τοῦτο τὸ καὶτὸ ὑπὸ τῆς ἴσης, quamuis ne in manuſcripto quidem eſſent: verum ſine ijs ſenſus non conſtat. Cæterum hic Archimedes definitiones tranſtulerat, quas conuenientiori, vt videtur, loco reſtituimus.

ΓΡΟΤΑ. ΙΒ.

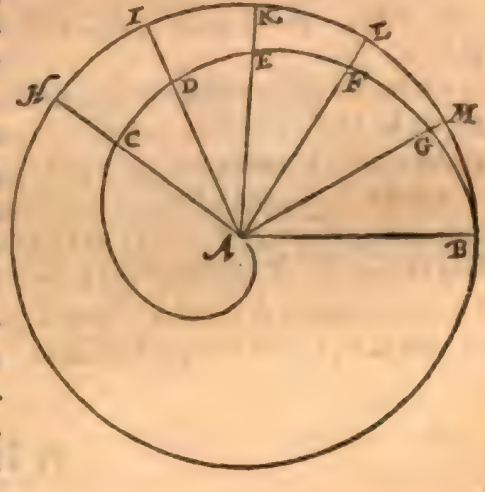
ΘΕΩΡ. Ε.

Εἰκα ποὶ ἰὰν ἕλικα ἰὰν μὴ μίᾳ περιφορᾷ γεγραμμένην, ἀπὸ ἀρχᾶς ἰᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐμπεσοῦσα ὁποιανοῦν ἴσας ποιῆσαι γωνίας ποτ' ἄλλαλας, τῷ ἴσῳ ὑπερέχοντι ἄλλαλαν.

PROPO. XII.

THEOR. V.

Si in ſpiralem vna quidem circumuolutione deſcriptam, à principio ſpiralis, rectæ quotlibet cadant, quæ æquales inter ſe angulos contineant, ſeſe mutuo æqualiter excedent.



ΥΠΟΘ. In ſpiralem A.C.D.B. cuius principium eſt A. & prima linea A.B. à puncto A. incidant lineæ A.C, A.D, A.E, A.F, A.G, & A.B. quæ inter ſe angulos capiant æquales ad A.

ΣΥΜΠ. Dico illas lineas in ſpiralem cadentes ſeſe mutuo pari exceſſu ſuperare, nempè lineam A.B. vincere aliam A.G. pari quantitate, qua A.G. ſibi proximam A.E. excedit: & ita de reliquis.

ΚΑΤΑΣ. Centro A. & interuallo A.B. deſcribatur circulus B. K. H. ad cuius periferiam vſque producantur præcedentes lineæ, quæ ipſi occurrant in punctis H.I.k.L.M. quibus arcus notentur [a] æquales, cùm ſint anguli in centro A. pares.

[a] per 33. l. 6.

ΑΠΟΔ. Quoniam in generatione [b] ſpiralis eo tempore quo linea A.B. decurrerit arcum H.I. decurret, & reliquorum æqualium arcuum ſingulos: Tum illis æqualibus temporibus punctus decurrens in linea A.B. pares ipſius lineæ pertranſit [c] portiones. Portiones autem illæ ſunt exceſſus, quibus ſe inuicem lineæ illæ cadentes ſuperant. Videlicet portio quam punctus deſcribit in linea A.B. tempore quo A.B. linea ambulat arcum H.I. eſt quantitas, qua A.C. ſuperatur ab A.B. Tum portio quam punctus exarat in linea A.B. interſtitio quo linea A.B. pertranſit arcum I.k. eſt differentia lineæ A.E. ſupra lineam A.D. & ita de reliquis. Lineæ ergo in ſpiralem incidentes, & angulis diſtinctæ æqualibus, paribus interuallis differunt, quod fuit probandum.

[b] per defin. 1. huius.

[c] per 1. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc demonſtrat [d] Pappus in collectionibus Mathematicis.

[d] in 20 l. 4.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc constat: quod si spatium omne quod est circa A. punctum, & principium spiralis in partes distribuatur æquales, lineis in spiralem incidentibus, fore vt prima linea sit omnium linearum excessui æqualis. Erit enim prima illa linea incidens, portio lineæ A.B. quam punctus decurrerit eo tempore, quo linea A.B. primum spatium pertransierit: hoc verò eodem tempore absoluit linea A.B. quodlibet reliquorum æqualium spatiorum, & eodem propterea tempore mensurantur omnium linearum in spiralem cadentium excessus. Cùm ergo æqualibus temporibus respondeant [a] æquales portiones cursus puncti in linea A.B. sequitur illas portiones seu excessus esse æquales, & quidem singulas primæ cadenti lineæ, quod illinc deducendum fuit. Hinc rursus constat quod iam diximus xxiv definitionis 4. huius; nempè omnes lineas reuolutionum diuersarum esse æquales, primam, secundam, tertiam, & reliquas. Nam omnes pari prorsus tempore decurruntur.

[a] per 1. huius.

ΛΗΜΜΑ A.

Si tres lineæ ordine sese inuicem æquali excessu superauerint, maxima & minima simul duplæ sunt mediæ.

ΥΠΟΘ. Sint 3 lineæ A, B.E, C.H. in progressione Arithmetica, ita vt B.E. tanto superet A. quanto C H. excedit B.E.

ΣΥΜΠ. Dico A. & C.H. esse duplas mediæ B.E.

[b] per 3. Li. ΚΑΤΑ. Ex B E. resecetur [b] pars B.D. æqualis ipsi A. Tum ex C.H. pars eidem A. æqualis, vt sit D.E. excessus quo B.E. superat A. & H.F. excessus quo C.H. superat B.E. Demum ex C H. resecetur linea æqualis mediæ B.E. quæ sit C.G.

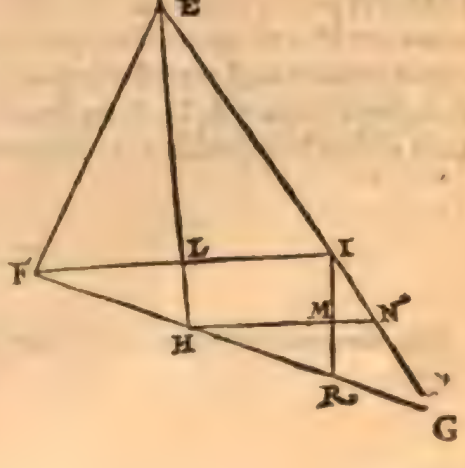
ΑΠΟΔ. Quoniam F.C. est par primæ A. Tum C.G, æqualis mediæ E.B. Est F.G. excessus æqualis excessui E.D. & G.H. eidem excessui D E. par est, quia lineæ æqualiter sese excedunt. Propterea F.H. dupla est ipsius D.E. Deinde quia tres A, B.D, C.F. sunt pares binæ A & C F. sunt duplæ vnius B.D. Ergo ambæ A. & C.H. sunt duplæ mediæ B.E, quod fuit probandum.

ΛΗΜΜΑ B.

Si à iugo trianguli decidit linea in basim bifariam diuidens angulum iugi, duo latera angulum hunc continentia maiora sunt quàm dupla eius quæ à iugo demissa linea.

ΥΠΟΘΕ. Sit triangulus primùm F.E.I. Isosceles, è cuius apice E linea demittatur E.L. diuidēs angulum E. bifariam.

ΣΥΜΠ. Dico F.E, E.I. simul maiora esse quàm dupla E.L.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim cùm anguli E.F.L, & E.I. L. sint [c] æquales, tum qui ad E. pares [d], reliqui ad L. non possunt [e] esse inæquales. Et proinde sunt [f] hi recti, ita vt quodlibet duorum laterum F.E. & I E sit [g] maius catheto E.L. & ex consequenti bina illa simul, maiora sunt quàm huius dupla.

[c] per 5 Li. duo hypot. [d] per 32 Li. [e] per 10 definit. 1. [f] per 29 Li. [g] per 47. Li.

Sit verò triangulus scalenus, qualis est E.F.G. & linea bifariam diuidens apicem E.sit E H.

ΣΥΜΠ. Dico latera F.E, E.G. maiora esse quàm dupla E.H.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur [a] H.N. parallela ipsi F.I. & I.R. æquidistans diuidenti E.H.

ΑΠΟΔ. Linea L.H. est [b] æqualis oppositæ I.M. quia H.I. parallelogrammum est: tum L.I hoc est F.L. (quia F.L, & L.I. sunt [c] æquales) & H.M. sunt [b] pares. Atqui angulus F.L.H. æquus [d] interno L.I.M. est [d] quoque æqualis alteri externo H.M.R. Præterea anguli L.F.H. & M.H.R. æquiparantur [d]. Proinde trianguli F.L.H. & M H.R. sunt [e] æquianguli, & vt F.L æquale est [f] lateri H.M. sic L.H. par est alteri ambienti M R. Et ex consequenti tota I.R. dupla est ipsius L.H. Atqui cùm sit angulus M R.H. acutus, qui deinceps est M.R.G. est [g] obtusus, & latus I.G. subtendit [h] maius quàm sit I.R. Vnde fit vt I.G. cognoscatur maius quàm duplum ipsius L.H. Sunt [i] autem F.E. & E.I. maiora, quàm dupla lineæ E L. Propterea tota latera E.F, & E.G. simul maiora sunt quàm dupla secantis E H. quod fuit probandum.

[a] per 31 l. 1.
[b] per 34 l. 1
[c] per 1 partem huius, & 4 l. 6.
[d] per 29 l. 1
[e] per 32 l. 1.
[f] per 4 l. 6.
[g] per 13 l. 1.
[h] per 18 l. 1
[i] per 1 part. huius ratiocinationis.

ΠΡΟΤΑ. ΙΓ.

ΘΕΩΡ. ς.

Εἶκα διᾶτα γραμμὰ τᾶς ἕλικος ἅπτηται, καθ' ἓν μόνον ἅπτηται σημεῖον.

PROPO. XIII.

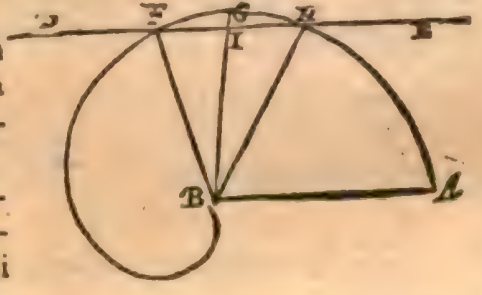
THEOR. VI.

Si recta linea spiralem tetigerit, in vno tantum puncto tanget.

ΤΡΟΘΕ. Tangat linea D.E. spiralem B.G.A.

ΣΥΜΠΕ. Dicam tangere in vnico puncto.

ΚΑΤΑ. Si non in vnico puncto tangit, sed in pluribus, tangat si potest in F. & H. & lineas à principio spiræ B ducamus B.F, B.H. angulumque F.B.H. bifariam partiamur [a] linea B.G.



ΑΠΟΔΕΙ. Etenim excessus B.G. supra B.F. æqualis est [b] excessui lineæ B.H. supra B.G. & proinde binæ F.B, B H. duplæ sunt [c] lineæ B.G. Atqui sunt [d] eædem binæ maiores quã duplæ B.I. Proinde B.I. minor est quàm B.G, & ideò B.G. transit lineam F. H. eamque secat vt in I. Vnde patet D.E. lineam ingredi spatium spiralis, spiralemque secare. Ponebatur autem duntaxat tangere. In duobus ergo punctis non potest tangere quin secet, quod fuit probandum.

[a] per 9. l. 1.
[b] per 12. huius.
[c] per 1. lemma praced.
[d] per 2 lemma proximum.

ΠΡΟΤ. ΙΔ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Εἶκα ποὶ λὰν ἕλικα λὰν ἐν τᾷ πρώτᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ποτιτεῶντι δύο διᾶται ἀπὸ τᾶς σημείας ὀρθὰ λᾶς ἕλικος, καὶ συμβληθέωντι ποὶ λὰν τᾶς πρώτας κύκλας περιφέρειαν· ἃ αὐ ἃ ἐξοῦντι λόγον αἱ ποὶ λὰν ἕ-

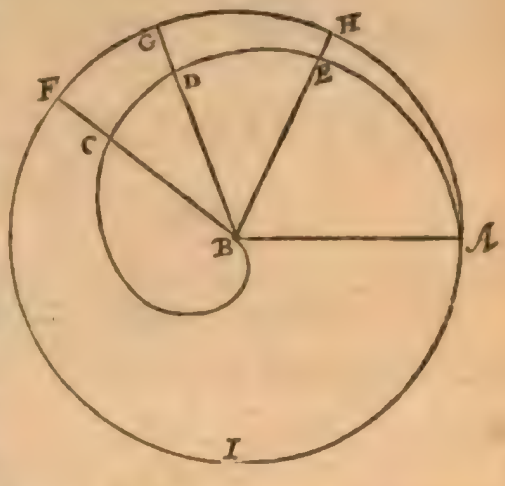
PROP. XIV.

THEOR. VII.

Si in spiralem ex prima reuolutione ortam incidant duæ lineæ à puncto, quod est principium spiralis, & producantur ad circumferentiam vsque primi circuli: eandem rationem inter se habebunt istæ

in ſpiralem incidentes, quam arcus circuli medij inter terminum Spiræ & limites linearum productarum in circumferentia factos, ſumptis in conſequentia arcubus à fine ſpiralis.

λικα ποπτίπτουσαι ποτ' ἄλλαλας, ἐν αἱ ἀφιφέρειαι τῆς κύκλου αἱ μεταξὺ τῆς πρώτης ἕλικος, καὶ τῶν περάτων ἂν συμβληθεῖσαν τῇ ἐπὶ τὰς ἀφιφερείας γινομένων, ἐπὶ τὰ ἀπολαμβανόμεναν ἀπὸ τῆς πρώτης ἕλικος.



ΥΠΟΘ. Sit ſpiralis B.C.D.A. à cuius principio B. cadant in ipſam lineæ B.C, B D.B.E. tranſeantque in circulum vſque primum A.I. H. ſecantes periferiam punctis F.G.& H.

ΣΥΜΠ. Dico lineas B.C, B.D, B.E. inter ſe affectas eſſe, ac arcus A.I.F, A.I.G. & A.I.H. ſumpti à fine ſpiralis A. in antecedentia [a].

ΑΠΟΔ. Cùm enim ſint [b] in generatione ſpiralis motus tam lineæ A.B. quàm puncti decurrentis in B.A. ſibi ipſis vniformes, eo interuallo quo A.B tranſierit arcum A. I.F. punctus perfecerit lineam B.C. Tum eo tempore quo A.B. percurrerit A.I.G. arcum, punctus abſoluerit lineam B. D. Denique qua mora B. A. linea, lata fuerit per arcum A.I.H. punctus fuerit in E. In illis ergo curſibus tempora eadem ſunt. Atqui vt eſt [c] tempus ad tempus, ita arcus ad arcum, vel recta ad rectam. Ergo quoque vt arcus ad arcum, ſic [d] recta ad rectam, quod fuit probandum.

[a] Iuxta 6. defin. huius.

[b] per 1. defi. huius.

[c] per 1. huius, & coral. ipſius.

[d] per 11. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

[e] propoſ. 19. l. 4. Hanc propoſitionem demonſtrauit [e] quoque Pappus in collectionibus Mathematicis, eodem omnino artificio.

PROPO. XV.

THEOR. VIII.

Si in Helicem in ſecunda reuolutione factam lineæ rectæ ceciderint à principio Helicis: eandem rationem huiuſmodi rectæ ad inuicem, quàm dicti arcus cum tota circuli circumferentia ſimul aſſumpta, habebunt.

ΠΡΟΤΑ. ΙΕ.

ΘΕΩΡ. Η.

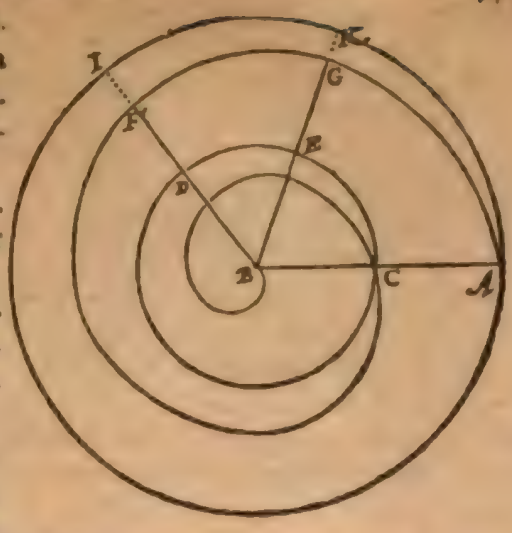
Εἰ εἰς ἕλικα ποτὶ ταὶ ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμέναν ἕλικα ποπτίπτωντι εὐθεῖαι ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος· ἁ αὐ ἁ ἐξουῶπ λόγον αἱ εὐθεῖαι ποτ' ἄλλαλας, ὃν αἱ εἰρημέναι φιφέρειαι μὲθ' ὅλας τᾶς τᾶ κύκλω φιφερείας λαμβανομέναι.

ΥΠΟΘ. Sit ſpiralis ex ſecunda reuolutione orta C.F.G.A. in quam lineæ cadant B.F, B.G, à principio ortus ſpiræ B.

ΣΥΜΠ.

ΣΥΜΠ. Dico lineam B.F. esse ad lineam B. G. vt est arcus C.H.D. primi circuli cum tota circumferẽtia simul assumpta, ad arcum C.H. D. E. cum tota quoque circuli periferia aduocata.

ΚΑΤΑ. Describatur secundus circulus A.I. K, & in eius circumferentiam protrudantur lineæ B.F,B.G. quàm secent punctis I.& K.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Ea mora qua B.A. reuolutionem integram assoluit, & linea B.C. prima describit, circulum primum C.H.D.E. tum rursus qua fertur eadem B.A. per arcum C.H.D. seu per arcum A.I. secundi circuli, punctus interim percurrit lineam B.F. Deinde alia mora qua B.A. post integram reuolutionem pertingit vsque ad E. vel K. eadem punctus peruenit in G. Propterea tempora sunt æqualia in illis cursibus. Atqui vt se habent tempora, ita se habent [b] decursi arcus, vel inambulatæ lineæ. Ergo vt arcus C.H.D. cum tota circumferentia C.H.D.E. ad arcum C. H.E. cum tota circumferentia C. H. D. E. ita est [c] B.F. ad B. G. quod fuit probandum.

[a] per 1. definit. huius.

[b] per 1. huius.

[c] per 11. l. 5.

ΦΑΝΕΡΟΝ E. MANIF. V.

Τὸν αὐτὸν δὴ τρόπον δειχθήσεται, καὶ εἴπερ ποτὲ ταὶς ἐν τῷ τρίτῃ περιφορᾷ γεγραμμέναις εἴλιξι ποτιπέσωσι εὐθεῖαι, τὸν αὐτὸν λόγον ἐξουσῖν ποτ' ἀλλάλας, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μετ' ὅλας ἁπλᾶς τᾶς κύκλω περιφερείας δὶς λαμβανομένας. Ομοίως δὲ καὶ αἱ ποτὶ ταῖς ἄλλαις εἴλιξι ποτιπίπτουσαι δείκνυνται, ὅτι τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον, ὃν αἱ εἰρημέναι περιφέρειαι μετ' ὅλας ἁπλᾶς τᾶς κύκλω περιφερείας, τοσαυτάκις λαμβανομένας ὅσος ὁ ἐπὶ ἑλάσσονα ἀριθμὸς τᾶν περιφορᾶν· ἀ δ' εἴπερ αἱ ποτιπίπτουσαι αἱ ἑκατέρα ποτὶ τὸ πέρας ταῖς εἴλικος πίπτῃ.

Hoc ipso modo demonstrabitur, quod si in spiralem ex tertia reuolutione ortam ceciderint rectæ lineæ, eandem inter se rationem habebũt quam dicti arcus cum integra circuli circumferentia bis accepta. Similiter verò omnes cadentes in alias spirales demonstrantur eandem habere rationem quam dicti arcus cum integra circuli circumferentia toties assumpta, quotus est vnitate minor reuolutionum numerus, licet alterutra cadens in finem spiralis incidat.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc manifestum non alia via demonstratur, quàm præcedens propositio. Cùm enim sit semper eadem mora decursus propositorum arcuum cum dictis circumferentijs, quæ decursus linearum, sunt arcus inter se cum repetitis circumferentijs, sicuti cadentes lineæ. Cæterum notandum est Archimedem non explicare, quorumnam circulorum repetendæ sint circumferentiæ.

Dicimus itaque repetitionem huiusmodi integrarum circumferentiarum intelligi de præcedenti circulo. Vt si lineæ inciderint in spiram secundæ reuolutionis, circumferentia repetetur primi

circuli, ſicut egimus in ſuperiori propoſitione: Si in ſpiram tertiæ circumductionis, repetetur periferia ſecundi circuli, & ita de reliquis: quod quidem ex 18. & 19. propoſitionibus ſequentibus apertè colligitur. Verba autem extrema manifeſti, ἢ ὅπερ ἀ πανπέλας ἀ ἐκατέρα πρὸ τὸ πέρας τῆς ἕλικος πίπτει: Sic intelligenda ſunt, vt ſi quædam ex incidentibus ceciderit in finem alicuius reuolutionis, tota ſit capienda circumferentia loco arcus. V. g. in diagrammate propoſitionis, ſi A.B. fuerit ex cadentibus, alia verò B.G: Erit circumferentiæ circuli primi C. H. D. E. bis repetita, ad arcum C. H. D. E. cum circumferentia tota circuli, vt B. A. ad B. G. Vel denum ſi cadentium duæ inciderint altera in finem vnius ſpiralis, vt putà B. C. in finem primæ ſpiræ, altera in finem alius, vt B. A. in terminum ſecundæ. Erit linea ad lineam, vt circumferentia vna ad duas circumferentias. Atque etiam eſt B. C. dimidia totius B. A. vt antea diximus.

Si verò B. A. caderet in finem tertiæ ſpiræ, ter repetereetur circumferentia, & eſſet vna ad tres, vt linea ad lineam. Atque ita de cæteris.

PROPO. XVI.

THEOR. IX.

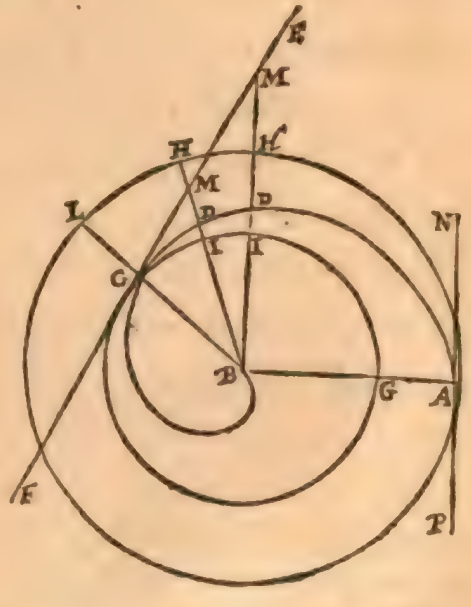
Si ſpiralem ex prima reuolutione ortam, recta linea tetigerit, & à contactu recta linea ducta fuerit ad punctum quod principiũ ſit ſpiralis, quos facit angulos tangens cum hac ducta inæquales erunt, & quidem qui in antecedentia vergit, obtuſus eſt, qui in conſequentia, acutus.

ΠΡΟΤΑ. Ις.

ΘΕΩΡ. Θ.

Εἰ ἐπὶ τᾶς ἕλικος ἁπτομένη τις εὐθεῖα γραμμὴ ἐπιζευχθῇ ἐπὶ τὸ σημεῖον ὅθεν ἄρχεται ἡ ἕλιξ· ἀ ποιεῖ γωνίας ἃ ἐφάπτεται τᾶς ἕλικος, ἀ μὲν ἐν τοῖς προάγουσι ἀμβλεῖα, ἀ δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις ὀξεῖα.

Eſto ſpiralis ex prima reuolutione generata B. C. D. A. tacta à linea F. E. puncto C. à quo ducatur linea C. B. ad exordium ſpiralis.



ΣΥΜΠ. Aio inæquales eſſe angulos B. C. E, & B. C. F. & eum quidem qui ad antecedentia tendit, nempè B. C. E. obtuſum eſſe: alium verò qui antecedentia reſpicit, ſcilicet B. C. F. eſſe acutum.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. C. deſcribatur circulus C. I. G. Hic quidem infra ſpiram deprimitur in antecedentibus, erigitur verò ſupra ſpiram in conſequentibus. Nam nulla linea à puncto B. cadere poteſt in partem ſpiralis C. A. quæ non ſit maior quàm B. C. vt B. D. maior eſt, quàm B. C. ea ratione, qua pars helicis B. C. D. maior eſt parte eiuſdem B. C. Æqui radij debent eſſe æquales. Proinde B. D. alicubi incidit in circulum G. C. I. & proinde circulus infra ſpiram eſt.

4 part 14. huius.

Contra verò nulla linea ducetur in antecedentibus lineæ B.C. à puncto B. in ſpiralem, quæ non ſit minor quàm B.C. quæque non debeat produci longiùs, vt à ſpira attingat circumferentiam circuli, & idcirco illa circumferentia ſupra ſpiram eſt. Linea autem F.E. tangit tantum, non ſecat ſpiram, omnemque ſui partem habet [a] extra ſpiram, & ideò extra circulum in antecedentibus: proindeque maior eſt angulo mixto B.C.I, & ex conſequenti, quolibet [b] acuto angulo rectilineo, vel ergo rectus eſt vel obtuſus: Si rectus ponatur, tangit [c] E.F. circulum C.I.G. ita vt nihil repugnet quominus ducamus [d] lineam B.M. à centro B. in tangentem E.F, ita vt pars extra circulum I.M, ſit ad radium B.C, vel B.I, in minori ratione quàm arcus I C. ad datum arcum I. C.G. Tandem deſcribatur circulus primus, in quem cadant lineæ B.M. & B.C. punctis L. & H.

[a] per 15 huius.
[b] per 16 l. 3.
[c] per coroll. 16 l. 3.
[d] per 5. huius.

ΑΠΟΔ. Quoniam linea M.I. minorem rationem habet, ad I.B. quàm arcus I.C, ad arcum I.C.G, componendo [f] tota M.B eſt in minori ratione ad I.B, quàm totus arcus I.C.G, ad arcum C.G. hoc eſt [g] quàm arcus H.L.K.A, ad arcum L.K.A. Verùm vt eſt arcus H.L.K.A, ad arcum L.K.A. ſic eſt [h] linea B.D. ad lineam B.C, ſeu ad B.I. Ergo M.B. habet [i] ad I.B. minorem rationem quàm D.B. ad I.B. Propterea B.M. minor eſt [l] quàm B.D. Et ita linea F.E. non ſupra ſpiralem eſt in antecedentibus, ſed infra, quod eſt abſurdum, vt oſtendimus. Ergo E.C.F. non tangit circulum C.G.I. nec eſt angulus B.C.M. rectus, ſed obtuſus. Et ex conſequenti qui deinceps eſt B.C.F. acutus eſt [m], quod fuit probandum.

[e] per fabricam.
[f] per 18 l 5.
[g] per coroll. 33. l. 6 ex Clauio.
[h] per 14. huius.
[i] per 11. l 5.
[l] per 8 l 5.
[m] per 13 l 1

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Age lineam B.M. quocumque modo, & ex hypotheſi ſuppone M.I. habere minorem rationem ad I.B. quàm arcus ad arcum; quoniam hoc fieri nihil impedit à parte naturæ cum aliquo modo fiat [n]: Poſito verò poſſibili, abſurdi nihil ſequitur: At numquid apertiſſimè propoſitio concluditur? Equidem hic ſe problema agendum offerretur, omnia eſſent geometricè exequenda, & κατὰ θεωρίαν: verum res tantum cognoſcenda proponitur, in cuius veritatis inueſtigatione ſi ratiocinando aliquid poſſibile aſſumpſero, ſyllogiſmus propterea ἀπὸ λογισμοῦ vitij argui nequaquam poteſt.

[n] per 5. huius.

ΦΑΝΕΡΟΝ ς'.

Ομοίως δὴ δειχθήσεται, καὶ εἰκὰ ἐπιψαύουσα ἐλικος κατὰ τὸ πέρας ἐπιψαύῃ, τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

MANIFEST. VI.

Similiter verò demonſtrabitur, quod ſi tangens ſpiralem in fine ipſius tetigerit, idem omnino ſequetur.

Eſto linea quæ ſpiralem tangat in termino ſpiræ.

ΑΠΟΔ. Eadem concluſio ſequetur, eritque angulus B.A.P. obtuſus: & alius B.A.N. acutus: quod producto paululum motu ſpiræ, eadem prorſus ratiocinatione demonſtrabitur.

ΠΡΟΤΑ. ΙΖ.

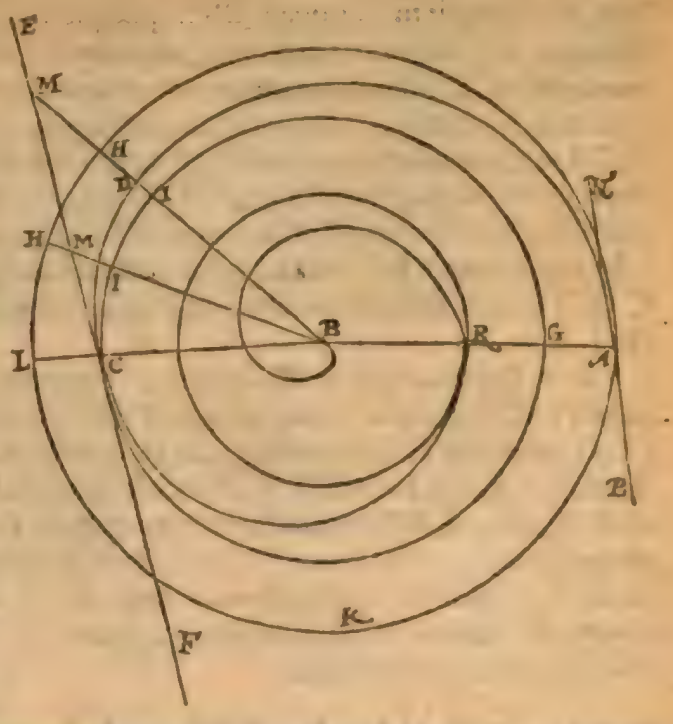
ΘΕΩΡ. Ι.

Καὶ τίνων εἰκὰ ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γιγραμμένης ἐλικος ἐπιψαύῃ ἡ δοθεῖα· τὸ αὐτὸ συμβήσεται.

PROPO. XVII.

THEOR. X.

Quinimò ſi ſpiralem ex ſecunda reuolutione natam recta linea tetigerit, idem accidet.



ΥΠΟΘ. Esto spiralis ex secunda reuolutione orta R. C. A. quã tangat E. F. in puncto C. à quo ducta sit ad B. linea C.B.

ΣΥΜΠ. Dico angulum B.C.E. ad antecedentia vergentem, esse obtusum, alium verò B.C.F. acutum.

ΚΑΤΑ. Describatur centro B. & interuallo C.B. circulus C.I.G. & quia circuli arcus C.I. infra spiram est, & multo magis infra lineam tangentem, quæ est supra spiram, angulus E.C.B. est vel rectus, vel recto maior: si recto maior, habemus quod quærimus. Si duntaxat rectus, linea E.F. tangit circulum C.I G. Possibile ergo est à puncto B. in tangentem lineam ducere, putà B.M. cuius pars extra circulum I.M. minorem rationem habeat ad I. B. quàm arcus I. C. ad arcum I. C. G.

ΑΠΟΔΕΙ. Repete verba præcedentis demonstrationis, quæ hic accommodari perbellè possunt.

MANIF. VII.

Eadem verò accident, & si tangens per terminum spiralis attingat. Similiter verò demonstrabitur, quòd si spiralem ex quacumque (reuolutione) natam recta tetigerit, etiam in fine ipsius, quòd inæquales angulos faciet ad eam, quæ à tactu ad principium spiræ coniungitur: & eum quidem qui fiet in antecedentibus, obtusum, alium verò in consequentibus acutum.

ΦΑΝΕΡΟΝ Ζ.

Τὰ δ' αὐτὰ συμβήσεται, κὴ εἴκα ἀ ἁπτομένα κατ' τὸ πέρας τᾶς ἕλικος ἅπτοιτο. Ὁμοίως δὲ δειχθήσεται, κὴ εἴκα τᾶς ἐν ὁποιαοῦν γεγραμμένας ἕλικος ἅπτοιτο τις εὐθεῖα, κὴ εἴκα κατ' τὸ πέρας αὐτᾶς, ὅπ ἀνίσους ποιήσει τὰς γωνίας ποτὶ ταὶ ἀπὸ τᾶς ἁφᾶς ἐπιζευχθείσαν ἐπὶ τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικος· κὴ τὰν μὲν ἐν τοῖς προηγουμένοις ἀμβλείαν, τὰν δὲ ἐν τοῖς ἑπομένοις, ὀξείαν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Manifestissimè patet hoc manifestum ex præcedentibus demonstrationibus, vt non sit opus in eo immorari diutius.

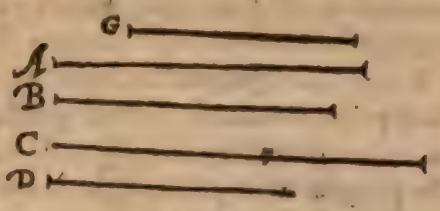
ΛΗΜΜΑ.

Si quatuor magnitudinum prima fuerit minor tertia, & ſecunda maior quarta: prima minorem rationem habebit ad ſecundam, quàm tertia ad quartam. Contra verò ſi prima fuerit maior tertia, & ſecunda minor quarta, prima maiorem habebit rationem ad ſecundam, quàm tertia ad quartam.

ΥΠΟΘΕ. Sit A. prima minor tertia C. Tum ſecunda B. maior quarta D.

ΣΥΜΠ. Dico A. eſſe ad B. in minori ratione, quàm ſit C. ad D,

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Nam ſi A. eſſet ad B. vt C. ad D. ſequeretur [a], vt quemadmodum A. minor eſt quàm C, ſecundam B. eſſe quoque minorem quarta D. contra hypotheſim. Tum ſi A. maiorem haberet rationem ad B. quàm C. ad D. & poneretur G. eſſe ad B. vt C. ad D. eſſet [b] G. minor quàm A. & multo minor quàm C. Et quia G. eſſet ad B. vt C. ad D. ſequeretur [a], B. eſſe minorem quàm D. ſicuti G. eſt minor quàm C. quòd rurſus eſt contra hypotheſim.



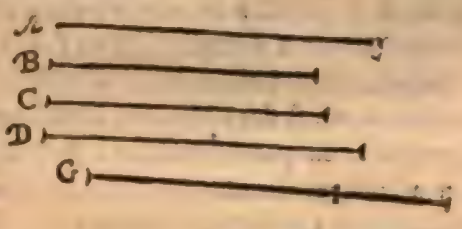
[a] per 14. l. 3

[b] per 8. l. 5

Eſto nunc A. maior quàm C. & B. minor quàm D.

ΣΥΜΠ. Dicam A. habere maiorem rationem ad B. quàm C. ad D.

ΑΠΟΔ. Nam ſi A. eſſet ad B. vt C. ad D. feret [a] vt ſicuti A. eſt maior C. ſic B. eſſet maior D. contra hypotheſim. Vel ſi A. ponatur habere minorem rationem ad B. quàm C. ad D. Et eſſe C. ad aliam G. ſicuti A. eſſet ad B. hoc eſt in minori ratione quàm ſit idem C. ad D. ſequeretur [b] G. eſſe maiorem quàm D. & multo maiorem quàm B: tamen cùm ſicut A. ad B. ſic eſſet C. ad G, oporteret vt quemadmodum A. excedit C. ſic B. excederet G. cuius iam contrarium collegimus. Admittendum ergo eſt lemma, ne in abſurda incidamus.



ΠΡΟΤΑ. ΙΗ.

ΘΕΩΡ. ΙΑ.

Εἶτα τῆς ἕλικος λαβὼν τὸ πρῶτον περιφορᾷ γεγραμμένας διπλᾶ γραμμὰ ἁπτέσθω κατὰ τὸ πέρας τῆς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τοῦ σημείου ὅ ἐστιν ἐν ἀρχῇ τῆς ἕλικος, πρὸς ὀρθὰς ἀχθῇ τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς· ἡ ἀχθεῖσα συμπιπτέτω τῇ ἁπτομένῃ, κατὰ τὸ μεταξὺ διπλᾶ τῆς ἁπτομένης, καὶ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος ἴσα ἐστέτω τῷ τοῦ πρώτου κύκλου περιφερείᾳ.

PROPO. XVIII.

THEOR. XI.

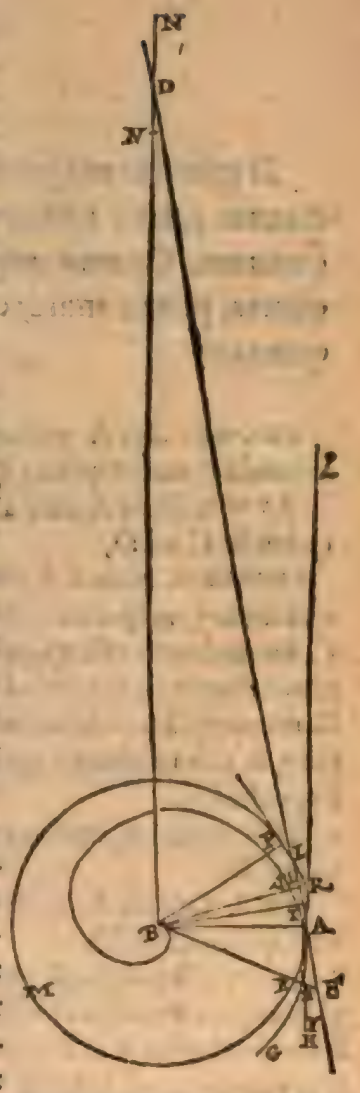
Si ſpiralem ex prima circumvolutione ortam, recta linea tetigerit in termino ſpiræ: A puncto verò quod eſt in principio ſpiræ, quædam ducatur ad angulos rectos ei quæ eſt principium reuolutionis, ducta incidet in tangentem, & ipſius quæ pars media erit inter tangentem, & principium ſpiræ, æqualis erit periferiæ primi circuli.

ΥΠΟΘ. Exponatur ſpiralis è prima reuolutione nata quam tangat in termino linea F.A.D. angulum conſtituente [a] B.A.D. acutum: vnde conſequatur vt lineam à puncto B. principio ſpiræ perpendiculariter eductam ad lineam A.B. principium reuolutionis, incidere [b] in dictam tangentem, vt in puncto D. deformetur rurſus primus circulus A.M.L.

[a] per 16 vel 6 manifeſt huius.

[b] per vltimam com. ſent.

ΣΥΜΠ. Dico partem B.D. perpendicularis mediam inter tangentem & ſpiræ principium B. eſſe æqualem circumferentiæ primi circuli A.M.L.



ΚΑΤΑΣ. Neganti lineam D.B. illi circumferentiæ eſſe æqualem, neceſſe eſt fateri maiorem eſſe vel minorem. Primò ponatur linea B.D. minor, & ab ea partem reſecemus [c] B.N. minorem quàm B.D. ſed maiorem dicta circuli circumferẽtia. Tum quia angulus D.A.B. acutus eſt, linea tãgens ſecat [d] circuli primi circumferentiam, putà punctis A. & L. Eſtque A.L. minor diametro circuli, quia non agitur per centrum. Nihil propterea impedit, quin à puncto B. perpendicularis ducatur in A.L. quæ ſit B.I. quæque triangulum conſtituat B.A.I. æquiangulum magni B.A.D. Nam anguli ad A.B.D. & B.I.A. ſunt recti, & communis eſt angulus ad A. & ideò reliqui manent, æquales, lateraque proportionalia [e]. Ita vt cùm A.B. habeat [f] ad B.N. maiorem rationem quã ad B.D. Etiam A.B. ſit [g] ad B.N. in maiori ratione quàm A.I. ad I.B. A centro itaque B. ducatur [h] linea B.F. in tangentem F.D. ſeu in ſecantem circulum, ita vt F.E. ſit ad iunctã E.A. in eadem ratione quæ eſt data lineæ A.B. ad lineam B.N. hoc eſt maiori, quam ſit ea quæ eſt dimidiæ A.L. datę in circulo, ſeu lineæ A.I. ad perpendicularem B.I. à centro eductam. Portigatur demum ſpira vſque in G. fiatque ſcilicet A.G. ſecundæ reuolutionis. Hanc partem ſpiræ ſecabit neceſſario linea B.F. vt in puncto H. quia primi circuli circumferentia infra hanc partem deprimitur [k]. Tum ſpiralis infra tangentem eſt: alioqui tangens ſecaret ſpiralem nec tantum tangeret.

[c] per 4. huius.

[d] vt in 16. oſtendimus

[e] per 32 l. 1.

[f] per 4 l. 6.

[g] per 8. l. 5.

[h] per 11. l. 5

[i] per 7. huius.

[k] per 15. huius.

ΑΠΟΔ. F.E. facta eſt ad E.A. vt A.B. vel ei æqualis E.B ad B.N. Et viciſſim [l] F.E. eſt ad E.B. vt E.A. ad B.N. Eſt [m] autem E.A. in minori ratione ad B.N. quam ſit arcus A.E. ad circumferentiam circuli primi. Eſt enim quatuor magnitudinũ prima E.A. minor quàm tertia arcus E.A. & ſecunda B.N. maior eſt quarta nempè circumferẽtia circuli. Igitur F.E. eſt [n] ad E.B. in ratione minori quàm arcus E.A. ad totam circuli circumferentiam. Et componendo [o] tota F.B. eſt ad E.B. in minori ratione quam arcus A.E. cum tota circuli circumferentia ad eandem circuli circumferentiam, hoc eſt [p] quàm B.H. ad B.A. vel ad B.E. Itaque B.F. minorem haberet rationem ad B.E. quàm H.B. ad eãdem B.E. quod eſt [q] abſurdum: maior etenim eſt F.B. quam H.B. Abſurdum ergo quoque eſt lineam D.B. maiorem eſſe circuli circumferentia.

[l] per 16 l. 5.

[m] per lẽma ſ. huius.

[n] per 18. l. 5

[o] per 25. l. 5

Quod ſi ſecũdo dicatur B D minor circumferentia circuli. ΚΑΤΑΣ. Sumatur [r] B.N. maior quidem quàm B.D. ſed adhuc minor circumferentia circuli. Tũ ducatur [s] A.Q. tangens circulum in A. Et quia ratio A.B. ad vltimam B.N. minor eſt ea, quam eadem A.B. habet ad B.D. etiam minor eſt ea quam habet A.I. ad I.B. ex prędemõſtratis: poſſumus à puncto B. lineam B.R. ducere [t] in tangentem A.Q. per datam A.L. in circulo: ita vt pars O.S. inter datam & circuli circumferentiam ſit ad A.R. vt eſt A.B. ad B.N. Hæc B.R. ſecet ſpiralem in V. Fiat [u] demum angulus A.B.P. æqualis angulo R.B.A. & à puncto P. tangens ducatur quæ vſpiã incidat in lineam B.R. cùm ſit angulus P.B.R. minor recto. Incidet autem in punctũ R. Nã cùm anguli P.B.R. & R.B.A. ſint æquales, & qui ad A. & P. recti, ſequitur [x] triãgulos eſſe æquiãgulos, & A.B. eſſe [y] ad B.R. vt P.B. ad latus, quod eſt inter B. & incidentiam lineæ tangentis ductę à P. in B.R. ſed ſunt æquales B.A. B.P. Ergo quoque B.R. eſt [z] æqualis illi lateri. Et proinde tãgens ducta à P. incidit in R. ſuntque [a] P.R. & R.A æqualia latera triangulorum æquiangulorum.

[r] per 31 l. 1.

[s] per 8 huius.

[t] per 23. l. 1

[u] per 23. l. 1

[x] per 7 l. 5.

ΑΠΟΔ. Quoniam S.O. eſt ad R.A. vt A.B. ad B.N. permutãdo S.O. eſt ad A.B. vt R.A. ad B.N. Verùm A.R. eſt [b] ad B.N. in maiori ratione quam arcus O.A. ad circuli circũferentiam. Magnitudinũ enim 4 prima A.R. eſt maior tertia nempè arcu O.A. nam li-

nearum P.R.A. & P.O.A. in eãdem partem cauarũ maior est [a] P.R.A. includẽs quam inclusus arcus P.O.A. Ergo & medietas A.R. totius P.R.A. maior est [b] medietate O.A. arcus P.O.A. Tum secũda B.N, est minor quarta, scilicet circũferentia circuli. Proinde S.O. pars est [c] quoque ad A.B. hoc est ad totã B.O, in maiori ratione quam arcus O.A, ad totã circũferentiã circuli: Et ex cõsequenti tota B.O, est [d] ad reliquam partem B.S, in maiori ratione quam tota circuli circũferentia ad reliquũ arcũ A.M.P.O, hoc est [e] quã A.B, seu B.O, ad B.V. Sicque eadem B.O, haberet ad B.S, maiorem sui partem, maiorem rationem quam ad minorem B.V. contra [f] Geometriæ decreta. Absurdum ergo est rursus B.D, esse minorem circumferentia circuli: qua quidem si neque maior, neque minor sit, superest ei sit æqualis, quod fuit probandum.

[a] per 3. hyposth l. 1. de Sphær. & cyl.
[b] per 15 l 5
[c] per 11. l 5.
[d] per 1 lem. ad 32 l. de conoidib. & Sphær.
[e] per 14. huius.
[f] per 8 l 5.

ΠΡΟΤ. ΙΘ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Εἰ δὴ κ͵τ͵ τῆς ἐν τῇ δευτέρᾳ φορᾷ γραμμένας ἕλικος κ͵τ͵ τὸ πέρας ἁπτομένη εὐθεῖα, καὶ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος ἀχθῇ τις πρὸς ὀρθὰς τῇ ἀρχῇ τῆς φορᾶς, συμπεσεῖται αὐτὰ πού τῆς ἁπτομένης, καὶ ἔσται ἡ εὐθεῖα ἡ μεταξὺ τῆς ἁπτομένης καὶ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος, διπλασία τῆς ἐκ δευτέρου κύκλου περιφερείας.

PROP. XIX.

THEOR. XII.

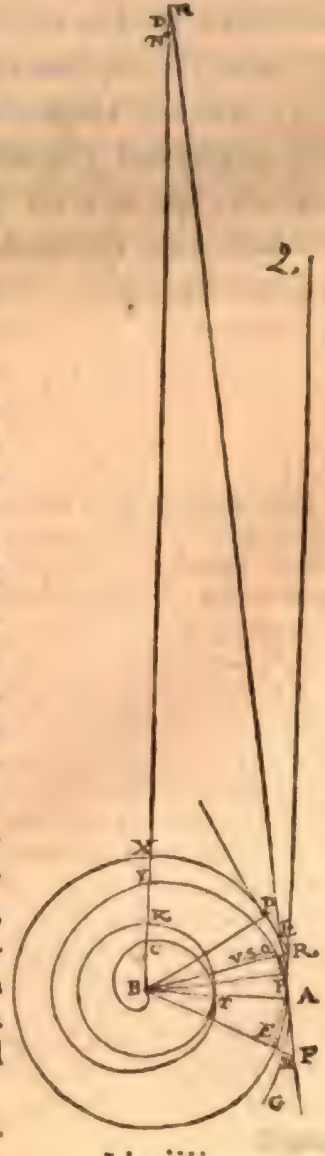
At si spiralem ex secunda reuolutione ortam in termino tetigerit recta linea, & à principio spiræ ducatur aliqua ad angulos rectos, lineæque sit initium reuolutionis: ipsa coincidet in tangentem, & erit recta media inter tangentem & principium spiræ dupla circumferentiæ secundi circuli.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Esto ex duplici reuolutione orta voluta T. Y. A. quæ tangatur in termino A. linea F. A. D. primus circulus sit T. M. K. Secundus A. X. P. Erigatur demum à principio reuolutionum B. perpendiculariter B. D. incidens [a] in tangentem A. D. quia angulus B. A. D. est [b] acutus.

ΣΥΜΠ. Aio lineam B. D. inter tangentem & principium spiræ esse duplam circumferentiæ secundi circuli.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam A. D. tangens secat secundum circulum, (alioqui angulus B. A. D. esset [c] rectus) habemus in circulo datam A. L. diametro minorem: in quam ducamus perpendicularem B. I. qua fiat [d] rectangulus triangulus B. A. I. æquiangulus, & laterum homologorum cum triangulo B. A. D. ita vt A. I. sit ad I. B. vt A. B. ad B. D. Negato verò quod B. D. sit dupla periferia secundi circuli, oportet necessario ipsam maiorem esse vel minorem quàm duplam. Ponamus [e] primò maiorem esse, & fiat B. N. minor quidem P. D. maior vero duplo circumferentiæ circuli secundi. Et quia A. B. habet maiorem rationem ad B. N. quam ad B. D. [f] hoc est [g] quam A. I. dimidia datæ in circulo, ad B. I. perpendiculare, possibile est [h] à centro B. in F. A. D. duci lineam B. F. cuius pars F. E. sit ad iunctam E. A. in ratione data, nempe vt B. A. ad B. N. Quoniam vero tangens F. A. D. egreditur circulum ab A. versus F. tangitque dumtaxat spiralem, effertur supra circulum & spiralem, ita vt B. F. vtrumque secet, circulum in E. spiralem in H. Spiralis enim circulum supereminet quia vt est arcus A. E. cum tota circumferentia circuli secundi ad totam circumferentiam, ita est [h] B. H. ad B. A. seu ad B. E.

ΑΠΟΔ. Existente F. E. ad E. A. vt A. B. vel E B. ad B. N.



[a] per vltim. comm sent.
[b] per 17. huius.
[c] per 17. l. 3.
[d] per prim demonstr.
[e] per 4 huius.
[f] per 8. l. 5.
[g] per 11. l 5.
[h] per 7 huius.

vicissim [a] F. E. est ad E. B. vt E. A. ad B. N. Est [b] autem E. A. ad B. N. in minori ratione quã arcus A. E. ad duplum circúferentiæ circuli secundi A. O. R. Ergo F. E. est ad E. B. in minori ratione, quam arcus A. E. ad duplam circuli secundi periferiam: & componendo [c] F. B. est ad B. E. in minori ratione quàm arcus A. E. cum duplici periferia secundi circuli ad eandem duplicem periferiam, hoc est [d] quam B. H. ad B. A. seu ad B. E. quod est [e] absurdum: Maior enim ad eandem maiorem habet rationem quam minor. Absurdum ergo quoque est B. D. maiorem esse duplo circumferentiæ secundi circuli. Rursus absurdum esse dicere B. D. minorem eodem circumferentiæ duplo, probabimus pari artificio quo in præcedenti propositione vsi sumus, quod hic ita conuenit, vt non videatur transcribenda.

a per 16 l. 5
b per lemma ad 11 huius
c per 18 l. 5.
d per 15 huius.
e per 8. l. 5

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc patet quod monuimus φανερὸν manifesti 5. huius: Nam si repetitio fieret integrarum circumferentiarum circuli primi non secundi, cùm hic arcus A. E. respondeat spirali A. H. ex tertia reuolutione ortæ, minimè sequeretur conclusio.

MANIF. VIII.

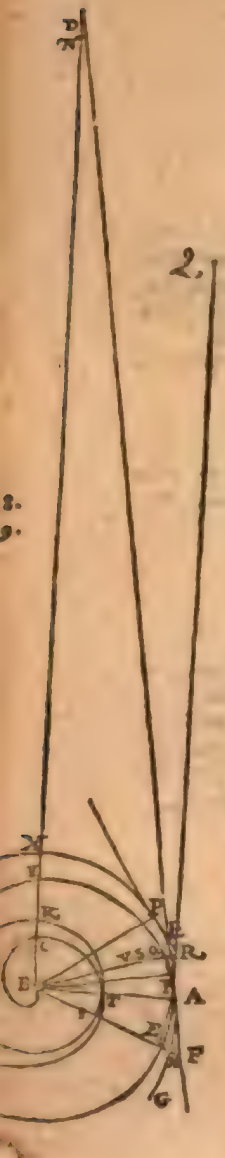
Hoc ipso modo demonstrandum est, quod si spiralem ex quacumque circumuolutione natam tangat quędam recta in termino spiræ: tum ab initio spiralis ducatur linea recta ad principium reuolutionis, cadet in tangentem, totuplexque erit circumferentiæ circuli, quotus est numerus reuolutionis denominatus ab eodem numero.

ΦΑΝΕ. H.

Διὰ δὲ τῆς αὐτῆς ζήτου δεικτέον, ὴ εἴκα πᾶς ἐν ὁποιαοῦν φερείᾳ γεγραμμένας ἕλικος ἁπτομένη τῆς διχοτομίας κατὰ τὸ πέρας τῆς ἕλικος, ὴ ἀπὸ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος πρὸς ὀρθὰς ἀχθεῖσα τῇ ἀρχῇ τῆς φορᾶς, συμπεσεῖται πρὸ τῆς ἐφαπτούσης, πολλαπλασία δὴ τῆς τοῦ κύκλου περιφερείας, τοῦ κατὰ τὸν ἀριθμὸν τῆς φορᾶς λεγομένου τῷ αὐτῷ ἀριθμῷ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In contactu spiralis à prima reuolutione orta, perpendicularis ostensa est *f*, æqualis circumferentiæ primi circuli. Tum in contactu Helicis secundæ reuolutionis perpendicularem demonstrauimus *g* duplam circumferentiæ secundi circuli. Innuit præterea hoc manifestum, in contactu spiralis tertiæ reuolutionis, perpendicularem ductam à principio reuolutionis super linea quæ est ortus circumuolutionis, comprehensam inter tangentem & spiræ principium, esse triplam tertij circuli: & ita deinceps. Quod non alio ostenditur artificio, quàm quo superius vsi sumus. Porro hinc deduceremus absolutam solutionem quadraturæ circuli, quæ tandiu omnium Geometrarum animos torsit, si linea spiralis nihil mechanicum redoleret, simplicique circini circumductione deformaretur. Hinc etenim suppeditaretur nobis linea circumferentiæ circuli æqualis: circuli inquam cuiuscumque. Faceremus enim principium reuolutionis radium expositi circuli. Habita vero recta pari periferiæ datæ circuli, reliquæ quadrationi prima libri dimensionis circuli propositio sufficeret. Verum istæc pampini modo circumductio seu proportio motiua lineæ circumuolutæ, & puncti in eadem decurrẽtis, vix in artem cadere potest. Nihilominus qui volet defendere Helixographi circini operationem, quæ vnica reuolutione opponet communem βιβλίων materia etiã constare, manu duci, oculis videri, sensu tangi: nec propterea mechanicas ipsius censeri operationes, admitti eas à Geometris: licere propterea mathematicam fidem etiam illi εὐξυχάφῳ præstare. At compositio vni detrahit quod alteri simplicitas concedit. Tum circulum mens breuiter concipit, quæ in apprehendenda helica turbatur. Motus simplex familiaris est, atque hoc circulus constat: mixtus vero seu compositus quo voluta oritur, remotior est à commun conceptu, difficiliusque phantasiæ inhæret, eoque facilius in errorem est præ-



ceps. At indignum est mathematica certitudine quodcumque primo intuitu non patet, vel perspicua ratiocinatione non elicitur, vel perplexum est, vel mixtum, vel compositione suaerroneum. Et nihilominus si quid admittendum fuerit extranei artificii, nec omnino simplicis in quadrando circulo, nihil artificiosius, nihil subtilius, nihil exquisitius & veritati magis consentaneum admitti in hoc negotio potest, quam sit hæc spiralium linearum circulorum circumferentiis æqualium inuentio: vt sic quodcumque habeamus de circuli dimensione magis absolutum, Archimedi debeatur.

ΠΡΟΤ. Κ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΓ.

Εἶτα τῆς ἕλικος τῆς ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γεγραμμένης εὐθεῖα γραμμὴ ἐπιφανὴς μὴ κατὰ τὸ πέρας τῆς ἕλικος· ἀπὸ δὲ τῆς ἀφῆς ἐπὶ τὴν ἀρχὴν τῆς ἕλικος εὐθεῖα ἐπεζεύχθω, καὶ κέντρῳ μὲν τῷ ἀρχῇ τῆς ἕλικος, διαστήματι δὲ τῷ ἐπιζευχθείσῃ, κύκλος γεγράφθω· ἀπὸ δὲ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος ἀχθῇ τις ποτ' ὀρθάς· τὰ ἀπὸ τῆς ἀφῆς ἐπὶ τὴν ἀρχὴν τῆς ἕλικος ἐπιζευχθεῖσα συμπεσεῖται αὐτῇ ποτὲ τὴν ἐπιφάνειαν, καὶ ἐστῖται ἡ μεταξὺ εὐθεῖα τῆς τε συμπτώσεως καὶ τῆς ἀρχῆς τῆς ἕλικος, ἴσα τῇ περιφερείᾳ τοῦ γεγραμμένου κύκλου τῇ μεταξὺ τῆς ἀφῆς, καὶ τῆς τομῆς, καθ' ὃ τέμνει ὁ γραφεὶς κύκλος τὴν ἀρχὴν τῆς περιφορᾶς, ἐπὶ τὰ προγεγραμμένα λαμβανομένης τῆς περιφερείας ἀπὸ τοῦ σημείου τοῦ ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς.

PROP. XX.

THEOR. XIII.

Si spiralem in prima reuolutione factam recta linea tetigerit non in termino spiræ, à contactu verò ad principium volutæ recta iungatur, tum centro quidem principio spiralis, interuallo vero illa iuncta, circulus describatur: à principio præterea spiralis agatur aliqua ad rectos angulos: quæ à contactu ad principium helicis iungitur, cadet in tangentem, & erit recta inter concursum & principium helicis, æqualis arcui descripti circuli, qui intercedit inter contactum & sectionem qua secat descriptus circulus principium reuolutionis, capto in antecedentibus arcu à puncto qui est in principio circumuolutionis.

ΥΠΟΘ. Esto voluta B. C. A. G. quam tangat F. D. A. non in termino G. sed vspiam in A. à quo iungatur linea A. B. ad principium helicis, tum à puncto B. in iunctam A. B. erigatur perpendicularis B. D. demum centro B. & interuallo B. A. circulus describatur A. O. M. L. secans principium reuolutionis B. G. in O.

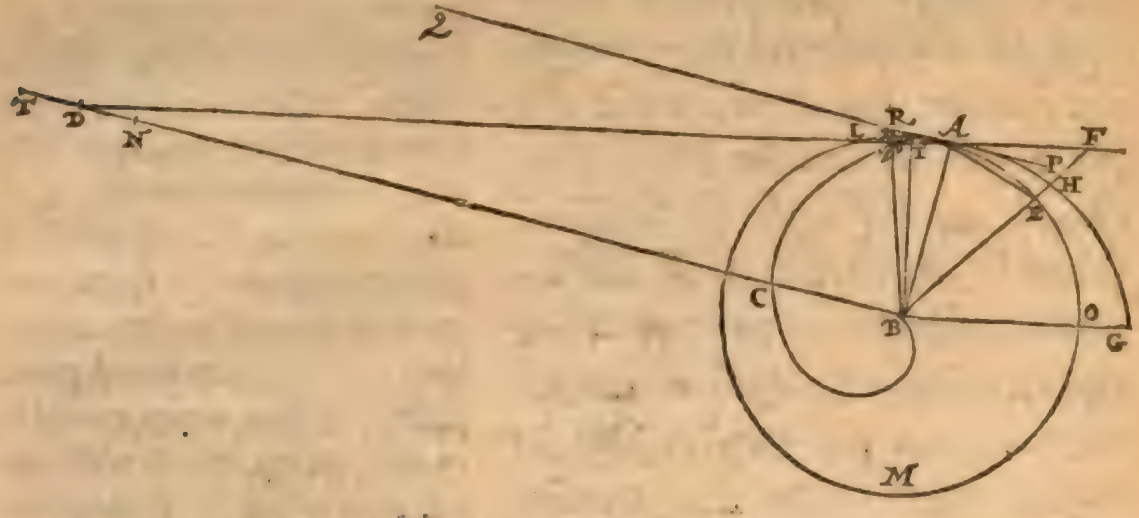
ΣΥΜΠΕ. Aio perpendicularem B. D. incidere in tangentem F. A. D. partemque B. D. mediam inter concursum D. & principium helicis B. esse æqualem arcui O. M. L. A. accepto[a] in antecedentia à puncto O.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam angulus B. A. D. est acutus, incidit[b] B. D. in eam, & eadem B. D. secat[c] circulum linea A. D. daturque in circulo linea A. L. diametro minor: quia non

[a] Secundum 6. definit. huius
[b] per vltim. comun. sens.
[c] per 16. l. 3.

transit per centrum B. Ducatur ergo in A. L. perpendicularis B. quæ reddat [a] triangulum A. I. B æquiangulum trianguli B. A. D. laterúmque proportionalium Tum quia neganti B. D. æqualem esse arcui O. M. L. A. opus est fateri maiorem esse vel minorem. Ponamus primo maiorem esse, & inueniamus [b] B. N. quæ minor quidem sit linea B D. sed adhuc maior arcu O. M. L. A. ita vt A. B. sit [c] ad B. N. in maiori ratione quam sit ad B. D. vel quam sit A. I. ad I. B. Tum ducamus [d] lineas B. F, E. A. ita vt F. E. sit ad E. A. in data ratione A. B. ad B. N. Si vero minor ponatur B. D. dicto arcu, accipiamus [b] B. T. minorem adhuc eodem arcu, sed maiorem ipsa linea B. D. Tum ducamus lineam [e] P. A. Q. tangentem circulum A. O. M. in puncto A. Tandem per lineam A. L. agamus [f] lineam A. S. R. secans spiralem in Z. lineam L. A. in X. & circulum in S. ita vt pars S. X. inter lineam L. A. & circuli circumferentiam sit ad R. A. vt A. B. ad B. T. hoc est, in minori ratione quam sit A. B. ad B. D. seu A. I. ad I. B. nempè media dat æ ad perpendicularem.

a per prim demonstr.
b per 4 huius.
c per 8 l. 5.
d per 7. huius.
e per 30. l 3.
f per 8. huius.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Vt in præcedentibus, sic ostendemus primo B. D. non esse dicto arcu maiorem. Linea F. B. est ad B. E. in minori ratione quam arcus A. E ad arcum O. M. L. A. hoc est quam H. B. ad B. A. seu ad B. E. quod est [c] absurdum Proinde B. D. non est maior arcu O. M. L. A. Nec minor quoque est Nam quia S. X. est ad R. A vt A. B. ad B. T. permutando [g] S. X. est ad A. B. vel ad totam B. S. vt A. R. ad B. T. Est autem [h] A. R. ad B. T. in maiori ratione quam arcus S. A. ad arcum O. M L. A. Proinde S. X. pars est ad totam B. S. vel B. A. in maiori ratione quam arcus A. S. ad arcum O. M. L. A. Et ex consequenti [i] S. B. est [c] ad aliam sui partem B. X. in maiori ratione quam arcus O. M. L. A. ad alium arcum O. M. L. S. hoc est, quam B. A. seu B. S. ad B. Z. At qui B. X est maior quam B. Z. quia linea A. L. D. superminet spiralem quam tangit. Ergo eadē ad maiorē maiorē, rationem habet quā ad minorē quod est [c] absurdum. Igitur linea B. D. nec maior nec minor est arcu O. M. L. A. sed ipsi æqualis est, quod fuit probandum.

g per 16. l 5
h per lemma ad 18. huius.
i per lemma 2. ad 32. l. de sph. & com.

MANIF. IX.

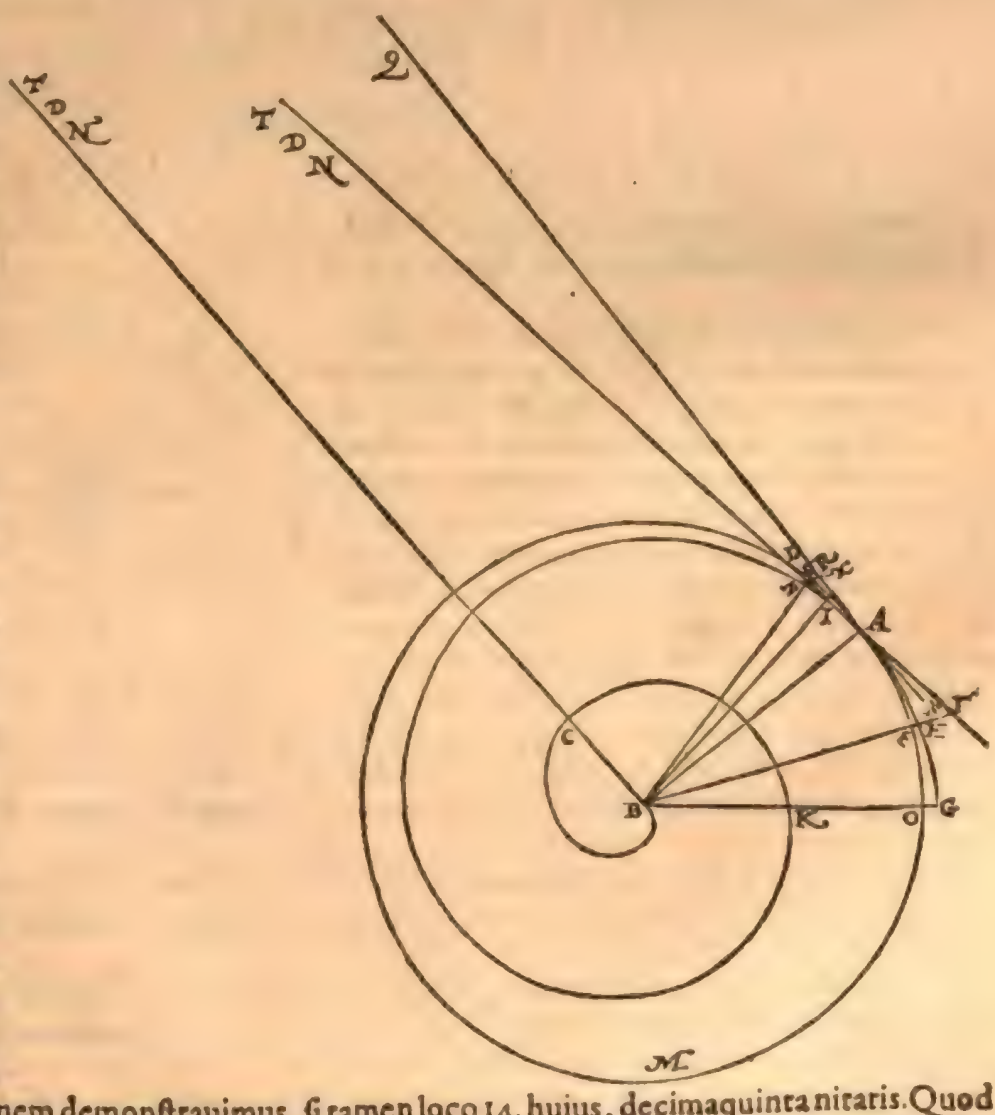
Hoc vero ipso modo demonstrabitur, si recta spiralem ex secunda natam reuolutione tetigerit, non in termino spiralis, & cætera alia præparentur, quod quæ pars est media cadentis in tangentem à prin-

ΦΑΝΕ. Θ.

Διὰ δὲ τῆς αὐτῆς ζήτου δεχθήσεται, καὶ εἰκὸς τὰς ἐν τᾷ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένας ἕλικα ἐπιφάνειαν διήκειν μὴ κατὰ τὸ πέρας τᾶς ἕλικος· τὰ δὲ ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευαζέσθω, ἐπὶ ἃ μεταξὺ διήκεια τᾶς ποτὶ τὰν ἐπιφάνειαν συμπιπτούσας ἀπὸ τᾶς ἀρ-

χας ἴσας ἑλικος ἴσα ὀξὺν ὅλα ἴσα τῆς γραφείσης κύκλου περιφερείᾳ, καὶ ἔτι τῇ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σημείων ὡσαύτως τὰς περιφερείας λαμβανομένας. Καὶ εἴ τις τὰς ἐν ὁποιᾳοῦν γεγραμμένας περιφορᾶς ἑλικος ἐπιψαύῃ τις εὐθεῖα, μὴ κατὰ τὸ πέρας τῆς ἑλικος· τὰ δ' ἄλλα τὰ αὐτὰ κατασκευαζέσθω. ὅπερ ἡ μεταξὺ εὐθεῖα τῶν εἰρημένων σημείων πολλαπλασία τις ὀξεῖ ἴσης τῇ γραφέντος κύκλου περιφερείας, κατὰ ἓν ἐλάσσονα ἀριθμόν, τῇ καθ' ὃν αἱ περιφοραὶ λέγονται, καὶ ἔτι ἴσα τῇ μεταξὺ τῶν εἰρημένων σημείων ὁμοίως λαμβανομένας.

cipio ſpiralis, æqualis eſt toti deſcripti circuli circumferentiæ, & adhuc arcui medio inter dicta puncta ſimiliter accepto. Et rurſus ſi aliqua linea ſpiralem quaclimque ex reuolutione ortam tetigerit, non quidem in termino, & cætera ſtruantur, quod recta quæ eſt inter dicta puncta, multiplex quædam eſt periferiæ circuli, qui deſcribitur ſecundum numerum (vno) minorem eo quo reuolutiones appellantur, & adhuc æqualis arcui qui eſt inter dicta puncta ſimiliter ſumpto.



ΥΠΟΘ. Eſto voluta duplicis reuolutionis B.C.k, Z.I.A.H.G. quæ tãgatur in A à linea F.A.D. cæteráq; ponantur vt ſuperiùs.

ΣΥΜΠ. Dicitur perpendicularem D B. æqualẽ eſſe circũferẽtię circuli O.M.L.A.O.& præterea arcui O.M.L.A.

ΑΠΟΔ. omnino eadem eſt ei qua præcedentem propoſitionem demonſtrauimus, ſi tamen loco 14. huius, decimaquinta nitaris. Quod ſi voluta fuerit ex triplici reuolutione conſtituta, fuerit itidem perpendicularis B.D.ç-

qualis duplo circumferentiæ circuli, & præterea arcui inter puncta O. & A. in antecedentia comprehenso. Et ita de reliquis, diminuto semper circumferentiarum numero in longitudine perpendicularis, à reuolutionum multiplicitate ex qua spiralis oritur. En itaque satis est diagramma obtulisse.

PROP. XXI.

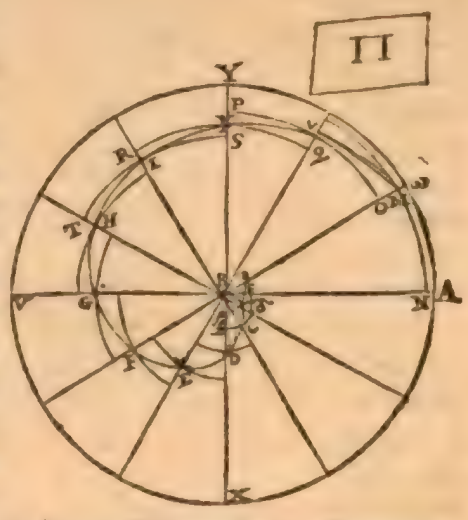
PROBL. VIII.

Circa sumptum spatium comprehensum sub helica in prima reuolutione orta, & prima linea quæ principium facit reuolutionis: possibile est figuram planam describere & aliam eidem inscribere ex similibus sectionibus compositam, ita vt circumscripta maior sit quam inscripta, quocunque proposito spatio.

ΠΡΟΤ. ΚΑ.

ΠΡΟΒΛ. Η.

Λαμβάνοντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἕλικος καὶ τῆς εἰ τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γραμμῆς καὶ τῆς διχίας τῆς πρώτης εἰ τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι περὶ αὐτὸ χῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι ἐξ ὁμοίων τομῶν συγκείμενον, ὥστε τὸ περιγεγραμμένον τοῦ ἐγγεγραμμένου μεῖζον εἶναι ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.



ΥΠΟΘ. Sit ex prima reuolutione helix B. G. K. A. principium reuolutionis A. B. quantitas data π.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. describatur primus[a] circulus A. Y. V. X. qui diuidatur in quatuor partes æquales diametris A. V. & Y. X. sese rectò decussatim secantibus in B. quorum quisque bifariam diuidatur[b], tum rursus bifariam vel trifariam, & ita consequenter multiplicetur sectio, quoad sectorum qui fient in circulo quisque sit minor data quantitate π. Hinc forsan dirimetur[d] in 12. partes æquales lineis quæ simul partientur spiralem in M. L. K. I, H. G. F. E. D. C. X. Iam centro B. agamus circulorum arcus per huiusmodi puncta, quibus spiralis secta est, qui arcus incidant in lineas sibi proxime collaterales, & fiant L. M. N, P. L. O, R. K. Q, T. I. S. & cæteri. Horum vero arcuum pars in accedentia producta, sub spirali erit[e], pars in consequentia spirali supereminebit.

[a] per 7. defs. huius.
[b] per 9. l. 1.
[c] per opticen Vitel. num.
[d] per 33. l. 6.
[e] per 12. huius.

ΣΥΜΠ. Aio in spatio spirali & linea A. B. contento inscriptam esse figuram, & circa idem aliam esse conscriptam ita vt conscripta inscriptam minori superet quantitate quam sit magnitudo data π.

ΑΠΟΔ. Sector N B. M. inscriptæ æqualis est[e] sectori L. M. B. circumscriptæ. Secundum inscriptæ L. B. O. par est tertio circumscriptæ P. B. L. Tertium inscriptæ æquiparatur quarto circumscriptæ R. B. K. Et ita de alijs quoad videatur vndecimus & vltimus inscriptæ, B. 12. vltimo & duodecimo circumscriptæ æqualis. Inscripta enim figura sectores habet vno pauciores, quam circumscripta, quia voluta non attingit situm

tum lineæ B. A. sed statim à principio motus ab eo declinat. Superest ergo primus sector A.B.ω. in circumscripta, cui nihil æquale est in inscripta. Ita vt circumscripta inscriptam excedat illo sectore primo. Atqui sectorum circuli quisque minor est magnitudine π. Et ille sector A.B.ω. vnus illorum est: sequitur igitur circumscriptam excedere inscriptam minori quantitate quam sit data ρ. quod fuit efficiendum.

ΦΑΝΕ. Ι.

Ἐκ τούτου δὲ φανερόν, ὅτι δυνατόν ἐστι πρὸς τὸ εἰρημένον χωρίον σχῆμα οἷον εἴρηται γράφειν, ὥστε τὸ περιγραμμένον σχῆμα, μεῖζον εἶναι τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν ἐγγράφειν, ὥστε τὸ χωρίον ὁμοίως μεῖζον εἶναι τοῦ ἐγγραφέντος σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

MANIF. X.

Inde manifestum est, quòd possibile est circa dictum spatium figuram, qualis dicta sit, scribere, ita vt circumscripta figura maior sit spatio, & quidem quantitate minori quocumque proposito spatio: & rursus aliam inscribere, ita vt spatium similiter maius sit inscripta figura quantitate minori, quocumque proposito spatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc quidem manifestissimè patet. Etenim circumscripta figura maior est a spatio: inscripta verò spatio minor. Si itaque externa figura internam non excedit tanta quantitate quanta data est, multo minus eadem data magnitudine spatium superauerit. Similiter si interna figura minor non fuerit, figura externa seu circumscripta tanta quantitate quanta proponitur: multo minus à spatio eadem proposita quantitate defecerit. Hoc propterea Manifestum eodem quo superior propositio exequitur.

a per 4. hypothesm l. 1 sphær. & cylindr.

ΠΡΟΤ. ΚΒ.

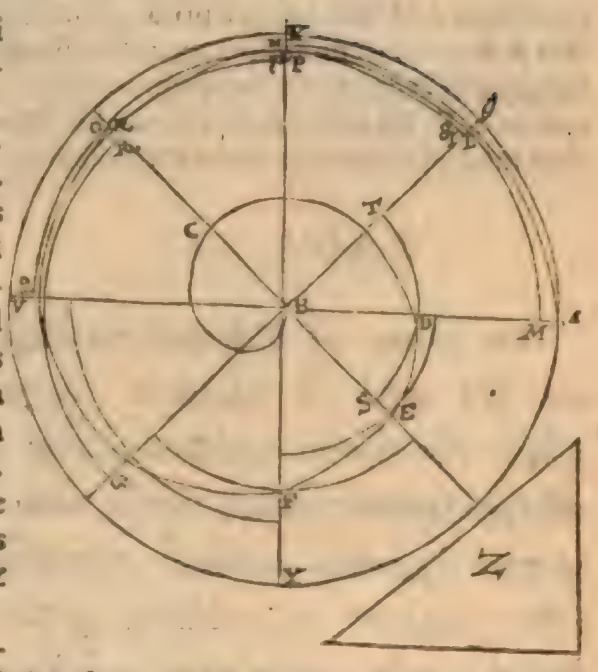
ΠΡΟΒΛ. Θ.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἑλικος τῆς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γραφείσης, καὶ τῆς εὐθείας ἀφ' ἧς ἐστὶ δευτέρα ἡ ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς, δυνατόν ἐστι πρὸς αὐτὸ σχῆμα ἐπίπεδον περιγράψαι ἐξ ὁμοίων τμημάτων συγκείμενον, καὶ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν τοῦ ἐγγραφέντος μεῖζον εἶναι ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXII.

PROBL. IX.

Circa sumptum spatium quod comprehendatur sub helica ex secunda reuolutione descripta, & recta linea quæ est secunda earum quæ principiũ faciunt reuolutionis; possibile est figuram planam conscribere ex similibus sectoribus cõstantem, & aliam in ipso inscribere, ita vt circumscripta maior sit inscripta minori quantitate quam sit quodcumque propositum spatium.



ΠΡΟΘ. Exponatur ſpiralis ex duplici reuolutione nata B. C. D, H. K. A. Secunda linea D. A. Detur quantitas Z.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. A. deſcribatur ſecundus circulus A. X. V Y. qui primò quadrifariam diuidatur duobus diametris A. V. & X. Y. Tum anguli ad
a per 9. l. 1. B. recti bifariam ſecentur a, & eorum ſemiſſes adhuc bifariam trifaciamve, quoad quiſque ſectorum in quos partiti fuerimus circulum, minor ſit quantitate propoſita Z. Lineæ porro diuidentes ſecent volutam ſecundam in punctis D. E. F. & reliquis. Tum centro B. & illis ſectionum volutæ punctis arcus deſcribantur, qui in laterales radios cadant, cuiuſmodi ſunt M. L. R. & alij.

ΣΥΜΠ. Dico in ſpatio contento ſpirali ſecundæ reuolutionis & ſecunda linea D. A. inſcriptam eſſe figuram, & aliam circum deſcriptam ambas ex ſectoribus ſimilibus conſtantes: ita vt circumſcripta minori ſuperet quantitate inſcriptam, quàm ſit magnitudo data Q.

b per 33. l. 6. ΑΠΟΔΕΙ. Sector primus inſcriptæ M. B. L. eſt b æqualis ſecundo circumſcriptæ ſectori L. B. N. Tum inſcriptæ ſecundus tertiæ circumſcriptę par eſt: & ita de alijs, quoad deuenerimus ad inſcriptæ vltimum S. B. D. cui nullus in circumſcripta reperitur æqualis. Hic enim inſcripta figura tot ſectores habet quot circumſcripta. Circumſcriptæ ergo ptima A. B. l. hic inſcriptæ vltimus comparandus venit: Atqui circulus ex in-
c per 15. l. 5. teruallo B A. maior eſt circulo ex interuallo B. D. Tum vt circulus ad circulum ſic c ſector A. B. l. ad ſectorem S. B. D. ſeu D. B. T. quia d anguli ad B. ſunt pares. Ergo ſector inſcriptæ vltimus S. B. D. ſeu D. B. T. minor eſt primo illo circũſcriptæ A. B. l. Proinde figura circumſcripta ſeu externa ſuperat inſcriptam parte tantũ T. D. A. quæ multo minor eſt quam Z. cum totus ſector eodem plano Z. minor factus ſit. Et ex conſequẽti externa internam quidem ſuperat, ſed minori quantitate quam ſit planum Z. quod præſtandum erat.

MANIF. XI.

Liquet itaque quòd poſſibile ſit & circumſcribere figurã circa ſumptum ſpatiũ, quæ maior ſit quãtitate minori, omni propoſito ſpatio, & rurſus ſumptũ ſpatium maius eſſe inſcripta figura quantitate minori omni propoſito ſpatio.

ΦΑΝΕ. ΙΑ.

Δῆλον ὅτι δυνατόν ἐστι καὶ τὸ περιγραφὲν χῆμα τοῦ λαφθέντος χωρίου μεῖζον εἶναι ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου· καὶ πάλιν τὸ λαφθὲν χωρίον μεῖζον εἶναι τοῦ ἐγγραφέντος χήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Expoſitio præcedentis Manifeſti, hoc etiam manifeſtiſſimum reddit.

MANIF. XII.

Hoc ipſo autem modo manifeſtum eſt, quòd poſſibile ſit circa ſumptum ſpatiũ cõprehẽſum ſub ſpirali ex quantacũque reuolutione orta, & recta linea quę ſit in principio reuolutionis

ΦΑΝΕΡΟΝ ΙΒ.

Διὰ δὲ τούτου ζήπου φανερὸν, διότι δυνατὸν τὸ περιεχόμενον ὑπό τε τῆς ἕλικος τῆς ἐν ὁποιᾳοῦν περιφορᾷ γεγραμμένης, καὶ τῆς εὐθείας τῆς ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς

περιφορᾶς κγ΄ ⓐ αὐ⓪ ἀριθμὸν λεγομένας, περιγράψαι χῆμα οἷον εἴρηται ἐπίπεδον, ὥστε τὸ περιγραφὲν χῆμα μεῖζ⓪ εἶμλυ τ΄ λαφθέντ⓪ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τ΄ ωρισθέντ⓪ χωρίου, κ᾽ πάλιν ἐγγράψαι, ὥστε τὸ λαφθὲν χωρί⓪ μεῖζον εἶμλυ τ΄ ἐγγραφέντ⓪ χήματ⓪ ἐλάσσονι παντὸς τ῀ ωρισθέντ⓪ χωρίου.

ab eodem numero (quam reuolutio,) denominata, conscribere figuram planam qualis dicitur: ita vt circumscripta hæc figura maior sit assumpto spatio, quantitate minori quolibet proposito spatio, & rursus inscribere, ita vt assumptum spatium maius sit hac inscripta figura quantitate minori omni proposito spatio.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In quacumque spirali sit, & ex quacumque circumuolutione generetur, præcedentes rationes valent.

ΓΡΟΤ. ΚΓ.

ΓΡΟΒΛ. Ι.

Λαβόντα τὸ χωρίον τὸ ωρισμένον ὑπό τε τᾶς ἕλικ⓪, ἃ ἐστὶν ἐλάσσων τᾶς ἐν μιᾷ ωερι φορᾷ γεγραμμένας, κ᾽ ἐχούσας πέρας τὰν ἀρχὰν τᾶς ἕλικ⓪, καὶ τᾶν εὐθειᾶν τᾶν ἀπὸ τ῀ πέρατ⓪ τᾶς ἕλικ⓪ ἀγομένων· δυνατόν ἐστι ωερὶ τὸ χωρίον χῆμα ἐπίπεδον ωεριγράψαι ἐξ ὁμοίων τομέων συγκείμεν⓪, κ᾽ ἄλλο ἐγγράψαι, ὥστε τὸ ωερι γραφὲν χῆμα τ῀ ἐγγραφέντ⓪ μεῖζον εἶμλυ ἐλάσσονι παντὸς τ῀ ωρισθέντ⓪ χωρίου.

PROP. XXIII.

PROBL. X.

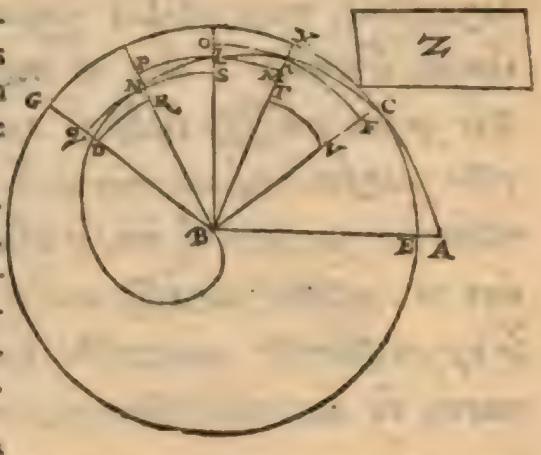
Sumpto spatio comprehenso sub spirali, quæ sit minor ea quæ ex vna reuolutione generatur, nec habeat terminum principium spiralis, & lineis rectis, quæ à principio spiralis ducantur: possibile est circa huiusmodi spatium figuram planam circumscribere ex similibus sectoribus conflatam, & aliam inscribere, ita vt circumscripta figura inscripta sit maior minori quidem quantitate quam sit propositum spatium.

ΠΡΟΘ. Sit spiralis ex vna reuolutione generata B. D. C. A. in qua pars capiatur D. N. L. I. C. non habens terminum B. centrum, sed coniuncta cum eo lineis B. D. & B. C. Tum assumatur spatium comprehensum hac spiralis parte, & dictis lineis B. D, B. C.

ΚΑΤΑΣ. Centro B. & interuallo B. C. circulus describatur C. X. G. E. ad cuius periferiã protrudatur B. D. incidens in G. & diuidatur [a] angulus G. B. C. bifariã, factiq; anguli rursꝰ bifariã, & ita deinceps quoad sectores fiãt [b] minores magnitudine proposita

[a] per 9. l. 1. [b] per l. 10.

Z. lineæ porro diuidentes secent spiram in punctis N. L. I. per quæ à centro B. arcus transeant in laterales lineas.



ΣΥΜΠΕ. Dico circa spatium assumptum cõscriptam, & in eodem inscriptam esse figuras ex similibus sectoribus constantes, quarum maior minorem superat minore magnitudine quam sit quantitas Z.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Sector inscriptæ primus I. B. F. par est a secundo circumscriptæ sectori I. B. O. secundus inscriptæ M. B. L. tertio circumscriptæ L. B. P. æqualis est: tertius adhuc inscriptæ S. B. N. quarto circumscriptæ N. B. Q. æquiparatur. At quartus inscriptæ R. B. D. quia minor est primo circumscriptæ C. B. X. ab eo auferendus est: sitque is T. B. V. nempè descriptus interuallo B. V. æquali interuallo B. D. & supereſt spatium X. T. V. C. quo maior figura minorem superat: cumque totus sector C. B. X. sit minor spatio Z. multo minus est eodem reliquum X. T. V. C. Et ex consequenti circumscripta inscriptam superat multo minori quantitate quam sit spatium Z. quod fuit probandum.

a prop. 3. l. 6.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Artificium harum 3. propositionum planè idem est. Cæterum quædam verba Græci textus mutaui, qui vulgo legitur ἐπὶ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς ἀφαίρου τῆς ἴσους ἀγομένου: quæ quidem verba, quia sensum propositionis non reddunt, sic restitui, ἐπὶ διπλάσιον τοῦ ἀπὸ τῆς πλευρᾶς τῆς ἴσους ἀγομένου, hæc enim proponunt clarius. Idem rursus faciendum nobis est propositione 26. huius.

MANIF. XIII.

Hinc igitur manifestè patet, quòd possibile sit circa dictum spatium planum, quale dictum est, conscribere, ita vt circumscripta figura maior sit spatio quantitate minori quam sit propositum spatium.

ΦΑΝΕ. ΙΓ.

Ἐκ τούτου φανερόν ἐστιν ὅτι δυνατόν ἐστι περὶ τὸ εἰρημένον χωρίον, ἐπίπεδον οἷον εἴρηται περιγράψαι, ὥστε τὸ περιγραφὲν σχῆμα μεῖζον εἶναι τοῦ χωρίου ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ita patet ex præcedentibus vt planius reddi non possit. Cæterum altera pars Manifesti deest: nimirum ἐξ ἀνάπαλιν ἐκθέσθαι, ὅτι τὸ εἰρημένον χωρίον μεῖζόν ἐστι τοῦ ἐκθεσίμου σχήματος ἐλάσσονι παντὸς τοῦ προτεθέντος χωρίου.

PROP. XXIIII.

THEOR. XIIII.

Comprehensum à spirali ex

ΠΡΟΤ. ΚΔ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΔ.

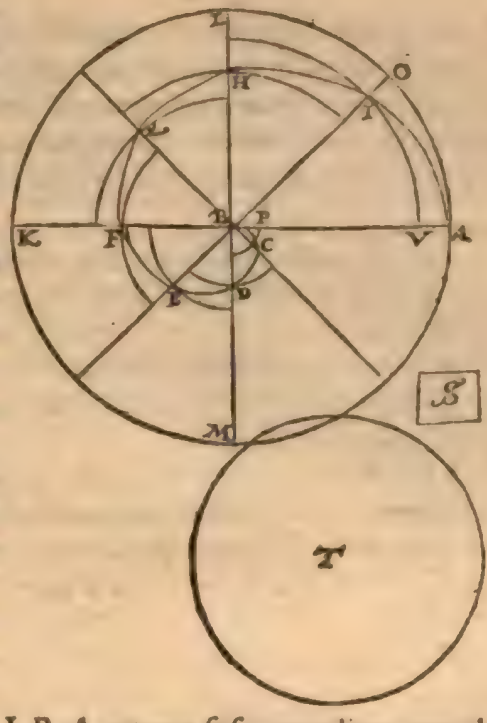
Τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπὸ τῆ

τῆς ἑλικος τῆς ἐν τῇ πρώτῃ περιφορᾷ γραμμῆς καὶ τῆς βασεως τῆς πρώτης, τῆς ἐν τῇ ἀρχῇ τῆς περιφορᾶς τέταρτον μέρος ἐστὶ τοῦ κύκλου τοῦ πρώτου.

prima reuolutione nata, & prima linea quæ principium est reuolutionis spatiũ tertia pars est primi circuli.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit spiralis ex prima reuolutione B. F. H. A. principium ipsius punctum B. prima linea B. A. primus circulus A. M, K. L.

ΣΥΜΠ. Dico spatium contentum spirali & prima linea esse tertiam partem primi circuli.



ΚΑΤΑΣ. Ponantur T. tertiam partem esse circuli primi. Etenim illud spatium contentum spirali & prima linea æquale est circulo T. aut inæquale: Si æquale est, habemus quod quærimus: Si inæquale, sit differentia S. Tum circa spatium circumscribamus figuram, aliamque in ipso inscribamus [a], sintque ambæ ita inter se vt maior minorem seu spatium superet minori quantitate quam sit S.

[a] per 21 huius & eiusdem coroll.

ΑΠΟΔ. Ostendemus primo spatium non esse minus circulo T. sic. Ex figurarum deformatione, linearum numerum habemus inæqualium B. C, B. D, B. E, B. F, B. G, B. H, B. I, B. A. omnes sese æqualiter excedentes, & est [b] excessus minimæ æqualis. Parem rursus æqualium numerum habemus, quarum singulę sunt [c] pares illarum inæqualium maximæ. Ex omnibus deinde sectores similes descripti sunt, quia sunt omnium æquales anguli ad centrum B. Quoniam vero circuli v. g. ex interuallis B. O. & B. I. se habent [d] inter se sicuti quadrata linearum seu semidimetientium B. O. & B. I. & vt circuli, sic sunt [e] sectores O. B. A. & I. B. V. sequitur esse [f] inter se sectores vt linearum seu radiorum quadrata. Propterea omnes sectores ab inæqualibus facti, hoc est totus circulus A. L. k. M. minores sunt [g] quam tripli sectorum ab inęqualibus descriptorum, hoc est circumscriptę figurę. Et ex consequenti figura circumscripta maior est quàm tertia pars circuli primi A. L. k. M. seu quam circulus T. Atqui T. superat spatium quantitate S. Et circumscripta figura superat inscriptam minori quantitate quam sit S. Ergo & eadem circumscripta superat spatiũ multo minori quantitate quam sit S. Et proinde circumscripta figura minor est circulo T. & sic eidem est maior simul & minor, quod est absurdum. Eadem sequetur incommoditas, si spatium posuerimus maius circulo T. Nam cum inæqualitas sit quantitatis S. inscripta figura erit rursus maior quam circulus T. Atqui ex prædictis lineis tam æqualibus quàm inæqualibus sectores habemus, ab omnibus quidem æqualibus ęquales toti circulo A. M. k. L. ab inæqualibus vero inæquales, & nullum quidem à maxima earum. Nullus enim sector est in inscripta figura à linea B. A. quæ est inæqualium maxima, sed sector I. B. X. est à linea B. I. Qui autem ab inæqualibus fiunt, componunt inscriptam figuram. Proinde circulus est [g] maior quam triplus inscriptæ figuræ, & tertia circuli pars, hoc est T. maior est quam inscripta figura. Sed eundem circulum T. iam minorem probauimus inscripta figura. Ergo rursus in præcedens absurdum incidimus. Vnde tandem superest spatium ipsi T. æquale esse, & tertiam esse partem circuli, quod erat demonstrandum.

[b] per coroll. 12. huius. [c] per 15. definit. l. 1. [d] per 2 l. 12. [e] per coroll. 33 l. 6. [f] per 11. l. 5. [g] per manifest. 3 huius.

ΕΠΙΦΟΡΑ Α.

Hinc optimè sequitur, reliquum circuli quod supereſt, poſt ſpatium illud ablatum, esſe duas tertias circuli, ſcilicet ſpatij duplum.

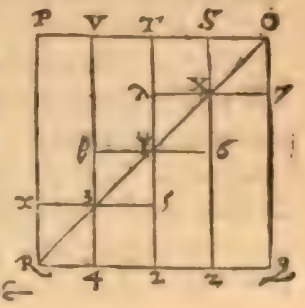
ΕΠΙΦΟΡΑ Β.

Hinc etiam deducimus: quod ſi à principio ſpiralis in ipſam recta linea ducatur, ſpatium contentum ſpirali & hac recta linea tertiam partem esſe eius partis circuli, qui centro principio ſpiralis & interuallo linea in ſpiralem incidente deſcribitur, contentæ circumferentia huiuſce circuli, & duabus lineis, nempe incidente, tum parte eius quę principium eſt reuolutionis, à circulo reſecta.

ΥΠΟΘ. Sit enim ſpiralis ex vna reuolutione B. D. C. A. in quam à principio B. cadat B. C. cuius interuallo circulus ſit deſcriptus K. G. I.

ΣΥΜΠ. Spatium contentum ſpirali B. E. D. C. & linea B. C. tertia pars eſt partis circuli, quæ continetur arcu C. G. H. I. K. & duabus lineis C. B, B. K.

[a] per 30. l. 3 ΚΑΤΑΣ. Arcus C. H. K. ſecetur [a] bifariam, & ſemiſſes ambæ rurſus diuidantur bifariam, iunganturque ad ſectionum puncta lineæ B. G, B. H, B. I. quæ ſpiralem diuidant in punctis F. E. D. [b] per 33 l. 6. angulosque faciant ad centrum æquales [b]. Tum centro B. & interuallis lineis B. F, B. E, & B. D. deſcribantur arcus [α]. F. N, [β]. E. M, [γ]. D. L. Sumatur iam quadratum P. Q. vt libet, quod [c] per 10. & 2. l. 6. diuidatur [c] vt arcus C. H. K. ſeu vt ſpatium contentum arcu C. H. K. & lineis B. C, B. K. Sintque diuidentes lineæ V. 4, T. 2, S. Z. & ducatur diameter O. R. prædictas lineas ſecans punctis 3. Y. X. à quibus perpendiculares ducantur [λ]. X. 7, [μ]. Y. 6, [κ]. 3. 5. Imaginemur demum quadratum P. Q. reuolui circa axem R. Q. cylindrumque conſtitui compoſitum ex cylindris deformatis à quadrangulis P. 4, V. 2, T. Z, S. Q. nempè contiguis.



[d] per 14. huius. [e] per 19. l. 5. [f] per ſabr. [g] per 4. l. 6. [h] per 16 l. 5. [i] per coroll 19. l. 5 [l] per 22. l. 6 [m] vt iam probauimus [n] per 2. l. 12 [o] per 11. l. 12 [p] per 11 l. 5. ΑΠΟΔΕΙ. Vt eſt arcus C. H. k. ad arcum G. H. k. ſic [d] eſt B. C. ſeu B. G. ad B. D. & ex conſequenti [e] vt arcus C. H. k. ad arcum C. G. ſic B. G. ad G. D. Et adhuc eſt [f] P. O. ad S. O. vel S. Z. ad S. X (vt enim P. O. ad P. R. ſeu ad S. Z. ſic [g] O. S. ad S. X. & vicissim [h] vt P. O. ad S. O. ſic S. Z. ad S. X.) & rationis conuerſione [i] vt G. B. ad B. D. ſic eſt S. Z. ad X. Z vel [l] vt quadratum G. B. ad quadratum B. D. ſic eſt quadratum S. Z. ad quadratum X. Z. Vt vero quadratum B. G. ad quadratum B. D. ſic eſt [m] ſector G. B. C. ad ſectorem B. D. L. Et vt quadratum S. Z. ad quadratum Z. X. vel vt [n] circulus ſemidiametro S. Z. deſcriptus ad circulum ſemidiametro Z. X. deſcriptum, ſic eſt [o] cylindrus deformatus parallelogrammo S. Q. ad cylindrum deformatum parallelogrammo X. Q. cum enim in eadem ſint altitudine Z. Q. ſe habent [p] inter ſe ſicuti baſes. Itaque ſicuti ſector G. B. C. eſt ad ſectorem D. B. L. ſic eſt [p] cylindrus deformatus parallelogrammo S. Q. ad cylindrum deformatum parallelogrammo X. Q. Eodem omnino pacto oſtendam ſectorem G. B. H. esſe ad ſectorem M. B. E. vt eſt cylindrus à parallelogrammo T. Z. deformatus, ad eum qui ex Z. Y. deſcriberetur. Similiter ſectorem H. B. I esſe ad ſectorem N. B. F. vt cylindrus ex parallelogrammo V. 2. ad cylindrum ex parallelogrammo 3. 2. Et denique ſector K. B. I. manet abſque parallelo vt & cylindrus à parallelogrammo R. V. deſcriptus. Omnis itaque cylindrus à toto parallelogrammo P. Q. deformatus ſuper axe R. Q. eſt [q] ad figuram ex tribus cylindris à parallelogrammis X. Q, Y. Z, 3. 2. deformatis conſtitutam, & inſcriptam cono qui deſcribitur à reuoluto triangulo O. R. Q. circa axem R. Q. ſicuti eſt circuli pars comprehenſa arcu C. H. k. & lineis B. C, B. k. ad figuram circulo inſcriptam.

[q] per 12. l. 5.

Simili ratione probabimus totum cylindrum ex parallelogrammo P.Q. descriptum esse ad figuram ex cylindris à parallelogrammis S.Q. & Z. ℓ.2. & 4. deformatis, & cono à triangulo R.Q. deformato circumscriptam, vt eadem dicta circuli pars ad figuram dicto spatio circumscriptam. Vnde tandem sequitur, cylindrum à P.Q. esse ad conum à triangulo O.R.Q. sicuti est pars circuli contenta arcu C.H.K. & lineis C.B. K.B. ad spatium comprehensum spirali, & linea B.C. At verò cylindrus à P.Q. est [a] triplus coni à triangulo O.R.Q. Est igitur etiam pars illa circuli tripla spatij sub spirali, & linea B.C. comprehensi, quod fuit probandum.

[a] per 10 l. 12.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quamquam artificio quo in superiori propositione vsus est author, hoc etiam corollarium probare potueramus, tamen hoc alio vsi sumus, quod est Pappi, vt directè ostendere conaremur, quod deductione ad absurdum demonstrauit Archimedes. Verùm sic forsan innuimus Pappum Archimede subtiliorem, & vt ita dicam δυσμηχανώτερον, qui quod Archimedes indirectè ostendit, directè demonstrat. Absit tantum crimen. Etenim vt quid sentiam libenter aperiam, vix mihi videtur admittenda hæc Pappi demonstratio. Non enim video quomodo geometricè inferat, cylindrum à P.Q. esse ad conum à triangulo O.R.Q. sicuti est pars circuli contenta arcu C.H.k. & lineis C.B, k.B. ad spatium comprehensum spirali & linea B.C. Quamuis enim totus cylindrus à P.Q. deformatus, ad vtramque sit figuram ex cylindris constantem, & cono à triangulo O.R.Q. accommodatam, sicuti est cylindri pars contenta arcu C.H.k. & lineis B.C, B.k. ad vtramque figuram ex sectoribus similibus constantem, quarum altera circa spatium sub spirali, & linea B.C. comprehensum circumscribitur, altera eidem inscribitur: non tamen sequitur conum à triangulo O.R.Q. diuidere differentiam figurarum sibi inscriptæ & circumscriptæ eadem ratione, qua spatium spirali & linea B.C. contentum dirimit discrimen figurarum ex sectoribus constantium. Sanè necesse esset vt consequentia illa valeret. Maluit itaque Archimedes indirectè demonstrare, sed absque scrupulo quàm directè, sed parum apertè ostendere. Cæterùm vtraque methodus docere nos potest, quæ sit ratio inscriptæ spatio figuræ, ad circumscriptam circa idem spatium. Eadem enim illa est quæ inscriptæ cono ad circumscriptam circa conũ: Hæc autem cognosci potest: nam ex instituta diuisione est S.Z. ad X.Z. in ratione data: proinde circulus interuallo S.Z. descriptus est [b] ad circulum interuallo X.Z. deformatum in ratione quoque data, in qua rursus est [c] cylindrus à parallelogrammo S.Q. ad cylindrum à parallelog. X.Q. Verùm rursus λ.2. ℓ, æqualis ipsi X.Z. est in data ratione ad Y.2. Eorumque etiam circuli, in qua sunt ratione cognoscuntur, & ex consequenti cylindri. Idem est de cylindris à rectangulis ℓ.2. & 3.2. descriptis. Cognoscitur demum quæ sit pars cylindri S.Q. vltimus cylindrus à κ 4. circumscriptæ, cui nihil respondet in inscripta, & rationem habet vnitatis. Datur ergo tota ratio circumscriptæ ad inscriptam. Quam si numeris experti fuerimus, inueniemus in exposito diagrãmate circũscriptã esse ad inscriptã, vt 30. ad 14. seu in ratione dupla superbipartiente decimas quartas. Porrò si hanc rationem venari etiã in figuris spirali spatio accommodatis sit animus, hac ratiocinatione vtemur. Sector C.B.G. est [e] ad sectorem D.B.L. vt quadratum ex G.B. ad quadratum ex D.B. Est [f] autem G.B. ad B.D. in ratione sesquitertia. Ergo sector est [g] ad sectorem in ratione superseptipartiente nonas. Eadem ratione est sector D.B.γ. ad sectorem M.E.B. dupla sesquiquarta: Rursus tertium E.B.ℓ. esse, concludemus ad vltimum inscriptæ N.B.F. in ratione quadrupla. Demum quartus circumscriptæ F.B.Z. cui nihil in inscripta respondet, rationem habet vnitatis. Proinde redit eadem ratio sicuti 30. ad 14.

[b] per 2 l. 12 & 10 l. 6.
[c] per 11 l. 12
[d] per 34. l. 1
[e] per ea quæ prius demonstrauimus.
[f] ex institutadiuisione.
[g] per 20 l. 6.

ΠΡΟΤ. ΚΕ.

ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Χωρίον ὑπὸ δὲ τῆς ἕλικος τῆς ἐν τῇ δευτέρᾳ περιφορᾷ γεγραμμένης, καὶ τῆς εὐθείας τῆς δευτέρας τῆς ἐν τῇ ἑξῆς τῆς περιφορᾶς, πρὸς τὸν δευτέρου κύκλου τοῦτον ἔχει τὸν λόγον ὃν ἔχει τὰ ἑπτὰ πρὸς τὰ ιβ· ὅς ἐστιν ὁ αὐτὸς τῷ

PROP. XXV.

THEOR. XV.

Spatium sub helica ex secunda reuolutione descripta, & recta linea, secunda eius quæ est in principio reuolutionis, ad secundum circulum hanc habet rationem, quam habent septem ad 12. quæ eadem est

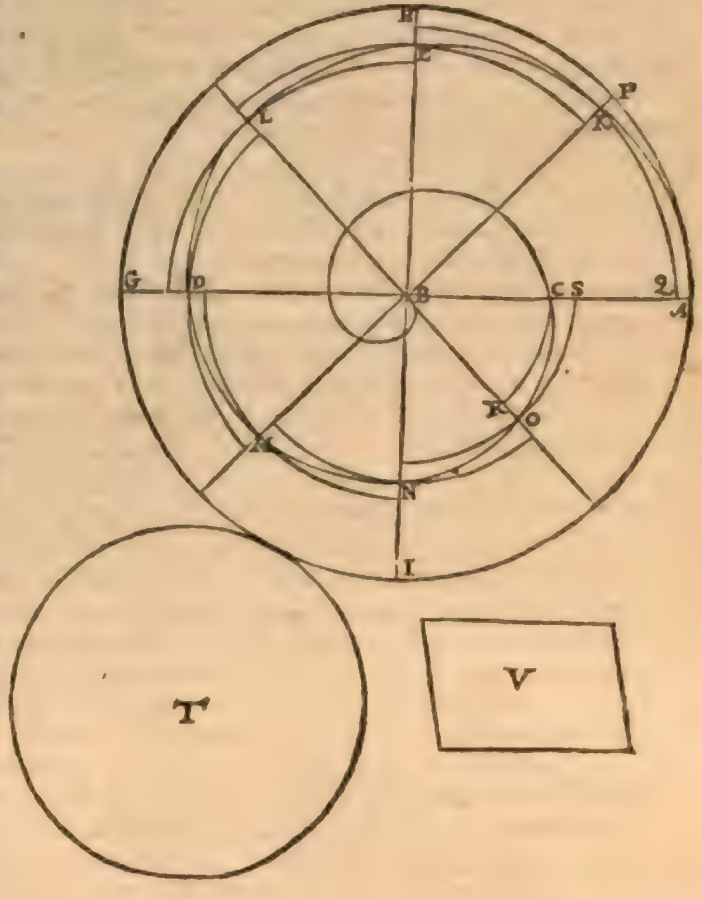
quàm habent hæc duo, nempè quod comprehenditur sub radico secundi circuli, & radio primi circuli, & tertia pars quadrati excessus quo excedit radius secundi circuli radium primi circuli, ad quadratum à radio secundi circuli.

ὃν ἔχει τὰ συναμφότερα τό τε ὑπὸ τῆς περιεχομένης ὑπὸ τῆς κέντρου τοῦ β. κύκλου, καὶ τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ α. κύκλου, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς ἣ ὑπερέχει ἡ ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ β. κύκλου τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ α. κύκλου, πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἀπὸ τοῦ κέντρου τοῦ β. κύκλου.

ΥΠΟΘ. Sit voluta ex secunda reuolutione C.N.D.E.A. linea secunda C.A. secundus circulus A.I.G.H. radius eius B.A. radius primi circuli B.C.

ΣΥΜΠΕ. Aio spatium comprehensum [a] voluta secundæ reuolutionis, & linea secunda C. A. esse ad secundum circulum, vt 7. ad 12. hoc est, vt rectangulum comprehensum sub B. A. radio secundi circuli, & B.C. radio primi circuli cum tertia parte quadrati C. A. excessus radij secundi supra primum ad quadratum B.A.

[a] secundum 5. definit. huius.



ΚΑΤΑΣ. Ponamus circulum T. habere radium qui possit rectangulum sub B A, & B.C, & tertiam partem quadrati C. A. Tum quia si negetur circulum T. æqualem esse spatio prædicto, nempè contento sub spirali secundæ circumuolutionis, & secunda linea C.A. oportet illi esse inæqualem: sit differentia vtriusque magnitudo V. Deinde circa, & intra spatium figuræ describantur, [b] ita vt maior superet minorem minori quantitate quàm sit V.

[b] per 12. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Primò ostendemus spatium non esse minus circulo T. Nam si minus ponatur in absurdum incidemus. Etenim numerus est linearum inæqualium B.C, B.O, B.N, B.M, B.D, B.L, B.E, B.K, B.A, quarum excessus est in omnibus æqualis, & minima est B.C, maxima verò B A, estque excessus maximæ supra minimam æqualis minimæ. Alias item habemus lineas inter se æquales, & singulæ pares maximæ inæqualium, nempè B.A, quæ sunt B.A, B.P, B, H, & cæteræ. Verùm hæ sunt vna numero minores quàm inæquales. Ab omnibus autem præterquam à minima inæqualium describuntur sectores similes qui se habent [c] inter se sicuti radiorum seu linearum, à quibus describuntur, quadrata. Et proinde sectores qui fiunt ab æqualibus, hoc est, secundus circulus, se habet [d] ad sectores qui fiunt ab inæqualibus, præterquam à minima, hoc est ad figuram circumscriptam in minori ratione, quàm sit quadratum maximæ B. A. ad rectãgulum comprehensum sub maxima B.A, & minima B.C, cum tertia parte quadrati C. A. excessus nempè quo maxima minimam superat, quique æqualis est [e] minimæ B.C, Atqui vt quadratum B.A, est ad rectangulum sub B.A. & B.C, cum tertia parte quadra-

[c] vt iam ostendimus multoties.
[d] per manifest. 4. huius.
[e] per 24. huius defin. 4. huius

ti B.A, sic est [a] secundus circulus A.I G.B, ad circulum T. Proinde circulus secundus habet ad circulum T. maiorem rationem, quàm ad conscriptam figuram. Proinde minor est [b] T. quàm conscripta figura. Atqui spatium secunda spirali, & linea secunda C.A. comprehensum positum est minus ipso T. quo sanè circulo T. adhuc minor [c] est figura conscripta. In absurdum itaque incidimus. Nec absurdum vitabimus, si spatium posuerimus maius circulo T. Nam sectores omnium æqualium, hoc est idem secundus circulus est [d] ad sectores omnium inæqualium excepta maxima, scilicet ad inscriptam figuram in maiori ratione quàm quadratum ex B.A. ac rectangulum sub maxima B.A, & minima B.C. cum tertia parte quadrati excessus C.A. hoc est quàm circulus secundus sit ad circulum T. Et proinde circulus secundus habet maiorem rationem ad inscriptam figuram, quàm ad circulũ T. & proinde inscripta figura est [e] minor circulo T. Atqui inscripta figura adhuc maior est [c] circulo T. cum spatium ponatur maius eodem circulo T. Ergo rursus inscripta figura maior simul, & minor esset circulo T. quod abhorret ab omni Geometria. Ergo prædictum spatium æquale est circulo T. & proinde ad ipsum spatium circulus secundus habet rationem, quæ est quadrati radij secundi B.A. ad rectangulum sub radio B.A. secundi circuli, & radio B.C. primi circuli, cum tertia parte quadrati C.A. excessus, quo radius B.A. excedit radium C.A. Et inuersim [f] spatium sub spirali secunda, & linea secunda C.A. est ad circulum secundum, vt rectangulum sub radijs B.A, & B.C. cum tertia parte quadrati B.A. est ad quadratum B.A. hoc est [g] vt 7. ad 12. quod fuit probandum.

[a] per 2. l. 12.
[b] per 8. l. 5.
[c] per manifest. 12. huius.
[d] per manifest. 4. huius.
[e] per coroll. 4. l. 5.
[f] per coroll. 11. huius.

ΦΑΝΕΡΟΝ ΙΔ.

Διὰ δὲ αὐτῆς τρόπου δειχθήσεται, ὃ δὴ ἐστὶ τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τῆς ἕλικος τῆς ἐν οποιαοῦν περιφορᾷ γραφομένης, καὶ τῆς εὐθείας τῆς κϛ΄ ⓦ αὐ ⓦ ἀριθμὸν τῶν περιφορῶν λεγομένης πρὸς ⓦ κύκλον Ⓣ πρὸς ⓦ αὐ ⓦ ἀριθμὸν λεγομένας τῶν περιφορῶν, λόγον ἔχει ὃν συναμφότερος ⓦ, τό τε ὑπὸ τῆς σὺν τῷ κέντρῳ τῷ κϛ΄ ⓦ αὐ ⓦ ἀριθμὸν κύκλων, καὶ τῆς ἐκ τῷ κέντρῳ τῷ κϛ΄ τῷ μὲν ἑνὶ ἐλάσσονα τῶν περιφορῶν λεγομένων, καὶ τὸ τρίτον μέρος τετραγώνου ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς ἣ ὑπερέχει ἡ ἐκ τῷ κέντρῳ τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων, τῶν ἐκ τῷ κέντρῳ τοῦ ἐλάσσονος κύκλου τῶν εἰρημένων, πρὸς τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τῶν εἰρημένων.

MANIFEST. XIV.

Hoc ipsomet modo demonstrabitur, & quod comprehensum spatium sub spirali ex quacumque circumuolutione generata, & recta eodem numero quo reuolutiones denominata, ad circulum eodem rursus numero significatum, quo circumuolutiones, rationem habet quàm complexum, tum ex eo quod comprehenditur sub radio ipsiusmet circuli secundum ipsum numerum dicti, & radio circuli secundum numerum vnitate minorem, quàm sit reuolutionum numerus denominati, tum ex tertia parte quadrati quod fit ab excessu, quo excedit radius maioris circuli prædictorum, radium minoris circuli prædictorum, habet ad quadratum eius, quæ ducitur à centro maioris circuli prædictorum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Inutiliter repeteretur demonſtratio, quam ex præcedenti propoſitione mutuari poſſumus. Cæterum rationem non addit in numeris, vti ſuperiùs: etenim pro diuerſa circumuolutionum multitudine mutantur rationum termini: qui tamen facillimè exprimi poſſunt, cum ſemper radij amborum circulorum maximi & minimi, communi menſura menſurentur. Intelligas autem oportet quid hic dicatur ſecundum ſpatium, quid primum. Nam aliud eſt loqui de ſecundo ſpatio, quatenus ſimul complectitur primum ſpatium, aut quatenus tantum concipit quod eſt poſt primum. Hic enim per ſecundum ſpatium intelligimus quicquid ſpirali ex ſecunda reuolutione orta, & linea ſecunda comprehenditur: & hoc eſt quod dicimus eſſe ad ſecundum circulum ſicuti 7. ad 12. Alias verò vt propoſitione ſequenti 27. capitur ſecundum ſpatium pro eo quod comprehenditur inter ſpiralem primam & ſecundam, tum ſecunda ac prima lineis terminatur: ita vt ſecundum ſpatium non includat primum. Quod eſt intelligendum de cæteris, hoc eſt, ſuperius ſpatium non complecti inferius.

PROP. XXVI. ΓΡΟΤΑ. Κϛ.

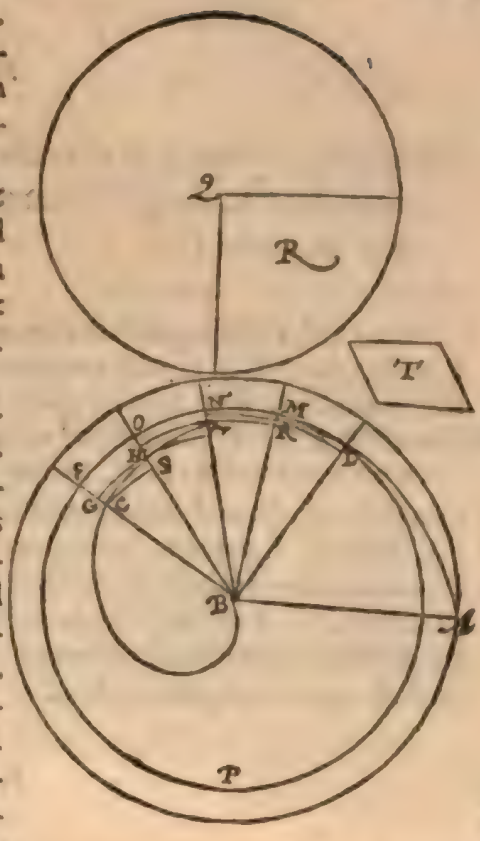
THEOR. XVI. ΘΕΩΡ. Ιϛ.

Comprehenſum ſpatium ſub ſpirali, quæ eſt minor ea quæ ex vna reuolutione fit, nec habet terminum principium ſpiralis, & rectis quæ à terminis ipſius in principium ſpiralis ducuntur, ad ſectorem habentem radium æqualem maiori earum, quæ à termino ad principium ſpiralis ducitur: arcum verò qui intercipitur inter ductas rectas ſecundum eaſdem partes ſpiralis; hanc habet rationem, quam habent hæc duo, rectangulum comprehenſum ſub rectis à terminis in principium ſpiralis, ductis, & tertia pars quadrati exceſſus quo maior dictarum linearum ſuperat minorem, ad quadratum maioris linearum à terminis ad ſpiralis principium coniunctarum.

Τὸ περιεχόμενον χωρίον ὑπό τε τῆς ἕλικος, ἥ ἐστιν ἐλάσσων τῆς ἐν μιᾷ περιφορᾷ γεγραμμένης, οὐκ ἔχουσας πέρας τὴν ἀρχὴν τῆς ἕλικος, καὶ τῶν εὐθειῶν τῶν ἀπὸ τῶν πράτων αὐτῆς ἐπὶ τὴν ἀρχὴν τῆς ἕλικος ἀγομένων, ποὶ Ⓦ τμήα Ⓦ ἐχοντα τὴν μὲν ἐκ τοῦ κέντρου ἴσην τῇ μείζονι τῶν ἀπὸ τοῦ πέρατος ἐπὶ τὴν ἀρχὴν τῆς ἕλικος ἀγομένων· τὴν δὲ περιφέρειαν ἥ ἐστι μεταξὺ τῶν εἰρημένων εὐθειῶν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῇ ἕλικι, τοῦτον ἔχει λόγον ὃν ἔχει συναμφότερα τό τε περιεχόμενον ὑπὸ τῶν ἀπὸ τῶν περάτων ἐπὶ τὴν ἀρχὴν τῆς ἕλικος ἀγομένην, καὶ τὸ τρίτον μέρος τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τῆς ὑπεροχῆς ἣ ὑπερέχει ἡ μείζων τῶν εἰρημένων εὐθειῶν τῆς ἐλάσσονος, ποὶ τὸ τετράγωνον τὸ ἀπὸ τῆς μείζονος τῶν ἀπὸ τῶν πράτων ἐπὶ τὴν ἀρχὴν τῆς ἕλικος ἐπιζευχθεισῶν.

ΤΡΟΘ. 2. Sit ſpiralis ex vna reuolutione generata B. C. D. A. cuius pars ſit C.D. non habens terminum B. principium ſpiralis, ſed puncta C. & D. ad quæ ductis lineis

B.C, B.D. comprehendatur ſpatium ſpirali C.D. in antecedentia ſumpta, & lineis C.B, B.D. Centro autem B & interuallo B.D. maxima ductarum linearum, circulus deſcribatur D.P.E. ad cuius periferiam protendatur B.C. in E.



ΣΥΜΠΕ. Aio ſpatium prædictum ſpirali C.D. & lineis B.C, B.D. eſſe ad ſectorem D.B.E. vt ſimul ſunt rectangulum ſub B.D, B.C. lineis, & tertia pars quadrati exceſſus, quo B D. ſeu B.E. ſuperat B.C. hoc eſt, lineæ E.C. ad quadratum lineæ B. D.

ΚΑΤΑ. Ponamus quòd radius circuli Q. quadratum habeat [a] æquale, tùm rectangulo ſub B.C, B. D. tùm tertiæ parti quadrati E.C. Deinde ad centrum Q. conſtituamus [b] angulum, qui ſit æqualis angulo D.B.C. ita vt ſector R. habeat [c] eam rationem ad circulum Q. quam habet ſector E.B.D. ad circulum D.P.E. Et viciſſim [d] ſector R. ſit ad ſectorem E.B.D. vt circulus Q. ad circulum D. P. E. Hoc eſt vt quadratum radij circuli Q. ad quadratum radij B.D. vel denique vt rectangulum ſub B. D. & B.C. cum tertia parte exceſſus E.C. ad quadratum radij B.D. & inuerſim [e]. Iam itaque, vel ſector R. prædicto ſpatio æqualis eſt, (& ſic apparet [f] propoſitionis concluſio) vel eſt inæqualis. Si inæqualis fuerit ſuppoſitus, ſit inæqualitas quantitatis T. Atque intra, circaque ſpatium deſcribantur [g] figuræ ex ſimilibus conſtantes ſectoribus, quarum maior minorem ſuperet quantitate minori, quàm ſit magnitudo T.

[a] per 14. l. 2
[b] per 23. l. 1
[c] per 33 l. 6.
[d] per 16 l. 5
[e] per coroll. 4 l. 5
[f] per 7 li. 5.
[g] per 13. huius.

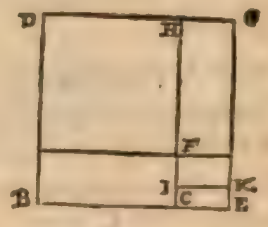
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Poſito ſpatio maiori vel minori ſectore R. incidemus in abſurdum. Et ſiquidem minori: dicemus nos quinque lineas habere inæquales pari ſeſe omnes exceſſu ſuperantes [h], quarum maxima eſt B. minima eſt B.C. Ab his deſcribuntur ſectores ſimiles, præterquam à minima B C. quibus circumſcripta figura componitur. Deinde alias quatuor lineas oſtendemus B.D, B.M, B.N, B.O. (non numeramus B.E. quia nullus ab ea ſector deſcribitur) vna quidem numero pauciores quàm ſint inæquales. Ab his etiam ſimiles fiunt ſectores. Sunt autem omnes tam hi quàm illi ſectores inter ſe, vt quadrata linearum à quibus deſcribuntur. Et proinde ſectores ab æqualibus, hoc eſt, totus ſector E.B.D. eſt [i] ad ſectores ab inæqualibus, excepta minima, in minori ratione, quam habeat quadratum B.D. ad rectangulum ſub B.D, & B.C. & cum tertia parte quadrati exceſſus E.C. hoc eſt quàm habeat idem ſector E.B.D. ad ſectorem R. Et proinde ſequitur [k] circumſcriptam ſpatio figuram eſſe maiorem ſectore R. Atqui circumſcripta figura excedit [l] ſpatium minori quantitate quàm ſit T. Et idcirco, adhuc minor eſt ſectore R. qui ſpatium exſuperat tota quantitate T. Eſſet ergo circumſcripta figura ſimul eodem ſectore R. maior & minor, quod eſt abſurdum. Verùm in idem abſurdum incidemus, ſi ſpatium ponatur ſectore R. maius. Etenim manentibus ijſdem lineis ſectores habemus ab omnibus inæqualibus, præter quam à maxima, & ij conficiunt inſcriptam figuram. Deinde ſunt rurſus ſectores ab æqualibus, qui ergo ſunt [i] ad illos, hoc eſt, ſector E.B.D, ad inſcriptam figuram, in maiori ratione quàm idem ſector E.B.D. ad ſectorem R. & proinde inſcripta figura eſt [k] ſectore R. maior. Sed cum inſcripta figura minus diſtet quàm ſector R. à ſpatio, remanet maiorem eſſe ipſam inſcriptã figuram ſectore R. quo proinde eſſet maior & minor. Ergo ſpatium (ne ſequantur tot incommoda) dicendum eſt æquale ipſi ſectori R. & ideò ipſum eſſe ad ſectorem E.B.D. vt rectangulum ſub B.D. & B.C. cum tertia parte quadrati E.C. ad quadratum B.D. quod fuit probandum.

[h] per 12. huius.
[i] per manifeſt. 4 huius.
[k] per 8. l 5.
[l] per manifeſt. 13. huius.

ΛΗΜΜΑ.

Quadratum lineæ B.D. excedit rectangulum ſub B.C, B.D. cum tertia parte quadrati E.C, quantitate rectanguli ſub B.C, C.E. & duarum tertiarum quadrati C.E.

ΥΠΟΘ. Sit D.E. quadratum prædictæ lineæ B. D. vel D. E. & ſecetur B.E. in C, vt in præcedenti ſchemate, vel ſit hæc B.C. æqualis illi B.C. tum à puncto C. erigatur [a] perpendicularis C.H. & ſit [b] F.E. quadratum lineæ C.E.



[a] per 11. l. 1.
[b] per 46 l. 1
[c] per 1. definit. l. 2.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Eſt [c] D.C. rectangulum ſub B.D, & B.C. tùm F.G. eſt id quod continetur ſub B.C, & C.E. Nam cum F.C. ſit ipſi C.E. æqualis, relinquitur [d] F.H. æqualis ipſi B.C. Eſt [e] autem quadratum D.E. æquale rectangulis D.C, F.G. & quadrato E.F. Superat proinde rectangulum D.C. ſub B.D. & B.C. & tertiam partem quadrati E.F. quantitate rectanguli ſub B.C, C.E. & duarum tertiarum quadrati C.E. ſeu F.E. quod fuit probandum.

[d] per 3. comm. ſent.
[e] per 4 l. 2.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc concludimus ſpatium ſub ſpirali C.D. arcu E.D. & linea E.C. eſſe ad ſectorem E.B.D, ſicuti eſt rectangulum ſub B.C, C.E. cum duabus tertijs quadrati C.E. ad quadratum ex B.D. At idem ſpatium eſſe ad prædictum ſub ſpirali C. D, & duabus lineis B.C, B.D. vt rectangulum ſub B.C, C.E. cum duabus tertijs quadrati C.E. ad rectangulum ſub B.C, B.D. & vna tertia quadrati C.E.

ΚΑΤΑ. Sit [f] C.I. vna tertia lateris C.F. & erigatur perpendicularis I. K. vt ſimul ſit [g] F.K. duæ tertiæ quadrati F.E. & I.E. reliqua tertia.

[f] per 10. l. 6
[g] per 1. l. 6.

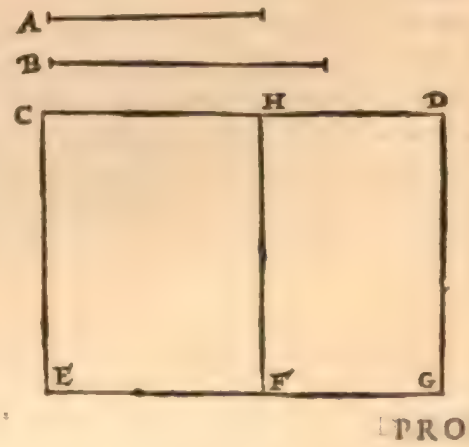
ΑΠΟΔ. Etenim cùm probauerimus [h] ſpatium ſpirali, & lineis B.D, B.C. eſſe ad ſectorem E.B.D. vt rectangulum ſub B.D, B.C, cum tertia parte quadrati E.C. ad quadratum D.B. ſequitur ſpiralem ſecare ſectorem E.B.D. ea ratione, qua lineæ H.I, I.K. ſecant quadratum D.E. Et propterea partes ſectoris B. E. D. ad eundem ſectorem, ſeu ad ſe inuicem, ſe habent ſicuti partes quadrati D.E. ad quadratum, ſeu ad ſe inuicem, quod concluſeramus.

[h] præcedentis propoſ.

ΛΗΜΜΑ.

Expoſitis tribus lineis inæqualibus, rectangulum ſub maiori & media ſuperat id quod fit à media & minima, quantitate rectanguli ſub media & parte, qua maxima ſuperat minimam comprehenſi.

ΥΠΟΘ. Exponantur tres lineæ A. minima, B. media, & C.D. maxima: rectangulum ſub maxima, & media ſit C.G. differentia, qua maxima ſuperat minimam ſit H.D. ita vt rectangulum ſub media & illo exceſſu ſit H.G. aliud verò ſub media & minima ſit C.F.



ΣΥΜΠ. Dico rectangulum C.G. ſuperare rectangulum C.F. illo rectangulo H.G.

ΑΠΟΔ. Nam his duobus C.F. & H.G æquale eſt [a] C. G. & proinde alterum altero ſuperat.

[a] per 1. l. 2.

ΠΡΟΤ. ΚΖ.

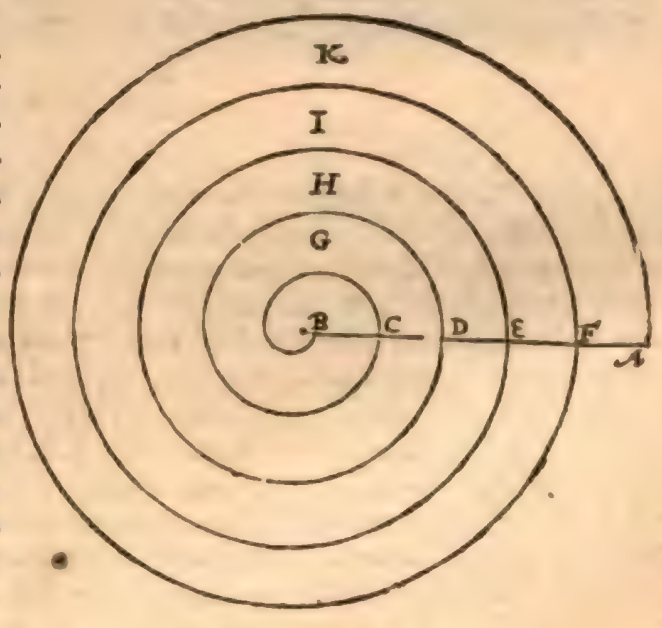
ΘΕΩΡ. ΙΖ.

Τῶν χωρίων τῶν περιεχομένων ὑπό τε ἰσῶν ἑλίκων, καὶ ἰσῶν εὐθειῶν ἐν τῷ πρώτῳ περιφορᾷ, τὸ μὲν γ. τοῦ β. διπλάσιον ἐστί, τὸ δὲ δ. τριπλάσιον, τὸ δὲ ε. τετραπλάσιον καὶ ἀεὶ τὸ ἑπόμενον τὸν τοῦ ἑξῆς ἀριθμοὺς πολλαπλάσιον τοῦ δευτέρου χωρίου· τὸ δὲ πρῶτον χωρίον ἕκτον μέρος ἐστὶ τοῦ δευτέρου.

PROP. XXVII.

THEOR. XVII.

Spatiorum comprehenſorum ſub ſpiralibus, & rectis lineis quæ in circulatione ſunt, tertium quidem ſecundi duplum eſt: quartum verò triplum: quintum autem quadruplum, & ſemper quod ſequitur, ſecundùm numeros qui deinceps ſunt multiplex eſt ſecundi ſpatij. Primum verò ſpatium ſexta pars eſt ſecundi.

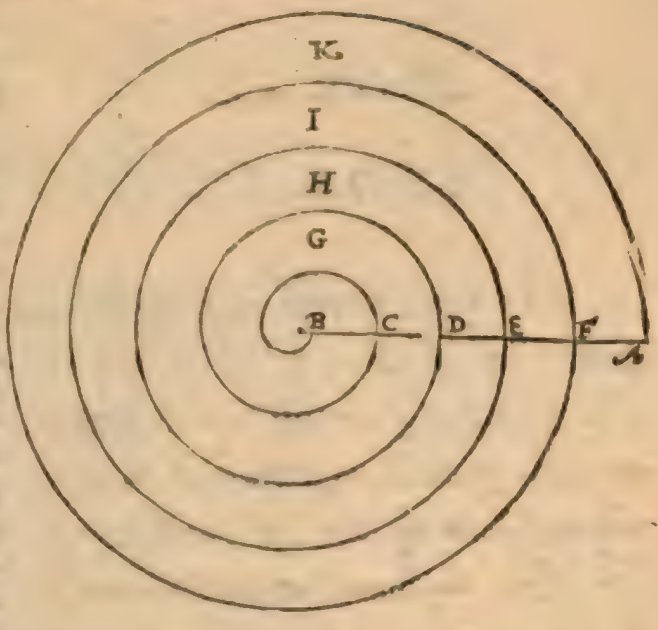


ΠΡΟΘ. Exponatur voluta quædam ex plurimis orta reuolutionibus: cuius principium ſit B. terminus A. principium reuolutionis B. A. primum ſpatium B. contentum ſub ſpirali ex prima reuolutione nata, & linea prima B. C. ſecundum ſpatium ſub ſecunda ſpirali, & linea ſecunda, ſit G. Tertium ſit H. quartum eſto I. & quintum K. & ita deinceps.

ΣΥΜΠΕ. Dico ſecundum ſpatium G. eſſe ſextuplum primi B. tertium H. eſſe duplum ſecundi G. quartum I. eſſe triplum eiuſdem ſecundi, & adhuc quintum K. eiuſdem eſſe quadruplum, & ita deinceps. Sequentia ſpatia eſſe multiplicia ſecundi ſpatij ſecundum numerum, qui mox præcedens ſpatium denominat.

ΑΠΟΔ. Spatium B. eſt [a] $\frac{2}{3}$ primi circuli interuallo B.C. deſcripti: tum ſpatium G. nempè ſecundum eſt [b] $\frac{7}{11}$ ſecundi circuli deſcripti radio B.D. Atqui primus circulus eſt [c] tãtum $\frac{1}{4}$ ſecundi, nam B.D, dupla eſt primæ B.C. ita vt qualium ſecundus circulus eſt 12. talium ſit primus 3. & primum ſpatium 1. Cùm ergo ſecundum ſpatium complectens primum, ſit earumdem partium 7. ſequitur ſublato primo ſpatio à ſecundo, ſecundum relinqui 6. partium, ſeu id quod propriè eſt ſecundi ſine primo: & proinde quod eſt ſecundi ſpatij poſt primum, ſextuplum eſt primi. Tertium autem H. cum primo & ſecundo, eſt [d] ad tertium circulum deſcriptum interuallo B.E. vt rectangulum ſub B.E, & B.D. cum tertia quadrati E.D. ad quadratum B.E. Sint ergo B.C. 3, B.D. 6. & B.E. 9. (ſunt [e] enim commenſurabiles, & ſe habent inter ſe ſicuti numeri.) Rectangulum quippè ſub B.E, & B.D. erit 54. quibus ſi addatur $\frac{1}{3}$ quadrati D.E, quod eſt 9. fient 57. Eſt verò quadratum ex B.E 81. Tertium igitur ſpatium complectens primum & ſecundum eſt ad tertium circulum, vt 57. ad 81. Verum ex eadem ratiocinatione ſecundum ſpatium cum primo eſt ad ſecundum circulum, vt 21. ad 36.

[a] per 24. huius.
[b] per 25. huius.
[c] per 2. l. 12.
[d] per manif. 14. huius.
[e] per 20. lem. 4. definit. huius, & coroll. 12. huius.



[a] per 2 l 12 Tertius porrò circulus est [a] ad secundum in ratione duplicata radij B. E. ad radium B. D. quæ est $\frac{1}{4}$: Ergo est [b] per 7 l 10 vt 9. ad 4. seu vt 81. ad 36. & sunt [b] cõmensurabiles, tùm inter se, tùm cum prædictis spatijs. Partium ergo 57. quas efficiebant tria simul spatia B. G. H. duo priora sunt 21. & solum tertium H. 36. Demum cum secundus circulus sit 36. eiusque quarta pars sit [a] primus circulus, nempè 9. cuius adhuc est $\frac{1}{3}$, nempè 3. spatium primum: sublatis 3. à 21. supererit spatium secundum 18. partium, quarum sunt duplæ 36. Ergo tertium spatium solum, solius secundi duplum est. Eodem numerorum ratiocinio experiemur. Nam quia B. F. constat quatuor lineis, prima, secunda, tertia & quarta, partium est 12. eiusque quadratum est 144. At rectangulum sub B. E, & B. F. est 108. tum tertia pars quadrati E. F. est 3. ita vt hæc duo simul sint 111. Est itaque quartus circulus ad spatia B. G. H. I. sicut 144. ad 111. Harum autem partium 111. tria spatia B. G. H. constituunt 57. Solum ergo I. seu quartum est earumdem 54. quæ sunt triplæ partium 18. quarum est G. spatium secundum. Postremò inueniemus spatium quintum K. esse 72. partium, quæ quater continent 18. ita vt tandem quintum spatium sit quadruplum secundi.

ΑΛΛΩΣ.

[c] per 2 huius. [d] per 2 l 12 Spatia B. G. H. I K. sunt [c] ad circulum ex radio B. A. vt rectangulum sub B. A, B. F. cum tertia parte quadrati F. A, ad quadratum B. A. Circulus autem interualli B. A. est [d] ad circulum interualli B. F. vt quadratum ex B. A. ad quadratum ex B. F. Et præterea cir-

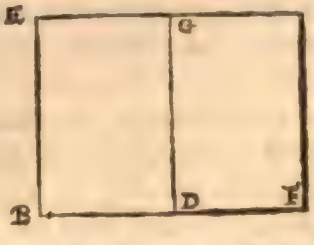
[e] per 22 l. 5. culus interualli B. F. est [e] ad spatia B. G. H. I. vt quadratum ex B. F. ad rectangulum ex B. F, B. E. cum tertia parte quadrati E. F. Ergo ex æquo spatia B. G. H. I. K. sunt [e] ad spatia B. G. H. I. vt rectangulum sub B. A, B. F, cum tertia parte quadrati F. A. ad rectangu-

[f] per 17. l. 5 lum sub B. E, B. F. cum tertia parte quadrati E. F, & diuidendo [f] K. spatium est ad spatia B. G. H. I, vt excessus quo rectangulum sub B. A, B. F, cum tertia parte quadrati F. A. excedit rectangulum sub B. E, B. F, cum tertia parte quadrati F. E. ad idem rectang. sub B.

[g] nam lineæ sunt æquales, per cor. 11 huius. E, B F, cum tertia quadrati F. E. parte. Atqui tertia pars quadr. F. A. est [g] eadem quæ tertia pars quadr F. E. Tollantur ergo istæ tertiæ partes vtrinque: erit quippè ille excessus, is quo rectang. sub B. A, B F. excedit rectang. sub B. E, B. F, nempè [h] rectangulũ compre-

[h] per lemm. preced. hensum sub B. F, & E. A. Et proinde spatium K. est ad spatia B. G. H. I. vt quod fit sub B. F, & E. A. ad id quod fit sub B. F, B. E, cum tertia parte quadrati E. F. Eadem prorsus ratione spatium quartum I. est ad spatia B. G. H. vt rectang. sub B. E, D. F, ad rectang. sub

[i] per 18 l. 5 B. E, B. D, cum tertia quadrati D. E. Et spatium I. est [i] componendo ad omnia spatia B. G. H. I, vt rectang. sub B. E, D. F, ad rectangula sub B. E, D. F, & sub B. E, B. D. cum tertia quadrati D. E. At verò rectangula hæc sub B. E, D. F, & sub B. E, B. D, cum tertia parte quadrati D. E. paria sunt rectangulo sub B. E, B. F, cum tertia quadrati E. F. Sunt enim duæ lineæ E. B, B. F. quarum altera secatur in D. Et ideò



[l] per 1. l. 2 rectangulum E. F, æquale est [l] duobus sub B. E, B. D. & sub E. B. seu D. G, & D. F. Duæ autem tertiæ quadratorum D. E, & E. F. sunt æquales, vt lineæ sunt [g] pares. Idcirco spatium I. est ad spatia B. G, H. I. vt rectangulum sub B. E, D. F, ad rectang. sub B. E, B. F, cum tertia parte quadrati E. F. Et inuertendo, sunt spatia B. G. H. I. ad spatium I vt quod fit sub B. E, B. F, cum tertia parte quadrati E. F, ad id quod fit sub B. E, D. F.

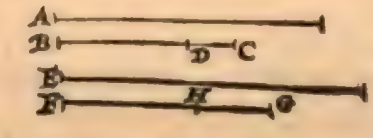
Habemus ergo ordine in ijſdem rationibus K. ſpatium ad ſpatia B.G.H.I. vt rectangulum ſub B.F, E.A. ad rectangulum ſub B.F, B.E. cum tertia quadrati E.F. Tum ſpatia eadem B.G,H.I. ſunt ad ſpatium I. vt quod fit ſub B.E, B.F, cum tertia quadrati E.F. ad id quod fit ſub B.E,D.F. Ex æquo ergo K. ſpatium eſt [a] ad ſpatiũ I. vt quod fit ſub B.F, E.A. ad rectangulum ſub B.E,D.F. Quoniam verò in his duobus rectangulis altitudines E.A. & D.F. ſunt æquales, ſe habent [b] inter ſe rectangula vt baſes, hoc eſt, rectangulum ſub B.F,E.A. eſt ad rectangulum ſub B.E, D.F, vt B.F. baſis ad baſim B.E. Et ideò ſpatium K. eſt [c] ad ſpatium I. vt B.F, ad B.E.

[a] per 22. l. 5.
[b] per 1. l. 6.
[c] per 11. l. 5.

Similiter probabimus ſpatium I. eſſe ad ſpatium H. vt linea B.E, ad lineam B.D. Et adhuc ſpatium H. ad ſpatium G. vt linea B.D. ad lineam B.C. Et proinde ex æquo, K. eſt ad G. vt B.F, ad B.C. hoc eſt, in ratione quadrupla: I. eſt ad G. vt B.E, ad B.D, in ratione nempè tripla. Demum H. eſt ad G. vt B.D, ad B.C. in ratione ſcilicet dupla, quod fuit probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc patet duplex ſpatii acceptio, quatenus definitur 5. definitione huius, quam iam monuimus χαλῶ manifeſti huius. Hic enim ſecundum ſpatium oſtenditur eſſe ſextuplum primi. At verò idem ſecundum ſpatium eſt [d] ad ſecundum circulum vt 7. ad 12. Sit ergo circulus ſecundus 12. partium: harum primus circulus fuerit 3. & primum ſpatium 1. [d] Si ergo ſecundum ſpatium ſumptum fuerit hic vt in vigeſima quinta huius, iam non ſextuplum ſed ſeptuplum erit primi ſpatii. Vel ſi in vigeſima quinta ſumendum fuerit vt hic, iam non erit ad ſecundum circulum vt 7. ad 12. ſed vt 6. ad 12. & in ratione ſubdupla. Cæterum numeri, quibus in prima demonſtratione vſi ſumus, oſtendunt tertium ſpatium æquale ſecundo circulo, & vtrumque partium 36. qualium primum ſpatium eſt 3. quod & aliunde dignoſcere poſſumus, demonſtrato quod ſi A. fuerit ad B.C. vt E. ad F.G. Tum A. ad D.C. vt E. ad H.G. fore vt A. ſit ad B.D. ſicut E. ad F.H. Etenim B.C. & F.G. ſunt [f] in eadem ratione diuiſæ: ita vt quæ pars eſt B.D. ipſius B.C. eadem ſit F.H. quartę F.G. Et proinde cum A ſit ad totam B.C. vt E. ad totam F.G. Erit [g] etiam A. ad partem B.D, vt E, ad partem F.H. Sit ergo A. quadratum ex B.D, ſuperioris diagrammatis: ſit B.D, rectangulum ſub B.D, B.C. tum D.C. tertia pars quadrati C.D: Rurſus ſit E. ſecundus circulus deſcriptus interuallo B.D: ſit F.H. ſecundum ſpatium G. ſine primo B. & H.G. ſit tandem primum ſpatium, ſeu [h] tertia pars circuli primi facti ex interuallo B.C.



[f] per lemma 3. ad 3. l. de æquipond.
[g] per 15 l. 5.
[h] per 24. huius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim A. ſic erit [i] ad B.C. vt E. ad F.G, ſed idem A. eſt [e] etiam ad D.C. vt E. ad H.G. Et proinde A. ſeu quadratum ex B.D. eſt [e] ad B.D. ſeu ad rectangulum ſub B.D, B.C, vt E. ſecundus circulus ad ſpatium G. ſolum ſine primo. Atqui A. eſt [l] duplum ipſius B.D. cum enim altitudines ſint æquales in quadrato & rectangulo, ſunt inter ſe ſicuti baſes. Ergo quoque ſecundus circulus eſt duplus ſecundi ſpatii G. Verùm probauimus [m] tertium ſpatium H. eſſe duplum eiuſdem G. ſpatii ſecundi. Eſt [n] itaque H. ſeu tertium ſpatium ſecundo circulo æquale, quod fuit probandum. En rurſus patet ſpatium ſecundum, quatenus cum ſecundo circulo comparatur, in concluſione propoſitionis 25. huius, includere ſpatium primum, hic verò non?

[i] per id quod mox prob.
[l] per 1. l. 6.
[m] præced. prop.
[n] per 7. l. 5.

ΠΡΟΤΑ. ΚΗ.

ΘΕΩΡ. ΙΗ.

Εἶτα ἀπὸ τῆς ἕλικος τῆς κατὰ ὁποιανοῦν φορὰν γεγραμμένας δύο σημεῖα λαφθέωσι, μὴ τὰ πέρατα· ἀπὸ

PROP. XXVIII.

THEO. XVIII.

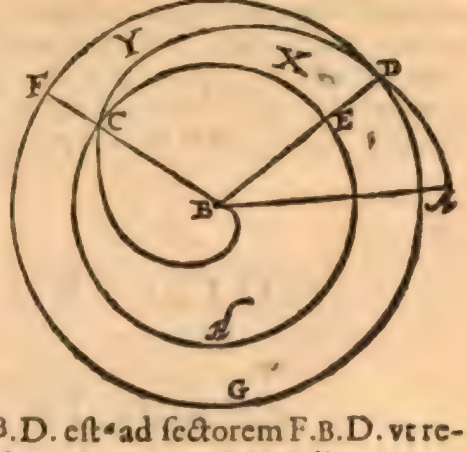
Si in Helica ex quacumque reuolutione generata duo puncta ſumantur, quæ non ſint ipſius termini: à ſumptis verò

punctis iungantur rectæ ad principium Helicis, & centro quidem principio ſpiralis, interuallis verò lineis à punctis ad principium ſpiralis ductis, circuli deſcribantur: comprehenſum ſpatium ſub maiori arcuum medio inter ductas lineas, & Helica media inter eaſdem rectas, ac recta linea producta, hanc habebit rationem ad comprehenſum ſpatium ſub minori arcu, & eadem ſpirali, & alia recta coniungente vtriuſque terminos, quam radius minoris circuli cum duabus tertijs exceſſus, quo excedit radius maioris circuli radium minoris, ad radium minoris circuli cum vna tertia parte eiuſdem exceſſus.

δὲ τῆς λαφθέντων σημείων ἐπιζευγνυμένων εὐθεῖαι ἐπὶ ταὐτὰ ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, καὶ κέντρῳ μὲν τᾷ ἀρχᾷ τᾶς ἕλικος, διαστήμασι δὲ τοῖς ἀπὸ τᾶς σημείων ἐπὶ ταὐτὰ ἀρχὰν τᾶς ἕλικος, κύκλοι γραφέωντι· τὸ περιλαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς μείζονος τᾶν περιφερειᾶν τᾶς μεταξὺ τᾶν εὐθᾶν, καὶ τᾶς ἕλικος τᾶς μεταξὺ τᾶν αὐτᾶν εὐθᾶν, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς συμβαλλούσας τοῦτον ἔξω πὸτ τὸ ἀπολαφθὲν χωρίον ὑπό τε τᾶς ἐλάσσονος περιφερείας, καὶ τᾶς αὐτᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ἐπιζευγνυούσας τὰ πέρατα αὐτᾶν, ὃν ἀ μὲν τοῦ κέντρου τοῦ κύκλου μετὰ δύο τεταρτημορίων τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὑπερέχει ἀ μὲν τοῦ κέντρου τοῦ μείζονος κύκλου τᾶς μὲν τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου, ἁ δὲ τοῦ κέντρου τοῦ ἐλάσσονος κύκλου μετὰ ἑνὸς τεταρτημορίου τᾶς αὐτᾶς ὑπεροχᾶς.

ΥΠΟΘ. Sit quæcumque ſpiralis B.C. D. A. in qua puncta ſumantur C. & D. ad quæ iungantur lineæ B.C, B.D, à principio ſpiralis B. Tum centro B. & interuallis duabus lineis B.C, B.D. circuli deſcribantur C.H.E, & D.F.G, producaturque B.C. in extimam circumferentiam maioris circuli, cadatque in punctum F.

ΣΥΜΠ. Aio ſpatium comprehenſum arcu F.D. ſpirali C.D, & linea producta C.F. quod deinceps notabimus litera Y. eſſe ad ſpatium conceptum intra arcum C.E. ſpiralem C.D, & lineã E.D. quod inpoſterum appellabimus X. vt eſt linea B C. cum duabus tertijs lineæ C.F. qua B.D. ſuperat B.C, ad B C. cum reliqua tertia parte exceſſus C.F.

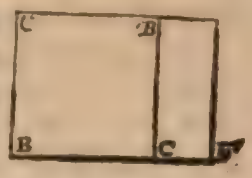


ΑΠΟΔ. Spatium Y. eſt [a] ad ſpatium C.B.D. comprehenſum ſub ſpirali & lineis B.C, B.D, ſicut rectangulum ſub B.C, C.F. cum duabus tertijs quadrati C.F, ad rectangulũ ſub B.D, vel B.F, & B.C. cum tertia parte quadrati C.F. Deinde ſpatium C.B.D. eſt [a] ad ſectorem F.B.D. vt rectangulum ſub B.F, B.C. cum tertia quadrati C.F. ad quadratum ex B.F. Adhuc in primo ordine ſector F B. D. eſt [b] ad ſectorem C. B. E, vt in ſecundo ordine quadratum ex B. F. ad quadratum ex B. C. Ex æquo ergo [c] ſpatium Y. eſt ad ſectorem C. B. E, vt rectangulum ſub B. C, C. F, cum duabus tertijs quadrati C. F, ad quadratum ex C. B. Et ex conſequenti Y. ſpatium eſt [d] ad ſpatium X. vt rectangulum ſub B. C, C. F. cum duabus tertiis quadrati C. F. eſt ad exceſ-

[a] per coroll. 29. huius.
[b] per 33. l. 6. & 2. l. 12.
[c] per 22. l. 6
[d] per 19. l. 5. ſeu per coroll. 1pſius.

ſum quo rectangulum ſub B.F, B. C, cum tertia quadrati C. F. ſuperat quadratum ex C. B.

Eſt [a] autẽ exceſſus ille id quod fit ſub B. C, C.F. cũ tertia parte quadrati C.F. Proinde Y. eſt ad X. vt rectangulum ſub B.C, C.F, cum duabus tertijs quadrati C.F. ad rectangulum ex B.C, C.F. cum vna tertia quadrati C.F, hoc eſt [b] vt baſis B.C, cum duabus tertijs baſis C. F, ad baſim C.B. cum vna tertia eiuſdem baſis C.F. quod fuerat probandum.



[a] per 3 lib 2.

[b] per 1 l 6.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Huc Archimedis curſus fuit. Porrò hanc 29. propoſitionem addemus ex Pappo [c], quia non iniucundæ eſt contemplationis. Græcè autem ſic legi poteſt.

[c] coll. 8. mathemat. l. 4 prop 22

ΓΡΟΤΑ. ΚΘ.

ΘΕΩΡ. ΙΘ.

Εἶτα ποτὲ ταὐ ἕλικα ταὐ μιᾷ μὲν ἐν μιᾷ φερεφορᾷ γεγραμμέναν, καὶ ἀπὸ τᾶς ἀρχᾶς τᾶς ἕλικος εὐθεῖα ἐμπεσοῦσα· τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς πρώτας, τοῦτον ἔχει τὸν λόγον πρὸς τὸ χωρίον τὸ περιεχόμενον ὑπὸ τᾶς πρώτου μέρους τᾶς ἕλικος, καὶ τᾶς εὐθείας τᾶς ποτιπιπτούσας, ὃν ἔχει ὁ κύβος ὁ ἀπὸ τᾶς εὐθείας πρώτας, πρὸς τὸν κύβον τὸν ἀπὸ τᾶς ποτιπιπτούσας.

PROP. XXIX.

THEOR. XIX.

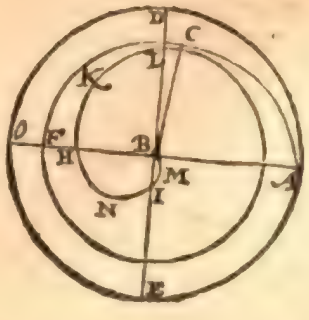
Si in ſpiralem ex vna reuolutione ortam, & à principio ſpiralis, recta linea ceciderit: ſpatium comprehenſum ſub ſpirali, & linea prima eam rationem habet ad ſpatium contentum ſub prima ſpiralis parte & linea incidente, quam habet cubus primæ lineæ, ad cubum lineæ incidentis.

ΠΡΟΘ. Sit ſpiralis ex vnica circumuolutione generata B. H. C. A. in quam à puncto B. cadat linea B. C.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Aio ſpatium comprehenſum tota voluta, & linea prima A.B. quod deinceps integrum dicimus, eſſe ad ſpacium conceptum parte ſpiralis B.H.C. & incidente B. C. quod in poſterum truncatum appellabimus ſeu mutilum; vt cubus lineæ B. A. ad cubum lineæ.BC.

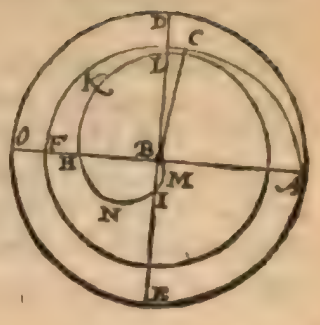
ΚΑΤΑΣ. Fiat primus circulus A.D.O.E, & alter minor C.F.G. centro B. & interuallo B.C.

Diuidanturque [a] ambo quadrifariam duobus diametris ſeſe rectò decuſſatim dirimentibus.



[a] per 33. l. 6

ΑΠΟΔ. Totum ſpatium eſt tertia pars primi circuli A.D. O.E. Deinde mutilum ſpatium etiam tertia pars eſt [a] partis circuli C.F.G. contentæ arcu C.F.G, & lineis B.C, B. G. quam deinceps nomine portionis ſignificabimus. Ergo vt circulus primus eſt ad portionem: ſic eſt [b] totum ſpatium ad mutilum ſpatium. Inter circulum verò primum & portionem, ſi poſuerimus circulum C.F.G. erit [c] ratio primi circuli ad portionem compoſita ex rationibus primi circuli ad circulum C.F.G, & circuli C.F.G. ad portionem: hoc eſt [d] ex rationibus quadrati B.A. ad quadratum B.G, & circumferentiæ totius circuli C.F.G, ad arcum C. F.G, vt enim circulus ad ſectorem, ſic [e] periferia circuli ad arcum ſectoris. Verùm vt periferia ad arcum, ſic [f] linea B.A. ad lineam B.C. Ergo rurſus ratio primi circuli ad portionem componetur ex rationibus quadrati B.A. ad quadratum B.G, ſeu B.C, & lineæ B.A. ad lineam B.C. Et proinde totum ſpatium eſt [g] etiam ad mutilum in compoſita ratione ex rationibus quadrati A.B. ad quadratum B.C, & lineæ B.A. ad lineam B. C. hoc eſt in ratione tripla [h] lineæ A.B, ad lineam B.C. ſeu [i] vt cubus lineæ A. B. ad cubum lineæ B.C. quod fuit probandum.



a per 2 cor. eiuſdem 14.
b per 15 l. 5
c per lemm. 2 ad 3 l. 2. de ſphær. & cyl.
d per 2. l. 12
e per 33 l. 6.
f per 14. huius.
g per 11. l. 5.
h per 20. l. 6
i per 33. l. 11.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hoc pacto omne ſpatium comprehenſum parte ſpiralis, & linea incidente in ſpiralem, nouerimus, ſi modo angulus quem incidens facit cum prima linea, cognoſcatur, aut arcus inter vtramque interiectus. Quoniam enim nouimus angulum A B.E. eſſe rectum, eſt B.A, ad B.I. in ratione quadrupla, quia tota circuli periferia eſt arcus A.E. quadruplus: Proinde linea B.I. datur, eiuſque cubus in partibus cubi B.A. Ponatur ergo B.A. 4. eius cubus erit 64. Tum erit B.I. vnum, eiuſque cubus 1. Adhuc erit B.H. 2. eiuſque cubus 8. demum B.L. erit 3. eiuſque cubus 27. Itaque qualium eſt B.M.I. ſpatium, 1. talium eſt ſpatium ſub ſpirali B.I.H, & linea B.H 8. vel ſpatium ſub ſpirali H. N.I, & lineis B.H, B.I. 7. Tum ſpatium ſub H.k.L, & lineis B.H, B.L. 19. Denique reliquum ſub L.C.A, & lineis B.L, B.A. 37, vt infert Pappus. Porrò ex angulo aut arcu noto, linea incidens dabitur, & ex conſequenti cubus, & tandem contentum ſpatium.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc nobis ſuppeditatur ars qua ingenioſiſſimè ludamus in omnibus quæ ſpiris deducüntur, deformantur, ornantur: ſiue in cœlis ſint, ſiue in aquis, ſiue in terra, ſiue in ædificiis, & rerum ornamentis, denique in difficillimis problematis totius Geometriæ. Admiſſa enim helica, & ritè vt pars ipſius fert fabrefacta, nihil eſt in tota Geometria abſtruſum, & adhuc inuium quod non denudetur, pateſiat & aperiatur. Primum cuiuſcumque anguli dati dabitur quæſita pars.

LEMMA.

Si fuerint duo quantitatum inæqualium ordines, in quorum primo ſit prima ad ſecundam, & ſecunda ad tertiam, vt in ſecundo prima ad ſecundam, & ſecunda ad tertiam: erit in illo differentia primæ & ſecundæ ad differentiam eiuſdem primæ & tertiæ, vt in hoc differentiam, primæ, ſecundæ, ad differentiam, primæ & tertiæ.

ΥΠΟΘ. Sint A.D, A.C, & A.B, inter ſe vt E.H, E.G, & E.F.
ΣΥΜΠ. Dico D.C. eſſe ad D.B, vt H.G, ad H.F.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. B. est ad A. C. vt E. H. ad E. G. vicissim [a] A. D. est ad E. H. vt ablatum A. C. ad ablatum E. G. & ex consequenti reliquum D. C. est [b] ad reliquum H. G. vt ablatum A. C. ad ablatum E. G. Verum quia A. C. est [c] ad A. B. vt E. G. ad

[a] per 16. l. 5.
[b] per 19. l. 5
[c] per ... l. 4. l. 5.

E. F. vicissim est A. C. ad E. G. vt A. B. ad E. F. & proinde D. C. est ad G. H. vt est A. B. ad E. F. Atqui cum A. C. sit ad E. G. vt ablatum A. B. ad ablatum E. F. sequitur reliquum C. B. esse [b] ad reliquum G. F. vt A. B. ad E. F. hoc est vt D. C. ad G. H. Quoniam tandem C. D. est ad H. G. vt C. B. ad G. F. erit permutando [a] D. C. ad C. B. vt H. G. ad G. F. & inuertendo [c] B. C. ad C. D. vt F. G. ad G. H. & componendo [d] B. D. ad C. D. vt F. H. ad G. H. & inuertendo [e] D. C. etiam primæ & secundæ ad D. B. etiã primæ & tertiæ in primo ordine vt H. G. differentiam primæ & secundæ ad H. F. differentiam primæ & tertiæ in secundo ordine, quod proponebatur.

[d] per 18. l. 5.

PROBLEMA I.

Proposito anguli imperatam partem assignare.

ΠΡΟΘ. Proponatur angulus D. B. A. seu A. B. L. præcedentis figuræ, & iubeamur ab eo nonam partem assignare.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur L. D. excessus scilicet lineæ B. A. supra lineam B. L. in nouem partes, & vnam addamus ipsi B. L. vel 8. ex ipsis resecemus ex B. A. quæ sint G. A. tum centro B. & interuallo B. G. describamus circulum G. C. F. & à puncto B. ad intersectionem circuli & volutæ C. iungatur B. C.

ΣΥΜΠ. Dico angulum L. B. C. esse nonam partem totius D. B. A.

ΑΠΟΔ. Vt se habet linea A. B. ad B. L. sic [e] se habent quatuor recti ad angulos A. B. E, E. B. O, O. B. D. Et rursus vt est B. L. ad B. C. ita sunt hi tres anguli A. B. E, E. B. O, O. B. D. ad angulos A. B. E, E. B. O, O. B. C. proinde in primo ordine vt excessus L. D. primæ supra secundam ad G. A. excessum primæ supra tertiam, ita est [f] angulus D. B. A. excessus nempe primæ quantitatis in secundo ordine ad angulum C. B. A. excessum item primæ supra tertiam. Sed L. D. superat G. A. vna sui nona parte. Ergo angulus D. B. A. superat angulum C. B. A. vna sui nona parte: proindeque L. B. C. angulus est nona pars propositi anguli L. B. A. quæ quęrebatur.

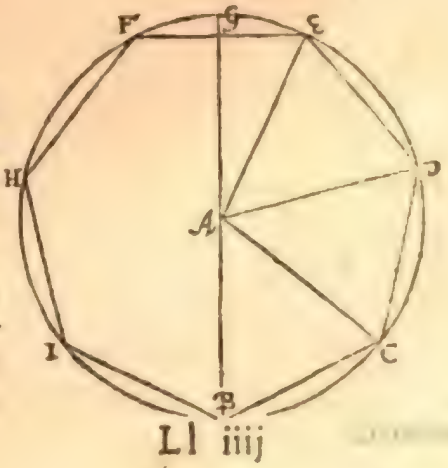
[e] per 14 huius & 33. l. 6.
[f] per lemma præced.

PROBLEMA II.

Omnes figuras quotquot libet laterum in circulo describere.

ἀνάλυσις.

Quoniam omnes figuræ resoluuntur in triangulos, facere est cognoscere quot rectis æquiualeant anguli cuiuslibet figuræ propositæ: duplicatus enim triangulorum numerus in quot figura dispescitur, rectorum angulorum numerum constituit, quibus pares sunt figuræ anguli: Heptagonũ in quinque triangulos dirimitur, propterea 10. angulos rectos continent heptagoni anguli, & ideo quisque recto & ⅖ recti par est. Cæterum laterum cuiuslibet figuræ docẽt Geometræ numerum, duplicare & à duplo qua-



ternarium auferre: qui etenim supereſt angulos rectos patefacit, qui sunt in angulis figuræ.

ΠΡΟΘ. Proponatur heptagonum deſcribere in circulo dato, cuius centrum A. diameter B. G.

ΚΑΤΑΣ. Habeatur [a] angulus heptagoni qui recto & ⅔ recti æquialet: ditimatur [b] bifariam, & semiſſis adponatur [c] ad diametrum G. B. puncto B. qui ſit A. B. C. altera semiſſis ſit A. B. I ita vt totus angulus heptagoni ſit I. B. C. accommodentur [d] autem in circulo lineæ C. D, D. E, E. F, F. H, & H. I. ſingulæ æquales vni B. C. tandem ducantur A. C, A. D, A. E.

[a] per primũ problema.
[b] per 9. l. 1.
[c] per 23 l. 1.
[d] per 1. l. 4.

ΣΥΜΠ. Dico heptagonum deſcribi in circulo æquiangulum & æquilaterum.

ΑΠΟΔ. Quoniam triangulus A. B. C. eſt iſoſceles, & eſt angulus A. B. C. semiſſis anguli heptagoni: ambo ad baſin B. & C. æquiualent toti angulo heptagoni hoc eſt 1⅔ recti, proinde angulus B. A. C. valet [e] ⅔ recti. At eſt C. D. æqualis ipſi B. C. ergo arcus C. D. eſt [f] quoque æqualis arcui B. C. & angulus C. A. D. erit [g] etiam ⅔ recti. Idem dicendum de reliquis. Atqui tota circumferentia ſubtendit in centro 4. rectos: quatuor vero recti 51. diuidantur in 7. partes, quæque pars erit ⅔ recti, ergo angulus B. A. C. ſuſtinet ſeptimam partem circumferentię circuli, & eſt B. C. latus heptagoni vt & reliquæ lineæ: heptagonum eſt ergo æquilaterum. quod ſit æquiangulum oſtenditur. Nam triangulorum A. B. C, A. C. D, A. D. E. omnia latera ſunt æqualia: ergo ſunt [h] æqualium angulorum, & ſunt ambo A. C. B. & A. C. D. æquales ambobus A. D. C. & A. D. E. totuſque proinde B. C. D. æqualis toti C. D. E. ita dici poteſt de reliquis. Eſt ergo figura æquiangula, vt & æquilatera, quod fuerat probandum.

[e] per 32. l. 1.
[f] per 28. l. 3.
[g] per 27. l. 3.
[h] per 8. l. 1.

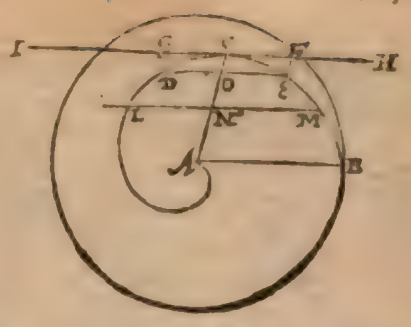
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Idem fiet de reliquis figuris, quæ ſi numero laterum pari fuerint, angulus totus ponetur ad diametrum: ſi vero impari, ſemiſſis duntaxat, vt hic in heptagono egimus. Etenim in pari laterum numero fit, vt diameter latus vnum diſpeſcat in duas partes æquales, ſcilicet illud quod medium eſt inter partes numero æquales, vt in heptagono quartum, quod eſt in ſuperiori ſchemate E. F. At vero in pari laterum vel angulorum numero fit vt medietas figuræ tota ſit exactè ad alterum diametri latus, altera ad alterum. Cæterum mediante quoque hac inuentione omnium angulorum ſeu diuiſione eorum qui dantur in quotlibet partes, etiam inuentio mediarum duarum continuè proportionalium inter duas inæquales datas, facilis redditur, tum duplicandi cubi ratio, vti exemplis doceremus, niſi nos præli vrgerent, & quotidianum ac continuum erga Regem, (cui deeſſe vel momento, nefas) penſum, ab hac contemplatione, quæ tempore & libertate eget, auocaret. Memini me primis adoleſcentiæ meæ annis, cum omnia ſuſque deque in Gallia ferrentur, armis ſtreperent, ferro ac flamma vaſtari cæpiſſent, atque licet admodum iuuenis ne committerem aduerſus legem Solonis quam trabibus Athenis inſculptam memoriæ mandauerat, aduerſus eos qui patria in duas partes diſciſſa neutri adhærerent, nollem Principi meo, quicquid in me operæ eſſet, virium, ſanguinis & vitæ denegare, inter ſtrepitus bellicos, cum etiam aliquando veluti furtim Muſas reuiſerem, incidiſſe in libellum, qui præ ſe titulum ferret, De duplicatione cubi, authore Beroaldo: quem vt auidiſſimè legiſſem, inueni ac monui ſcriptis, τὸν πάγχαλκον ἐκεῖνον τὸν ἐπὶ τῇ γαστρὶ τετυμμένον ἀφεστάναι. Equidem hoc addidiſſem, ſi per otium & tempus liceret. Verum habetur præ manibus, & poteſt quiſque experiri mendum præcipuum, quod in hoc hominis ducti conatu ſit, totum eſſe in triſectione anguli, quæ vt artificio helices redditur minus operoſa, ſic inuentum illud non parùm erigit. Denique quantum attinet ad quadraturam circuli, quam iam antea diximus plurimum euehi ex artificio helices, ſi modum haberemus quo lineam poſſemus ducere tangentem helicem: hoc de tactu placet hanc proponere coniecturam Geometris qui liberiori & diuturniori otio fruuntur.

Aul. Gell. l. 17. cap. 10. noct. Att.

DE TACTV HELICES,
coniectura.

Non dubito quin multi tactum helices inquiſiuerint, quo tot linguis decantatum problema, de quadratura circuli ſolui poteſt. Verum adeo variè motus circularis cum recto commiſcetur, in deformanda ſpirali, vt in dignoſcendis ipſius proprietatibus



Geometria cœcutiat. Coniectabar dato puncto in ſpirali puta C. & recta C.A. ducta, capi debere duos arcus hinc inde puncti dati æquales, exempli gratia C. D, C. E. qui iuncti linea D. E. ſecante A. C. in O. ad angulos impares: quia C. E. arcus minus curuatur præcedenti D. C. ex contractiori motu deformato, viam aperirent deducendæ tangentis: Quippe ducta V. F. à puncto C. parallela ipſi D. E. cenſenda fortaſſis eſſet tangens helicem: quia helix à puncto C. incuruatur ad E. nec videtur ſequi lineam C. F. ne fieret recta, quæ perpetuo incuruatur: multo minus aſcendere ſupra C. F. Idem de præcedenti parallelogrãmo C. D. Verum multa obijciuntur: primum non poſſe demonſtrari arcus C. D. & C. E. æquales, licet circino capiantur vt pares. Tum non demonſtratur helicem non ſecari à recta C. F. deinde ſi capiantur alij arcus circini iudicio æquales C. H, C. I. qui iungantur linea H. I. vix probabitur, imo falſum eſt, hanc H. I. parallelam eſſe D. E. & inde ſequitur, aut determinandum eſſe, qui arcus ſint capiendi, quod eſt difficilimũ, aut ducendas eſſe tangentes varijs ad rectam angulis. Hinc ex multis quæ coniecturam hanc obſident, difficultatibus, cenſetur hic tactus Geometris haud facilè inueniendus, dignus tamen, vt arduus, quem ſagaciſſimus artifex aggrediatur.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ
ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ.

ARCHIMEDIS QVA-
DRATVRA PARABOLES.

Nouis demonſtrationibus illuſtrata.

PRÆLVDIVM.

QVI naturam mentis noſtræ contemplati ſunt, modumq; quo rerum notitiam ſibi comparat, vel ſcientiam adipiſcitur, in ea omnes fuere ſententia, vt à ſenſibus artium & ſcientiarum primordia ſint; & quidem ea vi & neceſſitate, vt ſine ſenſibus anima noſtra rem nullam aſſequatur: vtq; cùm varias res varijs ſenſibus excipiat, nec omnes ſingulis ratum ſit, ὅτι εἰ τὶς αἴσθησις ἐκλέλοιπεν, ἀνάγκη καὶ ἐπιστήμην τινὰ ἐκλελοιπέναι, ὧν ἀδύνατον λαβεῖν, *vt inquit Ariſtoteles: qui naturæ genius hunc tantum ſentiendi in intellectione principatum animaduertens, cauſam nunc reijcit in formas intelligibiles, quas in ſenſibilibus eſſe vult,* ὁ τῶν εἰδῶν τῶν αἰσθητῶν τὰ νοητὰ ἔστιν, *inquit: nunc in cogitationem ſiue* διάνοιαν, *& in æſtimationem ſiue* ὑπόληψιν, *quæ in addiſcendo non parum habent operæ, quæque ipſius iudicio* ἀψευδέστεραι αἰσθήσεως: *nunc in concipiendi ſeu imaginandi vim, qua cum in cognoſcendo anima potiſſimum vtatur* (ἀδύνατον νοεῖν (ait) ἄνευ φαντάσματος ἡ ψυχή,) *quæque cum diuerſa ſit à ſenſu mente que* (φαντασία γὰρ ἕτερον καὶ αἰσθήσεως καὶ διανοίας) *tamen (inquit)* οὐδέν τι ἀψευδέστερον ἄνευ αἰσθήσεως: *nunc in certitudinem, vt ſcilicet abſque vlla erroris alea ſciendi fieret exordium,* εἰ γὰρ αἴσθησις τοῦ ἰδίου ἀεὶ ἀληθής, διανοίαι δ' ἐνδέχεται καὶ ψευδῆ. *Et certè cum ſenſus in proprio ſaltem obiecto nuſquam fallatur, poßimus verò etiam ſummo ratiocinationis initio decipi,*

Cap. 3. l. 1. poſter anal.

Lib. 3. de anima c. 8.

Ibid. c. 3.

Ibid. c 7.

Cap. 3.

labi, errare, à sensibus intelligere cum incipimus, veritatem procul dubio respicimus. Verum cum tam certi sint sensus, cur non ducibus perpetuo sensibus ad scientiam dirigimur? eccur ab ipsis vnquam deflectimus? Ratio est ab eodem Stagyrita in promptu, petita & à scientia, & à rebus quæ sciuntur, & ab ipsomet sensu. A scientia quidem, quæ nimirum demonstrationibus generatur, & vniuersalibus constat principijs, quę sunt indefinentis veritatis: hæc autem sensus non agnoscit: ἐπεὶ δὲ μὴ ἐστὶν ἀπόδειξις καθόλου, τούτων δὲ οὐκ ἔστιν αἰσθάνεσθαι· φανερὸν ὅτι ἐπίστασθαι δὶ αἰσθήσεως ἔστιν. Singula vero quę sub scientiam non cadunt: sensus concipere aptus natus est, τὸ γὰρ καθ' ἕκαστον ἡ αἴσθησις· ὁ γὰρ ἐνδέχεται λαβεῖν αὐτῷ τῷ ὑπομένειν· ὅτι γὰρ ἐν τῷ καθόλου ἄνθρωπος, ὅτι ἀλλὰ τῆς ἐπαγωγῆς ἀνθρώπους τοὺς αἰσθήσεως, non altius euehuntur sensus, terræ irrepunt & elementis, rebusque materia concretis, & quidem particulari. Ac demum sensus quamquam absq; errore discernit ἴδιον αἰσθητοῦ, οἷον τὸ μὲν ἐνδέχεται ἀπατηθῆναι, tamen in communibus sæpissimè, in motu, quiete, numero, figura, magnitudine & huiusmodi turpiter decipitur: καὶ οὐκ ἀπατᾶται ὅτι χρῶμα ὁρᾷ· ὅτι φάρος, ἀλλὰ τί τὸ χρῶμενον ἢ ποῦ, ἢ τί τὸ φαῦνον, ἢ ποῦ. Incipimus itaque scire à sensibus, etsi nihil scientiæ habeant, haud aliter quam à puncto deducimus quantitates, quamquam punctus nullius sit quantitatis particeps, & omnino indiuisibilis sit. A materia constantibus initium sciendi est, licet scientia quælibet à materia abstrahat, & nihil sciatur, quin à materia primum separetur. Et certè anima quæ scit, id quod scit, quodammodo est, & sic ἡ ψυχὴ τὰ ὄντα πώς ἐστι πάντα. Vt autem anima scit res, debent ipsæ fieri intellectuales, & sicuti illa, immortales, incorruptibiles, vno verbo σώματα πνευματικά: at cum materia corporeæ sunt, peritura, corrumpendæ: Ergo seiungendæ sunt à principio illo erroris, crassitiei, mortis, putrefactionis, si non re ipsa, saltem mentis & cogitationis beneficio. Atque tandem vt ad scopum collimemus, ὅτω τὰ μαθηματικὰ δ' κεχωρισμένα ὡς κεχωρισμένα νοεῖ, ὅτε νοῇ ἐκεῖνα. Horum omnium hîc exemplum affabre relectum ab Archimede intueri par est. Flagrabat vehementi desiderio τοῦ μέτρησιν τοῦ κύκλου: quam non concedente Deo, cuique non sufficiente arte, circulares figuras comparauit rectilineis, vt pedetentim ac gradatim in tanta obscuritate lucis scintillam excuteret, qua tandem accenso ingenio aliquid subtilius moliretur. Rem primo intuitu difficilem veritus, & nec à quoquam antea tentatam, ordine sciendi aggressus est. Consultis primum sensibus ad opus accinxit se, & in materia particulari veritatẽ propositionis expertus est (περὶ μὲν ἀρχὴ μηχανικῶν ὥρισθ' ἕνεκεν inquit) Credidit ea quæ admittenda sunt καθόλου, etiam vera esse καθ' ἕκαστον, & ex singulis scientiam fieri vniuersalem. Atque vti ἐν τῇ ὕλῃ rem se habere deprehendit, diuidens postea & abstrahens à materia, atque à sensu transiens ad intellectum, conclusiones primum μηχανικῶς determinatas, deinde ὑποστημονικῶς demonstrauit, & in vniuersum definiuit, πάντα σφαῖρα βολὴν ὑπίστειται τριπλασίονα τοῦ τοῦ αὐτοῦ βάσιν ἔχοντος κώνου, καὶ ὕψος ἴσον. Quæ quidem demonstratione verè σφαῖραν scilicet ex Polybio καλὸν ἔργον, & ex Isocrate δῆλον πρᾶγμα καὶ ὑπερήφανον ἐπιτέλεσμα. Quandoquidem opus fuit summis difficultatibus obrutum, spissis tenebris occlusum, & magnis impedimentis inuium. Verũ difficultates ingenij acumine eluit, tenebras mente illuxit, impedimenta arte sustulit, & tandem sic egit vt hoc arcanum aperiretur, patefieret, & in promptu esset Geometris qui sequuti sunt: quibus interim mirum porrexit artificium, quo σφαλήματα saltem quæ essent πρόβλημα soluerent. Etenim primùm sensuum opera vti docuit, & in materia facere periculum: tum si sensus & materia consentiant, opus ad examen geometricum reuocare, vt scientia compleatur. Cæterùm licet vel ligno, vel aliquo alio corpore rem pensitauerit, eamque statera materiali perpenderit, vti coniectura est, tamen omnia ra-

Cap 31 l 1. posterior. analit.

Cap 13 l 1. poster. anal.

Libro 2. de anima c. 6.

Cap 8 l 3. de anima.

Ibid c 7.

Prop. vlt.

tione & interiori iudicio examinata ad nos traduxit, vt videatur addidisse sensibilibus radijs intellectualem aginam, nec quicquam oculis vel manu detexisse, quod ratiocinationis pondere non determinauerit, quinimo hic quod μηχανικὸν vocat, scrupulo etiam geometrico additum traditur. Memini me alio loco de mathematica analysi loquutum esse, & hanc aliam soluendorum problematum methodum antiquis notissimam, vix nobis adumbrata quadam luce obortam monuisse. Equidem Archimedes vtriusque nobis exemplar reliquit: prioris nimirum mechanicæ hic luculentissimum, posterioris vero analyticæ plurima, potissimũ 2. libro de Sphæra & Cylindro. Vtraque autem methodus multa habet communis artificij. Quandoquidem ex prima numeris, ponderibus, & lineis ac superficiebus ad amussim diductis, resectis, & coniunctis res expiscatur, & quod oculis deprehenditur postea in ratione vniuersali disquiritur. Ex secunda itidem numeris qui familiares sunt sensibus propositum perbellè diducitur ab effectis, qui ex causis admissis erui possunt, dijudicatur: tandem consequentijs statuuntur, quæ ex alijs quam ex suppositis principijs non pendebant. Antiqui etenim Philosophi causas rerum indagantes, cum innumeris pene anxietatibus inuolutas vix eas explicarent, effectus adorti sunt, cumque proprietates & affectiones ab antecedentibus principijs non eruerent, à consequentibus effectis eas mutuati sunt. Apud Pappum huiusmodi analyses passim inuenies: interim Archimedem Mechanicum tum Geometram admittamus, audiamus.

AP-

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΠΑΡΑΒΟΛΗΣ.

ARCHIMEDIS QVADRATVRA PARABOLES.

ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΔΟΣΙΘΕΩ. Εὖ πράτ̃ειν.

ARCHIMEDES DOSITHEO beneagere.

ΑΚήσας Κώνωνα μὲν τελευτηκέναι, ὃς ἰῶ ἔτι λείπων ἡμῖν ἐν φιλίᾳ, τινὰ δὲ κώνων θεωρημάτων γεγενῆσ, καὶ γεωμετρίας οἰκεῖον εἶμν, τὸν μὲν τετελευτηκότος εἵνεκεν ἐλυπήθημν, ὡς κὴ φίλου τοῦ ἀνδρὸς γενομένου, καὶ ἐν τοῖς μαθήμασι θαυμαστοῦ τινός· Εὐθὺς δὲ ἐξάμθα δὲ ἀποστεῖλαι γράψαντες ὡς κώνωνι γράφειν ἐγνωκότες εἶμν γεωμετρικῶν θεωρημάτων, ὁ πρότερον μὲν οὐκ ἦν τεθεωρημένον, νῦν δὲ ὑφ' ἡμῶν τεθεώρηται, πρότερον μὲν διὰ μηχανικῶν ἀνευρεθέν, ἔπειτα δὲ κὴ διὰ τῶν γεωμετρικῶν ἀποδεχθέν. τῶν μὲν πρότερον πρὸ γεωμετρίαν πραγματευθέντων ἐπεχείρησαν τινὲς γράφειν, ὡς δυνατὸν ἐὸν κύκλῳ τῷ δοθέντι, κὴ κύκλου τμήματι τῷ δοθέντι χωρίῳ ἀνευρεῖν ἀνθύγραμμον ἴσον·

GVM audijſſem defunctũ eſſe Cononẽ, qui nobis reliquus erat in amicitia, tibique admodum fuerat familiaris, putà in Geometria maximè verſatus, virum quidem mortuum amarè planxi, vt amiciſſimum, & hominem in Mathematicis planè mirabilem. Atque tunc derepente ſtatui mittere ad te, ſicuti antea ad Cononem ſolebam, geometricum theorema, quod nemo quidem priùs eſt contemplatus, nunc verò à nobis oſtenditur, mechanicè quidem primo inuentum, deinde & geometricè demonſtratum. Nonnulli ante nos qui Geometriam tractare nouerint, conati ſunt ſcribere quomodo poſſibile eſſet circulo vel circuli ſegmento dato inuenire æquale rectilineum:

& postea tentarunt quadrare spatium sub totius coni sectione & recta linea comprehensum, incertæ fidei lemmata assumentes, quæque à multis non inuenta, damnata sunt. Cæterum qui statuerit quadrare portionem rectanguli coni sectione comprehensam, neminem scimus. Hoc verò à nobis iam tandem inuenitur. Demonstratur [a] enim quod omne segmentum comprehensum sub recta & rectanguli coni sectione sesquitertium sit trianguli basim habentis eandem & æqualem altitudinem cum segmento: assumpto [b] scilicet lemmate ad hoc demonstrandum: quod possibile sit inæqualium spatiorum excessum quo maius excedit minus, toties componere, vt ipsum excedat quodcumque propositum spatium. Vtebantur & illi superiores geometræ eodem lemmate. Erenim per hoc axioma demonstrarunt [c], omnes circulos rationem habere inter se duplicatam suarum dimetientium: Et [d] sphæras habere inter se rationem triplicatam suarum diametrorum: Adhuc & [e] omnem pyramidem tertiã partem esse prismatis eandem basim cum pyramide, & æqualem altitudinem habentis. Et præterea [f] omnem conum tertiam partem esse cylindri eandem habentis basim cum cono, & parem altitudinem. Ita hoc assumentes lemma, scripserunt. Contigit verò

[a] prop. 17. & 24. huius.

[b] Hoc demõstrauimus lemmate 1. libri de lineis spiralibus.

[c] prop. 2. l. 12.

[d] prop 18. l. 12.

[e] prop. 7. l. 12.

[f] prop. 10 l. 12.

καὶ μὴ ταῦτα τὸ σφαιροειδὲς χωρίον ἴσον τε λαῖς ὅλου τοῦ κώνου τομαῖς καὶ βάσεσι, πεπαγωνίζειν ἐπειρῶντο, λαμβάνοντες καὶ ἄλλα χωρία λήμματα, ὅπερ αὐτοῖς ἴσως τῶν πλείστων ἀχ ἁλισκόμενα ταῦτα κατεγνώσθη. Τὸ δὲ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς τμῆμα σφαιροειδὲς οὐδένα τῶν σφότων ἐγχειρήσαντα πεπαγωνίζειν ἐπισάμεθα. Ο δὴ νῦν ὑφ' ἡμῶν εὕρηται. Δείκνυται γὰρ ὅτι παν τμῆμα σφαιροειδὲς ἴσον ἐστὶ τριγώνῳ βάσιν μὲν ἐχοντι τὴν αὐτὴν καὶ ὕψος ἴσον τῷ τμήματι· λαμβανομένου τοῦδε τοῦ λήμματος εἰς τὴν ἀπόδειξιν ἄλλων τῶν δύσων χωρίων ἐστὶν ὑπερέχει, ἃ ἐστὶν ὑπερέχῃ τὸ μεῖζον τοῦ ἐλάσσονος, δυνατὸν εἶναι αὐτὴν συνιστάμενον πάντος ἐστὶν ὑπερέχειν τοῦ προτεθέντος πεπερασμένου χωρίου· Κέκριται δὲ καὶ σφαῖρα πρὸς σφαῖραν τριπλασίονα λόγον ἔχειν ἧς διάμετρος τριπλασίων ἐστὶ τῆς διαμέτρου τῆς ἑτέρας· ἔτι δὲ καὶ πᾶσα πυραμὶς τρίτον μέρος ἐστὶ πρίσματος τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος τῇ πυραμίδι καὶ ὕψος ἴσον. Καὶ διότι πᾶς κῶνος τρίτον μέρος ἐστὶ κυλίνδρου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος τῷ κώνῳ καὶ ὕψος ἴσον. Ομοίως τῷ προειρημένῳ λήμματι λαμβάνοντες ἔγραφον. Συμβαίνει

τῶν προειρημένων θεωρημάτων ἕκαστον μηδὲν ἧττον τοῦ τούτου λήμματος ἀποδεδειγμένων πεπιστευκέναι· ἀφῖκται δὲ εἰς τὴν ὁμοίαν πίστιν τούτου διαλαμβανόμενα τὰ ὑφ' ἡμῶν ἐκδιδόμενα. Ἀναγράψαντες οὖν αὐτῆς τὰς ἀποδείξεις ἀποστέλλομεν πρῶτον μὲν ὡς διὰ τῆς μηχανικῶν ἐθεωρήθη· μετὰ ταῦτα δὲ καὶ ὡς διὰ τῆς γεωμετρουμένων ἀποδείκνυται. Προγράφεται δὲ καὶ στοιχεῖα κωνικὰ χρείαν ἔχοντα εἰς τὴν ἀπόδειξιν. Ἔρρωσο.

vero vt vnumquodque ex his demonstratis theorematibus, non minus fidei quàm ipsummet lemma, nactum sit. Nuper vero in similem fidem adduximus ea quæ à nobis data sunt. Cum itaque huiusce theorematis demonstrationes scripsissemus, mittimus primum quidē quemadmodum mechanicè cognitæ sint: postea verò qua ratione geometricè fuerint ostensæ. Præscribuntur etiam & elementa conica quæ demonstrando vsui sunt. Vale.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ὡς ἂν ἐν κάπαι ἡμῖν ὁ φιλὸς, &c. Hoc de loco ad me aliquando rescribens linguæ Græcæ pater Casaubonus, vix possum (inquiebat) adduci vt ita scripsisse Archimedem credam: quæ enim ista lectio est? Profecto ne Siculi quidem bubulci sic loquerentur, nedum hic vir talis ac tantus. Deinde manifesto corruptum est quod sequitur, καὶ δὴ Κόνωνος. Vtinam esset tam facile verum inuenire quam falsum arguere. Viderem eiusmodi aliquid scripsisse ὡς ἂν ἐν τᾷ κάπαι τῷ ὁ Λεὺς φίλος ὁ δὴ Κόνωνος, &c. Vel, τῷ ὁ σάμιος φίλος, quia Samius hic Conon fuit. Sed hæ coniecturæ admodum incertæ. At ὁ, omnino restituendum, & inde pendet tota sententia. Sunt & alia menda in hoc proœmio. Nam post κατειλαμ, deest necessarium verbum βι. Et pro ὡς Κόνωνι malim ὃν Κόνωνα. Aliquanto post ὕστερ αὐτὰς ὑπὸ τῶν πολλῶν οὐκ ἐνεστιν ἁμάρτημα τοῦτο καταγνῶναι, hæc quoque mendosissima sunt. Nihilominus communem lectionem retinui, quam lector sagax si viderit ex prudentis & in hellenismo exercitatissimi viri coniecturis restituet. Nos non tam verba scrupulosè quærimus, quam sensum inuestigamus, & demonstrationes profitemur. Adhuc variant manuscripti codices in his verbis vulgaris lectionis, ἕκαστον μεδὲν ἧττον τῷ τούτου λήμματος ἀποδεδειγμένων, πεπιστευκέναι, & sic legunt, ἕκαστον μεδὲν ἧττον τῷ αὐτῷ τούτου λήμματος, &c. cuius sensus est: vnumquodque ex his theorematibus non minus fidei esse consequutum, quàm ea quæ sine hoc lemmate sunt demonstrata: quem quidem hic, quia non quadrat, reiecimus, verbaque trita retinuimus. Cæterum hinc modum, viam ac rationem eruemus qua in propositi vel problematis vel theorematis cognitionem deueniamus. Veritatem enim propositionis, si prima fronte non pateat, crassâ primùm Minerua experimur & mechanicè: quam vbi deprehendimus, methodum inuestigamus rationabilem & scientia dignum, nec à Mathematicis abhorrentem, qua eam aliis denuò ostendamus & perspicuam faciamus. Vnde rursus animaduertere est Geometras non causis rei vti, sed causis quibus res cognoscitur. Satis enim illis est, si rem ita esse demonstrarint, nec quo pacto res sit, quærunt. Integrum itaque artificium perquirendi theorematis obscuri ac difficillimi, hoc opere persequamur, μηχανικὸν prius, tum κατὰλαμβάνον, vt diximus latiùs in proœmio. Ad rem veniamus.

PROP. I.

THEOR. I.

Si fuerit rectanguli coni sectio, in qua A. B. G. & linea B. D. paralella diametro vel ipsa diameter, tùm linea A. G. parallela ei quæ tangit sectionem coni in puncto B. æqualis erit A. D. ipsi D. G. & si æqualis fuerit A. D. ipsi D. G. parallelæ erunt tùm A. G. tum ea quæ coni sectionem tangit in B.

ΠΡΟΤ. Α.

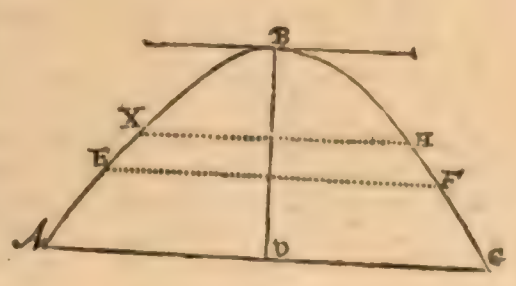
ΘΕΩΡΗΜΑ Α.

Εἶκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ, ἐφ' ἃς ἀ α. β. γ. ἡ δὲ β. δ. παρὰ τὴν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος· ἀ δὲ α. γ. παρὰ τὰν κτ τὸ β. ἁπτομένουσαν τᾶς τᾶ κώνου τομᾶς· ἴσα ἔσται ἀ α. δ. τᾷ δ. γ. καὶ δὺ ἴσαι ἃ δ. α. δ. γ. παράλληλοι ἐσοῦνται αἵπερ α. γ. καὶ ἀ κτ τὸ β. ἁπτομένουσα τᾶς τᾶ κώνου τομᾶς.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc propositionem non solùm demonstrauit [a] Apollonius, aut potius eius nomine Archimedes: sed præterea ostendit lineam B. D. secare bifariam quotquot lineas duxeris ordinatim in sectione, seu tangenti parallelas, cuiusmodi sunt K. H. & E. F. Porro hæc verba κ' ἰσοῦται ἃ α. δ. τᾷ δ. γ. παράλληλοι ἐσοῦνται αἵπερ α. γ. καὶ ἀ κτ τὸ β. ἁπτομένουσα τᾶς τᾶ κώνου τομᾶς. desumpsi ex manuscripto, quæ desunt in impresso.

[a] prop. 46. l. 1. & 3. l. 2 Conic.



PROP. II.

THEOR. II.

Si fuerit rectanguli coni sectio A. B. G. fuerit verò recta B. D. vel parallela diametro vel ipsamet diametrus: tum linea A. D. G. parallela lineæ tangenti sectionem rectanguli coni in puncto B. demum linea E. G. coni sectionem tetigerit in G. erunt B. D, B. E. æquales.

ΠΡΟΤ. Β.

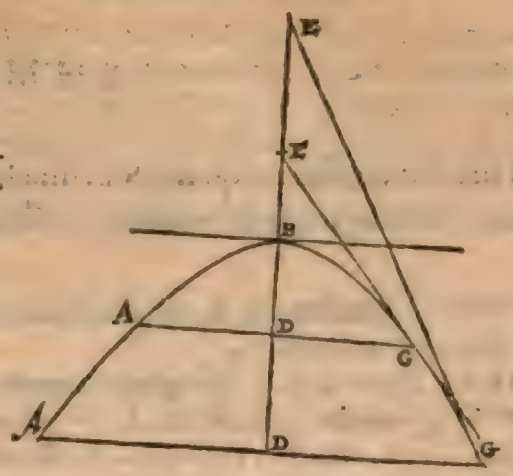
ΘΕΩΡΗΜΑ Β.

Εἶκα ἡ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἀ α. β. γ. ἡ δὲ ἀ μὲν β. δ. παρὰ τὰν μὲν διάμετρον ἢ αὐτὰ διάμετρος· ἀ δὲ α. δ. γ. παρὰ τὰν κτ τὸ β. ἁπτομένουσαν τᾶς τᾶ κώνου τομᾶς, ἀ δὲ ε. Γ. τᾶς τᾶ κώνου τομᾶς ἁπτομένουσα κτ τὸ γ. ἐσοῦνται αἱ β. δ, β. ε. ἴσαι.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc rursus non solum demonstratur [a] in conicis elementis, sed præterea quamcumque lineam quæ tangat parabolem & conueniat cum diametro, aut cum linea diametro parallela, partem æqualem à vertice sectionis, ei quæ à vertice est ad lineam ordinatim ductam intra sectionem, à puncto contactus.

[a] prop. 35. l. 1.



ΓΡΟΤ. Γ.

PROP. III.

ΘΕΩΡ. Γ.

THEOR. III.

Εἰκα ἢ ὀρθογωνίου κώνου τομὰ ἀ α. β. γ. ἡ δὲ β. δ. παρὰ τὰν διάμετρον ἢ αὐτὰ ἀ διάμετρος, καὶ ἀχθῶσι εὐθεῖαι αἱ α. δ, ε. ζ. παρὰ τὰν κατὰ τὸ β. ἁπτομέναν τᾶς τᾶ κώνου τομᾶς, ἐστὶ τᾶν ὡς ἀ β. δ. μήκει ποτὶ τὰν β. ζ. οὕτως δυνάμει ἀ α. δ. ποτὶ τὰν ε. ζ.

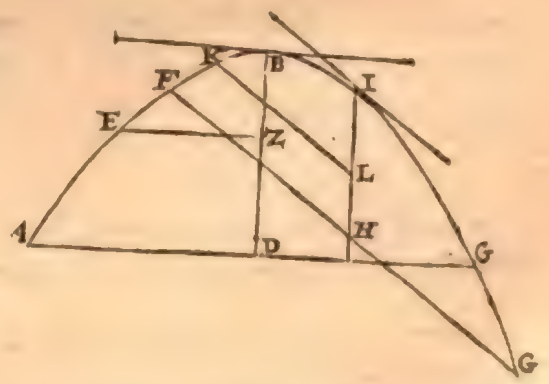
Si fuerit rectanguli coni sectio A. B. G. linea vero B. D. vel paralella diametro vel ipsamet diametrus, & ducantur quædam rectæ A. D, E. Z. paralellæ tangenti sectionem coni in B. erit vt B. D. longitudine ad B. Z. sic potentia linea A. D. ad lineam E. Z.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Subiungit Archimedes ἐπιδιάστασιν δὲ τῶν ὑπ' αὐτοῦ γραφεισῶν στοιχείων, quibus argumentum rursus præbet opinionis quam antea inuexímus, nempe ipsum authorem esse conicorum Elementorum. Quoniam enim hæc 3. θεωρήματα illo opere demonstrauerat, ab eorum repetita demonstratione supersedit. Aliorum autem inuenta esse vel præcedentium geometrarum nullo modo significat, quod tamen solet vbi antiquiorum demõstratis initiatur. Quicquid sit: cum Archimedes aliquot seculis Apollonium præcesserit, liquido patet Elementa conica aut Apollonio vetustiora, aut eum non esse omnium habendum inuentorem. Porro habetur [b] & hoc theorema demonstratum in conicis elementis. Nec nos mouere oportet quod illic elementorum hypothesis sit duntaxat de diametro sectionis, non de parallela diametro. Valet enim pro vtraque demonstratio. Nam etiam parallela diametro, diameter est suæ sectionis. Tangat enim expositam sectionem linea in I. & à puncto I. parallela diametro B. D. demittatur I. H. quæ bifariam diuidat F. G. parallelam tangenti in I. cui rursus æquidistans sit K. L. Erit [c] paraboles F. I. G. diameter I. H. & F. H. atque K. L. ordinatim applicabuntur, eritque [b] rursus I. H. ad I. L. longitudine vt F. H. ad K. L. potentia.

[b] prop. 10 l. 1. Conic.

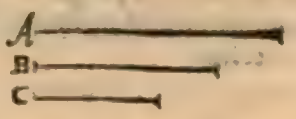
[c] per 10 11. 16. defin. 1. 1. Conic.



ΛΗΜΜΑ.

Si fuerint tres linex, quarum prima ſit ad ſecundam potentia, ſicuti eſt ad tertiam longitudine, erunt tres illę linex proportionales.

ΠΡΟΘ. Sit quadratum A. ad quadratum B. vt A. linea eſt ad lineam C.



ΣΥΜΠΕ. Dico A. B. C. eſſe proportionales.

ΑΠΟΔ. Quoniam quadratum A. eſt ad quadratum B. vt A. eſt ad C. ſequitur [a] A. eſſe ad C. in duplicata ratione eius quam idem A. habet ad B. Sed ratio A. ad C. componitur [b] ex rationibus A. ad B. & B. ad C. cum B. ſit inter A. & C. proinde compoſita ratio eſt dupla alterius componentium, & ſequitur ambas componentes eſſe æquales. Et proinde vt A. eſt ad B. ſic B. eſt ad C. quod vult lemma.

[a] per 20. l. 6
[b] per lemma 2. ad 4 l. 2. de ſph. & cylind.

PROP. IV.

ΓΡΟΤ. Δ.

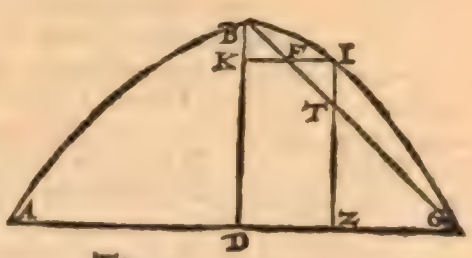
THEOR. IV.

ΘΕΩΡ. Δ.

Sit portio contenta ſub recta & rectanguli coni ſectione, A. B. G. agaturque linea B. D. è medio lineæ A. G. parallela diametro, vel ipſa ſit diametrus tum recta B. G. iuncta producatur: ſiquidem demittatur aliqua alia putà Z. T. parallela ipſi B. D. ſecans vtramque rectarum A. G. & B. G. eandem habebit rationem Z. T. ad T. I. quam D. A. ad D. Z.

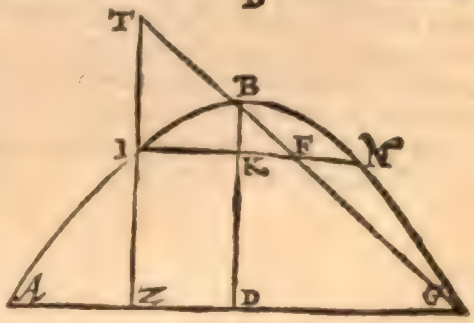
Εστω τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς τὸ α. β. γ. ἀ δὲ β. δ. ἀπὸ μέσης τῆς α. γ. παρὰ τὴν διάμετρον ἤχθω, ἢ αὐτὴ διάμετρος ἔστω, καὶ ἡ β. γ. εὐθεῖα ἐπιζευχθεῖσα συμβεβλήσθω· εἰ δὴ καταχθεῖσά τις ἄλλη ἡ ζ. θ. παρὰ τὴν β. δ. τέμνουσα συμπέσοιτο τὴν α. γ. καὶ γ. β. εὐθεῖαν ⟨Ψ⟩ αὐ ⟨Ψ⟩ ἕξει λόγον ἡ ζ. θ. πρὸς τὴν θ. η. ὃν ἡ δ. α. πρὸς τὴν δ. ζ.

ΥΠΟΘ. Caſus lineæ T. Z. poteſt eſſe duplex: ſcilicet vt ſecet B. G. intra portionem, vel extra.



ΣΥΜΠΕ. Quicumque caſus ſit eſt Z. T. ad T. I. vt A. D. ad D. Z.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea I. K. in diametrum B. D. parallela baſi A. D. quæ ſecet B. G. in F.



ΑΠΟΔ. Vt eſt B. D. ad B. K. longitudine hoc eſt [c] G. B. ad B. F. ſic eſt [d] D. G. ſeu A. D. ad I. K. ſeu [e] ad Z. D. potentia. Atqui vt eſt G. D. ad D. Z. potentia ita eſt [e] G. B. ad B. T. potentia. Ergo vt G. B. ad B. F. longitudine, ſic eſt G. B. ad B. T. potentia: propterea G. B, B. T, B. F. ſunt [f] proportionales. Atque hæc ſunt vtrique accidenti communia, quæ ſequuntur paululum diuerſa ſunt. In primo quidem cum tota G. B. ſit ad totam B. T. vt pars B. T. ad par-

[c] per 2. & 4 l. 6
[d] per 20 l. 1. Conic.
[e] per 34. l. 1
[f] per preced. lemma.

tem B.F. reliqua G.T. est [a] ad reliquam T.F. vt tota G.B. ad totam B.T. In secundo verò: quoniam G.B. est ad B.T. vt B.T. ad B.F. erit inuertendo [b] B.T. ad B.G, vt B.F. ad B.T. Et componendo [c] tota G.T. erit ad B.G, vt tota F.T. ad B.T. & permutando [d] erit T.G. ad T.F, vt B.G, ad B.T. Atqui vtrobique vt B.G. ad B.T. ita [e] G.D. ad D.Z. Ergo G.T. est ad T.F. vt G.D. ad D Z. Sed rursus vt G.T. ad T.F. sic est [e] Z.T. ad T.I. Ergo vt D.G. vel æqualis A.D. ad D.Z. sic est [f] Z.T. ad T.I. vt vult propositio.

[a] per 19. li. 5
[b] per coroll. 4. l. 5
[c] per 18 l. 5.
[d] per 16 l. 5.
[e] per 2. & 4. l. 6.
[f] per 11 l. 5.

PROP. V.

THEO. V.

Sit portio contenta sub recta, & rectanguli coni sectione A. B. G. & à puncto A. ducatur [g] parallela diametro, Z. A. à puncto verò G. [h] tangens coni sectionem in puncto G. quæ sit G.Z. Siquidem aliqua recta ducatur in triangulo Z. A. G. parallela ipsi A.Z. In eadem ratione ipsa ducta secabitur à sectione rectanguli coni, ac linea A.G. ab ipsa ducta proportionaliter. Similis verò rationis erit portio lineæ A. G. quæ est ad A. portioni ductæ lineæ quæ est ab A.

[g] per 31. l. 1.
[h] per 35 l. 1 conic.

ΠΡΟΤΑ. Ε.

ΘΕΩΡ. Ε.

Εσω ἵμημα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς τὸ α. β. γ. καὶ ἤχθω ἀπὸ τοῦ α. παρὰ τὴν διάμετρον ἡ ζ. α. ἀπὸ δὲ τοῦ γ. ἐφαπτομένη τῆς τοῦ κώνου τομῆς κατὰ τὸ γ. ἡ γ. ζ. Εἰ δή τις ἀχθείη σὺν τῷ ζ. α. γ. τετράγωνα παρὰ τὴν α. ζ. καὶ αὐτῇ λόγον ἃ ἀχθεῖσα πλήσεται ὑπὸ τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, καὶ ἡ α. γ. ὑπὸ τῆς ἀχθείσης ἀνάλογον. Ομόλογον δὲ ἐστὶ τῷ μὲν ἡμίματι τῆς α. γ. τὸ ἀπὸ τοῦ α. τῷ ἡμίματι τῆς ἀχθείσης τὸ ἀπὸ τῆς α.

ΠΡΟΘΕ. Linea ergo D.E. è medio lineæ A.G vel K.L. inæqualiter secans lineam A.G. erigatur parallela lineæ A.Z. perducaturque vsque ad tangentem G.Z.

ΣΥΜΠ. Dico esse A.D. ad D.G, vt D.B. ad B.E. vel A.K. esse ad K.G, vt k.H. ad H. L. & inuersim.

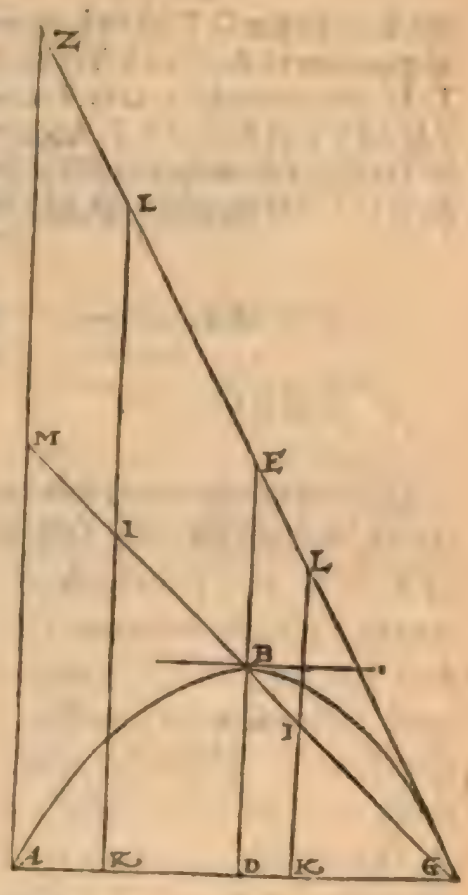
ΚΑΤΑ. Producatur recta G.B. M. secans lineam K.L. vspiam in I.

ΑΠΟΔ. Quoniam A.D, D.G sunt [i] æquales, tùm D.B. vel diameter, vel parallela diametro, tangens sectionem in B. ipsi A.G. æquidistat [l], & propterea sunt [m] D.B, B.E. æquales: vt est A.D. ad D.G. sic est D.B. ad B.E: ita vt pateat propositio quando in æqualia fit diuisio basis. Alias verò, quoniam binæ D.E, k.L. vni diametro ductæ sunt æquidistantes, inter se sunt [n] parallelæ, & sunt [o] trianguli L.I.G. & E.B.G. inter se, aliique duo L.k.G, & E.D.G. inter se æquianguli, laterumque proportionalium, & vt B.E, est ad I.L. sic est E.G. ad L.G. hoc est [o] G.D. ad G.K, vel D.E ad k.L. & permutando B.E, est ad D.E, vt I.L. ad K.L. & diuidendo [p] B.E. est ad B.D. vt I.L. ad I.k. Erunt [q] itaque L.I, I.k, vt G.D. ad

[i] ex hypot.
[l] per 2. huius.
[m] per 2. huius.
[n] per 30 l. 1
[o] per 29. l. 1
[p] per 17. l. 5
[q] per 11. l. 5.

[a] per 18 l. 5 D.A. & componendo [a] k.L. ad k.I. vt G.A. ad D. A. & vicissim k.L. ad A.G. vt k.I. ad D.A. Iam verò eadem k.I. est [b] ad I.H. vt A.D, ad D. k, & conuertendo [c] H.k. est ad I.k. vt k.A, ad A.D. & inuersim [d] k.I. ad k.H, vt A.D. ad A.k & permutatim [e] k.I. ad A.D, vt k.H, ad A.k. Sed quia iam probauimus k.L. ad A.G. esse sicuti k.I. ad D.A, est [f] sicut k.L. ad A.G. sic k.H. ad A.k, & proinde sic etiam est [f] reliqua H.L. ad reliquam k.G, & tandem permutando [e] k.H. ad H.L. esse patet, vt est A.k. ad k.G. quod fuit demonstrandum.

[b] per praecedentem.
[c] per coroll. 19. l 5.
[d] per coroll. 4. l. 5.
[e] per 16. l. 5.
[f] per 19. l 5.



ΣΧΟΛΙΟΝ.

[g] per coroll. 4. l 5. Addere possumus, & inuertendo [g] L.H. est ad H.k. vt G. k. ad k. A. & componendo L. k. est ad H. k. vt A.G. ad A. k.

COROLL. I.

Hinc etiam deducere possumus punctum I. quod est extra sectionem, esse verticem portionis contentæ sub recta & rectanguli coni sectione, quæ educeretur à puncto G. communi cum portione G.B.A, & perficeretur quousque basin nanciscereturlineam G.A. productam versus A. vltra punctum k. quantum est G.k. vt sic haberet diametrum seu axem I.k. Quod vt apertius fiat, præmittatur hoc lemma, quod à Commandino [h] mutuati ferè sumus.

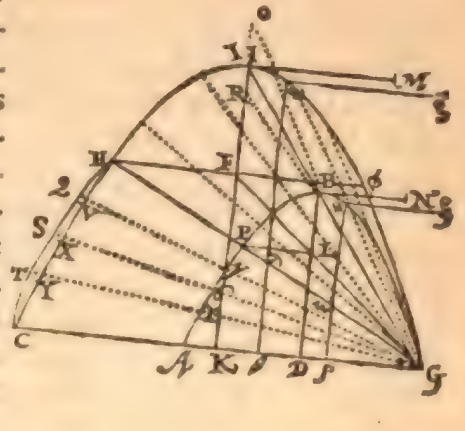
[h] ad 10 l. 2 de insident. aqua.

LEMMA.

Si duæ portiones similes punctum vnum in extremo angulo commune habuerint, baseſque in eadem recta linea, & describantur ita vt altera alteram includat: quæcumque lineæ ducentur à puncto communi secantes minorem portionem, & eductæ vsque ad ambitum maioris, omnes secentur à minori in eadem ratione, & erit sicuti vna ad sui partem portionibus inclusum, sic singulæ reliquarum ad singulas sui partes similiter inclusas.

Vnde. Repetatur portio A.B.G, cuius axis B.D. quæ includatur maiori sed simili portione B.I.C. habente cum priori punctum C. commune, & basim G.C. cum basi G.A, in eadem recta. Sit autem maioris axis I.k, & à puncto C. educantur lineæ G.B.I. per verticem B. ad verticem I. (hoc enim fiet. Nam portiones sunt similes, & propterea diametri B.D, & I.k. æqualibus angulis cadunt [i] in bases, & sunt paralleli: Tum est I k axis, ad basim C.G, vel ad ordinatam C. K. vt axis B.D. ad ordinatam D G, & proinde rectam esse G.B.I, fateri oportet, vt absurdum vitetur [l]) & G. P.H. quà libuerit, secantes minorem portionem, & latæ ad maiorem vsque.

[i] per 21 ax 11 def. 18. lib. de conoid. & sphær.
[l] contra 2, & 4. l. 6.



ΣΥΜΠ. Dico lineas G.I, G.H, G C. & quotquot fuerint similiter eductæ, secari in eadem ratione totius ad partem inclusam, nempè G.I. esse ad I.B, vt G.H, ad H.P, & G.C, ad C.A.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur [a] à puncto H. in I.K. ordinatim linea H.F, & à puncto F. linea F.G. secans B.D. axem in L. & iungatur L.P. demum sint [b] recta latera ambarum portionum B.N, & I.M. [a] per 11. l. 1. [b] per 11. l. 1. comic.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Est [c] vt I.G. ad B G. ita G.K, ad G.D, & I.K. ad B.D. Similiter ex similitudine triangulorum, vt I.G, ad B.G. hoc est, vt I.K, ad B.D, vel G.K. ad G.D. vel vt earum duplæ G.C. ad G.A. sic [d] G.F. ad G.L, & I.F, ad B.L. Atqui vt I.K. ad B.D. ita [d] G. k. ad G. D. vel k.C. ad D.A. & permutando [e] vt I.k, ad k.C. ita B.D ad D.A. Tum quod potest C.k. æquale est [f] rectangulo sub k. I, I.M, & quod potest D.A. par est ei quod comprehenditur sub D.B, B.N. Proinde I.k, k.C, & I.M. sunt [f] proportionales: item aliæ tres B.D, D.A. & B.N. etiam inter se ὁμολόγως se habent. [f] Verùm vt I.k. ad k.C. in primis, sic B.D, ad D.A. in secundis: est igitur quoque in illis k.C. ad I.M. vt D.A. ad B.N. Et ex æquo [g] vt I.k. ad I.M. sic D.B, ad B.N, ὁμολόγως, vt I.k. ad D.B. hoc est, vt I. F. ad B. L. ex mox demonstratis, sic I.M. ad B.N. & vicissim [e] vt F.I, ad I.M. sic L.B. ad B.N. Cæterum H.F. potest [b] comprehensum sub F.I, I.M, & item L.P. potest [b] contentum sub L.B, B N. proinde sunt [f] illic tres I.F, F.H, & I.M. proportionales, hic quoque tres [f] B.L, L.P, & B.N. proportionales. Proinde in primis vt I.F, ad I.M. sic quadratum I.F. ad quadratum F.H, & in secundis, vt B.L. ad B.N, sic quadratum B.L. ad quadratum L.B. Atqui mox dicebamus, vt F.I, ad I.M. sic L.B. ad B.N. Ergo vt quadratum I.F. ad quadratum F.H. sic quadratum B.L. ad quadratum L.P, & ex consequenti [b] vt linea I.F, ad lineam F.H, sic B.L, ad L.P, & permutando, [e] vt I.F, ad B.L. hoc est vt F.G. ad L.G, hoc est vt C.G, ad G.A, vel vt I.G, ad B.G, sic est F.H. ad L.P. Et proinde linea G.H, transit [i] necessario per punctum P. & est igitur adhuc G.H, ad P.G, vt G.C, ad G.A, vel vt G.I, ad G B. Et ex consequenti [f] vt G.I, ad I.B, reliquam, sic H.G. ad reliquam & inclusam H.P, & G.C, ad C.A. quod fuit probandum. [g] per 22. l. 6. [b] per 11. l. 5. [i] contra 2. & 4. l. 6. [f] per 19. l. 6.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hinc patet apertè propositum corollarium. Etenim si quis aduersarius dixerit portionem similem à G. primo eductam, quousque incidat in basim duplam basis G. k. non transire per punctum I. oportet fateatur eandem transire, vel infra I, vt in R. vel supra I. vt in O. & inde sequetur ductis lineis B.O, vel B.R. rectas esse G.B.O. vel G.B.R. contra quam iam demonstrauimus. Imò hinc deducimus hoc problema.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Data sectione, maiorem vel minorem similem super eadem recta basi extensa, & à puncto communi initio scilicet basis, describere, quouis axe dato, vel qualibet base proposita.

ΥΠΟΘ. Detur portio G.B.A.

ΣΥΜΠΕ. Dico posse dari super eadem G.A, basi producta, & à puncto communi G. maiorem & similem portionem, tùm minorem, quouis dato axe, vel quauis basi proposita.

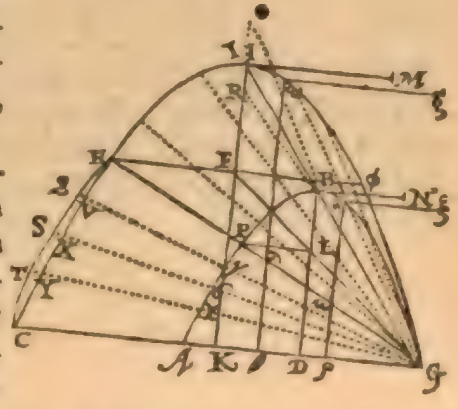
ΚΑΤΑ. Offeratur portio G.B.A, cuius axis B.D, & basi G.A, & proposito quouis axe, nempè k.I, vel quauis base G.C. (etenim vel tantum basis debet proponi, vel duntaxat axis, aut simul quidem, sed in ratione quæ est basis ad diametrum portionis.) Oblato axe producatur G.B, & fiat [m] vt D.B. axis ad axem propositum, sic G.B, ad G.I. Etenim demissus ille axis à puncto I. παραλλήλως ipsi B.D, cadet in G.A. alicubi, ne peccetur contra [m] per 12. l. 6.

Geometriam. Aut si basis datur verbi gratia c c fiat vt c.a, ad c.c, sic G.B, ad G.I. & à puncto G educantur, quotquot libuerit lineæ, vt punctis apparet in schemate, quarum partes inclusæ intra portionem sint ad totas, vt G.A, ad G.C, vel vt B.D, ad I.K, & tandem iungantur linea curua extremitates eductarum: describetur enim portio similis datæ. Quod si negetur & dicatur eijci portionem v.g. ab H. ad C. per puncta Q. S.T, educantur lineæ G.Q, G.S. & G.T.

a proximo lemmate. ΑΠΟΔΕΙ. Etenim ex demonstratis[a] prius Q G, est ad γ G, vt G.C, ad G.A, vel G.Q, ad Q.γ, vt G.C, ad C.A. Atqui vt G.C, ad G.A, sic fecimus G.V, ad G.γ: vel G.V, ad V.γ, vt G.A, ad A.C. Ergo inæquales Q.G, & V.G, eandem habent rationem ad eandem γ.G, vel ad vnam V.γ. contra Geometriæ decreta. Idem concludetur de reliquis G.S, & G.T, ad δ.G, ε G, vel ad X.δ, & Y.ε, ac de alijs quibuslibet. Non potest ergo trãsire portio, nisi per ductas extremitates; Cæterum si minor fuerit describenda, vt data portione C.I.G, quæratur A.B.G, super basi A.G: ductis à puncto G. lineis, quæ sunt in figura, & omnibus sectis, vt est G.A, ad A.C, his sectionibus transibit necessario posita portio quæ quærebatur.

COROLLARIVM II.

Hinc quoque deducitur, quamlibet lineam eductam à puncto G. secare, à portionibus propositis, similes portiones: scilicet lineam G.P.H, resecare portionem G.π.P, in minori, similem portioni G.ω.H, in maiori.



b ex coroll. 1 lemma 2. ad 4. de conoidib. & sphær. ΚΑΤΑΣΚ. Etenim ductis harum portionum diametris π.ρ, & λ.ω, nempè totis D.B, & k I, parallelis. Tum facto quod[b] sicuti est quadratum G.ρ, ad quadratum G.π, sit ita B.N, ad H.E, & quemadmodum est quadratum G.ι ad quadratum G.λ, ita sit I.M, ad ω.ζ, vt sint ω.ζ, & ρ.ξ, lineæ, iuxta quam possunt, quæ in portionibus G ρ.P, & G.ω.H, ordinatim ducuntur, sic argumentamur.

c per 4. & 22. l. 6. ΑΠΟΔ. Ex triangulorum G.π ρ, & G.λ.ι, similitudine[c], vt est quadratum G.ρ, ad G.π, sic est quadratum G.ι, ad quadratum G.λ, scilicet sic est I.M, ad ω.ζ, sicut B.N. ad ρ.ξ. Atqui ex mox demonstratis, est G.H, ad G.P, vt G.C, ad G.A. Semissis itaque[d] G.λ, est

d per 15. l. 5.

e per 16. l. 5 sin lemmate prox. ad semissem G.π, vt dimidia C.k, ad dimidiam A.D, & vicissim[e] G.λ, ad C.k, vt G.ω, ad A.D. Atqui ostendimus[f] C.K, esse ad I.M, vt A.D, ad B.N. Tum fecimus I.M. ad ω.ζ,

f per 22. l. 5 vt B.N, ad ρ.ξ. Ex æquo[g] ergo in primis est G.λ. ad ω.ζ, sicuti in secundis G.π, ad ρ.ξ. Verum sunt proportionales[h] tres ω.λ, λ.G, & ω . Tum tres proportionales ρ.π, π.G, & ρ.ξ. Ergo quia G.λ, est ad ω ζ. vt G.π, ad ρ.ξ, est quoque prima seu diameter ω.λ, ad λ.G. hoc est ad totam basim H.G, vt prima seu axis ρ π, ad secundam π.G, seu ad totam basim P.G & anguli quos diametri cum basibus efficiunt, sunt[i] æquales. Quare portiones H.I.G, & P.H.G, sunt similes.[l]

g per 22. l. 5

h per 11. l. 5 conic. & 17 l. 6. Elem.

i per 29 l. 1 l ex Apoll. ad defin. 17. & 18 de conoid. & sphær.

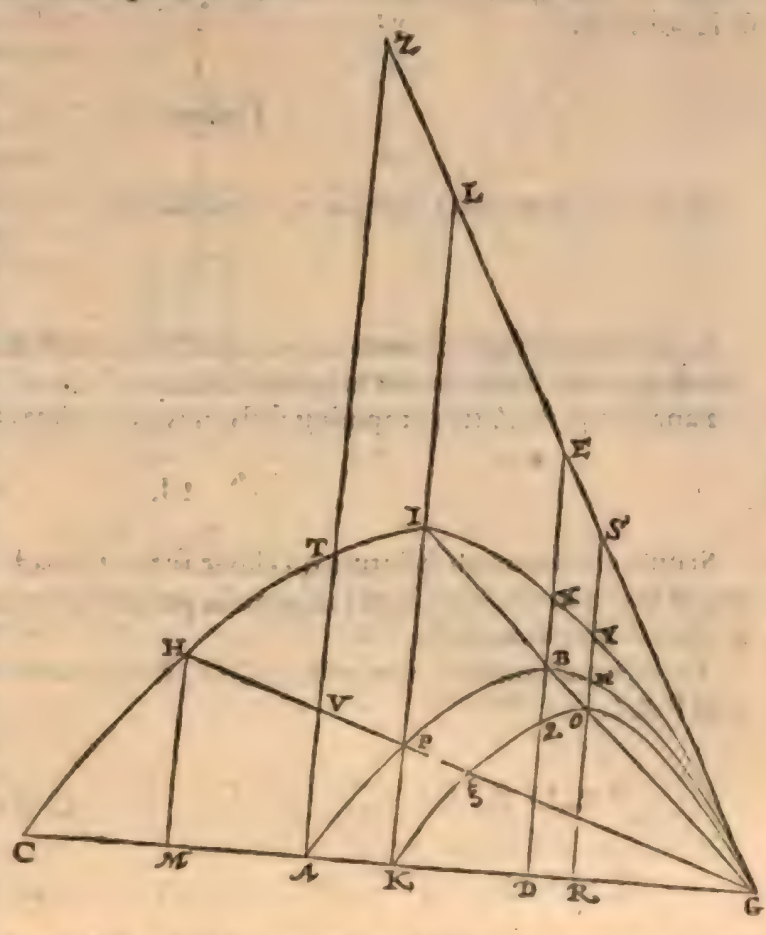
COROLL. III.

Repetito rursus diagrammate propositionis 5. præcedentis, & descripta[m] portione simili portioni A.B.G, axe dato I.k, quæ sit C.I.G, extra portionem datam A.B.G, tum alia[m] super basi G. k, simili quoque datæ, & intra eandem datam A.B.G, hoc concludimus.

m per problema prac.

ΣΥΜΠ. Nempè L.I. esse ad I P. vt G.A, ad A.C. & rursus I.P. esse ad P.k. vel X.B. ad B.Q, vel Y.N, ad N.O. & quotquot ducentur inter portiones maiorem & minorem,

parallelæ axi I.k, dirimi à media portione, in ratione composita ex ea quam habet A.C. ad C.G. & ex ea quæ est basis G.k, ad partem K.A.



ΚΑΤΑ. Sint ergo descriptæ portiones C. I. G. maior, & K.O.G. minor, similes ambæ datæ A.B.G, & manente tangente G.Z. lineisque A.Z, K.L, & D.E. producatur R.O.S. in qua est O.R. diameter minoris portionis parallela necessario diametris præcedentibus K.I, & D.B, ob similitudinem [a] portionum. Demum ductis lineis I.G. trãseunte necessario per B. & O. [b] Tum G.P.H. & perpendiculari, H.M. sic ratiocinamur.

[a] ad 17. & 18. definit. de conoidib. & sphar.

[b] vt lemmate præced. ostendimus.

ΑΠΟΔ. Linea G.Z. tangit ex hypothesi propositionis 5. præcedentis portionem G.B.A. imò etiam reliquas. Nam quoniam lineæ K.L, E.D, & S.R. sunt parallelę, trianguli G.B.D, & G.I.K, sunt similes [d], itemque duo G.B.E, & G.I.L. assimilantur: [b] Quare vt D.B, ad k.I. sic est G.B, ad G.I, & vt G.B, ad G.I, sic quoque est B.E. ad I.L. Ex æquo itaque vt D.B, ad k.I. sic est [e] B.E. ad I.L, & vicissim D.B, ad B.E, vt k.I, ad I.L, scilicet vt k.I. est [f] æqualis ipsi I.L. sic D.B. par est alteri B.E. Idem ostenditur de R.O, O.S. Et ex consequenti linea G.Z, *tangit* [g] *has tres portiones.* Quoniam itaque ex triangulorum G.P k, & G.H.M, vt G.P, ad G.k, sic G.H. ad G.M, & vicissim vt G.P. ad G.H, sic G.k. ad G.M, & rursus vt G.P, ad G.H, sic [h] G.A, ad G.C. est vt tota G.A. ad totum G.C. sic pars G.k. ad partem G.M. & proinde rursus est reliqua k.A. ad reliquam [i] M.C. vt tota G.A. ad totam G.C, vel vt ablata G.k, ad ablatam G.M. & vicissim k.A. ad G.k, vt M.C. ad G.M. vel inuertendo [l] G.k, ad k.A, vt G.M. ad M.C. Verùm ex præcedenti 5. propositione est L.P, ad P.k, vt G.k, ad k.A. Est itaque rursus L.P, ad P k, vt G.M, ad M.C. Atque ex eadem vt L.I, ad I.k, sic G.k, ad k.C. Habemus ergo duas lineas C.G. & L.k, in quibus vt G. k, ad k.C. ita L.I, ad I.k. & rursus vt G.M, ad M.C. ita L.P, ad P.k. & proinde vt antecedens G.C. ad consequentes G. k. & M.C. sic [m] antecedens L k, ad omnes consequentes L.I, & P.k, & proinde est [g] G. C. ad reliquum k.M. vt L.k ad reliquum I.P, vel est semissis G.k, ad k.M. hoc est [b] G.P. ad G.H, hoc est [h] G.A, ad A.C, vt semissis L.I. ad I.P, quod prius fuerat conclusum.

[d] per 2. & 4. l. 6.

[e] per 22 l. 5.

[f] per 35 l. 1. conic.

[g] per 33. eiusdem l. 1. conic.

[h] per lemma præced.

[i] per 19 l. 5. & per coroll. 4. l. 5.

[l] per coroll. 4. l. 5.

[m] per 1. l. 5.

Iam eodem prorsus artificio ostendam E.X. esse ad X.B, vel S Y, ad Y.N, vt G.k. ad k A. Ita vt quod probetur de illis, itidem de his consequatur. Quoniam verò est L. I. ad I.P, vt G.A, ad A.C. coniungendo est [n] L.P, ad I.P, vt G.C. ad A.C. & conuertendo [l] est I.P, ad L.P, vt A.C. ad C.G, sed rursus est [o] L.P, ad P.k, vt G k, ad k.A. Est ergo I P, ex æquo [o] ad P.k, vt C.A, ad A.k. Ratio autem I.P, ad P.k, componitur [p] ex ratione I.P, ad P.L, & ratione L.P, ad P.k, nempè ratio extremorum ex rationibus intermediorum. Ergo componitur quoque ex æqualibus alijs rationibus, nimirum ex ea quam habet C.A, ad C.G, & ex ea in qua est G.k, ad k A. Quod secundo concludebatur.

[n] per 18. l 5 operis prop. præced.

[o] ex definit. 6 ostenditur à Regiomontano l. 1. μαϑημ. συναγ. & à nobis lemm. 2. ad 4. l 2. de sphæra & cyl.

Hoc autem etiam demonstratum censetur de X.B, ad B.Q, & Y.N, ad N.O, & quibuslibet alijs similibus, quòd paribus rationibus componantur, vt vult corollarium:

nempè lineas omnes ductas inter maiorem & minorem sectiones, parallelas axi K.I. diuidi à media in paribus rationibus, compositis nimirum ex duabus C.A. ad C.G. & G.K. ad K.A.

Ὑπόμνησις.

Meminisse hinc foret vsui has 2. conclusiones.

I.

Rectam lineam plures simul tangere posse similes sectiones ab eodem puncto eductas, & quarum bases abeunt in rectam lineam.

Tangit enim G.Z. tres propositas sectiones parabolicas similes.

II.

Si duarum linearum sectarum quælibet fuerit tota ad aliquam, vel aliquot sui partes, vt tota alia ad aliquam, vel aliquot sui partes, fore quoque ad reliquam sui partem, vt alia est ad reliquum sui.

Etenim hoc concluſimus de lineis C.G, & K.L. similiter sectis in punctis M. & K. tum P. & I.

PROP. VI.

THEO. VI.

Intelligatur verò quod est, hoc vnum iam contemplandum & conspiciendum in statu recto ad horizontem, & in linea A.B. Postea quæ sunt ad partes D. supponantur deorsum, quæ verò in oppositum tendunt, sursum. Triangulum verò B.D.G. sit rectangulum rectum, habens ad B. angulum, & latus B.G. æqualem dimidio stateræ. Manifestum, quòd existente A.B. æquali ipsi B.G. si suspendatur triangulum à punctis B.G. suspendatur verò & aliud spatium Z. ab altera parte stateræ iuxta A. & æquiponderet spatium Z. à puncto A. suspensum, cum triangulo B.G.D. sic existente vt nunc iacebat: Dico spatium Z. trianguli B.G.D. tertiam partem esse.

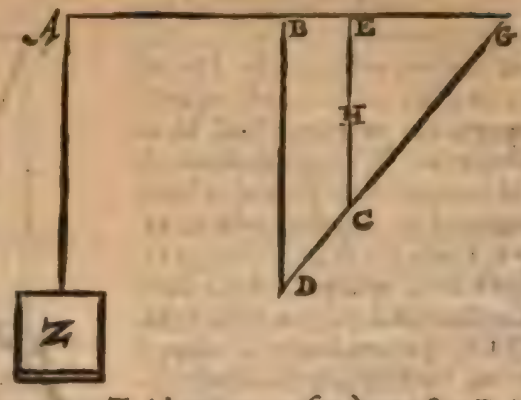
ΠΡΟΤΑ. ϛ.

ΘΕΩΡ. ϛ.

Νοείσθω δὲ ὅτι ὄντων, τὸ μὲν πρὸς τῇ θεωρείᾳ τοῦ κείμενον ὁρώμενον ἐπὶ ὀρθοῦ ποιῇ τῷ ὀφθαλμῷ, καὶ ἴσας τὰς Α.Β. γραμμάς· ἔπειτα τὰ μὲν ἐπὶ τὰ αὐτὰ τῷ Δ. κάτω νοείσθω· τὰ δὲ ἐπὶ θάτερα, ἄνω. Τὸ δὲ Β.Δ.Γ. τρίγωνον ἔστω ὀρθογώνιον ὀρθὴν ἔχον τὴν πρὸς τῷ Β. γωνίαν, καὶ ἴσην τὴν Β.Γ. πλευρὰν ἴσαν τῷ ἡμισείᾳ τῆς ζυγοῦ. Δῆλον ὅτι ἴσης οὔσης ἴσας τὰς Α.Β. τῇ Β.Γ. κρεμάσθω δὴ τὸ τρίγωνον μὲν τῶν Β.Γ. σημείων, κρεμάσθω δὴ καὶ ἄλλο χωρίον τὸ Ζ. μὲν τῆς ἑτέρας μέρους τῆς ζυγοῦ κατὰ τὸ Α. καὶ ἰσορροπείτω τὸ Ζ. χωρίον κατὰ τὸ Α. κρεμάμενον τῷ Β.Γ.Δ. τριγώνῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κείται, φαμὶ δὴ τὸ Ζ. χωρίον τοῦ Β.Δ.Γ. τριγώνου μέρος τρίτον εἶναι.

ΥΠΟ.

ΠΡΟΘ. Sit iugum ſtateræ A. G. cuius ſemiſſem B.G. occupet latus trianguli B.D.G. ſtet verò B.G. rectum ad Horizontem, & cætera ponantur, vt propoſitur.



ΚΑΤΑ. Secetur [a] B. G. in E. ita vt ſit E. G. dupla B.E, vel B.E. tertia pars radij B.G. vel A.B. & ducatur [b] E.C. ipſi B.D. parallela, ſeceturque [c] bifariam in H. quod ſit [d] centrum grauitatis trianguli B.D.G.

ΑΠΟΔ. Quoniam triangulus B. D.G. toti radio B.G. affixus æquiponderat cum Z. idem appenſus à puncto E. è puncto H. cum eodem Z. æquiponderabit. [e] Et proinde ſe habet [f] ad pondus Z. vt A.B. radius ad B.E. radium, hoc eſt, triplus eſt ſpatij Z quod fuit probandum.

[a] per 9. l. 6.
[b] per 31. l. 1.
[c] per 10. l. 1.
[d] per 2. lemma ad 15. l. 2. de æquip.
[e] per theorema quod ad finem l. 1. de æquipõd.
[f] per 6. vel 7. lib. 1. de æquipond.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

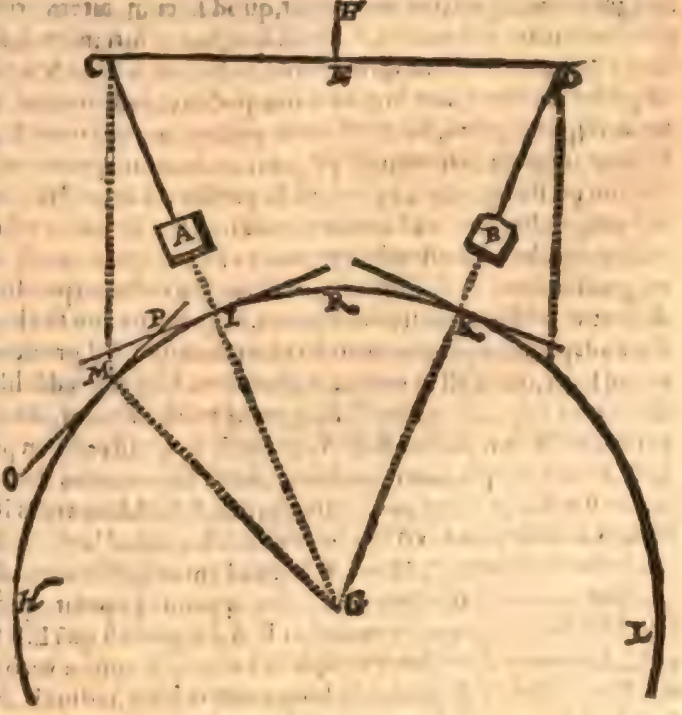
Concludere etiam poſſumus exiſtente Z. tertia parte trianguli B. D. G. vice verſa æquiponderare, ſi ſteterint vti aſſumptum eſt.

ΚΑΤΑΣ. Etenim ſi non æquiponderant, inclinentur ad Z. & à Z. auferatur exceſſus, quò reſtituatur æquipondium.

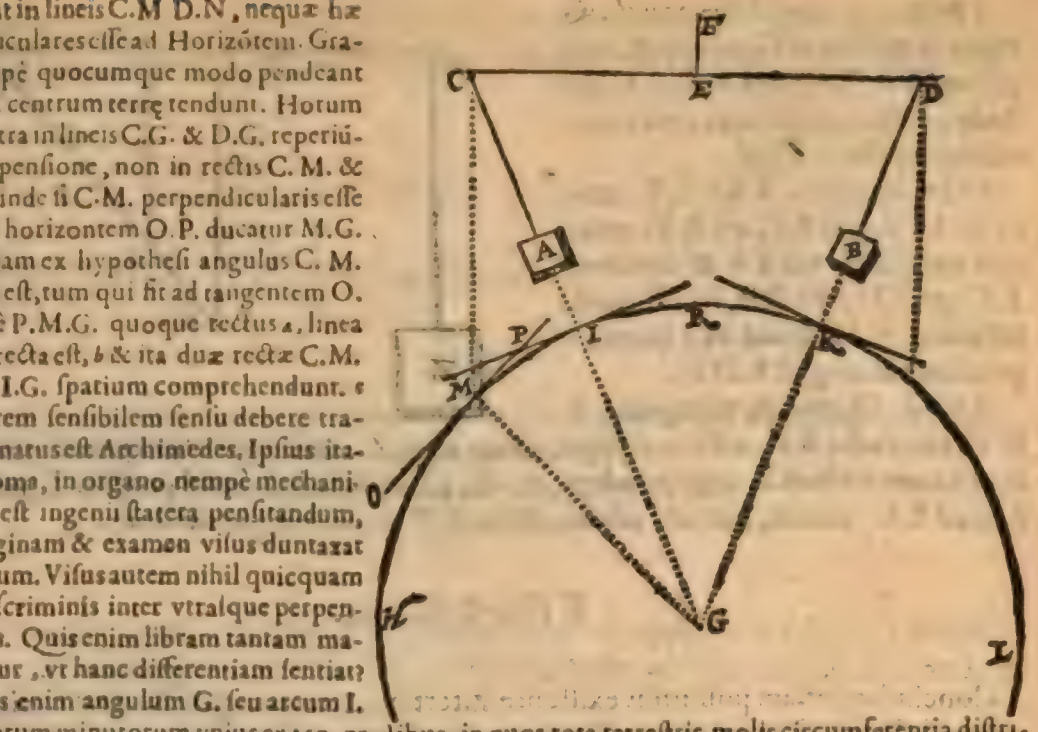
ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Tunc reliquum quod æquiſtat in æquilibratione tertia pars eſt trianguli B.D.G, ſed & totum Z. etiam tertia pars eſt eiuſdem trianguli. Sic ergo pars eſt æqualis toti. Quod ſi inclinatio fiat ad triangulum, addatur aliquid ad Z. vt fiat æquamentum, & ſit totum compoſitum Z. tertia pars trianguli. Sic rurſus continget abſurdum.

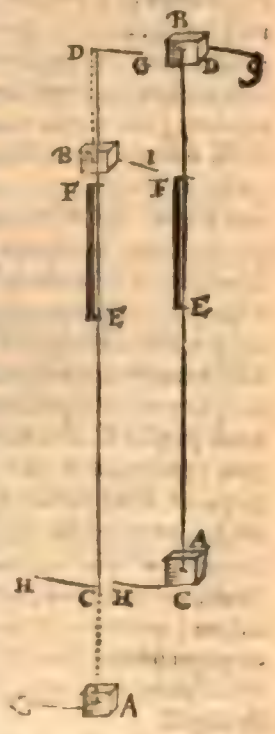
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Archimedes in demonſtratione huius propoſitionis hæc verba habet, ἔτι γὰρ τὸ κρεμάμενον ἐξ ὧν σημείων ἰσορροπεῖ ὅτι καὶ κάθετος ἦλθε τὸ σημεῖον τῆς κρεμάσεως, καὶ τὸ κέντρον τοῦ βάρεος τοῦ κρεμαμένου, ac ſi quod ſuſpenderetur, numquam mouere deſiſteret, quoad in eadem perpendiculari conſtituerentur punctum ſuſpenſionis, & centrum grauitatis rei ſuſpenſæ. Perpendicularem autem illam, vel interpretari poſſumus ad iugum ſtateræ, vel ad lineam tangentem ſuperficiem terræ in puncto, per quod ipſa tendens ad centrum terræ, terram primùm attingit. Sit v.g. trutina C.D. à qua appendantur pondera A. & B. quæ tendant ad centrum terræ G. Sit autem ſuperficies telluris H.I.k.L. lineæ verò ſecundum quas grauia deorſum feruntur, ſint C.I.G, & D.k.G. Ipſæ quidem lineæ perpendiculares ſunt [g] ad eas quæ terram tangunt in I. & k. ſed non ad trutinam C.D. ne trianguli C.G.D. tres anguli maiores ſint [h] duobus rectis. Ad trutinam ergo C.D. perpendiculares ponantur G.M. & D.N. Non parum verò intereſt de vtriſham harum perpendicularium loquatur Archimedes. Nam ſi de primis illis C.I. & D.k. illi ſermo ſit, eius axioma conſtare poteſt. In ipſis etenim reperiuntur, & ſuſpenſionum puncta C. & D. & centra grauitatum ponderum A. & B. Verùm ſi de alijs loquitur, nempè rectis ad C.D. quas & ad Horizontem rectas adſcuterat: ἐπεὶ ὅτι (inquit) αἱ ἀπὸ τῶν ἴσων ἀπὸ τοῦ αὐτοῦ ἐπὶ τὰ αὐτὰ μέρη ἐπὶ τὴν ἐπὶ ὀρθὰς ἀγομένην ἀπὸ τὸν ἐπίζευξιν, ταῦτα ἴσα ἀλλήλοις ἔσται καὶ τὰ ἐπίζευξιν: quorum vtriuſque ſunt quæ decoquant fidem. Etenim neque puncta ſuſpenſionum & grauitatum centra reperi-



ri possunt in lineis C.M D.N, nequæ hæ perpendiculares esse ad Horizõtem. Grauia quippè quocumque modo pendeant liberè, ad centrum terræ tendunt. Horum ergo centra in lineis C.G. & D.G. reperiũtur in appensione, non in rectis C. M. & D.N. Deinde si C.M. perpendicularis esse potest ad horizontem O.P. ducatur M.G. Et quoniam ex hypothesi angulus C. M. P. rectus est, tum qui fit ad tangentem O. P. nempè P.M.G. quoque rectus *a*, linea C.M.G. recta est, *b* & ita duæ rectæ C.M. G. & C.I.G. spatium comprehendunt. *c* Verùm rem sensibilem sensu debere tractari opinatus est Archimedes. Ipsius itaque axioma, in organo nempè mechanico, non est ingenii statera pensitandum, sed ad aginam & examen visus duntaxat referendum. Visus autem nihil quicquam ponit discriminis inter vtralque perpendiculares. Quis enim libram tantam machinabitur, vt hanc differentiam sentiat? Ponamus enim angulum G. seu arcum I. R. k. duorum minutorum vnius ex 360. gradibus, in quos tota terrestris molis circumferentia distribuitur. Erit quippè hic angulus G. recti $\frac{1}{2700}$. Proinde quoniam sunt *d* ambo G.C.D. & G.D.C. æquales, quisque eorum discrepabit tantum à recto per $\frac{1}{5400}$ partem, quæ est omnino insensibilis: Et nihilominus trutina k.L. inuenitur ex triangulorum doctrina esse 2. min. & 6. sec. qualiũ radius G.I. est 60. gr. Cumque ex recentiorum experimentis radius terræ sit 1718 $\frac{3}{7}$ milliariorum nostrorum, quorum singulis ambitus gradibus 30. respondent: supereſt scapum seu ζυγὸν C. D. esse longitudinis vnius milliaris, & 43 $\frac{4}{7}$ passuum: posito scilicet milliari 5000. passuum, vt vulgare Gallicum est. At quis tantum scapum fabricabit? Si itaque immanis illa statera discrimina etiam perpendicularium habeat imperceptibilia sensibus: quis communium librilium differentias percipiet? Ne ergo monstruosa fingamus, quæ nobis rerum vsum abstrahant, sartum-tectum seruemus ἀξίωμα Archimedis, nimirum res per angulos rectos ad trutinam ponderare, & secundum perpendiculares, in quibus & puncta suspensionum & grauitatum ponderum centra constituantur. Cæterum duobus modis centra grauitatum, & suspensionum in eadem perpendiculari constituta pariunt & æquipondium & ponderum statum ac requiem: Primò nempè cum in stateta radii sunt, ponderum reciprocè proportionales. Tunc enim perpendiculares, secundum quas pondera in statera appensa grauitant, cum perpendiculari librilis præcipuique puncti suspensionis, sunt parallelæ, vti lineæ C.G, & D.G. sunt parallelæ saltem quantũ ad sensum ei quæ à puncto suspensionis E. duceretur ad G. centrum terræ. Hæ autem tres perpendiculares censentur, velut vna. Secundò cum põdera siue æqualia siue inæqualia, & siue in reciprocis radiis, siue in non reciprocis, ita sursum deorsumque feruntur, vt earum perpendiculares suspensionum, vel quibus grauitant, in vnam conueniunt, quod fit cum stateræ trutina veluti C.D. iam non parallelum, sed perpendiculare fit horizõti, & librili iungitur veluti in lineã, tũque bilancium altera supernè est, altera verò infernè. In hoc verò statu & æqualia & inæqualia põdera manent, imò in grauiũ inæqualitate, radiorumue nõ reciproca ratione cũ ponderibus, status est quem põdera imparia quærũt, & in quo persistunt ac immota manent, nempè grauiori deorsum premente, leuiori contra sursum pressio: quotiescũque verò fit pressio vel attractio secundum rectã lineã perpendicularem ad centrum mũdi, nullus fit nutus vel inclinatio, vt in nostris mechanicis ostendemus, tum ex forma nutus qui fit circulariter, nùm ex grauitatione (vt sic loquar) quæ fit secũdũ rectã perpendicularem, quã videlicet vt põdera nauciscantur, nutãt. Ergo nutus non fit vbi põdera sunt hãc lineã adepti, alioqui grauia nõ ferrẽtur deorsum, sed proiicerent se vel sursũ, vel ad latus, quod est in natura incõueniens. Sint præcedes librile E.F. & radii stateræ ita dispositi, vt alter E.D. supernè rectò efferatur, alter E.C. infernè deprimatur, & iam põdera B. & A. grauitẽt secundũ eandem perpendicularem D.C. Equidem ipsa non mouebũtur, sed in illo omnino statu permanebũt. Etenim si nutarẽt, fieret nutus circulariter, & secũdum arcus D.G, & B.I. vel C. H. & A.k. & sic pondus B. tenderet non infra, sed ad latus: imò graue A. ferretur sursum per arcus C.H. vel A.k. quod absonũ est in natura. Equidem quod non fiat nutus sic bilãcibus statutis hoc quoque impedit, quòd radius qui infernè est, fiat altero multo maior, vt E. A. longior est quã E.B. Etenim toto funẽ C.A. pondus demissius proripit se à centro E. contra verò tanto funẽ pondus B. accedit ad E. Ergo duplo longitudinis funis, radius E.A. fit lõgior radio B.E. Pondus ergo A. fit grauius quã B. vnde nõ dimouebitur A. à casu, põdere B. in altera statera, in qua radii affiguntur ponderibus absque funibus, certè non fit ea radiorum inæqualitas: verum centra grauitatũ rectius constituuntur in perpendiculari, ita vt quamuis esset ponderum inæqualitas, nunc nusquam foret





a per 18. l. 3
b per 14 l. 1.
c contra 12. com. sent.
d per 5 l. 1.

ΠΡΟΤΑ. Ζ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Εστω πάλιν ζυγὸς ἡ α. γ. χραμμὴ, μέσον δὲ αὐτῆς ἔστω τὸ β. καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ β. τὸ γ. δ. η. τρίγωνον· τὸ δὲ γ. δ. η. ἔστω τρίγωνον ἀμβλυγώνιον, βάσιν ἔχον ἴσην δ. η. ὕψος δὲ ἴσην ἴσον ἐοδσαν τῇ ἡμισείᾳ τῆς ζυγοῦ, καὶ κρεμάσθω τὸ δ. γ. η. ζρίγωνον ἐκ τῶν β. ζ. σημείων· τὸ δὲ ζ. χωρίον κρεμάμενον κατὰ τὸ α. ἰσορροπεῖτω τῷ ζ. δ. η. τριγώνῳ ὅπως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Ομοίως δὴ δειχθήσεται τὸ ζ. χωρίον ζίτον μέρος τοῦ ζ. δ. η. τριγώνου.

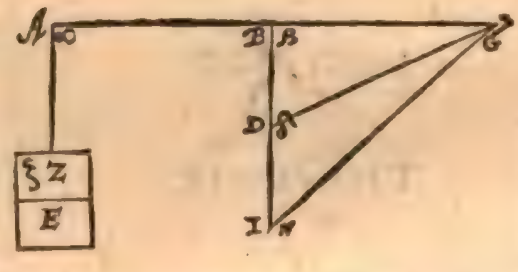
PROP. VII.

THEOR. VII.

[a] Sit rursus trutina A. G. linea, cuius medium sit B. & appendatur secus B. triangulum G. D. I. Sit verò G. D. I. triangulum amblygonium basim habens D. I. altitudinem verò lineam æqualem dimidio trutinæ, & appendatur triangulum D. G. I. à punctis B. & G. Rursus spatium Z. appensum ab A. æquiponderet cum triangulo B. D. I. sic se habente vt nunc iacet. [b] Similiter demonstrabitur spatium Z. tertiam partem esse trianguli G. D. I.

[a] Τῆς πάλης

[b] Συμπέρασμα.



ΚΑΤΑΣ. Appendatur cum spatio Z. à puncto A. spatium E. quod sit tertia pars trianguli B. D. G.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim spatium E. æquiponderabit [c] triangulo B. D. G. sed & Z. æquiponderat [d] triangulo D. I. G. Totum ergo Z. E. spatium, toti B. I. G. triangulo æquiponderat, & est [e] eiusdem trianguli tertia pars. Verùm E. est [f] iam acceptum, vt tertia pars trianguli B. D. G. Proinde reliquum E. tertia pars est [g] reliqui D. I. G. quod fuerat demonstrandum.

[c] per coroll. preced.
[d] ex hypot. & per prac.
[e] per fabricam.
[f] per 1 pet. 5
[g] per 1 pet. 5

ΠΡΟΤ. Η.

ΘΕΩΡ. Η.

Εστω ζυγὸς ὁ α. β. [b] μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. καὶ κρεμάσθω κατὰ τὸ β. τὸ Γ. δ. ε. τρίγωνον ὀρθογώνιον, ὀρθὴν ἔχον τὴν ε. γωνίαν· καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Γ. ε. τὸ δὲ ζ. χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ Γ. δ. ε,

PROP. VIII.

THEOR. VIII.

[a] Sit trutina A. B. medium verò ipsius sit B. & appendatur post B. triangulum G. D. E. rectangulum, rectum habens angulum E. & appendatur è trutina secus G. E. Verum spatium Z. appendatur è puncto A. & æquiponderet cum G. D. E.

[a] Τῆς πάλης

[b] putarem debere legi α. γ. cuius medium est β.

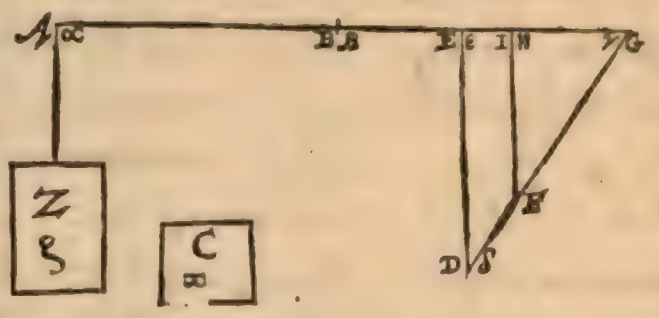
sic se habente vt nunc iacet. Quam verò rationem habet A. B. ad B. E. eam habeat G. D. E. triangulum ad spatium C. Dico [a] spatium Z. triangulo G D. E. minus esse, spatio verò C. maius.

[a] ex hyp.

ὕτως ἐχόντι ὡς νῦν κεῖται, ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ α. β. πρὸς τὴν β. ε. τοῦτον ἐχέτω τὸ γ. δ. ε. τρίγωνον πρὸς τὸ κ. χωρίον. φανερὸν δὴ τὸ ζ. χωρίον τοῦ μὲν γ. δ. ε. τριγώνου ἔλασσον ἐστίν, τοῦ δὲ κ. μεῖζον.

[b] per problema traditum ad finem lib. 1. de æquipõd.

KATA. Inueniatur [b] centrum grauitatis trianguli D.G.E. quod sit T. per quod agatur perpendicularis I.T.F.



[c] per hypot. [d] per theorema ad finem l. 1. de æquipond. adiectum. [e] per 6. vel 7. l. 1. de æquipond. [f] per hypot. quia A. B, & B. G. sunt æquales. [g] per 8. li. 5.

ΑΠΟΔ. Triangulo D.G.E. æquiponderante [c] spatio Z. ex puncto I. [d] est [e] Z. ad triangulum E.G.D. reciprocè vt I.B. ad B.A. Est [f] verò B. I. minor quàm B. A. Vnde constat primo E. D. G, triangulo, minus esse spatium Z. Verùm idem triangulus E. D.G. est [e] ad C. vt A. B. ad B.E. Estque [g] A.B. ad B.E. in maiori ratione quàm sit A.B, ad B.I. Proinde triangulus E.G.D. est ad C. in maiori ratione, quàm ad Z. & inde Z. cognoscitur [g] maius quàm C. quod fuerat probandum.

PROP. IX.

THEO. IX.

ΠΡΟΤΑ. Θ.

ΘΕΩΡ. Θ.

[h] ut ante.

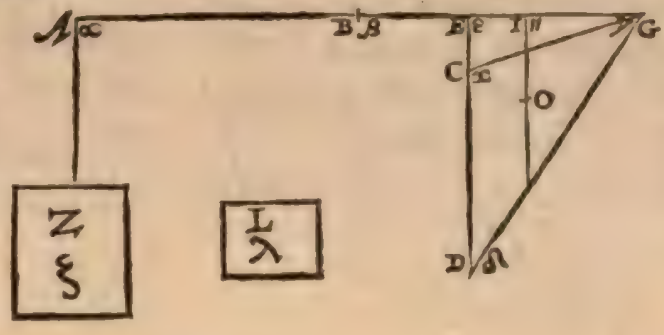
Sit [h] rursum trutina A.G. medium verò ipsius B. Tum triangulum G. D.C. amblygonion basim habens D. C. altitudinem verò E. G. & suspendatur è trutina ad G. E. Spatium verò Z. appendatur ex A. & æquiponderet cum trigono D.G.C. sic se habenti vt iacet: quam verò rationem habet A. B. ad B E. eam habeat G.D.C. triangulum ad L. Dico [i] Z. maius quidem esse quàm L. minus verò D. G. C. triangulo.

[i] supra.

Ἐστω πάλιν τὸ μὲν α. γ. ζύγιον, μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ γ. δ. κ. τρίγωνον ἀμβλυγώνιον βάσιν μὲν ἔχον τὴν δ. κ. ὕψος δὲ τὴν ε. γ. καὶ κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ γ. ε. τὸ δὲ ζ. χωρίον κρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ δ. γ. κ. τριγώνῳ, ὕτως ἐχόντι ὡς νῦν κεῖται· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ α. β. πρὸς τὴν β. ε. τοῦτον ἐχέτω τὸ γ. δ. κ. τρίγωνον πρὸς τὸ λ. φανερὸν δὴ τὸ ζ. τοῦ μὲν λ. μεῖζον ἐστίν, τοῦ δὲ δ. γ. κ. ἔλασσον.

ΚΑΤ' ΑΣ. Inueniatur [aa] centrum grauitatis trianguli G.D.E. quod sit O. à quo demittatur [bb] perpendicularis O.P. paralella [cc] E.D.

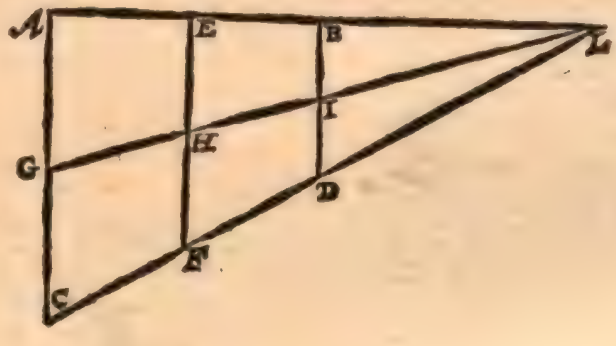
ΑΠΟΔ. Quoniam enim triangulus pendet è P. puncto, & ab eo æquiponderat [a] cum Z. vt est A.B. ad B.P. sic est [b] G. C.D. triangulus ad Z. spatium, ideóque maior eodem spatio Z. Quoniam verò triãgulus idem est [a] ad spatium L. vt A. B. ad B.E. hoc est [c] in maiori ratione quàm sit A.B, ad B.P. seu quàm sit ipsemet triangulus ad Z. sequitur [c] L. minus esse spatio Q. quod fuit probandum.



aa per problema lib 1. de æquipond. ad finem traditum
bb per 12. l. 1
cc per 28 l. 1
a per hypot.
b per 6 vel 7. l. 1. de æquipond.
c per 8. l. 5.

ΛΗΜΜΑ.

Habeat trapezium A.B.C.D. duo latera A.C, B.D. parallela, & diuidatur quadam linea E.F. etiam parallelis lateribus æquidistante. Tum producantur latera non parallela A.B, C.D. quousque concurrant in L. & à puncto L. cadat recta L.I.H.C. quæ secet B. D. bifariam. Dico lineam L. G. diuidere A. C. & E. F. etiam æqualiter, & ipsius partem I. G. diuidi ab E.F. in eadem ratione, in qua secatur A. B. esse scilicet G.H. ad H.I. vt A.E. ad E.B.



ΑΠΟΔ. Hoc constat ex lemmate 3. eorum, quæ ad 13. lib. 1. de æquiponderantibus præmisimus.

ΓΡΟΤΑ. I.

ΘΕΩΡ. I.

Εστω πάλιν τὸ μὲν α.β.γ. ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ β.δ.η.κ. τραπεζεῖον, ἰσὰς μὲν ποὶ τοῖς β.η. σαμείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον· ἰσὰ δὲ κ.δ. πλευρὰν ὑπὸ τὸ γ. νεύουσαν· ἣ ὃν ἔχει λόγον ἀ β.

PROP. X.

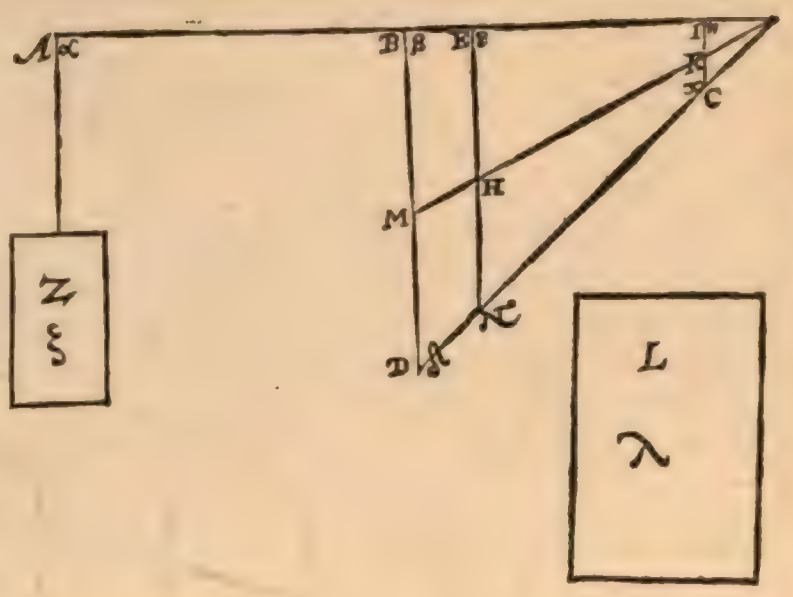
THEOR. X.

Sit [a] rursum A. B. C. trutina, [a ὑπόθεσις] mediumque ipsius B. trapezium verò B. D. I. C. angulos rectos habens in punctis B. I. Latus verò C. D. tendens ad G. & quam habet rationem B.

A. ad B. 1. eandem habeat trapezium B.D. C.I. ad L. Suspensum verò fuerit istud trapezium B.D.I.C. in trutina, è punctis B. I. Appensumque itidem fuerit spatium Z. è puncto A. & æquiponderet cum trapezio B. D. I. C. sic habenti vt nunc subiacet. Dico [a] spatium Z. minus esse ipso L.

α. ποὶ ταὶ Β.η. ἔλαττον ἐχέτω τὸ Β.Δ.κ. η. τραπεζεῖον ποὶ τὸ λ. κεκρεμάσθω δὲ τὸ Β.Δ.η.κ. τραπεζεῖον ἐκ τῆς ζυγοῦ κτ̄ τῶν Β.η. σαμείων· κεκρεμάσθω δὲ καὶ τὸ ζ. χωρίον κτ̄ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ Β.Δ.η.κ. τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν ὑποκείται. Φημὶ τὸ ζ. χωρίον ἔλασσον εἶναι τοῦ λ.

[a] Συμπέρασμα.



ΚΑΤΑΣ. Vt est dupla B.D. cum I.C. ad duplam ipsius I. C. cum B.D. sic fiat [b] I.E. ad E.B. & ducatur [c] E.N. paralella ipsi B. D. & producto C. D. in G. (nam ex hypothesi illuc tendit) ducatur linea G.M. per k. medium lateris C. I. trapezij B.D. C.I.

[b] per 10. l. 6 [c] per 31. l. 1.

ΑΠΟΔ. Linea G.M. partitur [d] E.N. bifariam, vt & B.D. in punctis H. & M. & est k.H. ad H.M, vt I.E, ad E.B. Proinde H. est [e] centrum grauitatis trapezij B.D.C.G. & cum æquiponderet [f] cum Z. spatio, suspensum è punctis B. & I. idem trapezium cum Z. æquiponderabit [g] suspensum è puncto E. & se habebit [h] trapezium ad Z. vt reciprocè A.B. ad B.E, hoc est [i] in maiori ratione quàm A.B, ad B.I. hoc est quam trapezium sit ad spatium L. Est [k] itaque L maius quàm Z. quod fuit probandum.

[d] per lemm. præced. [e] per vltimã l. 1. de æquipond. [f] per hypot. [g] per theorema ad sectum ad 5. nem l. 1. de æquipond. [h] per 6. vel 7 l. 1. de æquipond. [i] per 8. l. 5. [k] per 9. l. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Potuimus per vltimam lib. 1. de æquiponderantibus inuenire centrum H. & perpendicularem ducere E.H.N. & sic breuissimè demonstrationem absoluere, omisso etiam præcedenti lemmate: sed eo vsi sumus, vt quodammodo Archimedis vestigiis insisteremus, eiusque faueremus artificio.

PROP. XI.

THEOR. XI.

ΠΡΟΤ. ΙΑ.

ΘΕΩΡ. ΙΑ.

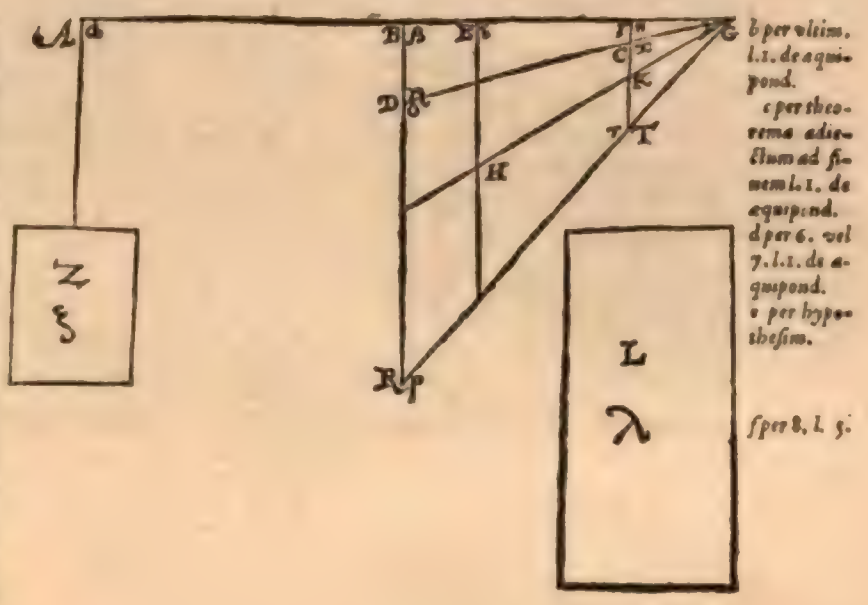
[l] Sit rursum bilanx A.G. & medium ipsius B. Sit verò trapezium C.D.T.R. habens latera C. D. & T.R. ad G. tendentia, reliqua verò D.R. & T.C. perpendicularia ad B. G. Tum D. R. cadat in B. Quam verò rationem habet A. B. ad

[l] Ὑπόθεσις.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α.γ. ζύγιον, καὶ μέσον αὐτοῦ τὸ Β. Τὸ δὲ κ.δ.τ.ρ. τραπεζεῖον ἔστω, ἃς μὲν κ.δ, τ.ρ. πλευρὰς ἔχον ἐπὶ τὸ γ. νευούσας, ἃς δὲ δ.ρ, τ.κ. καθέτους ἐπὶ ἀν Β.γ. καὶ ἡ δ.ρ. ἐπὶ τὸ Β. πιπτέτω· ὃν δὲ λόγον ἔχει ἡ α. Β.

ποτὶ τὰν Β. Η. τοῦτον ἐχέτω τὸ Δ. Κ. Λ. Ρ. τραπεζῆιον ποτὶ τὸ λ. τὸ λ. τὸ δὲ Δ. Κ. Λ. Ρ. τραπεζῆιον κρεμάσθω ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Β. Η. κὴ τὸ ζ. κατὰ τὸ α. κὴ ἰσορροπείτω τὸ ζ. τῷ Δ. Κ. Λ. Ρ. τραπεζείῳ ὅπως ἔχοντα ὡς νῦν κεῖται· ὁμοίως δὴ τοῖς πρότερον δειχθήσεται ἐλάσσων ὁ ζ. χωρίον τοῦ λ.

ad B.I. eandem habeat trapezium D.C.T.R. ad L. Et quidem trapezium D. C. T. R. ſuſpendatur è libra ſecus puncta B. I. vt & Z. è puncto A. & æquiponderet Z. cum trapezio D. C. T. *R.* ſic ſe habente vt nunc iacet: Similiter demonſtrabitur [a] vt priùs, minus eſſe Z. ſpatium ipſo L. [a] Σιμιτ.



[b] per vltim. l. 1. de æquipond.
[c] per theorema adiectum ad finem l. 1. de æquipond.
[d] per 6. vel 7. l. 1. de æquipond.
[e] per hypotheſim.
[f] per 8. l. 5.

ΚΑΤΑΣ. Reperiatur [b] H. centrum trapezij per quod perpendicularis E. H. acta in B. G. oſtendat [c] E. punctum ſuſpenſionis, à quo ſuſpenſum trapezium C. D. R. T. æquiponderet cum Z.

ΑΠΟΔ. Vt A. B. ad B. E. ſic eſt [d] trapezium C. D. R. T. ad ſpatium Z. Atqui vt A. B. ad B. I. ſic eſt [e] idem trapezium ad L. ſpatium. Ergo quia A. B. maiorem habet [f] rationem ad B. E. quam ad B. I. etiam trapezium maiorem rationem habet ad Z. quàm idem habeat ad L. & proinde Z. eſt [f] maius ſpatio L.

ΠΡΟΤ. ΙΒ.

ΘΕΩΡΗΜΑ ΙΒ.

Ἔστω πάλιν τὸ μὲν α. γ. ζύγιον μέζον δὲ αὐτοῦ τὸ Β. τὸ δὲ Δ. Ε. Η. Κ. τραπεζῆιον ἔστω τὰς μὲν ποτὶ τοῖς Ε. Η. σημείοις γωνίας ὀρθὰς ἔχον, τὰς δὲ Κ. Δ. Ε. Η. γραμμὰς ποτὶ τὸ γ. νεύουσας. Καὶ ὃν μὲν λόγον ἔχει ἡ α. Β. ποτὶ τὰν Β. Η. τοῦτον ἐχέτω τὸ Δ. Κ. Η. Ε. τραπεζῆιον ποτὶ τὸ μ. Ον δὲ λόγον ἔχει ἡ α. Β. ποτὶ τὰν Β. Ε. τοῦτον ὃν λόγον ἐχέτω τὸ Δ. Κ. Η. Ε. τραπεζῆιον ποτὶ τὸ λ. Κρεμάσθω δὲ τὸ Δ. Κ. Η. Ε. τραπεζῆιον ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ Ε. Η. τὸ δὲ

PROP. XII.

THEOR. XII.

Sit [g] rurſus ſtatera A. G. me- [g] Vitel. diumque ipſius B. ſit verò trapezium D. E. I. C. in punctis quidem E. & I. angulos rectos habens, lateraque C. D. & E. I. ad punctum G. tendentia. Atque quam rationem habet A. B. ad B. I. eandem habeat trapezium D. C. I. E. ad ſpatium M. Quam vero rationem habet A. B. ad B. E. eandem rationem habeat D. C. I. E. trapezium ad L. Appenſum autem fuerit iſtud trapezium D. C. I. E. ad ſtateram è punctis E. I.

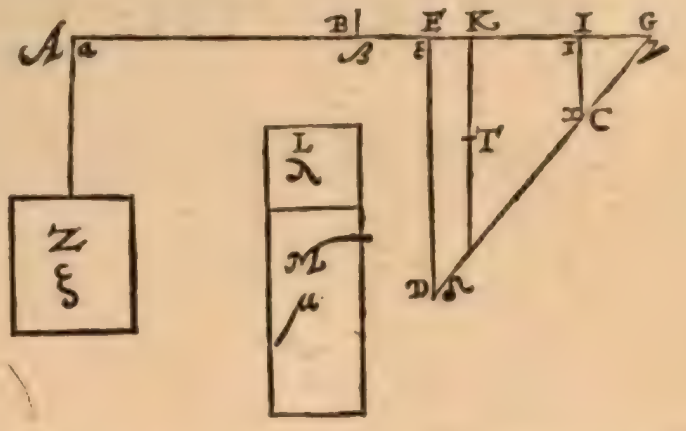
Sed ſpatium Z. appendatur ab A. ET æquiponderet trapezio ſic ſe habenti vt nunc iacet. Dico[a] ſpatium Z. ſpatio L. maius eſſe, ſpatio vero M. minus.

ζ. χωρίον ἐκκρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τῷ τραπεζίῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. Φαμὶ δὴ τὸ ζ. τοῦ λ. μεῖζον εἶμεν, τοῦ δὲ μ. ἔλασσον.

[a] ὑποτ.

ΚΑΤΑΣ. Trapezij enim E. D. C. I. ſumatur[b] centrum grauitatis, quod ſit T. & ab eo cadat perpendicularis T. K. in ſtateræ radium B. G.

[b] per vltim. l. 1. de æquipond.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Trapeziũ E. D. C. I. æquiponderans cum Z. è puncto K.[c] eſt[d] ad ipſum Z. vt reciprocè A. B. ad B. K. Atqui idem trapezium eſt[e] ad L. vt A. B. ad B. E. hoc eſt[f] in maiori ratione quàm ſit A. B. ad B. K. vel trapezium ad Z. proinde L. eſt[f] minus ſpatio Z. Rurſus trapezium eſt[e] ad M. vt A. B. ad B. I. ſcilicet[f] in minori ratione quàm A. B. ad B. k. ſeu quam idem trapezium ad Z. Idcirco Z. minus eſt[f] ſpatio M. quod fuit probandum.

[c] per theor. adiectum ad finem l. 1. de æquipond.
[d] per 6. vel 7. l. 1. de æquip.
[e] per hypothes.
[f] per 8. l. 5.

PROP. XIII.

THEOR. XIII.

ΠΡΟΤ. ΙΓ.

ΘΕΩΡ. ΙΓ.

γίνεται.

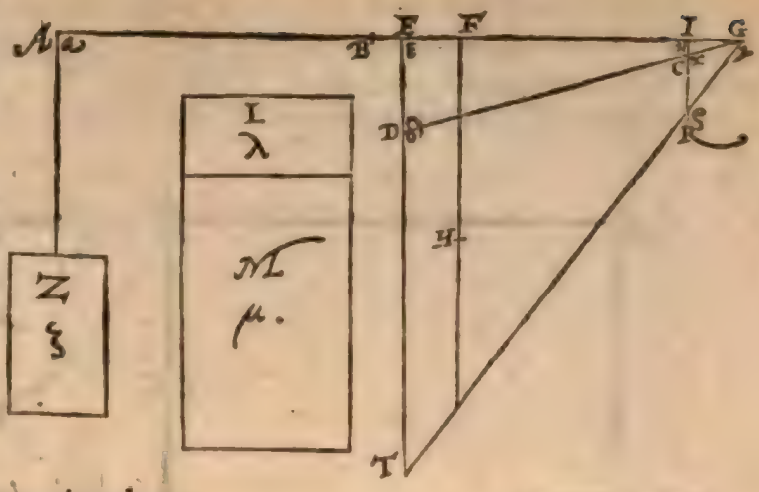
Sit ε rurſum trutina A. G. cuius medium circa B. ſit vero trapezium C. D. T. R. ita vt latera ipſius C. D. & T. R. tendant ad G. reliqua verò D. T, C. R. perpendicularia ad B. G. Appenſum autem fuerit in ſtatera è punctis E. I. Tum ſpatium Z. ſuſpendatur ad punctum A. & æquiponderet cum trapezio D. C. T. R. ſic ſe habente vt nunc eſt: ET quam rationem habet A. B. ad B. E. eandem habeat D. C. T. R. trapezium ad L. ſpatium. Quam vero rationem habet A. B. ad B. I. eam habeat idem trapezium ad M. Similiter[b] demõſtrabitur vt priùs, ſpatium Z. ſpatio L. maius, ſpatio vero M. minus.

[b] ὑποτ.

Ἐστω πάλιν τὸ μὲν α. γ. ζύγιον, καὶ μέσον δὲ αὐτοῦ τὸ β. τὸ δὲ κ. δ. λ. ρ. τραπεζεῖον, ὥστε τὰς μὲν κ. δ. λ. ρ. πλευρὰς νεύουσας εἶναι μὲν ἐπὶ τὸ γ. τὰς δὲ δ. λ. κ. ρ. καθέτους ἐπὶ τὰν β. γ. κεκρεμάσθω δὲ ἐκ τοῦ ζυγοῦ κατὰ τὸ ε. η. τὸ δὲ ζ. χωρίον κεκρεμάσθω κατὰ τὸ α. καὶ ἰσορροπείτω τὸ δ. κ. λ. ρ. τραπεζείῳ οὕτως ἔχοντι ὡς νῦν κεῖται. καὶ ὁν μὲν ἔχει λόγον ἡ α. β. ποτὶ τὰν β. ε. τοῦτον ἐχέτω τὸ δ. κ. λ. ρ. τραπεζεῖον ποτὶ τὸ λ. χωρίον· ὁν δὲ λόγον ἔχει ἡ α. β. ποτὶ τὰν β. η. τοῦτον ἐχέτω τὸ αὐτὸ τραπεζεῖον ποτὶ τὸ μ. ὁμοίως δὴ τῷ πρόσθεν δειχθήσεται, τὸ ζ. τοῦ μὲν λ. μεῖζον, τοῦ δὲ μ. ἔλασσον.

ΚΑΤΑΣ. Inuento [a] trapezij D. T. R. C. centro grauitatis H. & ab eo demissa catheto H. F. in B. G.

ΑΡΟΑ. Sequetur [b] trapezium esse ad Z. vt A.B. ad B. F. hoc est, [c] in maiori ratione quam A.B. ad B.E. seu quàm sit trapezium ad L. & in maiori [d] ratione quam sit A. B. ad B. I. vel trapezium ad M. Proinde Z. maius est [d] spatio L. minus vero spatio M. quod fuit probandum.



[a] per prop. additum ad finem l. 1. de æquipond.

[b] per 6. vel 7. l. 1. de æquipond.

[c] per 8. l. 5.

ΓΡΟΤ. ΙΔ.

ΘΕΩΡ. ΙΔ.

Ἐστω τμῆμα τὸ Β. θ. γ. περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς· ἔστω δὴ πρῶτον ἀ Β. Γ. πρὸς ὀρθὰς τὴν διάμετρον, καὶ ἤχθω ἀπὸ μὲν τοῦ Β. σημείου ἡ Β. Δ. παρὰ τὴν διάμετρον· ἀπὸ δὲ τοῦ γ. ἡ Γ. Δ. ἁπτομένη τῆς τοῦ κώνου τομῆς κατὰ τὸ γ. ἐκείσθω δὴ τὸ Β. Γ. Δ. τρίγωνον ὀρθογώνιον, διηρήσθω δὴ ἡ Β. Γ. εἰς τὰ τμήματα ὁποσαοῦν τὰ Β. ε, ε. ζ, ζ. η, η. ι. καὶ ἀπὸ τῶν τομῆς ἤχθωσαν παρὰ τὴν διάμετρον αἱ ε. σ, ζ. λ, η. υ, ι. ξ. ἀπὸ δὲ τῶν σημείων καθ' ἃ τέμνουσιν αὐτὰς πλευρὰ τοῦ κώνου τομήν, ἐπεζεύχθωσαν κατὰ τὸ Γ. καὶ συμβεβλήσθωσαν. Φανερὸν δὴ τὸ τρίγωνον τὸ Β. Δ. Γ. τῶν μὲν τραπεζίων τῶν κ. ε, λ. ζ, μ. η, ν. ι. καὶ τοῦ Ξ. ι Γ. τριγώνου ἔλασσόν ἐστι τριπλάσιον, τῶν δὲ τραπεζίων τῶν ζ. φ, η. θ, ι. π, καὶ τοῦ ι. ο. Γ. τριγώνου μεῖζόν ἐστιν ἢ τριπλάσιον.

PROP. XIV.

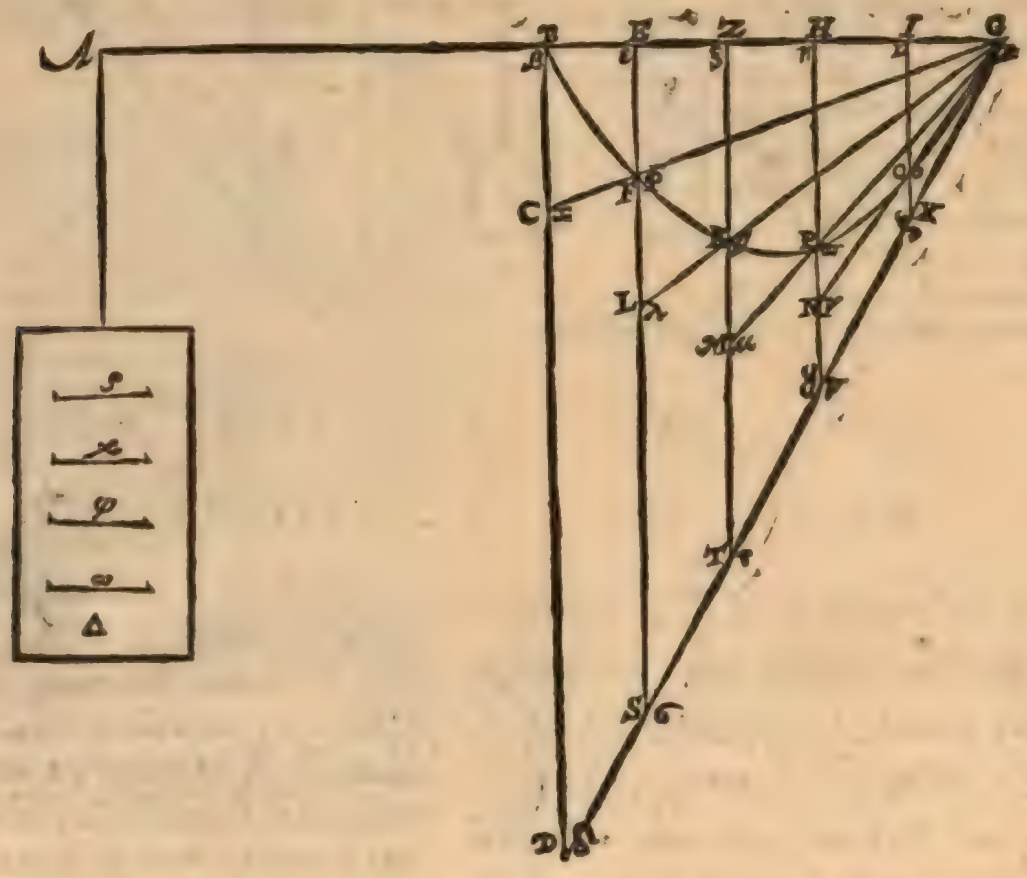
THEOR. XIV.

Sit [e] portio B. k. G. comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione. Sit etiam primum B. G. ad rectos angulos diametro, & educatur à B. puncto linea B. D. parallela diametro: à puncto vero G. linea G. D. tangens sectionem coni in puncto G. Erit quippe B. G. D. triangulus rectangulus. Diuidatur itaque illa B. G. in portiones quotcumque B. E, E. Z, Z. H, H. I. & à sectionibus huiusmodi æquidistantes diametro ducantur lineæ E. S, Z. T, H. V, I. X. A punctis autem quibus ipsæ secant coni sectionem iungantur lineæ ad G. & vltra producantur. Dico [f] quod triangulum B. D. G. Trapeziorum quidem C. E, L. Z, M. H, N. I. & trianguli X. I. G. minus sit quam triplum: Trapeziorum vero Z. F, H. k, I. P. & trianguli I. O. G. maius sit quàm triplum.

[e] ante.

[f] antec.

KAT. Producatur G. B. in A. & fiat B. A æqualis ipſi B. G. tum à puncto A. ſuſpendatur ſpatium ρ. æquiponderans trapezio D. E. & reliqua ſpatia χ. ↓. ω. Δ. æquiponderent: reliquis trapezijs S. Z, T. H, V. I. & triangulo X. I. G. denique omnia ſimul ρ. χ. ↓. ω. Δ. maneant in æquipondio cum toto triangulo B. D. G.



ΑΠΟΔ. Triangulus B. D. G. definitur lineis D. G. tangente rectanguli coni aſſumptam ſectionem D. B. parallela diametro ſectionis, & B. G. altero rectinæ radio. Baſi autem B. D. acta eſt parallela E. S. & propterea vt B. E. ad E. G. ſic eſt [a] E. F. ad F. S. & componendo [b] B. G. eſt ad E G. vt E. S. ad S. F. & rationis [c] conuerſione B. G. eſt ad B. E. vt E. S. ad E. F. hoc eſt [d] vt triangulus E. S. G. ad triangulum E. F. G. Verum rurſus vt B. G. ad B. E. ſic [e] B. D. ad E. S. & ſic [e] B. C. ad E. F. Et ergo [e] vt B. D. ad E. S. ſic B. C. ad E. F. & permutãdo [f] B. D. eſt ad B C. vt E. S. ad E. F. ſeu [d] triang. B. D. G. eſt ad trigonũ B. C. G. vt alter E. S. G. ad alterũ E. F. G. Cũ ergo totus triang. B. D. G. ſit ad totum B. C. G. vt ablatũ E. S. G. ad ablatũ E. F. G. hoc eſt [d] vt E. S. ad E. F. vel ergo vt [g] B. G. ſeu B. A. ad B. E. erit [h] & reliquum trapezium D. E. ad reliquum trapezium C. E. vt B. A. ad B. E. Simili ratione probabo trapezium S. Z. eſſe ad trapezium L. Z. vt A. B. ad B. Z. Nam vt B. G. ſeu A. B. ad B. Z. ſic eſt [g] Z. T. ad Z. K. ſeu E. S. ad E. L. Atqui vt Z. T. ad Z. K. & E. S. ad S. L. ſic eſt [d] triangulus Z. G. T. ad triangulum Z. G. K. & triangulus E. G. S. ad triangulum E. G. L. Proinde vt A. B. ad B. Z. ſic eſt [e] totus triangulus E. S. G. ad totum E. G. L. tum ſic ablatus Z. T. G ad ablatum Z. K. G. Et ſic demum itaque eſt reliquum trapezium S. Z. ad reliquum trapezium L Z. Etiam hoc pacto probabo eſſe T. H. ad M. H. vt A. B. ad B. H. Adhuc V. I. ad N. I. vt A. B. ad B I. Et denique triangulus I. X. G. eſt [d] triangulum I. O. G. vt I. X. ad I. O. Atqui vt I. X. ad I. O. ſic eſt [g] B. G ſeu A. B. ad B I. eſt [e] ergo I. X. G. ad I. O. G. vt A. B. ad B. I. Habemus hoc pacto trapezium D. E. cuius latera D. S. B. E. tendunt ad G. & ex hypotheſi æquiponderat cum ſpatio ρ. Eſtque trapezium D. ad trapezium C. E. vt A. B. ad B. E. Maius eſt [i] ergo trapezium C. E. ipſo ſpatio ρ. Adhuc trapezij S. F. duo latera E. z, S. T. tendunt ad G & ipſum æquiponderat ſpatio X. eſtque idem S. z. ad L. z. vt A. B. ad B. z. Eſt [l] proinde L. z. maius ſpatio X. Eadem prorſus de cauſa ↓. minus eſt trapezio M H. tum ſpatium ω. minus trapezio N. I & denique triangulus I. X. G. excedit [m] ſpatium Δ. Itaque omnia ſimul ſpatia ρ. χ. ↓. ω. Δ. minora ſunt trapezijs ſimul C. E, L. z, M. H, N. I. cum triangulo I. x. G. Verum quoniam (vt oſtendimus)

[a] per 4. l. 6.
[b] per 18. l. 5
[c] per coroll. 19. l. 5.
[d] per 1. l. 6.
[e] per 11. l. 5.
[f] per 16. l. 5
[g] per coroll. 5. huius.
[h] per 19. l. 5
[i] per 10. huius.
[l] per 12. huius.
[m] per 8 huius.

trapezium S. Z. est ad trapezium F. Z. vt S. E. ad E. F. hoc est [a] vt B. G. seu B. A. ad B. E. idem vero S. z. est ad L. z. vt A. B. ad B. z. Est [b] quidem spatium χ. minus trapezio L. z. sed maius trapezio F. z. Eodemque argumento spatium ϕ. maius est trapezio k. H. tum ω. maius est trapezio P. I. Et Δ. [c] triangulo I. O. G. Et proinde spatia χ. ϕ. ω. Δ. & multo magis totum ρ. χ. ϕ. ω. Δ. maiora sunt trapezijs simul F. z, k. H, P. I. cum triãgulo I. O. G. Cum autem totum spatium ρ. χ. ϕ. ω. Δ. æquiponderet [d] toti triangulo B. D. G. ipsius tertiæ parti æquipollet [e]. Propterea triangulus B. D. G. minor est quam triplus trapeziorum C. E, L. z, M. H, N. I. & trianguli I. X. G. cum hæc excedant illa spatia quæ tertiam trianguli partem constituunt: sed maior quam triplus aliorum F. z, k. H, P. I. & trianguli I. O. G. cum hæc sunt minora ijsdem spatijs quæ vni trianguli tertiæ æquantur, quod fuit probandum.

[a] per coroll. 5. huius.
[b] per 12. huius.
[c] per 8. huius.
[d] per fabricam.
[e] per 3. huius.

ΠΡΟΤ. ΙΕ.

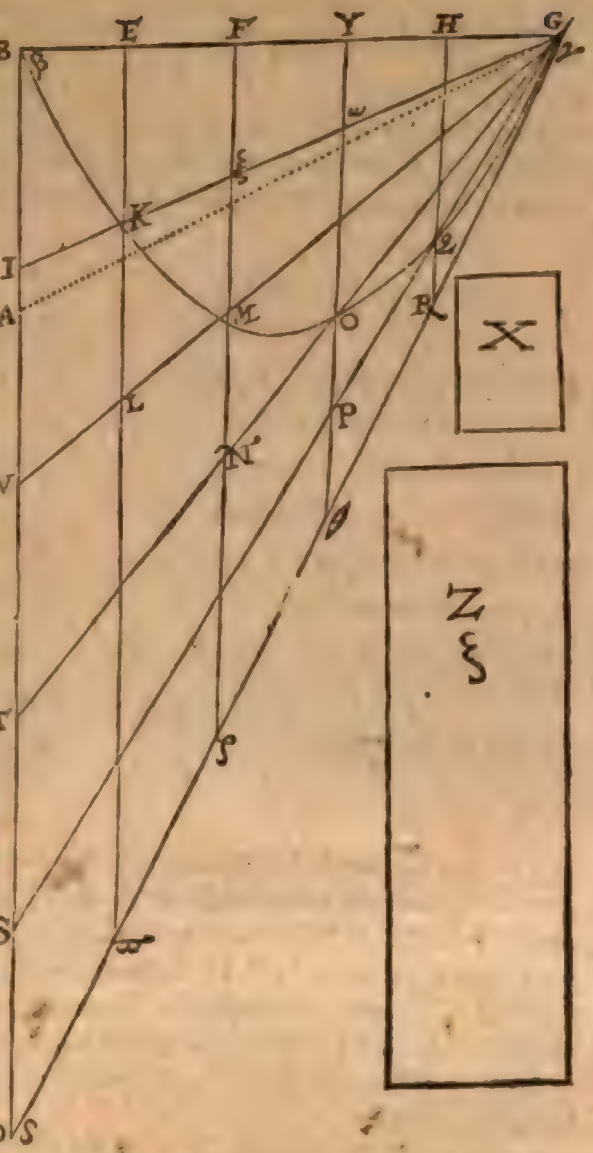
ΘΕΩΡ. ΙΕ.

Ἐχω πάλιν τὸ Β. Θ. Γ. τμῆμα τοῦ ἐχόμενον ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς· ἀ δὲ Β. Γ. μὴ ἔστω ποτ' ὀρθὰς τᾶ διαμέτρῳ· δύο δὴ ἢ ποι ταὶ ἀπὸ τοῦ Β. σαμείου παρὰ ταὶ διάμετρον ἀγμένω ἐπὶ τὰ τοῦ τμήματος, ἢ τὰν ἀπὸ τοῦ Γ. ἀμβλεῖαν ποιεῖν γωνίαν ποτὶ τὰν Β. Γ. ἔστω ἀ τὰν ἀμβλεῖδν ποιοῦσα ἀ πρὸς τὸ Β. καὶ ἄχθω παρὰ τὰν διάμετρον ἀπὸ τοῦ Β. ἀ Β. Δ. καὶ ἀπὸ τοῦ Γ. ἀ Γ. Δ. ἐπιφαύουσα τᾶς τοῦ κώνου τομᾶς κατὰ τὸ Γ. καὶ διηρήσθω ἀ Β. Γ. εἰς τμήματα ἴσα ὁποσαοῦν τὰ Β. Ε, Ε. Ζ, Ζ. Η, Η. Ι, Ι. Γ, ἀπὸ δὲ τῶν Ε. Ζ, Η. Ι, παρὰ τὰν διάμετρον ἤχθωσαν αἱ Ε. Κ, Ζ. Τ, Η. Υ, Ι. Χ. καὶ ἀπὸ τῶν σαμείων καθ' ἃ τέμνονται αὐταῖς ταὶ τοῦ κώνου τομαί, ἐπὶ Ζ ἤχθωσαν ἐπὶ τὸ Γ. καὶ συμβεβλήσθωσαν. Φαμὶ δὴ καὶ νῦν τὸ Β. Δ. Γ. τρίγωνον τῶν μὲν τραπεζίων τῶν Β. Φ, Λ. Ζ, Θ. Η, ΜΝ. Ι. καὶ τοῦ Γ. Ι. Χ. τριγώνου ἔλασσον εἶμεν ἢ τριπλάσιον, τῶν δὲ Ζ. Φ, Η. Θ, Ι. Π, καὶ τοῦ Γ. Ο. Ι. τριγώνου μεῖζον ἢ τριπλάσιον.

PROP. XV.

THEOR. XV.

Sit rursum sectio B. k. G. cõprehensa sub recta & rectanguli coni sectione: linea vero B. G. non sit ad rectos diametro: necesse siquidem est vel lineam à puncto B. æquidistanter diametro ductam ad easdem partes sectioni, vel eam quæ trahitur à puncto G. obtusum facere angulum ad B. G. Sit itaq; quæ obtusum angulum facit ea quæ ad G. B. Et ducatur à puncto B. parallela diametro linea B. D. Et à puncto G. agatur G. D. tangens coni sectionem in puncto G. Et diuidatur B. G. in quotlibet partes æquales, quæ sint B. E, E. Z, Z. H, H. I, I. G. Et à punctis E. Z, H. I. parallelæ diametro ducantur E. s, Z. T, H. V, I. X. & à punctis quibus secant ipsam coni sectionem iungantur ad G. & vltra producantur. Dico quippe & nunc triangulum B. D. G. trapeziorum quidem B. F, L. Z, K. H, P. I. & triãguli G. I. X. minus esse quam triplum: aliorum vero Z. F, H. K, I. P. & trianguli G. O. I. maius esse quàm triplum.



KATAΣ. Si ſpatium Z. non fuerit æquale portioni, ea maius erit vel minus. Sit ergo inæqualitas ambarum magnitudinũ ſpatium X. Et ſi fieri poteſt ſupponamus Z. minus portione. Et ſpatio X. quo Z. ſuperat portionem fiat triangulus B. A. G. minor. Tum quia baſis B. A. commẽſurabilis eſt lineæ B. D. vel eidem eſt incommenſurabilis: ſi commenſurabilis fuerit eiuſque menſura, diuidatur B. D. per B. A. Si vero non eſt commenſurabilis, auferatur ex B. D. dimidium, tum ex dimidio dimidium, vel aliæ partes toti commenſurabiles, quoad quælibet ſit [a] minor ipſa B. A. Vna ſit B. I. & reliqua ſectionum puncta V. T. S. ducanturque lineæ à puncto G. ad huiuſmodi puncta, quæ portionem ſecent in punctis K. M. O. Q. per quæ demum agantur parallelæ ipſi B. D. quæ partiantur [b] lineam B. G. in punctis E. F, Y. H. & quidem in partes æquales. Nam vt D. I. ad I. B. ſic ω. k. ad K. E. Hoc eſt G. E. ad E. B. Deinde vt D. V. ad V. B. ſic ρ. M. ad M. F. hoc eſt G. F. ad F. B. Adhuc vt D. T. ad T. B. ſic θ. O. ad O. Y. hoc eſt G. Y. ad Y. B. Denique vt D. S. ad S. B. ſic R. Q. ad ϙ. H. hoc eſt G. H. ad H. B. Et proinde vt B. D. æqualiter diuiditur, ſic G. B. in æquãlia ſecatur: ita vt hæc figura rẽdeat ὑ ἐκθέσεως τῶν ιδ. σχημάτων.

[a] per 1. d. 10

[b] per 31. d. 1.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam Z. & X. portioni æquantur, minora ſunt portione ſimul ſpatium Z. & triangulum B. I. G. Proinde ſi à portione abſtulero quid æquale vel minus triangulo B. I. G reliquum ſpatio Z. maius erit. Iam quia B. I, I. V. ſunt [d] æquales, & reliqua lineæ B. D. ſegmenta, etiam cuiuſlibet aliarum partes ſunt æquales, vt E. K, K. L. & ita de alijs. Et proinde trianguli G. B. I, G. I. V. ſunt pares: vt & E. K. G, G. K. L. & reliqui ſunt æquales, qui ſunt in eadem altitudine. Itaque trapezia in triangulis æqualibus facta ſint æqualia. Verbi gr. B. K. & K. V. Nam ſi ab æquis triangulis B. I. G. & G. I. V. auferas æquales E. K. G, G. K. L. remanebunt [d] I. E. & V. K. trapezia æqualia. Idem cenſendum dè E. ξ, ξ. L, F. ω. M. O, H. ϙ, O. Q. Quidni ergo dicemus trapezia E. I, ξ. L, M. O, O. Q. & triangulum G. Q R. æquari triangulo B. I. G. Quando ergo trapezia huiuſmodi & triangulum tota continerentur in portione, auferrẽturque ab ea, quid maius ſupereſſet in ea quam ſit Z. cum ergo ea partim duntaxat in portione comprehendantur (tranſit enim ſectio coni per puncta K. M, O. Q. & ſunt latera B. I, I. k, k. L, L. M, M. N, N. O, O. P, P. Q. extra portionem) illorum partibus comprehenſis, in portione ſublatis ab ipſa portione, ſequetur partem portionis quæ ſuperfuerit multo maiorem eſſe ipſo ſpatio Z. nempe trapezia k. F, M. Y, O. H. & triangulum H Q. G. At Z. eſt tertia pars trianguli B. D. G. Propterea triangulus B. D. G. minor eſt quam triplus trapeziorum k. F, M. Y, O. H. & trianguli H. Q. G. quod aduerſatur ijs quæ prius demõſtrauimus. [e] Abſurdum ergo eſt ſpatium Z. eſſe portione minus. Cæterum ponatur eſſe portione maius, & omnibus vt prius conſtantibus: quoniam B. I. G. triangulus eſt minor exceſſu X. ſequitur portionem cum triangulo B. I. G. adhuc minorem eſſe ſpatio Z. Et cum Z. ſit tertia pars trianguli B. D. G. oportet portionem cum triangulo B. I. G. minorem eſſe tertia trianguli B. D. G. parte. Atqui

[d] per 3. com. ſent.

[e] in 14. huius.

trapezia I. E, L. F, N. Y, P. H. & triangulum H. R. G. minora sunt portione, cum triangulo B. I. G. Nam trapezia I. E, L. ζ, M. O, O. Q. cum triangulo Q. R. G. æqualia triangulo B. I. G. non sunt tota extra portionem, sed partim in ipsa comprehenduntur. Ergo illa trapezia I. E, L. F, N. Y, P. H. cum triangulo H. R. G. multum deficiũt à tertia trianguli B. D. G. parte, sed & eandem excedi ab illis antea demonstrauimus. [a] Nec ergo Z. maius est portione. Superest ergo illi sit æquale, & ex consequenti portionem esse tertiam trianguli B. D. G. partem constanter asserimus.

[a] 1 huius.

PROP. XVII.

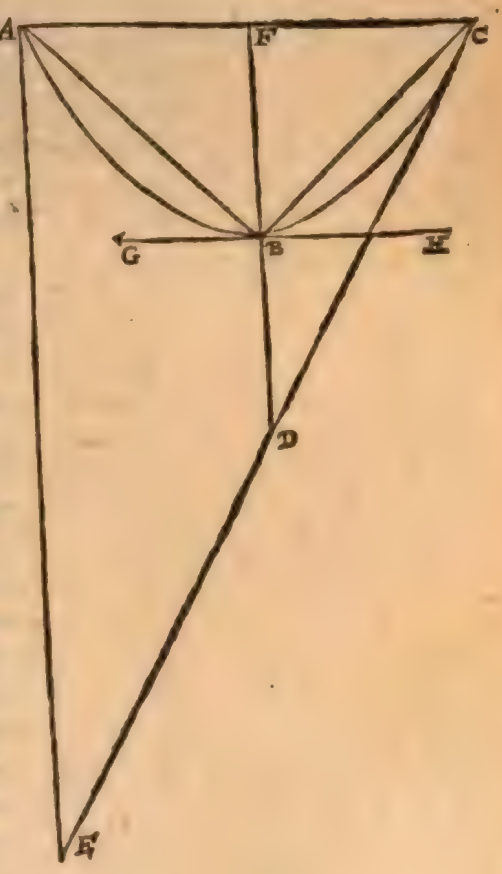
THEOR. XVII.

Hoc demonstrato, manifestum, quod omnis portio comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione, sesquitertia est trianguli habentis basim eandem cum ipsa portione, & altitudinem æqualem.

ΓΡΟΤ. ΚΖ.

ΘΕΩΡ. ΚΖ.

Τούτου δεδειγμένου, φανερὸν ὅτι πᾶν τμῆμα περιεχόμενον ὑπὸ εὐθείας τε καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ἐπίτριτόν ἐστι τοῦ τριγώνου τοῦ ἐχοντος βάσιν τὴν αὐτὴν τῷ τμήματι, καὶ ὕψος ἴσον.



ΠΡΟΘ. Sit portio comprehensa sub recta linea & rectanguli coni sectione A. B. C. cuius apex B. diameter B. F. diuidens bifariam A. C. parallelam tangenti G. B. H. In portione sit triãgulus A. B. C. eandem basim A. C. eandemque altitudinem F. B. cum ipsa portione habens.

ΣΥΜΠΕ. Dico portionem esse trianguli A. B. C. sesquitertiam.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur ipsi F. D. parallela A. E. Tũ C. E. tangat portionem in C. protrahatur deinde F. B. ad C. E. quam secet in D.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. F, F. C. sunt [b] æquales, trianguli A. B. F, F. B. C. sunt [c] æqui. At F. B, B. D. sunt [d] etiam pares, & proinde pares sunt [e] C. F. B. & B. C. D. & ex consequenti æquales duo A. B. C. & C. F. D. Sunt autem trigoni C. A. E. & C. F. D. similes, quia lineæ A. E, F. D. parallelæ secant [e] latera C. A. & C. E. proportionaliter, & ad angulos æquales. Et proinde sunt [f] ipsi trianguli in quadrupla ratione. Et est F. D. C. seu A. B. C. quarta pars trianguli A. E. C. cuius quidem tertia pars est [g] portio A. B. C. Proinde portio A. B. C. est ad triangulum A. B. C. sibi inscriptum, vt quatuor ad tria, seu in ratione sesquitertia, vt proponebatur.

[b] ex definit. diametri.
[c] per 1. l. 6.
[d] per 5. huius.
[e] per 2. l. 6. & 29. l. 1.
[f] per 20. l. 6.
[g] per præced.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc est μέθοδος μηχανική, qua primum Archimedes accommodatè sensui scopum collimauit Ipsa quamquam sit aliquatenus ἐπιχειρήσις, non tamen est ἀπόδειξις, neque proponit θεωρήματα. Suas demonstrationes habet certas, quæque tantùm ab amussi geometrica deflectunt

quia sunt ἰγγενικά. Cæterum in sequentibus idem probabit ἀπὸ τῶν γεωμετρουμένων & magis intellectui conuenientius. Rationi enim & humano ritui consentaneum est, ea quæ intellectum subitura sunt, priùs ingredi sensum. Itaque si huc vsque Mechanici fuerimus, iam Geometræ efficiamur.

ΟΡΟΙ. Α.

Α.

Τῶν τμημάτων ὑπὸ περιεχομένων τε εὐθείας καὶ καμπύλας γραμμᾶς, βάσιν μὲν καλῶ τὴν εὐθείαν.

Β.

Ὕψος δὲ τὴν μεγίστην καθετὸν ἀπὸ τᾶς καμπύλας γραμμᾶς ἀπομένουσαν ἐπὶ τὴν βάσιν τῦ τμήματος.

Γ.

Κορυφὴν δὲ τὸ σημεῖον, ἀφ' οὗ ἡ μεγίστα καθετὸς ἄγεται.

DEFINITIONES.

I.

Sectionum comprehensarum sub recta & curua linea: basim quidem appello rectam.

II.

Altitudinem vero maximã perpendicularem, à curua linea decidentem in basim portionis.

III.

Verticem vero punctum à quo maxima perpendicularis agitur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Portionis B. A. D. comprehensæ sub recta B. D. & curua linea B. A. D. basis est[a] B. D. altitudo[b] A. C. si modo fuerit A. elatissimus figuræ punctus, & A. C. perpendicularis in basim B. D. elatissimus autem portionis punctus est extremitas diametri in curua linea desinens, cuiusmodi est A. si fuerit diameter E. A. Denique vertex est[c] A. punctus. Hoc vero patet tàm ex definitionibus elementorum conicorum, quàm ex his quæ traditæ sunt, ad librum de Conoid. & Sphæroid.

[a] Ex 1. def.
[b] Ex 2. def.
[c] Ex 3. def.

ΠΡΟΤ. ΙΗ.

ΘΕΩΡ. ΙΗ.

Εἴκα εἰ τμήματι ὁ περιέχεται ὑπὸ εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς, ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθῇ εὐθεῖα παρὰ τὰν διάμετρον.

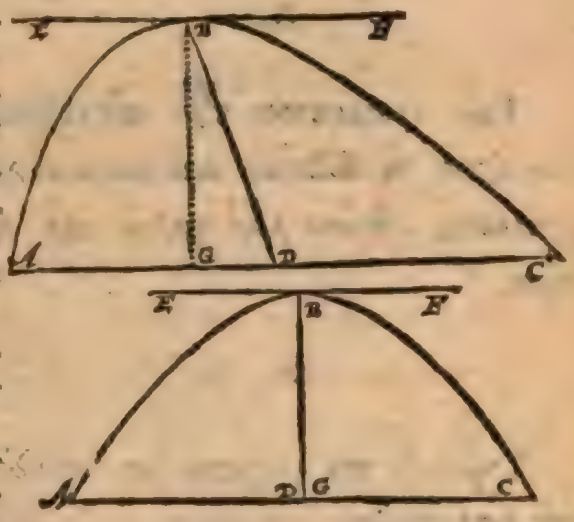
PROP. XVIII.

THEOR. XVIII.

Si in portione quæ comprehenditur sub recta & rectanguli coni sectione, à medio basis ducatur recta parallela diametro, vertex

erit portionis punctum, in quo quę acta est parallela diametro, secat coni sectionem.

κορυφὴ ἐστὶ τῆς τμήματος τὸ σημεῖον, καθ' ὃ ἀ παρὰ ταὶ διάμετρον ἀχθεῖσα τέμνει τὴν τοῦ κώνου τομήν.



ΥΠΟΘΕΣΙΣ. Sit portio A. B. C. contenta sub recta A. C. quæ basis est, [a] & rectanguli coni sectione A. B. C. linea curua Medium basis sit [b] D. vnde [c] erigatur D. B, recta, vel diametro parallela, vel ipsa diametrus.

[a] per 1 def. huius
[b] per 10. l. 1
[c] per. 31. d

ΣΥΜΠ. Dico B. punctum in quo recta D. B. secat τὴν τμῆμα καμπύλην γραμμήν, esse verticem portionis.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur [d] à puncto B. linea E. F. sectionem tangens, & demittatur [e] è puncto B. perpendicularis B. G.

[d] per 35 l. 1. vel 49. l. 2. Con.
[e] per 12. l. 1.

ΑΠΟΔ. Quoniam A. D, D, C. sunt æquales, & ducitur D. B. vel parallela diametro vel ipsamet diametrus, linea E. F. tangens sectionem in B. parallela est [f] basi A. C. Et proinde maxima parallela quæ à quocumque sectionis puncto cadere potest in basim, est B. G. & inde est [g] B. vertex portionis, quod proponebatur.

[f] per 1. huius.
[g] per 3. def. huius.

PROP. XIX.

THEOR. XIX.

Si in portione comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione ducantur duæ rectæ diametro parallelæ, altera quidem à media basi, altera verò à medio dimidiæ: quæ quidem à medio ducta fuerit, alterius quæ à dimidia agitur, longitudine sesquitertia erit.

ΠΡΟΤ. ΙΘ.

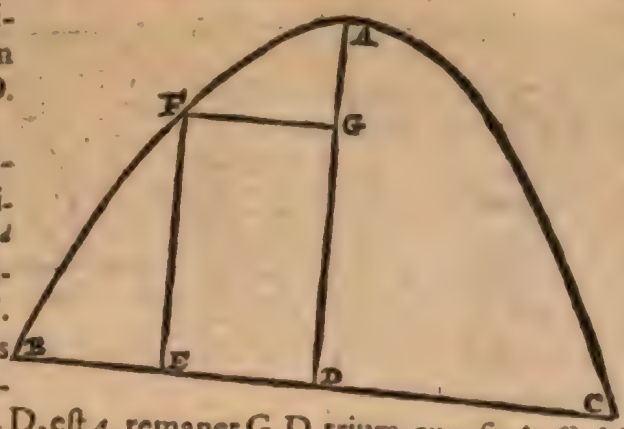
ΘΕΩΡ. ΙΘ.

Εἶκα εἰς τμῆμα παραλληλόγραμμον ἐπό τε βάσεως καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομᾶς ἀχθῶσι δύο διάμετροι παρὰ τὰν διάμετρον, ἁ μὲν ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως, ἁ δὲ ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας· ἁ ἀπὸ μέσας τᾶς βάσεως ἀχθεῖσα τᾶς ἀπὸ μέσας τᾶς ἡμισείας ἀγομένας ἐπιτρίτου ἐστὶν μάκει.

ΥΠΟΘ. Sit portio B. A. C. contenta sub recta basi B. C. & sectione B. A. C. Tum à media basi excitetur [h] D. A. parallela diametro vel ipsamet diametrus. Et à dimidio dimidiæ B. D. nimirum à puncto E. alia parallela agatur E. F.

[h] per 31. l. 1.

ΣΥΜΠ. Dico D. A. sesquitertiam esse alterius E. F.



ΚΑΤΑΣ. Decidat [a] à puncto F. linea F. G. parallela baſi B. D. Cum enim A. [b] ſit portionis vertex A. D. eſt maior quam E. F.

ΑΠΟΔ. Vt B. D. eſt ad F. G. potentia, ita eſt [c] A. D. ad A. G. longitudine. Atqui B. D. quadrupla eſt [d] potentia ipſius F. G. nam E. D. ſemiſſis ipſius B. D. æqualis eſt [e] ipſi F. G. & proinde B. D. duplex eſt ipſius F. G. Ergo A. D. quadrupla eſt longitudine partis A. G. Et qualium A. D. eſt 4. remanet G. D. trium, cum ſit A. G. 1. Verum ſunt [e] G. D, F E. æquales. Idcirco pariter A. D. eſt ad E. F. vt 4. ad 3. hoc eſt in ſeſquitertia ratione quod fuit probandum.

[a] per 31. l. 1.
[b] per prec.
[c] per 3. huius.
[d] per 20. l. 6.
[e] per 34. l. 1

ΓΡΟΤ. Κ.

PROP. XX.

ΘΕΩΡ. Κ.

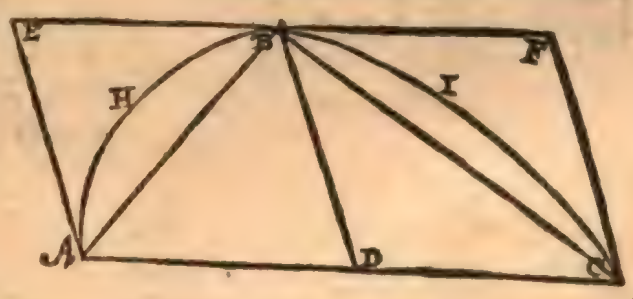
THEO. XX.

Εἶτα εἰς τμῆμα σφειχόμενον ὑπὸ τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ἴσον ἐστὶ τριγώνῳ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι καὶ ὕψος τὸ αὐτό· μεῖζον ἔστω τὸ ἐστὶ τριγώνῳ ἢ ἥμισυ τοῦ τμήματος.

Si in portione comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione triangulus inſcribatur eandem baſim habens cum portione eandemque altitudinem: maior eſt inſcriptus dimidio portionis.

ΤΠΟΘ. In portione A. B. C. cuius vertex B. inſcribatur triangulus A. B. C. baſim communem habens A. C. paremque cum portione altitudinem.

ΣΥΜΠΕ. Dico triangulum maiorem eſſe dimidio portionis.



ΚΑΤΑΣ. Per verticem B. ducatur ſtangens portionem E. F. parallelas ſcilicet baſi A. C. Tum ducatur [h] æquidiſtans diametro D. B. è medio baſis: & perficiantur parallelogramma D. E, D. F.

ΑΠΟΔ. A. E. & C. F. cadunt extra ſectionem, ne conueniant; alicubi cum diametro, cui parallelæ ducantur, ſicuti D. B. Proinde parallelogrammum A. F. comprehendit portionem, qua idcirco maius eſt. = Atqui parallelogrammi A. F. dimidius eſt = triangulus A. B. C. portioni inſcriptus. Idem itaque triangulus maior eſt ſemiſſe portionis: quod vult propoſitio.

[f] per 35. l. 1. vel 46. lib. 2 Conic.
[g] per 1. huius.
[h] per 31 l. 1.
[i] per 22. l. 1 Conic.
[l] per 30. l. 1.
[m] per 9. comm. ſent.
[n] per 43. l. 1.

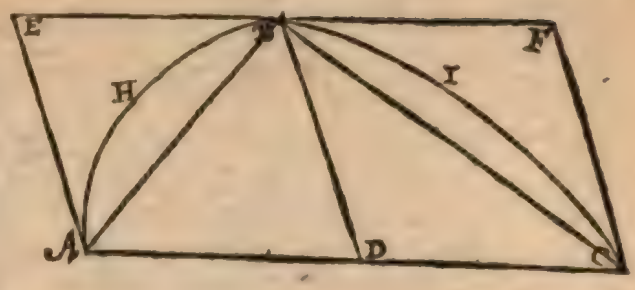
ΦΑΝΕΡ. Α.

MANIF. I.

Δῆλον ὅτι ἐς τοῦτο τὸ τμῆμα δυνατόν ἐστι πολύγωνον ἐγγράψαι, ὥστε εἶναι τὰ ὑπολειπόμενα τμήματα πάντος ἐλάσσονα τοῦ προτεθέντος χωρίου.

Liquet quod ſic in hac portione poſſibile ſit polygonum inſcribere, ita vt relictæ portiones omni propoſito ſpatio ſint minores.

ΠΡΟΘ. Repetatur ſuperius diagramma.



ΑΠΟΔ. Et in relictis portionibus A.H.B. & B. I. C. deſcribantur rurſus trianguli paribus altitudinibus quam portiones eaſdem habentes baſes: auferetur[a] enim ab eis pluſquam dimidium. Et rurſus in reliquis portionibus deſcribantur alij ſimiles trianguli, & ſic fiat continuo: Tandem enim relictæ partes fient[b] quolibet ſpatio propoſito minores.

[a] per proximam.

[b] per 1. l. 10

PROP. XXI.

THEOR. XXI.

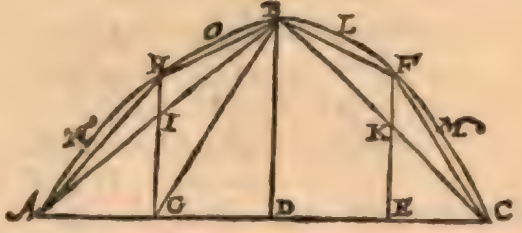
Si in portione comprehenſa ſub recta & rectanguli coni ſectione triangulus inſcribatur eandem baſim habens cum portione, & eandem altitudinem: inſcribantur verò & alia trigona eandem baſim habentia cum portionibus, & altitudinem eandem: vniuſcuiuſque triangulorum in reliquis portionibus deſcriptorum, octuplum eſt triangulum quod in tota portione deſcribitur.

ΠΡΟΤ. ΚΑ.

ΘΕΩΡ. ΚΑ.

Εἶκα εἰς τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς τρίγωνον ἐγγεγραφῆ, ταὐτὰν βάσιν ἔχον τῷ τμήματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό. ἐγγεγραφέωνται δὲ καὶ ἄλλα τρίγωνα εἰς τὰ λειπόμενα τμήματα τὰν αὐτὰν βάσιν ἔχοντα τοῖς τμημάτεσι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· ἑκατέρου τῶν τριγώνων τῶν εἰς τὰ περιλειπόμενα τμήματα ἐγγραφέντων ὀκταπλάσιον ἔσται τὸ τρίγωνον τὸ εἰς τὸ ὅλον τμῆμα ἐγγραφέν.

ΠΡΟΘ. Exponatur portio A. B. C. cuiuſmodi proponitur: Eius baſis ſit A. C. cuius dimidium D. vnde excitetur parallela diametro D. B. ita vt ſit[c] B. portionis vertex. In portione triangulus habeatur A. B. C. eiuſdem putà altitudinis, & in eadē baſe quam portio, qui relinquat ex portione tota alias portiones A. H. B. & B. F. C. quarum baſes A. B, B. C. bifariam diuidantur[d] punctis I. & K. per quæ tranſeant E. F. & G. H. parallelæ[e] ipſi D. B. quæ proinde notent[e] vertices portionum H. & F. dirimantque[f] A. D. & D. C. etiam bifariam. Tandem ducantur A. H, H. B, B. F. & F. C. quæ triangulos abſoluant A. H. B. & B. F. C. Demum ſi requiratur eodem pacto in relictis portionbus ab iſtis triangulis alij trianguli deſcribi intelligantur.



[c] per 18. huius.

[d] per 10. l. 1. [e] per 31. l. 1. [f] per 2. & 4. l. 6.

ΣΥΜΠ. Dico triangulum A. B. C. in tota portione deſcriptum octuplum eſſe trianguli A. H. B. vel alius B. F. C. Tum ſi in relictis A. N. H. & H. O. B. alij inſcribantur trianguli, totum A. H. B alterutrius horum eſſe quoque octuplum. Et ita de alijs.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur linea G. B.

[g] per 19. huius.

ΑΠΟΔΕΙ. Linea D. B. ſeſquitertia eſt[g] lineæ G. H. At eadē D. B. eſt[f] dupla lineæ I. G.

vt B.A. lineæ B.I. Ergo qualiũ partiũ D.B. est 4. taliũ G.H. est 3. & I.G. 2. Proinde G.I. dupla est ipsius I.H. & trianguli H.I.B. æqualis [c] triangulo H.I.A. duplus est [a] triang. I.B.G. qui proinde toti A.H.B. æquipolet. Verùm trianguli A.I.G, & B.I.G. sunt [a] æquales, cum bases A.I, & I.B. pares existant. [b] Totus ergo A.B.G. duplus est trianguli A.B.H. Atqui G.B.D. par est [a] consorti A.B.G. Totus igitur A.B.D. quadruplus est trianguli A.H.B. Demum trianguli A.B.D. duplus adhuc est [a] totus A.B.C. Et idcirco totus hic A.B.C. illius A.H.B. octuplus est, vt proponebatur. Idem omnino intelligendum de triangulo B.C.F. cuius octuplus ostendetur A.B.C. paribus omnino argumentis.

[a] per 1. h. 6.
[b] per fabricam.

ΓΡΟΤΑ. ΚΒ.

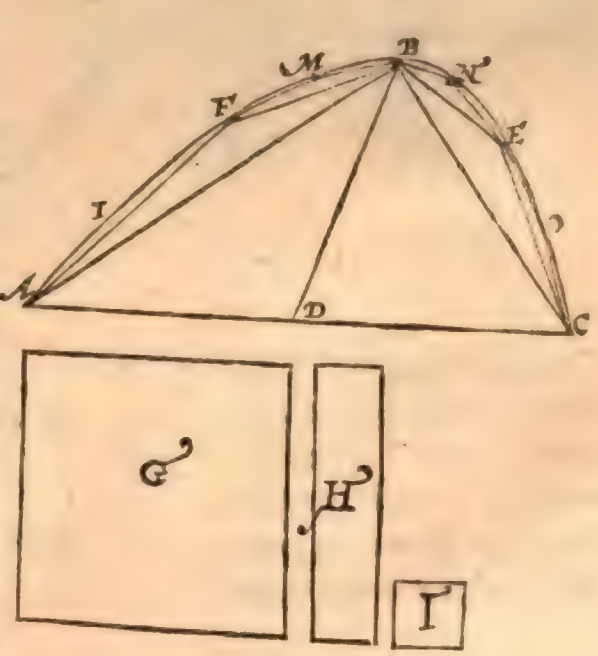
ΘΕΩΡ. ΚΒ.

Εἶτα ἡ ἰμῆμα περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, καὶ χωρία πλείονα ἐξῆς ὁποσαοῦν ἐν τῷ τετραπλασίονι λόγῳ· ἡ δὲ μέγιστον τῶν χωρίων ἴσον τῷ τριγώνῳ τῷ βάσιν ἐχόντι τὴν αὐτὴν τῷ ἰμήματι, καὶ ὕψος τὸ αὐτό· σύμπαντα τὰ χωρία ἐλάσσονα ἔσται τοῦ ἰμήματος.

PROP. XXII.

THEOR. XXII.

Si portio comprehensa sub recta & rectanguli coni sectione, & spatia ponantur deinceps quotlibet in quadrupla ratione: fuerit verò maximum spatiorum æquale triangulo portioni inscripto eadem basim, & altitudinem habente cum portione: Omnia simul spatia minora sunt portione.



ΥΠΟΘ. Sit A.B.C. portio quæ proponitur, in eaque descriptus triangulus eadem basi, & pari altitudine A.B.C. tum in relictis portionibus inscripti sint etiam trianguli A.F.B, B.E.C. cum ijsdem basibus & altitudinibus: Similiter adhuc in reliquis portiunculis habeantur trianguli A.L.F, F.M.B, B.N.E. & E.O.C. & ita in infinitum si requiratur. Quot verò inscriptiones triangulorum factæ fuerint, tot assumantur spatia ordine in quadrupla ratione G.H.I. quorum primum G. sit [c] æquum triangulo A.B.C.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico spatijs omnibus G.H.I. quotquot assumpta fuerint in ratione quadrupla, portionem A.B.C. esse maiorem.

[c] per 14. d. 2.

ΑΠΟΔ. Triangulus A.B.C. quadruplus est triangulorum A.B.F, & B.E.C, nam alterutrius octuplus est [d]: & ambo rursus A.F.B, B.E.C. sunt simul quadrupla triangulorum A.L.F, F.M.B, B.N.E, E.O.C. Et ita in infinitum priores sunt posteriorum quadrupli, nam alteruter priorum vt A.F.B, sibi additorum A.L.F, & F.M.B. est [d] quadruplus, & vnius octuplus [d]; Et proinde omnes antecedentes simul A.F.B, & B.E.C. omniũ sunt [e] consequentium A.L.F, F.M.B, B.N.E, E.O.C. totuplices, quotuplex est vnus antecedens A.F.B, vnius consequentis A.L.F, F.M.B. Atqui his triangulis æqualia sunt spatia G.H.I. quia primum G. est æquale triangulo A.B.C, & quam habent inter

[d] per prec.
[e] per 12. d. 5.

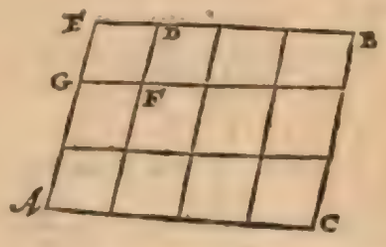
se trianguli rationem eam inter se spatia retinent: Ergo quam rationem habent triãguli ad portionem, nempè rationem inæqualitatis, & vt portione minores sunt, ita portione eadem minora sunt [a] assumpta spatia, quod fuit probandum.

[a] per 7. h.

ΛΗΜΜΑ.

Tertia pars quartæ partis totius, iuncta eidem quartæ, tertiam totius partem efficit.

ΥΠΟΘ. Sit A. B. parallelogrammum, cuius latus A. C. exponatur diuisum in quatuor æquales partes, & à punctis sectionum erectæ sint parallelæ lateri C.B. ita vt totius sit [b] parallelogrammi quarta pars A.D. Rursus aliud latus A.E. offeratur sectum trifariam, punctis quibus parallelæ lateri A.C. ductæ sint: ita vt adhuc sit [b] G.B. tertia pars totius A.B. Quoniam verò A. E. in tria secatur. Erit G.D. tertia pars ipsius A.D. quæ est quarta pars parallelogrammi totius A.B.



[b] per 1. h. 6

ΣΥΜΠ. Dico G.D. tertiam partem parallelogrammi A.D. quartæ scilicet partis totius, additam quartæ eiusdem totius, efficere totius tertiam.

[c] per fabricam.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam parallelogrammum A.B. lineis secatur parallelis in parallelogramma distribuitur [c]: quorum rursus cum altitudines & bases sint æquales, omnia sunt [b] inter se æqualia. Et proinde A.D. constans tribus ex illis, æquatur ipsi F.B. ex totidem conflatum. Est ergo F.B. vna quarta totius A.B. Atqui G.D. est tertia pars quartæ A.D. quæ tertia pars addita ipsi F.B. quartæ parti totius, efficit B.G. tertiam totius partem. Ergo tertia quartæ addita quartæ efficit tertiam totius, vt fert lemma.

THEOR. XXIII.

PROP. XXIII.

ΠΡΟΤ. ΚΓ.

ΘΕΩΡ. ΚΓ.

Si magnitudines ponantur deinceps in quadrupla ratione: omnes eiusmodi magnitudines, & adhuc minimæ tertia pars in vnum compositæ, sesquitertiæ erunt maximæ.

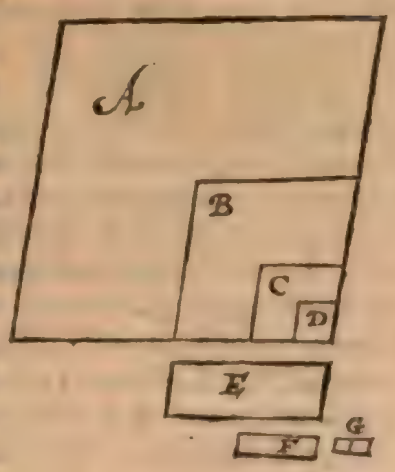
Εἶκα μεγέθια συνπαθεώνπι ἑξῆς σὺ τῷ τετραπλασίονι λόγω· λἆ πάντα μεγέθια, καὶ ἐπὶ τᾶ ἐλαχίστου τὸ τρίτον μέρος εἰς τὸ αὐτὸ συντεθὲν, τὰ ὅλα τετρα ἐστουῶται τᾶ μεγίστου.

ΥΠΟΘΕ. Sint magnitudines A.B.C.D. in quadrupla ratione.

ΣΥΜΠ. Dico omnes cum quarta parte minimæ D. simul esse ad maximam A. in sesquitertia ratione.

ΚΑΤΑΣ. Sint magnitudinum B.C.D. tertiæ partes E.F.G.

ΑΠΟΔ. B. eſt quarta pars primæ A. Et proinde B. cum E. eſt [a] tertia pars ipſius A. Tum C. eſt [a] quarta ſecundæ B. & idcirco C. cum F. eſt [a] tertia eiuſdem B. Denique D. cum G. efficit [a] tertiam tertiæ C. Et tandem omnes B.C.D.E.F.G. ſimul ſunt [b] tertiæ partes omniũ A.B.C. Hinc itaque habemus B.C.D.E.F.G. illinc A.B.C. & duarum B.C. ſunt tertiæ partes E.F. Tollamus ergo hinc E. F. illinc B.C. remanebunt enim B. C.D. & G. pro vna tertia maximæ A. Et proinde hæ B. C.D. & G. ſi addantur ipſi A. quatuor fient partes, quarum erant B.C.D.& G. vna, ipſa verò A. tres. Igitur A. B.C.D. omnes propoſitæ magnitudines cum G. ſcilicet tertia parte minimæ expoſitarum, ſunt ad A. in ratione ſeſquitertia, quod fuit probandum.



[a] per lemm. præced.

[b] per 12 l. 5.

ΠΡΟΤΑ. ΚΔ.

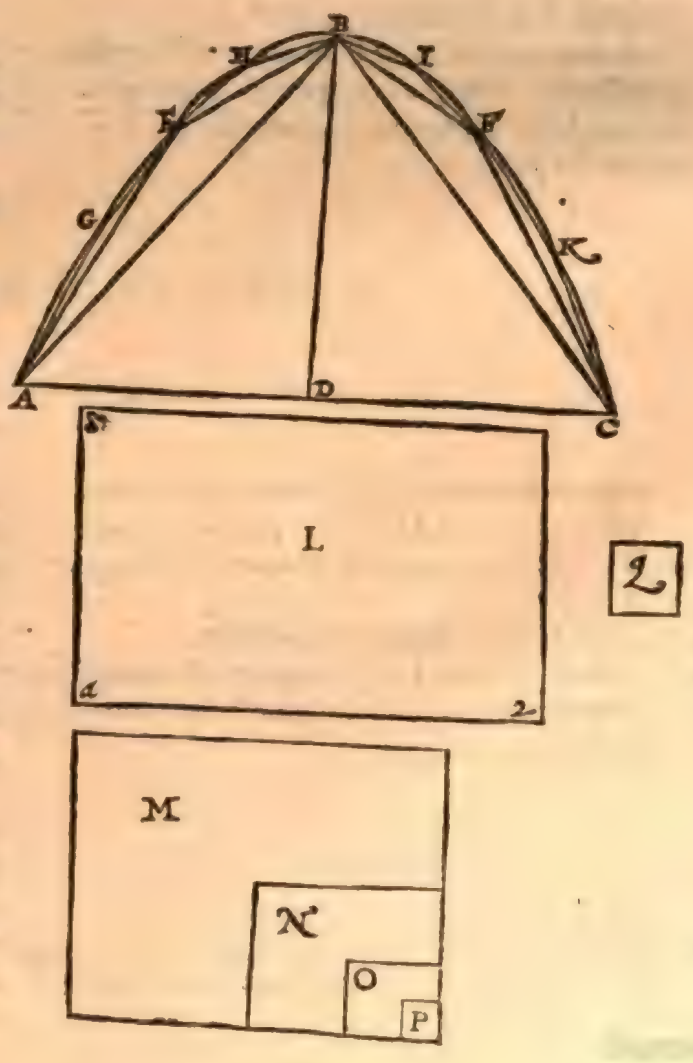
ΘΕΩΡ. ΚΔ.

Γ δῶ τμῆμα τὸ περιεχόμενον ὑπό τε εὐθείας, καὶ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς, ἐπίτριτον ἔστι τριγώνου τοῦ τὴν αὐτὴν βάσιν ἔχοντος αὐτῷ, καὶ ὕψος ἴσον.

PROP. XXIV.

THEOR. XXIV.

Omnis portio comprehenſa ſub recta, & rectanguli coni ſectione ſeſquitertia eſt trianguli eandem baſim habentis cum ipſa, & æqualem altitudinem.



ΠΡΟΘ. Exponatur portio qualis proponitur A.B.C. cui triangulus A.B.C. inſcribatur, eandem habens cum portione baſim, eandemque altitudinem.

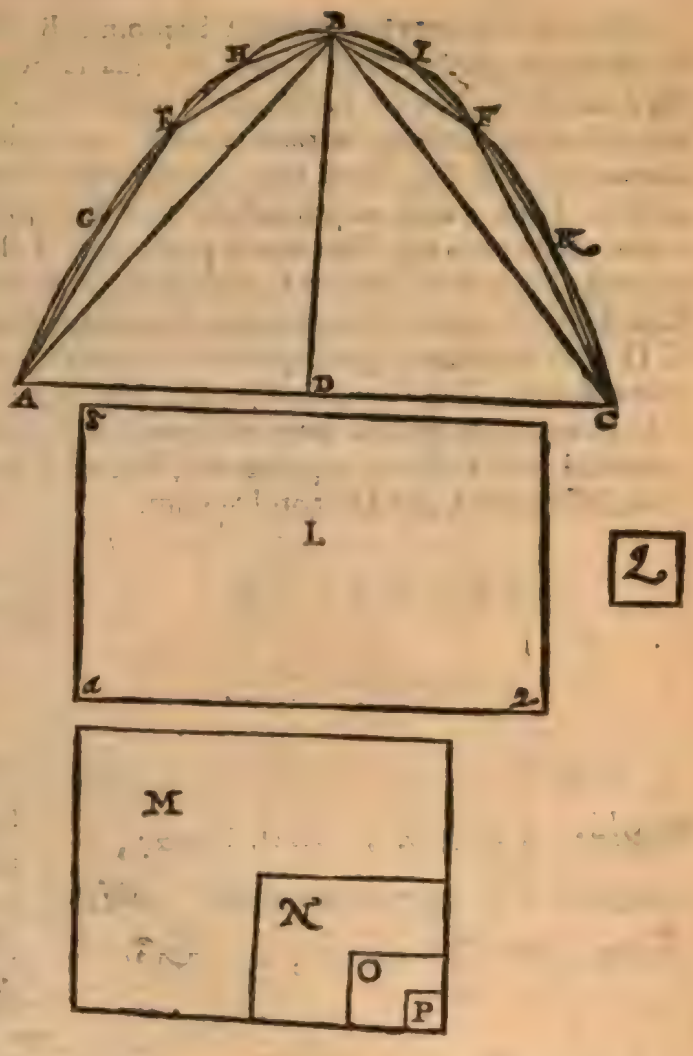
ΣΥΜΠ. Dico huius trianguli portionem eſſe ſeſquitertiam.

ΚΑΤΑ. Hoc niſi fuerit, ponatur L. ſpatium trianguli A.B.C. eſſe ſeſquitertium. Et huic quidem ſpatio L. ſi fuerit portio æqualis, habebimus propoſitum. Si verò fuerit inæqualis: ponatur inæqualitatem eſſe quantitatis Q. Et à portione tollamus toties pluſquam dimidium, triangulorum prædicta, inſcriptione, vt relictæ portiones minores ſint quantitate Q. Tum ſumamus parallelogrammum M. æquale triãgulo A.B.C. Et ipſius M. quarta pars ſit N. deinde ipſius N. quarta ſit O. Et demum ipſius O. quarta ſit P. vt ſint M.N.O.P. in ratione quadrupla, ſed toties ſumatur [d] quarta præcedentis, quoties requiritur, vt vltima P. minor ſit ipſa Q.

[c] demõſtratione 22. huius.

[d] per 1. 10

ΑΠΟΔ. Quoniam inæquales sunt portio & L. ponatur primò portio maior quantitate L. Et quia portio minùs distat à figura sibi inscripta triangulorum inscriptione, quàm distet ab L. erit adhuc illa figura maior quantitate L. Atqui illa figura componitur ex triangulis qui sunt[a] in ratione quadrupla, & omnium maximus est A.B.C. Proinde omnes non sunt[b] maximi A.B.C. sesquitertij, nisi cum tertia parte minimæ. Est verò L. sola sesquitertia ipsius trianguli A.B.C. Proinde L. maior est figura portioni inscripta. Simul ergo esset maior & minor eadem magnitudine, quod est absurdum. Itaque portio non est maior magnitudine L. Verùm nec minor est. Nam M. N. O. P. cum tertia parte minimæ P. sunt[b] sesquitertiæ maximæ M. hoc est trianguli A.B.C. Et proinde sunt æquales spatio L. Sed L. superat[c] portionem maiori quantitate, nempè Q. quàm sit P. Et eadem L. superat M.N.O.P. tantum tertia parte minimæ P. & minori quàm sit P. Vnde sequitur M.N.O.P. maiores esse portione: Quod est absurdum ex ante[d] demonstratis. Neque ergo portio minor est magnitudine L. Superest ergo illi sit æqualis, & ex consequenti trianguli A. B. C. sesquitertia, qui fuit probandus totius operis scopus.



a demonstratione 24 huius.
b per 23. & præcedentem huius.
c per fabricam.
d per 22. huius.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ.

Spatium parabolicum in quadratum referre.

ΥΠΟΘ. Repetatur diagramma præcedens.

ΚΑΤΑ. Qualium D. B. tres partes continet, talium fiat α.γ. quatuor, & sit α.δ. ipsi A. D. æqualis, tum perficiatur parallelogrammum L. cui deinde πίσαι τετράγωνον ἰσοῤῥοπίδα.

e per 14. l. 2.

ΣΥΜΠΕ. Dico haberi propositum.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim L. est[f] sesquitertia trianguli A.B.C. & proinde æqualis[g] portionis. Ergo & eidem portioni æquale est[h] quadratum, in cuius formam redacta est L. quod fuit præstandum.

f per 1. l. 6.
g per proximam.
h per 1. cõm. sent.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Equidem qui non agnouerit Archimedem ex hoc potissimum, vt & ex præcedentibus resolutis, & demonstratis problematibus subtilissimum Geometram, vix mihi in mentem adduxe-

rim hominem hunc, vel quicquam ſenſui, aut rationi tradere, vtrique ſuccłamanti præſtantiam Archimedei artificij, ipſamque miraculo tribuenti: vel certè quæ præceſſerunt intellexiſſe. Qui enim non intelligit, ille nec laudat, nec ſuſpicit: quinimò vt defectum proprium diluat, nec puſillum ingenium prodat, authorem vel inſcitiæ, vel futilis, & contemnendæ artis inſimulat: quarum vtramque tam longo interuallo Archimedes à ſe propulit, vt ſuperiora ſecula, nec profundioris ſcientiæ, nec ſubtilioris in his ſaltem diſciplinis prudentiæ, agnoſcant. Verùm quid tantopere laboro in homine extollendo, quem omnes, puto, mirificè colunt, & cuius laus nulli vnquam, nec genti, nec ætati deſitura eſt? Sequitur, vt ſi eum in Geometricis cum ſtupore ex magnitudine rerum audierimus, deinceps in Arithmeticis quanta quoque miracula excitarit, intelligamus.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΨΑΜΜΙΤΗΣ.

ARCHIMEDIS ARENARIVS,

NOVIS COMMENTARIIS ILLVSTRATVS.

IRRISI *sæpissimè insulsam multorum insciitiam, qui in authorum vel maioris nominis opera incidentes, ea statim vtilitatis examine pensitant, nihilque priùs quærunt, quàm cui negotio vtilia sint? cuique prosint? quasi nihil sit homine dignum, nisi quod vulgaribus & tritis negotijs, vel tractandis, vel dirigendis, vel exequendis conferat, omniaque hominum studia ad ea debeant referri, quæ exterioribus humanæ vitæ mercimonijs conducunt; cætera verò desidiæ & segniori otio esse tribuenda, quantopere sagacis intellectus vigentisque in nobis rationis argumentum præbeant. O! cæcas mentes: Ecquibus quæso hominum vita constat? num necessitate, num ornamento? nonne sunt quæ vrgent? nonne quæ abundant? nonne coacta quædam? nonne alia libera? Quæ verò vt necessaria premunt, annon rursus aliqua absolute cogunt, aliqua remissè adigunt, quædam mitius agunt? Quæ verò sunt ad libitum, nonne hominem excolunt? nonne comunt? nonne ornatiorem promunt? Et nunquid hæc secundum gradus, quibus ab vltima vi recedunt, & ad liberiorem delectum eriguntur, quantò demum attolluntur, tantò nobilitantur? Equidem dignitas additur ex libertate. In Moribus quò magis Spontanea virtus, eò insignior & laudabilior est: in alijs quæ exquiruntur ingenio, vti voluntaria, sic decora. In ciuilibus agrestia, sine quibus non viuimus, inferioris sortis hominibus demendantur: arma quibus vacare possumus, imò quibus vacandum, vt melius & benignius simus, à felicioris fortunæ viris tractantur.*

Inter

Inter artes mechanicæ ſunt, & viles eæ quæ coarctiori labore exercentur: aliæ cenſentur magis honeſtæ, quæ liberioris operæ ſunt. Et nihilominus magis viles ſunt coquinaria vel textoria, quàm architectoria, ſeu pictura. His occurritur obijcienti: cui vſui proſit Arenarius? quid ſibi velit in his quæ ad vitam pertinent, & cui loco ſit habendus ipſe liber Ψαμμίτης? quaſi deſidiæ ſit, ſi non inertis curæ, inquiſiuiſſe quantus fuerit arenæ numerus, qua totus mundus, vel qui decuplo maior eſſet, impleretur. Sed non inutilem eſſe ſpondeo, ſiue vtilitatem ex neceſſitate menſuremus, ſiue eam ex libertate & honeſtate metiemur. Equidem non vrget iſthæc cognitio, nec vita noſtra huic contemplationi addicta eſt: Abſit Archimedes ſeruilibus operibus operam ſuam contulerit. Verùm vbi neceſſitatis primos aut ſecundos gradus ſubmiſerimus, quibus propter vilitatem hic Arenarius ſe ſubtraxit iam & alijs, vtilitatem ſuam repetet, quibus manum porrigere non dedignatur, licet ſplendidiori humanæ contemplationis cælo ſeſe maxime permiſerit. Si non ſationibus, putationibus, aut alijs colendæ terræ partibus Arenarius deſeruierit, quibus cæli notitia omnimode requiritur, ſaltem nauticam artem, qua neceſſitas vitæ adornatur miris modis iuuat, cum terræ dimetiendæ, aquæ, calorum, exquiſitam artem proferat. Non potuit Archimedes numerum arenæ, quo totus mundus conſtaret, definire, niſi priùs mundi quantitatem ſtatuiſſet: hanc autem non præbuit, quin partes eius præfiniuiſſet. Solem menſus eſt exquiſita induſtria, eiuſque rationem ad maximum cæli circulum detexit, cuius ſubinde magnitudinem prodidit, & ex eo totius mundanæ molis: Tum perfectiſſimè ſtatuit de tota cæleſti & elementari machina: vt non ſit nobis ſecurior methodus adeundi vias Cæli, aut marium terrarumue faciendi itinera, ea, quam porrexit Arenarius. Cæterum eo protulit dinumerandi peritiam, vt maximam tantæ facultatis, hominique omnino neceſſariæ, nedum vtilis vim, nobis patefecerit. Dubitabant quidam arenæ quæ circum Siciliam eſſet, numerum exprimi poſſe, adeò immenſum exiſtimarunt: quorum vt inſcitiam retunderet, non quæ circa Siciliam eſſet duntaxat, verùm quę toto mundo decuplo licet maiore contineretur, quanta eſſet, acutiſſimè oſtendit, & in hac multitudine detecta, definita & diſtincta dinumerandi artem præbuit, mirum quidem non tantum ſi acerum hunc Hercules! ſtupendum ſpectes, verum ſi numerorum ordinem, & eorum exprimendorum rationem, tùm vocabula animaduertas. Non enim ſolum hic mirum eſt, oculis penè lynceis cælorum penetralia reſeraſſe, ſpatia tam longè à conſpectu diſſita perfecta arte menſuraſſe, tantam demum arenam certiſſimis numerorum periodis ſtatuiſſe, ſed claſſium in quas diſtribuit, periodorum quibus diſtinguit, terminorum quibus exprimit numeros, artificium dediſſe. His ſiquidem eò ſuſtulit Ἀριθμητικὸν, vt hinc perfectionem ſuam nacta videatur, & ante Archimedem fuiſſe manca & imperfecta. Quanto verò vſui ſit numerorum ars, omnibus ſcientijs, non ſolum ijs quæ ad praxim reuocantur, ſed alijs etiam quæ res inquirunt duntaxat vt ſciantur, nemo ignorat, qui primis eas labijs deguſtarit; aut qui Platonem vt diuinum de numeris diuinè diſſerentem audierit, ὡς ἔοικεν (inquit) ἀριθμὸν ἐκ τῆς ἀνθρωπίνης φύσεως ἐξέλοιμεν, οὐκ αἴ ποτέ τι φρόνιμοι γενοίμεθα. Ratio autem eius eſt (huc conueniens vt Arenarij vtilitas percipiatur) quod Anima humana nullas virtutes ſit perceptura, à qua rationem abſtuleris. Animal verò nullum ſit, quod duo & tria par & impar, denique numerum neſciens, ratione potiri, aut rationem de rebus reddere, quantumuis eas ſenſu, & memoria percipiat, poſſit: nec proinde ſapiens eſſe queat. In Epinomide.

Vnde tandem concludit, ὅτῳ ἡ σοφία μὲν παρεσὶν πάσης ἀρετῆς τὸ μέγιστον μέρος, ἢν τις ἐπὶ τελέως ἀγαθὸς γενέσθαι, διδαγμάτων ποτὶ γρήσιμον· ὅτως ἀρθμοὶ μὰν αἰάγκη πάντα ἐσσοπίσθαι. Quod si numerus adeò requiritur in sapientia nobis perfectè acquirenda, equidem qui nos ad percipiendos numeros promouet, plurimo beneficio deuincit, scilicet, vt ad sapientiam euehit, sic ad summam fœlicitatem extollit. Quid itaque Archimedi debeamus ex hoc nobis suppeditato Arenario, constat: cùm scilicet eo nos ad dignotionem numeri adducat diuino prorsus modo. Quandoquidem authore eodem Platone, vt Deus nobis inderet numerum, quem cæteris animantibus negauerat, & vsum communem edoceret, postquam vim inseuisse animabus nostris, qua in eo quod ostenditur numerum intelligeremus, eam voluit assiduè nos exerceremus, cœlumque obtulit, in quo diei lucem, & noctis tenebras perciperemus, vt cùm diurno lumine res intuiti essemus, opacitate deinde nocturna in tam varia sydera oculos conuertentes disceremus incessanter distinguere vnum à duobus. Hinc ait diuinus ille

Ibidem. *Philosophus, ἐγαθὸς ὐδέ ποτε παύεται διδάσκων ἀνθρώπους εἴ τι καὶ δύο. Nunquid Archimedes diuina illa methodo nos ἀρθμῶν edocet, cum nobis primum in cœlum conuertat oculos, solem intueri iubeat, tum distinguere eius magnitudinem & angulum quo videatur partiri à recto, vt quæ pars sit ipsius dignoscamus, scilicet an vna, vel duæ, vel tres: Tandem conferre partem hanc, vel partes cum toto cœli ambitu, tum cum toto circulo, adhuc cum tota cœlesti machina, imò cum mundana, & denique ea impleta minimis corporibus, quæ in tota natura reperiantur, vt numerus non detur maior corporum, quæ situm verum habeant, eorum numerum ad vnguem explicare: vt cum inde miram & diuinam numerandi peritiam eruerimus, nobis via ad summam sapientiam teratur. Sic Archimedes nos fœlices facturus est, si eum in consilium studiorum nostrorum adhibuerimus. Verùm (dixerit quis) non est facilè obtutu, qua ratione numerandi peritia nos ad sapientiam deduxerit: hoc verò patefacere, quod omnium Artificum est, mihi non suscipio; satis est si dicam hoc percepturum quemquam vel rudiorem ingenio, qui omnium scientiarum pondus totum in enumeratione esse, vt est, animaduerterit, & scire nihil esse aliud, quàm distinguere, partiri, diuidere, seiungere aliud ab alio, & denique intelligere numquid vnum sit an duo: hoc autem quid aliud quam numerare est? Hinc dixere & peritissimè nonnulli, numerum datum esse humanis mentibus tanquam lumen oculis, quo mediante omnia cognoscant, & sine quo nihil intelligant: vt nec sine lumine oculi quicquam intuentur. In moribus quis est prudens qui nesciat distinguere bonum à malo, & separare malæ à bonis; virtutes à vitijs; licita ab illicitis: quod nullus effecerit qui numerum virtutum, itemque multitudinem vitiorum ritè non cognouerit. Vbi verò numero certo ea sciuerit, nunquam vitijs se dederit, cum vitiosè tantum agamus, quia malum numero boni adscribimus. Deinde vt sapiens sit quilibet numero, quantum ad se attinet, etiam prudens numero constituitur erga alios. Quis enim vel in coercitionibus & in pœnis, vel in muneribus dandis, aut in mercede retribuenda æquus fuerit, qui par & impar ignorauerit? Paritas vel imparitas actionum, vel prauarum, vel studiosarum, pares vel impares pœnas, paria vel imparia præmia merentur: si tamen etiam in illa paritate vel imparitate, æqualitatis etiam, vel inæqualitatis dignitatum locorum, personarum ratio habeatur. Longum esset recensere quot gradibus nos numerandi artificium ad sapientiam euehat. Hoc tantum addam, (O! Rex Sapientiæ avidissime) eò se propipere numerum,*

vt ipso distinguatur felicitas Regis optimi maximi, à miseria perditi tyranni: Etenim illum hunc dulcedine, hunc verò illum amaritudine vitæ superare definiêre sapientes, numero 729. Et quamquam arcanum hoc longiori sermone explicare huius non sit loci, tamen hinc coniiciet MAIESTAS TVA, *quo dignitatis loco sit ille habendus qui rerum numerum edoceat. Quippè in regia arte sicuti in cæteris verissimum est, quod aiebat antiquus Socrates, iis omnibus si quis segregauerit numerandi, dimetiendique aut ponderandi peritiam, vile quiddam esse quod vniuscuiusque superesset. Hoc autem omne docet Archimedes, vt satis superque vtilitas operum ipsius eluceſcat. Verùm audiamus Arenarium.*

Plato lib. 9. de Republ.

In Philebo.

ARCHIMEDIS ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

ARENARIVS. ΨΑΜΜΙΤΗΣ.

PVtant quidam, O! REX Gelon, infinitam esse arenam multitudine. Dico verò non solum eam quæ circa Syracusas est, reliquamue Siciliam, sed eam quæ omnem regionem, cùm habitabilem, tùm inhabitabilem circumstat. Nõnulli verò sunt qui ipsam innumeram quidem non esse assumunt, sed negant vllam esse nomenclaturam, quæ ipsius exuperet multitudinem. Qui verò sic sentiunt, manifestum, quod si intelligant ex arena tantum compositum esse aceruum, vt eo impleantur, & salsura, & terræ concauitates, vorsuræque vsque ad æqualitatem supremorum montium, repentè pronuncient deesse multo magis numerum qui hanc excedat multitudinem. Ego verò hoc tentabo demonstra-

Ιονται γινές, [a] βασιλεῦ Γέλων, τῦ ψάμμου τῶ [b] ἀπειρον εἶμεν τῷ πλήθι· λέγω δὲ οὐ μόνον τᾶς περὶ Συρακούσας τε καὶ τὰν ἄλλαν Σικελίαν ὑπαρχούσας, ἀλλὰ καὶ τᾶς πᾶσαν χώραν τάν τε οἰκημέναν, καὶ τὰν ἀοίκητον· [c] ἐντὶ νύες δὲ οἱ αὐτῶ ἄπειρον μὲν οὐκ εἶμεν ὑπολαμβάνοντι, μηδένα μέντοι τηλικοῦτον καπωνομασμένον ὑπαρχεῖν, ὅστις ὑπερβάλλει τὸ πλῆθος αὐτᾶς· Οἱ δὲ οὕτω δοξάζοντες, δῆλον ὡς εἰ νοήσαιεν εἰς τᾶν ψάμμον τηλικοῦτον [d] ὄγκον συγκείμενον, τὰ μὲν ἁλίκαν ἐστὶ πᾶς ὄγκος ἀναπεπληρωμένων εἰς αὐτῶ τᾶν πελάγεων, πάντων τε τᾶν κοιλωμάτων ἰσᾶς γᾶς ἴσον ὕψος τοῖς ὑψηλοτάτοις τῶν ὀρέων πολλαπλασίως μηχύνοντά τε μὴ δὲ ἐν ἀκαρεῖ ἔμμεναι ὑπερβάλλοντα τὸ πλῆθος αὐτᾶς. Ἐγὼ δὲ πειρασοῦμαι τοῦτο δηλοῦν δι

a Sic restituimus ex manuscripto, cum legeretur vulgo βασιλεύς λῶν.

b supple ἀριθμὸν, quæ hic intercidit, alioquin nec congruus fuerit hellenismus.

c vulgo, sed malè, habentur, οἱ μὲν δὲ αὐτῶν ἄπειρον αὐτᾶν. Tum manuscripti legunt, μὲν δὲ αὐτῶν ἄπειρον οὐκ ἔστι μὲν οὐκ ὑπολαμβάνοντι, eidem corruptè.

d hic versus intellige ἀριθμῶν.

ἀποδείξεων γεωμετρικῶν, αἷς παρακολουθήσεις, ὅτι τῶν ὑφ' ἡμῶν καταναριθμηθέντων ἀριθμῶν, καὶ ἐν τοῖς [a] πρὸς Ζεύξιππον γεγραμμένοις, ὑπερβάλλοντι τινὲς οὐ μόνον τὸν τοῦ ψάμμου τοῦ μεγέθους, ἔχοντα ἴσον τὴν γῆν πεπληρωμένην, καθάπερ εἴπαμεν, ἀλλὰ καὶ τὸν τοῦ μεγέθους ἴσον ἔχοντα τῷ κόσμῳ· κατέχεις δὲ διότι καλεῖται κόσμος [b] ὑπὸ μὲν τῶν πλειόνων ἀστρολόγων ἡ σφαῖρα, ἧς ἐστὶ κέντρον μὲν τὸ τῆς γῆς κέντρον· ἡ δὲ τοῦ κέντρου, [c] τὴν διάστασιν τὴν μεταξὺ τοῦ τε ἡλίου, καὶ τοῦ κέντρου τῆς γῆς· ταῦτα γὰρ ἐν ταῖς γραφομέναις παρὰ τῶν ἀστρολόγων διακρούσας Ἀρίσταρχος ὁ Σάμιος ὑποθέσιών τινων ἐξέδωκεν γράψας, ἐν αἷς συμβαίνει τὸν κόσμον πολλαπλάσιον εἶναι τοῦ νῦν εἰρημένου· [d] ὑποτίθεται γὰρ τοὺς μὲν ἀπλανεῖς τῶν ἄστρων, καὶ τὸν ἥλιον, μένειν ἀκίνητον· τὴν δὲ γῆν φέρεσθαι περὶ τὸν ἥλιον κατὰ κύκλου φερόμενον, ὃς ἐστὶν ἐν μέσῳ τῷ δρόμῳ κείμενος· τὴν δὲ τῶν ἀπλανῶν ἄστρων σφαῖραν περὶ τὸ αὐτὸ κέντρον τῷ ἡλίῳ κειμένην τῷ μεγέθει παλίναν [e] εἶναι· ὥστε τὸν κύκλον καθ' ὃν ἡ γῆ ὑποτίθεται περιφέρεσθαι, τοιαύτην ἔχειν ἀναλογίαν πρὸς τὴν τῶν ἀπλανῶν ὑπόστασιν, οἵαν ἔχει τὸ κέντρον τῆς σφαίρας πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν· τοῦτο γὰρ δῆλον, ὡς ἀδυνάτου ὄντος· ἐπεὶ γὰρ τῆς σφαίρας κέντρον οὐδὲν ἔχει [f] μέγεθος, οὐδὲ λόγον ἔχειν [g] οὐδένα πρὸς τὴν ἐπιφάνειαν τὰς σφαίρας ὑπολαπτέον αὐτό.

stare, & quidem geometricis demonstrationibus, quibus consequeris, numerorum à nobis recensitorum, & datorum in libris ad Zeuxippum scriptis, aliquos esse qui non solum & arenæ multitudinem æqualem terræ repletæ, vti diximus, sed eam quæ haberetur par toti mundo, exuperent. Nō autem ignoras quod vocetur mundus à multis quidem Astrologis, sphæra cuius centrum est centrum terræ, radius verò æqualis rectæ, quæ à centro solis media est ad centrum terræ. ea verò quæ habentur ab Astronomis scripta discutiens Aristarchus Samius, hypotheses quasdam scriptis prodidit, ex quibus suppositis consequitur mundum multiplicem esse eius qui mox præscriptus est. Supponit enim inerrantia sidera, & solem non moueri: Terram verò ferri in gyrum, circa solem qui in medio stadio iacet. Stellarum autem non errantium sphæram, circa ipsum solis centrum motam, ea esse magnitudine, vt circulus in quo terra ferri supponitur, eam habeat rationem ad stellarum fixarum interuallum, quam habet centrum sphæræ ad superficiem. Hoc verò manifestò impossibile est. Cùm enim centrum sphæræ nullam habeat quantitatem, neque rationem vllam habere ipsum ad superficiem sphæræ supponendum est.

a Quem librum denumerans scripserit ad Zeuxippū, hoc seculo ignoratur.

b Tāgit hic antiquam mundi circumscriptionem, à veteribus Astronomis suppositā. Hūc enim nō vltra solarem orbem extēdebant, centrisque solis & terræ radios mundanæ sphæræ definiebant.

c Ita citabātur corrupte codices: cū vulgares, quàm manuscripti: sed ex sensu restitui, & pro διάστασιν quæ in typico erat, cū lacuna defectus argumento, legi τὴν διάθεσιν, vt esset sensus quidam: nō verò αἱ διάστασιν vt habes manuscriptus codex, qua sensum non perficiunt.

d Aristarchi opinio de mobilitate terræ, circa solem in ētro mundi supposita immobilem. Videtur autem innuere Archimedes eūdem Aristarchū primum huius opinionis fuisse autorem.

e Liber vulgatus legit τῷ μεγέθει ἴσην ἀλλὰ τὸ ἡμῶν, ὅτι ὡς τι &c. At manuscriptus habet μεγέθη τὴν αὐτὴν εἶ-

*1 ἀλλ' ἐν ᾧ τὸν κύκλον καθ' αὐτὸν γῆν ὑποτίθεται. Ex vtroque sensum restitui.

f per 16. defin. l. 11. & 16. l. 1. g per 5. defin. l. 5.

Admittendum verò, & istud quidem intellexisse Aristarchum. Ex quo enim putamus terram circa mundi centrum constitutam, statuendum adstruxit demonstrationibus ex apparentijs petitis, quam terra rationem habet ad mundum à nobis dictum, eandem habere analogiam sphæram, cuius est circulus, secundum quem terra girari supponitur ad sphæram stellarum fixarum. Et maximè videtur orbem, in quo ponit terram moueri, * supponi æqualem magnitudini ei quo mundum præscribi diximus. Dicimus itaque quod si ex arena fiat sphæra mole tanta, quantam Aristarchus esse inerrantium siderum orbem supponit, etiam aliquas demonstrari in principijs numerorum nomenclaturas, multitudinem exprimentes, vincentem multitudinem arenæ, quæ congerie dictam stellarum sphæram adæquet: suppositis scilicet aliquibus. Quorum primum est, ambitum terræ esse ter mille millium stadiorum & amplius, idque ratum esse, & ab experimentatis * demonstrari, sicut & tu assentiris eam ipsam esse trecentorum millium stadiorum. At ego singulatim terræ magnitudinem adaugens, decuplo maiorem pono ipsius ambitum eo, quem primi illi obseruarunt, nempè ter millies millium stadiorum, & ampliùs. Deinde diametrum terræ maiorem esse diametro Lunæ. Tum diametrum So-

* ἴσ. ἴσοπλήθη.

* a & ὑπὲρ habet vulgaria codex, sed male. Ex manuscripto istic mutaui.

* 2.

* ἴσ. ἢ πε.

3.

δεικτέον δὲ Ⓟ Ἀρίσαρχον διανοεῖσθαι τόδε. ἐπεὶ δὲ ταὶ γᾶν ὑπολαμβάνομεν, ὡς ΠΕΙ μὲν τὸ κέντρον τᾶς κόσμου, ὃν ἔχει λόγον ἁ γᾶ ποτὶ Ⓟ ὑφ' ἁμᾶς εἰρημένον κόσμον Ⓟ, τοῦτον ἔχειν Ⓦ λόγον ταὶ σφαῖραν, εἰ ἢ ἔστιν ὁ κύκλος, καθ' οὗ ταὶ γᾶν ὑποπίπτει φερόμενα, ποτὶ ταὶ τᾶς ἀπλανῶν ἀστρῶν σφαῖραν, ἃς ἀποδείξιας τᾶς φαινομένων οὕτως ὑποκείμενον συναρμόζει· καὶ μάλιστα φαίνεται τὸ μέγεθος ἃς σφαίρας, εἰ ἁ ποιεῖται ταὶ γᾶν κινουμένα, ἴσαν ὑποπίπτει * τᾷ ὑφ' ἁμᾶς εἰρημένᾳ κόσμᾳ. Φαμὶ δὴ καὶ εἰ γένοιτο εἰ τᾶς ψάμμου σφαῖρα ταλίκα τὸ μέγεθος, ἁλίκαν Ἀρίσαρχος ὑποπίπτει ταὶ τᾶς ἀπλανέων ἀστρῶν σφαῖραν εἶμεν, * καὶ οὕτω πινὰς δεχθείσας τῶν εἰ ἀρχᾶς τῶν καταονομασιῶν ἐχόντων, ὑπερβάλλοντας τᾷ πλήθει Ⓟ καὶ Ⓦ τᾶς ψάμμυ, ἃς μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ εἰρημένᾳ σφαίρᾳ· ὑποκειμένων τῶνδε. Γ ἐγὼν μὲν πρῶτον ΠΕΙμετρῶ ταὶ γᾶς εἶμεν, * ὡς τῶν μυριάδων σταδίων καὶ μείζω, καὶ ΠΕΙ τῶν πεπειραμένων ἀποδεικνύειν, καθὼς * καίτοι ΠΡαχολουθεῖς ἐόδοσαν αὐταὶ, ὡς λ. μυριάδων σταδίων· ἐγὼ δ' ὑπερβαλλόμενος καθεὶς τὸ μέγεθος ταὶ γᾶς ὡς δεκαπλασίων ἃ ἴσα τῶν ΠΡοτέρων δεδοξασμένων, ταὶ ΠΕΙμέζω αὐτᾶς ὑποπίπτειν εἶμεν, * ὡς τ λλ. σταδίων, καὶ μείζων. Μετὰ δὲ τοῦτο ταὶ διαμέτρω τᾶς γᾶς μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς σελάνας· καὶ ταὶ διάμετρον Ⓟ τοῦ ἀ-

λίου μείζονα εἶμεν τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, ὁμοίως τὰ αὐτὰ λαμβάνων τοῖς πλείοσιν τῶν πρεσβυτέρων ἀστρολόγων. μὴ δὲ ταῦτα ταὐτὰ διάμετρον τᾶ ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελάνας, ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ μὴ μείζονα· καὶ πρεσβυτέρων ἀστρολόγων Εὐδόξου μέν, ὡς εἰνεαπλάσιον ἀποφαινομένου· Φειδία δὲ τᾶ Ἀκουπάτρος, ὡς δὴ δωδεκαπλασίαν· Ἀριστάρχου δὲ πεπειραμένου δεικνύειν, a ὅτι ἐστὶν ἡ διάμετρος ἁλίου τᾶς διαμέτρου τᾶς σελάνας, μείζων μὲν ἢ ὀκτὼ καὶ δεκαπλασίων, ἐλάττων δὲ ἢ εἰκοσαπλασίων· ἐγὼ δὲ ὑποτιθέμενος καὶ τοῦτον, ὅπως τὸ ὑποκείμενον ἀναμφίλογον b ἢ δεδειγμένον, ὑποπτεύω τὰν διάμετρον τᾶς σελάνας ὡς τριακονταπλασίαν εἶμεν, καὶ μὴ μείζονα· πρὸ δὲ τούτοις τὰν διάμετρον τᾶ ἁλίου μείζονα εἶμεν τᾶς τᾶ χιλιαγώνου πλευρᾶς, τᾶ εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τῶν ἐν τῷ κόσμῳ· τοῦτο δὲ ὑποπτεύω· Ἀριστάρχου μὲν εἰρηκότος τᾶ κύκλου τῶν ζωδίων c τὸν ἅλιον φαινόμενον ὡς τὸ εἰκοστὸν καὶ ἑπτακοσιοστόν. αὐτὸς δὲ ἐπινοέω μὲν τόνδε τὸν τρόπον ἐπειράθην ὀργανικῶς λαβεῖν τὰν γωνίαν, ὡς δὴ ὁ ἅλιος ἐναρμόζει τὰν κορυφὰν ἔχουσαν πρὸ τᾶ ὄμματος τὸ μὲν ὅμοιον ἀκριβεῖ λαβεῖν καὶ δύσκολός ἐστι, διὰ τὸ μήτε τὰν ὄψιν, μήτε τὰς χεῖρας, μήτε τὰ ὄργανα, δι' ὧν λαβεῖν ἀξιοπίστως εἶμεν τὸ ἀκριβὲς ἀποφαίνεσθαι· πρεπὶ δὲ τούτων ἐπὶ τὸ παρὸν καὶ δύκαιρον μακρύνειν, ἀλ-

lis maiorem esse diametro terræ. Similiter ista sumo & conuenienter multis superiorum Astrologorum. Præterea diametrum Solis diametri Lunæ esse vt trigecuplum & non maiorem: cum inter antiquos Astronomos Eudoxo quidem visus sit tantum noncuplus: Phidiæ verò Acupatris filio vt dodecuplus. Sed Aristarchus nixus sit ostendere diametrum Solis maiorem esse quam duodevigintuplum diametri Lunæ, minorem vero quam vigecuplum. Ego vero istud excedens, vt hypothesis remaneat sine dubio & clarè demonstrata, suppono c diametrum Lunæ vt trigecuplum esse, nec maiorem. Præterea diametrum Solis maiorem esse latere figuræ mille angulorum inscriptæ circulo maximo qui sit in mundo. Hoc verò supponimus, cum Aristarchus dicat solem apparere ac si esset vigesima & septingentesima circuli zodiaci pars. Ipse enim considerauit quomodo instrumentis posset excipere angulum, quo sol accommodatur, habentem verticem in oculo. Simile autem quid verè assumere non ita in promptu est: quoniam neque visus, neque manus, neque instrumenta quibus fit obseruatio, digna satis sunt fide ad accuratè demonstrandum. Verum de his disputare nunc intempestiuum est, cum & aliàs

a sumpta pr. 9 libelli de magnit. Solis & Lunæ.

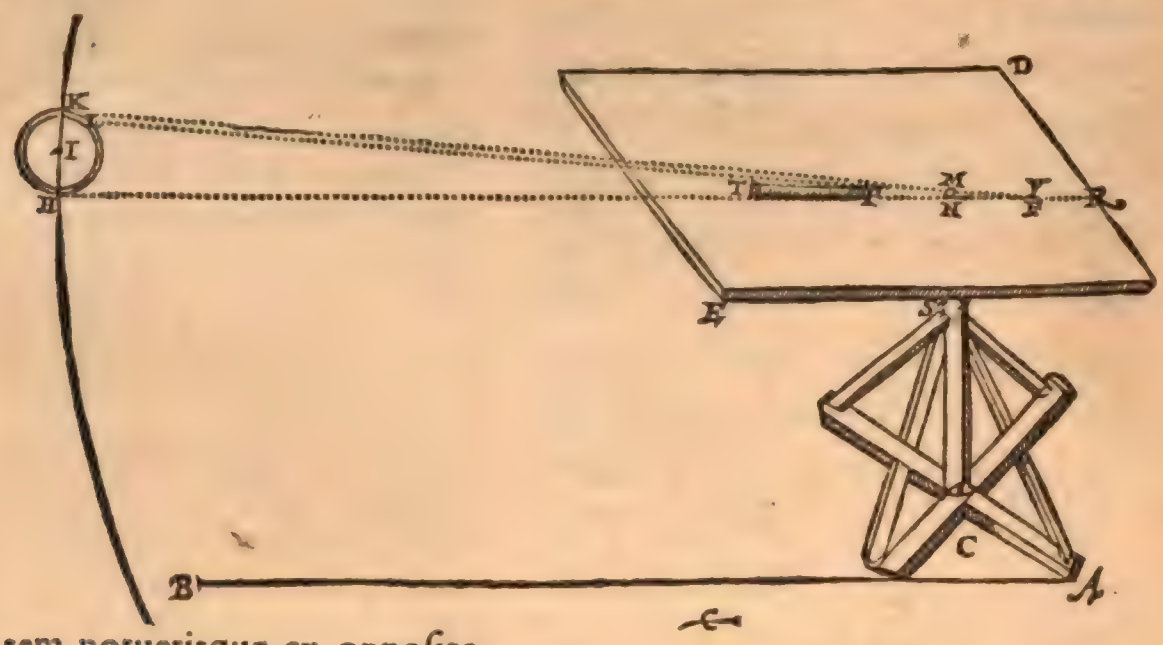
b Vulgaria lectio habet ἀμφίλογον, pro ἀναμφίλογον vt restituimus, contrario prorsus sensu.

c αὔξειν τὸν ὑποτείνουσαν ad tollendam omnem ambiguitatem.

d Libello Aristarchi de magnit. & distantijs Solis & Lunæ huiusmodi φαινόμενον minimè legitur.

frequentius iſtâ determinata fuerint. Cæterum ſatis mihi eſt vt propoſitum demonſtrem, angulum ſumere, qui maior ſit angulo cui ſol accommodatur, habeatque verticem in viſu. Et rurſum alium angulum ſumere, qui non minor ſit angulo cui ſol accommodatur, & apicem in viſu habeat. Conſtituta ergo ad normam longa regula ſuper plano recto in loco iacente, vnde ſol oriens conſpici queat: Tum paruo cylindro tornatili ſuper regula poſito confeſtim ab aurora & ortu ſolis, poſtquam inceperit eiaculari radios in Horizon-

λως τὸ ἡ πλεονάκις τοιούτων ἐμπεφανισμένων· ἀπόχρη δέ μοι ἐς τὴν ἀπόδειξιν τοῦ προκειμένου γωνίαν λαβεῖν ἥ τις ὀξεῖα μείζων ἦ τῆς γωνίας ἐς ἣν ὁ ἥλιος ἐναρμόζει, τὴν κορυφὴν ἐχουσαν ποτὶ ὄψει, καὶ πάλιν ἄλλην γωνίαν λαβεῖν, ἥ τις ὀξεῖα ἐστὶν καὶ ἐλάττων τῆς γωνίας ἐς ἣν ὁ ἥλιος ἐναρμόζει, τὴν κορυφὴν ἔχουσαν ποτὶ τῇ ὄψει. * τεθέντος οὖν μακροῦ κανόνος ἐπιπέδου [a] ὀρθὸν ἐν τόπῳ κείμενον, ὅθεν ἤμελλεν ἀνατέλλειν ὁ ἥλιος ὁρᾶσθαι, καὶ κυλίνδρου μικροῦ τορνωθέντος, καὶ τεθέντος [b] ἐπὶ τοῦ κανόνος ὀρθοῦ βωστέως μὴ τὴν ἀνατολὴν τοῦ ἡλίου· ἔπειτ' ἰόντος αὖθις ποτὶ τὸν ὀφθαλ-



tem, potueritque ex oppoſito videri, conuertatur regula ad ſolem. Deinde viſus ſtatuatur in extremo ipſius regulæ. Cylindrus vero in medio admoueatur inter viſum & ſolem, ita vt adumbretur ſoli, tum ſeparetur paulatim cylindrus ab oculo: & vbi inceperit quid minimum ſolis intueri ab vtraque parte

ζοντι, καὶ δυναμένου τοῦ ἀντιβλέπεσθαι, ἐπεσκάφη ὁ κανὼν εἰς τὸν ἥλιον· καὶ ἀψὶς κατεσκάφη ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος· ὁ δὲ κύλινδρος ἐν μέσῳ κείμενος τοῦ τε ἡλίου καὶ τῆς ὄψιος, ἐπεσκότει τῷ ἡλίῳ· ἀποχωριζομένου [c] τοῦ κυλίνδρου ἀπὸ τῆς ὄψιος, ἐν ᾧ ἄρξατο παραφαίνεσθαι τοῦ ἡλίου μικροῦ ἐφ' ἑκάτερα τοῦ

* 4.

a vulgo legitur ὁλόκληρον vna diction, quam in duas distinxi, sensus gratia.

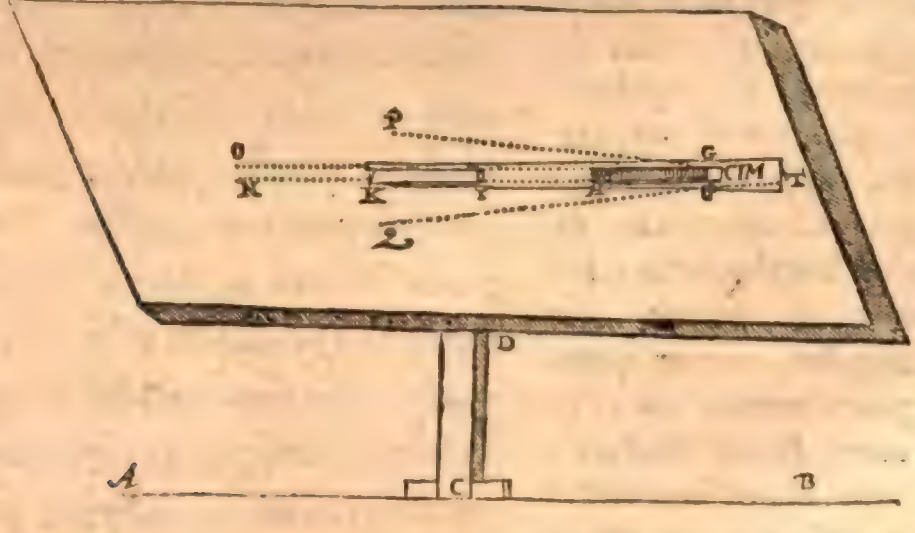
b vulgo legitur πλὴν ὁλόκληρον, & male.

c Typi habent ἀποχωριζόμενος.

κυλίνδρου, καταστάθη ὁ κύλινδρος· εἰ μὴ ὁμοίως συνέβαινεν ταῖς ὄψεσιν ἀφ' ἑνὸς σημείου βλέπειν διὰ τῶν [a] ἀχθεισῶν ἀπ' ἄκρου τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἡ ὄψις κατεστάθη, ὑπεφαίνουσαν [b] τοῦ κυλίνδρου, ἣ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἀχθεισῶν, ἐλάσσονι [c] τῆς γωνίας ἐς ἣν ὁ ἥλιος ἐναρμόζει τὴν κορυφὴν, ἐχούσας πρὸς τῇ ὄψει, διὰ τὸ περιβλέπεσθαί πῃ τοῦ ἡλίου ἐφ' ἑκάτερα τοῦ κυλίνδρου. ἐπεὶ δ' αἱ ὄψεις οὐκ ἀφανῆ σημεῖον βλέπουσι, ἀλλὰ ἀπό τινος μεγέθους, ἐλάφθω τὸ μέγεθος στρογγύλον οὐκ ἔλαττον ἢ ὄψις, καὶ τεθέντος τοῦ μεγέθους ἐπὶ τὸ ἄκρον τοῦ κανόνος, ἐν ᾧ τόπῳ ἡ ὄψις κατεστάθη, ἤχθω [d] αἱ διῆαι ὑπεφαίνουσαι ὅτε μεγέθους καὶ τοῦ κυλίνδρου· αἱ οὖν περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν ἀχθεισῶν ἐλάττων ἢ τῆς γωνίας ἣν ὁ ἥλιος ἐναρμόζει, λαὶ κορυφὴν ἐχούσας πρὸς τῇ ὄψει. τὸ δὲ μέγεθος τὸ οὐκ ἔλαττον ἢ ὄψις τοιόνδε ἔστω

cylindri, sistatur cylindrus. Sic enim accidit vt oculus ab vno puncto intueatur sub rectis ductis ab extremo regulæ in loco vbi constitit visus, tangentibus cylindrum, & quidem angnlo comprehenso sub istis ductis, minori eo angulo cui sol accommodatur, habenti verticem in oculo: propterea quod apparet aliquid solis vndiquaque cylindri. Porro quoniam visus non respicit ab vno puncto, sed ab aliqua quantitate, sumatur aliqua magnitudo teres, non minor visu, & hoc rotundo corpore collocato in extremitate regulæ vbi oculus sistitur, recta agatur tangens & hoc teres corpus & item cylindrum: etenim qui comprehenditur angulus sub lineis ductis, minor est angulo in quo sol accommodatur, habente apicem in visu. Magnitudo autem non minor visu

[a] Crederem locum hunc corruptum, & esse legendum ὑπὸ τῶν ἰοθειῶν ἀχθεισῶν, quo sensu interpretor.
[b] Similiter legerem ὑπεφαινουσῶν.
[c] Corruptè habet codex vulgatus ἐλάσσονι καὶ εἰς τὰς γωνίας εἰς ἃς ὁ ἥλιος.
[d] Liber Germanus habet ἀχθεῖα ἰοθεῖα manifesto errore. Demum hic singulis pene lineis codicillo depravatur. Illum hunc examinemus.



διείσκεσθω· δύο κυλίνδρια λαμβάνεσθω λεπτὰ, ἰσοπαχέα ἀλλήλοις, τὸ μὲν λευκὸν, τὸ δὲ οὐκ· καὶ προτιθέσθω τῆς ὄψιος τὸ μὲν λευκὸν ἀφεστὸς ἀπ' αὐ-

hoc pacto reperietur. Capiantur duo cylindruli leues, æquè crassi inter se, alter quidem albus, alter vero non: præponantur deinde visui, longiùs

quidem à visu albus, qui vero non albus est, prope oculos, ita vt faciem attingat. Si quidem ergo assumpti cylindruli fuerint visu multo tenuiores, intercipitur à visu propior cylindrulus, ita vt appareat albus totus esse, figura multo exiliori. Si vero non multùm quædam duntaxat albi partes conspiciuntur, vndiquaque eius qui prope oculum est. Sumptis itaque cylindrulis eiusmodi vt alter sua crassitie alterum adumbret, & non ampliori loco talis quidem magnitudo qualis est crassities cylindrulorum hoc efficientium maxime est non minor visu. Verum angulus non minor angulo cui sol accommodatur, verticem habens in oculo, sic sumitur. Remoto secus regulam cylindro, ab oculo ita vt applaudat seu cōculcet cylindrus totum solem, & recta linea à regulæ extremo in quo est visus, educta stet tangens cylindrum: comprehensus angulus à ductis lineis non minor fit angulo in quo sol accommodatur, verticem habens in oculo. Porro his angulis sic assumptis, dimensoque angulo recto, fiebat qui in signo erat, seu maior angulus, minor quam vnius partis earum 164. in quas rectus fuerat diuisus: minor vero, maior inueniebatur quam vna 200. partium, in quas rectus fuerat dissectus. Manifestum itaque est quod angulus cui sol accommodatur, verticem habens in oculo

τᾶς· τὸ δὲ ὑ λᾶνκὸν ὅς ὄστιν ἐλυπάτω τᾶς ὄψιος, ὥστε καὶ διπλάνειν τὸ ωροσώπου. εἰ μὲν οὖν τὰ λαφθέντα κυλίνδρια λεπότατα ἔωντι τᾶς ὄψιος, ωροσλαμβάνεται ὑπὸ ἴας ὄψιος τὸ ἐγγὺς κυλίνδρι Ⓟ, καὶ ὁρῆται ὑπὸ αὐτᾶς τὸ λᾶνκὸν εἰκόνα [a] ωράπολυ λεπότερον ἔοντι παν. εἰ δὲ μὴ παραπολυμέρεα πνὰ τὸ λᾶνκοῦ ὁρῶνται ἐφ' ἑκάτερα τὸ ἐλυς ἴας ὄψιος· λαφθέντων δὲ τῶν δὲ τῶν κυλίνδρων, ἔπειτα δι' ὧν πῶς τῷ πάχει ὑποκοτεῖ τὸ ἕτερον αὐτῶν τῷ ἑτέρῳ, καὶ ὑ πλείονι τόπῳ· τὸ δὴ ἐλαχιστον μέγεθος ἀλίκον ὄστὶ τὸ πάχος τῶν κυλίνδρων τῶν τοιουτων, μάλισα πᾶς ὄστιν ὑκ ἔλαττον ἴας ὄψι Ⓟ· ἀ δὲ γωνία ὑκ ἐλάττων ἴας γωνίας, ἐς αὐ ὁ ἅλιος ἐναρμόζει, ἴαν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ ἴᾳ ὄψει, οὕτως ἐλάφθη. ὑποκειμένου, ὑπὸ τᾶς κανονίου τᾶς κυλίνδρου ὑπὸ ἴας ὄψιος, ὅπως ὡς ὑπικροτεῖν [b] Ⓟ κύλινδρον ὅλῳ τῷ ἁλίῳ, καὶ ἀχθεῖσαν θῦτῖαν ἀπ' ἄκρυ τᾶς κανόνος, ἐφ' ᾧ τόπῳ ἁ ὄψις κατεσάθη, ὑπιφαύουσα τοῦ κυλίνδρου, ἁ ωρειχομένα γωνία ὑπὸ ἴαν ἀχθεισαν ὑκ ἐλάττων γίνεται ἴας γωνίας ἐς αὐ ὁ ἥλιος ἐναρμόζει, ἴαν κορυφὰν ἔχουσαν ποτὶ ἴᾳ ὄψει· ταῖς ὐ γωνίαις ταῖς οὕτω λαφθείσαις, καταμεζηθείσας ὀρθᾶς γωνίας, ἐγίνετο ἁ ἐφ' ἑκάτερα διαιρεθείσας ἴας ὀρθᾶς εἰς ρξ δ. ἐλάττων ἢ ἐφ' μέρος τούτων· ἁ δ' ἐλάττων διαιρεθείσας ἴας ὀρθᾶς εἰς σ. μείζων ἢ ἐφ' μέρος τούτων· Δῆλον οὖν ὅτι ὑ ἁ γωνία ἐς ἂν ὁ ἥλιος ἐναρμοζῇ, ἴαν κορυφὰν

a Hic locus non videtur bene sanus, sed tolerantior est manuscriptus, qui habet, λᾶνκὸν εἰ κατὰ ωράπολυ. Tum vbique legitur εἰ δὲ μὴ ωράπολυ, sed libentius recuperem εἰ δὲ μὴ ωράπολυ.

b Vulgo legitur ὑπικρυπτῖν quod occultare est, sed manuscripti habent ὑπικροτῖν quod est applaudere vel velut libere. Ita enim radios visus cylindri primo tangentes basim, in solem ferri consentit, vt ipsum tāgant solum, nō exuperēt, sed veluti lambant terminumque attrectent.

ἔχουσαν πρὸς τῇ ὄψει, ἐλάττων μὲν ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τὰς ὀρθὰς εἰς ρξδ. τούτων ἓν μέρος· μείζων δὲ ἢ διαιρεθείσας τὰς ὀρθὰς εἰς ς. τούτων ἓν μέρος. πεπισευμένων δὲ τούτων, δι' ὧν ἡ ἀπὸ μέσης τοῦ ἡλίου μείζων ἐστὶ τῆς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς τοῦ εἰς Ⓖ μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου τοῦ ἐν τῷ κόσμῳ· νοείσθω γὰρ ἐπίπεδον συμβεβλημένον διά τε τοῦ κέντρου τῆς γῆς καὶ διὰ τῆς ὄψεως, μικρὸν ὑπὲρ Ⓦ ὀρίζοντα ἐόντος τοῦ ἡλίου· τεμνέτω δὲ τὸ συμβεβληθὲν ἐπίπεδον Ⓦ μὲν κόσμον κατὰ Ⓦ α. β. γ. κύκλον· τὴν δὲ γῆν κατὰ Ⓦ δ. ε. ζ. τὸν δὲ ἥλιον κατὰ τὸν ς. η. κύκλον· κέντρου δὲ ἔστω τῆς μὲν γῆς τὸ θ. τοῦ δὲ ἡλίου τὸ κ. ὄψις δὲ ἔστω τὸ δ. καὶ ἤχθωσαν διάμετροι ἁπτόμεναι τοῦ ς. η. κύκλου, ἀπὸ μὲν τοῦ λ. αἱ δ. λ, λ. ξ. ἁπτόμεναι δὲ κατὰ τὸ ν. καὶ τὸ τ. ἀπὸ δὲ τοῦ θ. αἱ θ. μ. θ. ο. ἁπτόμεναι δὲ κατὰ τὸ χ. καὶ τὸ ρ. τὸν δὲ α. β. γ. κύκλον τεμνόντων κατὰ τὸ α. καὶ τὸ β. ἔστι δὴ μείζων ἡ θ. κ. τῆς λ. κ. ἐπεὶ ὑπόκειται ὁ ἥλιος ὑπὲρ τὸν ὁρίζοντα εἶναι· ὥστε ἡ γωνία ἡ περιεχομένη ὑπὸ τῶν λ. λ, λ. ξ. μείζων ἐστὶ τῆς γωνίας περιεχομένης ὑπὸ τῶν θ. μ, θ. ο.* ἡ δὲ περιεχομένη γωνία ὑπὸ τῶν λ. λ, λ. ξ. μείζων μέν ἐστιν ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθῆς· ἐλάττων δὲ ἢ τῆς ὀρθῆς διαιρεθείσης εἰς ρ.ξ. λ. πρώτων τὸ μέρος· αὕτη b γὰρ ἡ γωνία ἐστὶν ἴση τῇ γωνίᾳ ἣν ὁ ἥλιος ἐναρμόζει τὴν κορυφὴν ἔχουσαν πρὸς τῇ ὄψει· ὥστε ἡ γω-

minor est quàm vna pars earum 164. in quas rectus distribueretur: maior vero quã vna pars ex 200. in quas rectus diuideretur. His vero persuasis, per quæ etiam diameter Solis existit maior latere figuræ mille angulorum, descriptæ in maximo circulo qui sit in mundo: intelligatur planum eductum per centrum terræ, & per visum, statim ac sol fuerit supra Horizontem. Et quidem tradu- a Mieredi-derim le-gendum ἡ ἀπὸ τοῦ ἡλίου. cum enim mox agitur de ijs quæ exposito planum secat, de sole sit quidem mentio, de visu verò non.
ctum planum secet mundum secundum circulum A. B. G. Terram verò secundum D. E. Z. Solem autem iuxta S. H. circulum. Centrum quidem terræ sit th. solis vero C. oculus sit D. Et ducantur rectæ tangentes circulum S. H. à puncto quidem D. hæ D. L. & D. X. contingentes in N. & T. Sed à puncto th. hæ th. M. & th. O. contingentes in K. & R. & secantes circulum A. B. G. in punctis A. & B. Est quippe maior th. C. quàm D. C. cum supponatur sol esse supra horizontem. Ita vt angulus cõprehensus sub D. L, D. X. maior sit angulo comprehenso sub th. M, th. O. Qui vero comprehenditur sub D. L, D. X. maior quidem est quàm ducentesima pars recti, sed minor parte eiusdem recti centesima sexagesima quarta. Iste enim angulus est æqualis angulo cui sol accommodatur, verticem habenti in oculo.

* 7.

* 8.

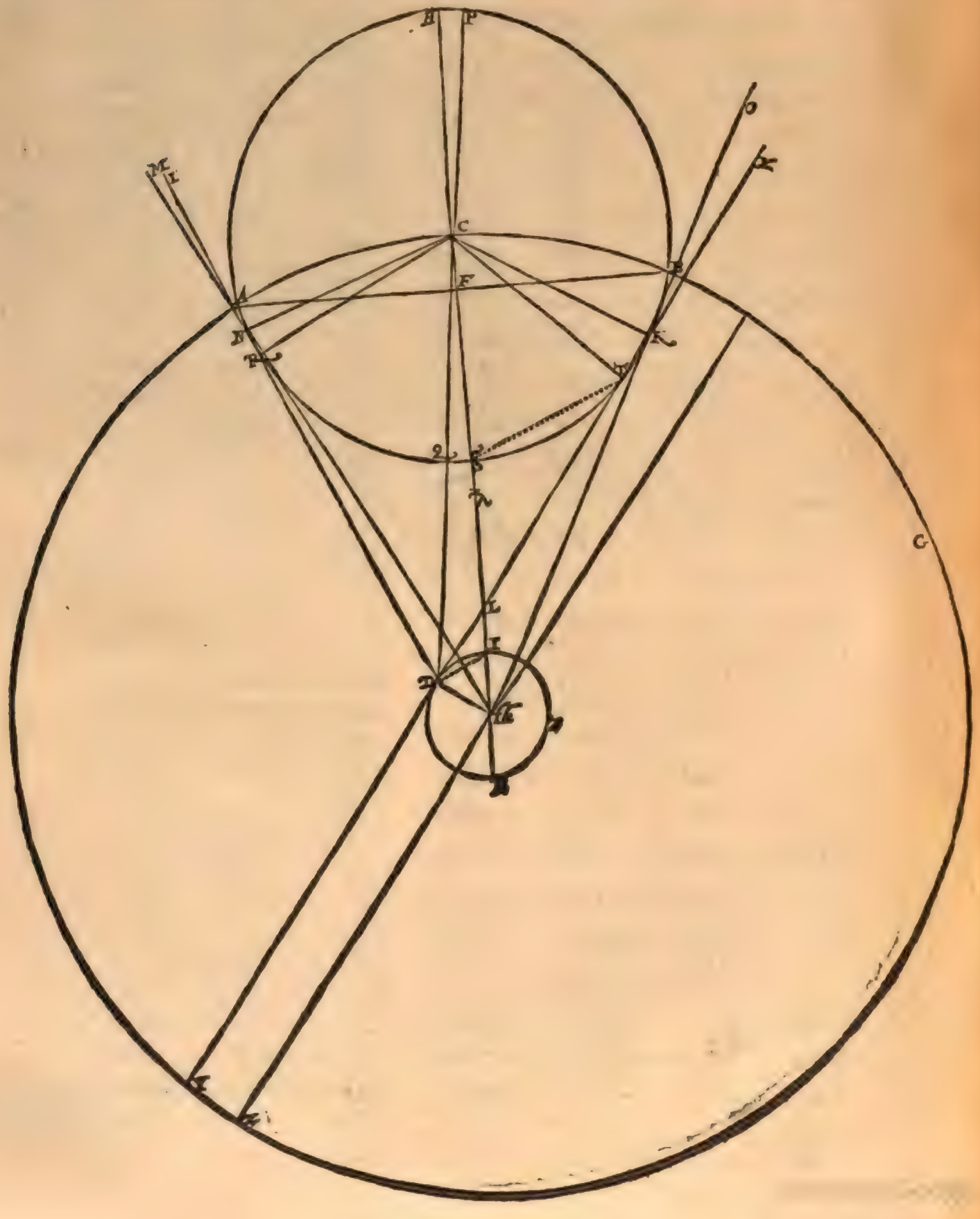
b Vulgo legitur ἡ, μέρος ἴση, γωνίᾳ Est

τὴ γωνίαν ὑπὸ ὁ ἥλιος, Ita vbi asterisimus errorem notat, quem vt vidi, restitui

Angulus proinde comprehensus sub th. M, th. O. minor est vna parte recti diuisi in centum sexaginta quatuor. Recta vero linea A. B. minor est subtendente portionem circumferentiæ circuli A. B. G. diuisæ in 656. partes periferiæ

* 9.

νία ἃ περιεχόμενα ὑπὸ τῶν θ. μ, θ. ο. ἐλάττων ἐστὶν ἢ τὰς ὀρθὰς διαιρεθείσας εἰς ρ ξ δ. τούτων ἑνὸς μέρος. ἡ δὲ α. β. εὐθεῖα ἐλάττων ἐστὶ τῆς ὑποτεινούσης ἐν τμήματι διαιρεθείσας τὰς τοῦ α. β. γ. κύκλου περιφερείας εἰς χνς.



. ἀ δὲ τῆς εἰρημένης πολυγωνίας περίμετρος πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ α. β. γ. κύκλου, ἐλάττονα λόγον ἔχει ἢ τὰ μδ. πρὸς τὰ ζ. διὰ τὸ πάντος πολυγωνίας εἰγγεγραμμένης εἰς κύκλῳ τὴν περίμετρον πρὸς τὴν ἐκ τοῦ κέντρου ἐλάττονα λόγον ἔχειν ἢ τὰ μδ. πρὸς τὰ ζ. δέδεικται γὰρ δεδειγμένον [a] ὑφ' ἡμῶν, ὅτι παντὸς κύκλου ἡ περιφέρεια μείζων ἐστὶ τριπλασίων τῆς διαμέτρου ἐλάσσονι ἢ ἑβδόμῳ μέρει, [b] μείζονι δὲ ἢ δέκα ἑβδομηκοστομόνοις. ἐλάττονα οὖν λόγον ἔχει ἡ ἀ β. α. πρὸς τὴν θ. κ. ἢ τὰ ια. πρὸς τὰ α ρ μ η. ὥστε ἐλάττων ἐστὶν ἡ β. α. τῆς θ. κ. ἢ ἑκατοστὸν μέρος. τῆς δὲ β. α. ἴση ἐστὶν ἡ διάμετρος τοῦ σ η. κύκλου. διὸπ καὶ ἡ ἡμίσεια αὐτῆς ἡ Φ. α. ἴση ἐστὶ τῇ κ. ρ. ἴσαι γὰρ εἰσὶν αἱ ἐκ τοῦ κέντρου τοῦ θ. κ. τῇ θ. α. ἀπὸ τῶν περάτων α. κ. κάθετοι ἐπιζευγνύμεναι ἐπὶ ἴσας αὐταῖς γωνίας. δῆλον οὖν ὅτι ἡ διάμετρος τοῦ σ η. κύκλου ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑκατοστὸν μέρος τῆς θ. κ. καὶ ἡ ε. θ. υ. διάμετρος ἐλάττων ἐστὶ τῆς διαμέτρου τοῦ σ η. κύκλου. ἐπεὶ ἐλάττων ἐστὶν ὁ δ. ε. ζ. κύκλος τοῦ σ. η. κύκλου. ἐλάττονες ἄρα εἰσὶ καὶ ἀμφότεραι αἱ θ. υ, κ. σ. ἢ ἑκατοστὸν μέρος τῆς θ. κ. ὥστε ἡ θ. κ. πρὸς τὴν υ. σ. ἐλάττονα λόγον ἔχει, ἢ τὰ ρ πρὸς τὰ ρθ. καὶ ἐπεὶ ἡ μὲν θ. ρ. ἐλάττων ἐστὶ [d] τῆς θ. κ. ἡ δὲ σ. υ. ἐλάττων τῆς δ. τ. ἐλάττων ἄρα, καὶ λόγον ἔχει ἡ θ. ρ. πρὸς τὴν δ. Φ. ἢ τὰ ρ πρὸς τὰ ρθ. ἐπὶ τῶν Φ. κ. ρ. δ. κ. θ. τριγώνων ὀρθογωνίων ἐόντων, αἱ μὲν κ. ρ, κ. Φ. πλευραὶ ἴσαι εἰσὶ πρὸς αἱ δὲ Φ. ρ, δ. τ. δίχα εἰσί. καὶ μείζων ἡ Φ. δ. κ. γωνία, περιεχομένη ὑπὸ τῶν δ. θ,

vero huius polygoni ad radium circuli A. B. G. minorē rationē habet quam 44. ad 7. quia cuiuscumque polygoni inscripti circulo diameter ad radium, minorem rationem habet quā 44. ad 7. Nosti enim à nobis fuisse demonstratum, omnem circuli circumferentiā maiorē esse quā triplam diametri, parte minori quidem septima, maiore vero decē septuagesimis primis. Minorem ergo rationē habet linea A.B. ad th. C. quam 11. ad 1148. Ita vt minor sit A.B. quam lineæ th. C. centesima pars. Lineæ autem B.A. æqualis est diametrus circuli S.H. Quoniam dimidia ipsius, F.A. æqualis est radio C. R. Æqua enim existente th. C. lineæ th. A. à punctis A. & C. iunctæ perpendiculares ad eundē angulum (sunt æquales) Manifestum ergo est quod diameter circuli S. H. minor est centesima parte lineæ th. C. Est autē diameter E. th. I. minor diametro circuli S.H. Quia minor est circulus D.E.Z. circulo S.H. Minores ergo sunt ambæ th. I. & S. C. centesima parte lineæ th. C. ita vt th. C. minorē habeat rationem ad I.S. quam 100. ad 99. Atque cum th. R. minor sit [d] quam th. C. Tum I.S. minor quā D.T. minorem proinde rationē habet th. R. ad D. T. quā 100. ad 99. Cum vero trianguli th. C.R. & D.C.T. sint rectang. lateraq; C.R, C. T. æqualia, alia vero th. R, D.T. inæqualia. Et maior angulus T.D.C. cōprehēsus sub D.T,

[a] prop. 3. lib. περὶ τῆς μετρήσεως τοῦ κύκλου.

[b] Locum hunc in vulgari deesse, quē restitui ex 3 l. περὶ μετρήσεως τοῦ κύκλου τῇ ex coniectura sensum.

[c] Vulgarius lectio habet ἀ ι. θ. υ. γωνία sed grauissimus error. Et enim pro γωνία legēdum διάμετρος.

[d] prop. 19. l. 1.

* 10. * 11. * 12. * 13. * 14. * 15. * 16. * 17. * 18. * 19.

D.C. ad angulū cōprehensum sub th. R. & th. C. maiorē habet rationē quā th. C. ad D.C. minorē vero quā th. R. ad D.T. Si enim duorum triang. rectang. altera quidē latera quæ circa angulum rectum sunt æqualia fuerint, altera inæqualia: maior quidē angulus eorū qui inæqualibus lateribus adhærēt, ad minorē: maiorē quidē habent rationē, quā maior linea quæ subtenditur recto angulo, ad minorē: sed minorē quā maior linea quæ circa rectum angulū est, ad minorē: ita vt angulus cōprehensus sub D.L, D.X. ad angulum cōtentū sub th.O, th. M. minorē rationē habet quam th.R. ad D.T. quæ scilicet minor ratio est quā 100. ad 99. Inde fit vt angulus cōprehensus sub D.L, D.X. angulum cōprehensum sub illis th.M, th. O. minorē rationē habeat quā 100. ad 99. Et quoniā est angulus cōtentus sub D.L, D.X. maior ducentesima recti parte, erit & angulus cōprehensus sub th. M, th. O. maior quā partes 99. earū viginti milliū in quas rectus secaretur. Ita vt maior fuerit quā vna portio recti dissecti in 203. partes. Igitur B.A. maior est subtendēte portionē circumferentiæ circuli A.B.G. distributæ in 812. Est vero lineæ A.B. æqualis solis diameter. Manifestum ergo est solis diametrū maiorē esse latere figuræ mille angulorum. His suppositis, hæc quoq; demōstratur: Diametrum nempe mundi minorem esse decies millecuplum diametri terræ.

* 20. a Suspicor legendū esse εἶνα γὰ, vel hic esse τρῶτ.

* 21.

* 22.

* 23.

* 24.

δ. κ. ποὶ τὰν γωνίαν τὰν περιεχομένην ὑπὸ τῶν θ. ρ, θ. κ. μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ θ. κ. ποὶ τὰν δ. κ. ἐλάσσων δὲ ἢ ἁ θ. ρ. ποὶ ταὶ δ. τ. * εἰ γὰρ καὶ δυοῖν τριγώνων ὀρθογωνίων αἱ μὲν ἕτεραι πλευραὶ αἱ περὶ τὰν ὀρθὰν γωνίαν ἴσαι ἑωντᾶν, αἱ δὲ ἕτεραι ἄνισοι, ἁ μείζων γωνία τᾶν ποὶ ταῖς ἀνίσοις πλευραῖς ποὶ τὰν ἐλάσσονα, μείζονα μὲν ἔχει λόγον ἢ ἁ μείζων γραμμὰ ἁ τᾶν ἴσων ταὶν ὀρθὰν γωνίαν ὑποτεινοῦσα ποὶ ταὶν ἐλάσσονα, ἐλάσσονα δὲ ἢ ἁ μείζων γραμμὰ ταὶν περὶ ταὶν ὀρθὰν γωνίαν ποὶ ταὶν ἐλάσσονα. * ὥστε ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ. λ, δ. ξ. ποὶ ταὶν γωνίαν ταὶν περιεχομένην ὑπὸ τῶν θ. ο, θ. μ. ἐλάσσων λόγον ἔχει ἢ ἁ θ. ρ. ποὶ ταὶν δ. τ. ἅ πες ἐλάσσων λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ ποὶ τὰ ς θ. ὥστε καὶ ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ. λ, δ. ξ. ποὶ ταὶν γωνίαν ταὶν περιεχομένην ὑπὸ τῶν θ. μ, θ. ο. ἐλάσσων λόγον ἔχει ἢ τὰ ρ ποὶ τὰ ς θ. καὶ ἐπεί ἐστιν ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν δ. λ, δ. ξ. μείζων ἢ διακοσιοστὸν μέρος ὀρθᾶς. εἶτα ἁ γωνία ἁ περιεχομένα ὑπὸ τῶν θ. μ, θ. ο. μείζων ἢ τᾶς ὀρθᾶς διαιρεθείσας εἰς δὶς μύρια, τούτων ς θ. μέρος. * ὥστε μείζων ἐστὶν ἢ διαιρεθείσας τᾶς ὀρθᾶς εἰς σ. καὶ γ. τούτων σὺ μέρος. ἀρ' ἁ βα. μείζων ἐστὶ τᾶς ὑποτεινούσας σὺν τμᾶμα διπρημένας τᾶς τοῦ α. β. γ. κύκλου περιφερείας εἰς ωιβ. * τὰ δὲ α. β. ἴσα ἐστὶν ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος. δῆλον οὖν ὅτι μείζων ἐστὶ ἁ τοῦ ἁλίου διάμετρος τᾶς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς. τούτων δὲ ὑποκειμένων δείκνυται τάδε· οἱ ⓦ, ἁ διάμετρος τοῦ κόσμου τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριαπλασίων

κὴ ἔτι ἡ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ. ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὴν διάμετρον τοῦ ἡλίου μὴ μείζονα εἶναι ἢ ἑξηκονταπλασίονα τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης· ἡ ἄρα διάμετρος τῆς γῆς μείζων ἐστὶ τῆς διαμέτρου τῆς σελήνης· δῆλον ὡς ἡ διάμετρος τοῦ ἡλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ ἑξηκοντάκις τῆς διαμέτρου τῆς γῆς. πάλιν δὲ ἐπεὶ ἐδείχθη ἡ διάμετρος τοῦ ἡλίου μείζων ἐοῦσα τῆς τοῦ χιλιαγώνου πλευρᾶς εἰς τὸν μέγιστον κύκλον ἐγγραφομένου εἰς τὸν κόσμον, φανερὸν ὅτι ἡ τοῦ χιλιαγώνου τοῦ εἰρημένου ἐλάττων ἐστὶν ἢ χιλιοπλασίων τῆς διαμέτρου τοῦ ἡλίου· ἡ δὲ διάμετρος τοῦ ἡλίου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακοντακισχιλιοπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς γῆς· ὥστε ἡ τοῦ μυριαγώνου ἐλάττων ἐστὶν ἢ τριακοντακισμυριοπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς γῆς. ἐπεὶ οὖν ἡ τοῦ μυριαγώνου τῆς μὲν διαμέτρου τῆς γῆς ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρισμυριοπλασίων· τῆς δὲ διαμέτρου τοῦ κόσμου μείζων ἢ τριπλασίων· δέδεικται δὲ καὶ διότι παντὸς κύκλου ἡ διάμετρος ἐλάττων ἐστὶν ἢ τρίτον μέρος τῆς τοῦ ἐγγραφομένου εἰς αὐτὸν πολυγωνίου πλευρᾶς ἐστὶν ὁ κὴ εἰς ὁ εθ. πλευρᾶς ἐστὶ κὴ πολυγώνου· ὅπου ἑξαγώνου ἐγγεγραμμένου μὲν κύκλου εἴη· κὴ ἡ διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων, ἢ μυριοπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς γῆς· ἡ μὲν οὖν διάμετρος τοῦ κόσμου ἐλάττων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασίων τῆς διαμέτρου τῆς γῆς [b] ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ. σκ̄βυτ δῆλον· ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται τὴν σεληνιακὴν διάμετρον τῆς γῆς μὴ μείζονα εἶναι ἢ τεσσαράκοντα μυριάδας σταδίων εἶναι· ἡ δὲ σεληνιακὴ διάμετρος τῆς γῆς μείζων ἐστὶν ἢ τριακο-

Et adhuc diametrũ mũdi minorẽ esse quã stadiorũ decies millies millenorũ milliũ. Cũ enim ponatur diametrũ solis nõ esse maiorẽ quã trigecuplũ diametri lunę, diametrum verò terræ maiorẽ esse diametro lunæ: manifestum est diametrũ solis minorẽ esse quã trigecuplum diametri terræ. Rursus vero cũ sit ostẽsus diameter solis maior esse latere figuræ mille angulorũ inscriptæ circulo qui sit in mũdo maximo: patet ambitum dictæ figuræ mille laterũ, minorẽ esse quã millecuplum diametri solis. Diameter vero solis minor est quã trigecuplus diametri terræ. Proinde ambitus dictę figuræ mille angulorum minor est quam ter decies millecuplus diametri terræ. Cum itaq; ambitus figuræ mille laterũ sit minor quam trigesies millecuplus diametri terræ, diametri vero mũdi maior quã triplus: Siquidẽ demonstratum est, [a] quod omnis circuli diameter minor est tertia parte cuiuscumq; polygoni in eo inscripti, quod pluribus quã sex lateribus cõtineatur. Quia id tãtũ est Hexagoni in circulo inscripti. Sequitur inde diametrũ mundi minorẽ esse quã decies millecuplum diametri terræ. Cum igitur diameter mũdi minor sit quã decies millecuplus diametri terræ, nempè quã decies millies millenorum milliũ stadiorũ. Id ex hoc patet. Quoniã itaq; supponitur ambitũ terræ nõ maiorẽ esse quã trecẽties decies milliũ stadiorum: ambit[9] vero terrę maior est tri-

* 25.

* 26.

a Hoc demonstramus in commentarijs.

* 27.

b Hic aperte mendo in vulgaribus legitur τῆς κλιμακος pro quo mutandum τῆς γῆς.

μυριάδας σταδίων εἶμεν· ἡ δὲ τοῦ μυριαγώνου τῆς γῆς μείζων ἐστὶν ἢ τριακο-

plo diametri, quia cuiuslibet circuli circumferẽtia maior est quam tripla diametri, patet diametrum terræ minorem esse quam stadiorum centies decies millium. Itaque cũ mundi diameter minor sit quam decies millecuplus diametri terræ: manifestum quod ipsa mundi diameter minor est quam stadiorum decies millies millenorum millium. Porro de magnitudinibus & distantijs ista suppono. De arena vero hæc. Si aliqua magnitudo conflatur ex arena non maior papauere, numerũ ipsius non maiorem esse quàm decem millium: Et diametrum papaueris non minorem esse, quàm quadragesimam partem digiti. Hoc autem statuo quod hoc modo sum contemplatus. Super plana regula papaueres dispositi sunt in rectam lineã sese tangentes, occuparuntq; viginti quinque papaueres locũ ampliorem longitudine digiti. Verũ minorẽ ponens diametrũ papaueris, eã suppono quadragesimã tãtũ esse digiti partẽ, nec minorẽ: volẽs ita absq; vlla ambiguitate demõstrare propositũ. Quæ igitur suppositi sũt hęc. Nunc vtile esse puto numerorũ denominationẽ recẽsere. ne errẽt qui nõ inciderũt in alios numeros qui habentur libro ad zeuxippũ scripto, cũ de ipsis in hoc etiã volumine nihil dictum fuisset. Accidit autẽ numerorũ nomina vsque ad myriadas esse data nobis, & supra myriadas quidẽ sufficiẽter nouim⁹, numerũ myriadũ exprimentes ipsum

a prop. 3. de dimens. circuli.

b Nam 10000 stadia quibus minor est diameter terræ ducta in 1000. quoties scilicet diameter mundi fere cõtinet diametrum terræ, producent 10 000 000 000. stadia quibus minor erit mundana diameter.

c Perijt iste liber cum alijs multis Authoris.

σια τᾶς διαμέτρου, διὰ τὸ παντὸς κύκλου τὰν περιφέρειαν μείζονα εἶμεν ἢ τριπλασίονα τᾶς διαμέτρου, δῆλον ὡς ἁ διάμετρος τᾶς γᾶς ἐλάσσων ἐστὶν ἢ σταδίων ρ. μυριάδων. Ἐπεὶ οὖν ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς, δῆλον ὡς ἁ τοῦ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων ἐστὶν ἢ σταδίων μυριάκις μυριάδες ρ. περὶ μεγεθέων καὶ τῶν ἀποσημάτων ταῦτα ὑποτίθεμαι· περὶ δὲ τᾶς ψάμμου τάδε· εἰκὰ μέν τι συγκείμενον μέγεθος σὺν τᾷ ψάμμῳ μὴ μείζον μάκωνος, καὶ ἀριθμὸν αὐτᾶς μὴ μείζονα εἶμεν μυρίων, καὶ τὰν διάμετρον τᾶς μάκωνος μὴ ἐλάσσονα εἶμεν ἢ τεσσαρακοσμόριον δακτύλου· ὑποτίθεμαι δὲ τοῦτο ὑπὸ τοῦ ψάμμου τὸν δὲ καὶ ζήτων· Ἐτέθεντο ἐπὶ κανόνα λεῖον μάκωνες ἐφ' εὐθείας ἐπὶ μίαν κείμεναι, ἁπτόμεναι ἀλλάλων· καὶ ἐπέλαβον αἱ κε. μάκωνες πλέονα τόπον δακτυλιαίου μάκεος· ἐλάσσονα πᾶσᾶς τᾶν διάμετρον τᾶς μάκωνος, ὑποτίθεμαι ὡς τεσσαρακοσμόριον εἶμεν δακτύλου, καὶ μὴ ἐλάσσονα· βουλόμενος, καὶ διὰ τούτων αἰνα μφιλογώτατον δείκνυσθαι τὸ προκείμενον· ἃ μὲν οὖν ὑποτίθεμαι, ταῦτα χρήσιμον ἦ εἶμεν ὑπολαμβάνω τᾶν καταλόγαξιν τῶν ἀριθμῶν ῥητὸν ἦμεν, ὅπως καὶ τοῖς ἄλλοις τῷ βιβλίῳ μὴ προσέλθοι· εἰς τὸ ποτὶ Ζεύξιππον γεγραμμένῳ, μὴ πλανῶνται· διὰ τὸ μηδὲν εἶμεν ὑπὲρ αὐτᾶς ἐν τῷδε τῷ βιβλίῳ προσῃρημένον· Συμβαίνει δὲ τὰ ὀνόματα τοῖς ἀριθμῶν εἰς τὰ μὲν τῶν μυρίων ὑπάρχειν ἁμῖν παραδεδομένα· καὶ ὑπὲρ τῶν μυρίων μὲν ἀπεχρεόντως ἐπιγινώσκομεν μυριάδων ἀριθμὸν λέγοντες εἰς

τοῖς ποὶ τὰς μυριάδας· ἔστω οὖν ἡμῖν οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ εἰς ἣν μυρίαν μυριάδων πρῶτοι καλούμενοι· τὴν δὲ τῶν πρώτων ἀριθμῶν αἱ μυρίαι μυριάδες μονὰς καλείσθω δευτέρων καὶ ἀριθμῶν τὴν δευτέραν μονάδες· καὶ αἱ ἀπὸ τῆς μονάδων δεκάδες, καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἔστωσαν μυρίων μυριάδων. πάλιν δὲ καὶ αἱ μυρίαι μυριάδες τὴν δευτέραν ἀριθμῶν μονὰς καλείσθω τῶν τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἀριθμείσθω ἕως τρίτων ἀριθμῶν μονάδες· καὶ αἱ ἀπὸ τῶν μονάδων δεκάδες καὶ ἑκατοντάδες καὶ χιλιάδες καὶ μυριάδες ἔστωσαν μυρίαι μυριάδων· καὶ αὐτὸν δὲ τρόπον καὶ ἕως τρίτων ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες μονὰς καλείσθω τετάρτων ἀριθμῶν, καὶ αἱ τῶν τεταρτῶν ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες μονὰς καλείσθω πέμπτων ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ ἑξῆς προάγοντες οἱ ἀριθμοὶ τὰ ὀνόματα ἔχοντες * ἔστωσαν μυριάκις μυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες· ἀποχρέοντα μὲν οὖν καὶ ἀπὸ τοσούτων οἱ ἀριθμοὶ γινωσκόμενοι· ἔξεστι δὲ καὶ ὑπερπλέον προάγειν· ἔστω γὰρ οἱ μὲν νῦν εἰρημένοι ἀριθμοὶ πρώτης περιόδου καλούμενοι· ὁ δὲ ἕκατος ἀριθμὸς ἕως πρώτας περιόδου μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου πρώτων ἀριθμῶν· b πάλιν δὲ καὶ αἱ μυρίαι μυριάδες ἕως δευτέρας περιόδου δευτέρων ἀριθμῶν· ὁμοίως δὲ τούτων ὁ ἕκατος μονὰς καλείσθω δευτέρας περιόδου δισσῶν ἀριθμῶν· καὶ ἀεὶ ἑξῆς οἱ ἀριθμοὶ προάγοντες τὰ ὀνόματα ἔχοντες ἕως δευτέρας περιόδου ἔστωσαν μυριάκις μυριοστῶν ἀριθμῶν μυρίαι μυριάδες· πάλιν δὲ καὶ ὁ ἕκατος καὶ ἕως δευτέρας περιόδου

semper ad myriadas referentes, a verum numeri qui ad myriadem myriadum b vsque protẽduntur, dicãtur nobis primi. Et horũ quidẽ primorũ numerorũ myrias myriadũ vocetur vnitas c secundorũ, & secũdorum numerorũ vnitatẽs, & ab vnitatibus decẽ & cẽteni & milleni & decies milleni sint centũ millenorũ milliũ. Rursus myrias myriadũ secundorũ numerorũ vocetur vnitas tertiorũ numerorũ Et numerẽtur tertiorũ numerorũ vnitates, & ab vnitatibus denarij & cẽtenarij & millenarij & decupli millenarij sint cẽtũ millena millia. Atq; hoc modo tertiorũ numerorũ myrias myriadũ vnitas appelletur quartorũ numerorũ. Et quartorũ numerorũ myrias myriadũ vnitas nũcupetur quintorũ numerorũ. Et sẽper sic procedentes erunt numeri nomina habẽtes cẽtũ millena millia per centum millena millia multiplicata. Ex his igitur cogniti numeri sat quidem sunt: quamuis liceat vlteriùs etiam progredi. Hi siquidẽ nunc recensiti numeri vocantur primæ periodi. Extremus vero numerus primæ periodi, vnitas vocetur secũdæ periodi primorum numerorum. Rursus & cẽtum millena millia secundę periodi secũdorũ numerorũ: similiter & horum extremus vnitas vocetur secũdę periodi tertiorũ numerorũ. Et sẽper sic numeri progrediẽtes nomina habentes secũdæ periodi sunt decies millies decẽ milliũ numerorum in centũ millena millia ductorũ. Rursũ & vltimus secũdę periodi

a Hoc est, repetentes nomen myriadum inconcinna quadam repetitione vt vulgari gracorum vsu fit.

b 100 000 000.

c Extremus primorum est 1000 000 000. nempe μυρίας μυριάδος. Et hic extremus est vnitas secundorum numerorum seu vt postea dicturus est secundæ periodi.

* 28.

* 29.

d Notandũ hic primos numeros vocari primam singularum periodorum decadem.

vnitas vocetur tertiæ periodi primorum numerorum. Et semper sic procedentium sunt decies millies decem millia periodi, aucta per decies millies decem millia numerorum adhuc ductorum per decies millies decem millia. His vero sic denominatis, si fuerint numeri ab vnitate proportionaliter deinceps positi: qui autem post vnitatem denarius, & ipsi fuerint octo illis cum vnitate eorum erunt qui primi numeri vocantur. Alij vero post ipsos octo, secundi vocantur. Et item reliqui hoc modo ipsis synonymi erunt, distantia octadis numerorum à prima octade numerorum. Octauus igitur numerus primæ octadis numerorum est millies decem millia. Primus vero secundæ octadis, quoniam decuplus est præcedentis, erit centum millena millia: hic vero est vnitas secundorum numerorum. Octauus vero secundæ octadis erit millies decem millia secundorum numerorum. Rursus & tertiæ octadis primus, quoniam decuplus est præcedentis, erit centies millena millia secundorum numerorum. Idemque est vnitas tertiorum numerorum. Manifestum est igitur plurimas esse posse octades, vti dictũ est. Cæterum vtile est & hoc nouisse. Quod si numeri ab vnitate proportionales fuerint, & aliqui sese mutuò multiplicauerint eorum qui huius proportionalitatis sunt: quisq; à suo multiplicante secũdùm proportionalitatem tanto

a Notandũ hic primos numeros vocari primã singularum periodorum decadem.

b Nempe numerus hic 10000000000 0000000000 000 vltimus tertiæ periodi, & vnitas quæritur.

c Nempe 10 000 000. sed intellige hic octauum vocari primam vnitatem octauæ decadis: ita vt hic deinceps per numeros fiat gradus progressionis intelligẽdi, non vltimi numeri qui sunt eorum primorum octauæ decadis decapli, vt fiat sequentis octadis vnitates.

d Scilicet 10 000 000 000. idem intelligẽdum de sequẽtibus octadibus.

* 30.

μονὰς καλείσθω τρίτας δευτέρου πρώτων ἀριθμοῦ. [a] καὶ ἀεὶ οὕτως προϊόντων ἔσαι μυριάκις μυριοσὰς δευτέρου μυριάκις μυριοσῶν ἀριθμοῦ μυρίαι μυριάδες. [b] τούτων δὲ ἔτω καλουμένων, εἶτα ἑῶντι ἀριθμοὶ ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον ἐξῆς κείμενοι. ὁ δὴ πρὸς τὴν μονάδα δεκαὶς, ἡ ὀκτὼ εἴσω αὐτῆ ① πρῶτοι σὺν τῇ μονάδι τῶν πρώτων ἀριθμῶν καλουμένων ἑαυτῶν· ① δὴ μετ' αὐτοὺς ἄλλοι ὀκτὼ τοῦ δευτέρου καλούμενοι, καὶ ① ἄλλοι Ⓜ αὖ Ⓜ ζήτων τούτοις τῶν σωνώνυμων καλουμένων ἑαυτῶν, ἀποσάσι τὰς ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ἀπὸ τὰς πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν· τὰς μὲν οὖν πρώτας ὀκτάδος τῶν ἀριθμῶν ὁ ὄγδοός ἐστιν ἀριθμὸς χιλίαι μυριάδες. [c] ἑαυτῆς δὴ δευτέρας ὀκτάδος ὁ πρῶτος ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ μυρίαι μυριάδες [d] ἐσζεῖται· ἔτος δὴ ἐστὶ μονὰς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· ὁ δὲ ὄγδοος ἑαυτῆς δευτέρας ὀκτάδος ἐστὶ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· πάλιν δὴ καὶ ἑαυτῆς τρίτας ὀκτάδος ὁ πρῶτος ἐπεὶ δεκαπλασίων ἐστὶ τοῦ πρὸ αὐτοῦ, μυρίαι μυριάδες ἑαυτῆ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· ἔτος δὲ ἐστὶ μονὰς τῶν τρίτων ἀριθμῶν· Φανερὸν δὲ ἐστὶν ὅτι καὶ πολλαὶ ὀκτάδες ἔζουσι, ὡς εἴρηται· χρήσιμον δὲ ἐστὶ καὶ τόδε γινωσκόμενον, εἶτα ἀριθμοὶ ἀπὸ τῆς μονάδος ἀνάλογον ἑῶντων πολλαπλασιάζοντες τινὲς ἀλλήλους ἴσων εἰσὶ ταῖς αὐταῖς ἀναλογίαις, ὅταν ὁμοίως ἑαυτῆ τὰς αὐτὰς ἀναλογίας ἀπέχων· ἀπὸ μὲν οὖν τῶν πολλοπλασιαζάντων ἀλλήλους, ὁ-

σως ὁ ἐλάττων τῶν πολλαπλασιαζάντων ἀπὸ μονάδος ἀναλογον ἀπέχη. ἀπὸ δὲ τας μονάδ☞ ἀφέξει ενὶ ἐλάττονας, ἢ ὁσος ἐστιν ὁ ἀριθμὸς σωναμφοτέρων, ὡς ἀπέχοντι ἀπὸ μονάδος ☉ πολλαπλασιάζαντες ἀλλήλους. ἔστωσαν γὰρ ἀριθμοί τινες ἀνάλογον ἀπὸ μονάδος, ☉ α. β. γ. δ. ε. ζ. η. θ. ι. κ. λ. μονὰς δὲ ἔστω ὁ α. καὶ ὡρα πολλαπλασιάσθω ὁ δ. τῷ θ. ὁ δὲ γενόμενος ἔστω ὁ χλ. Εἰλήφθω δὴ ὁ θ. λ. ἴσος ἀναλογίας· ὁ φλ. ἀπέχων ἀπὸ τῆς θ. τοσούτους, ὅσους ὁ δ. ἀπὸ μονάδος ἀπέχει, δέικτέον ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ χ. τῷ λ. Ἐπεὶ οὖν ἀναλόγων ἐόντων ἴσον ἴσους ἀπέχει ὅτι δ. ἀπὸ τῆς α. καὶ ὁ λ. ἀπὸ τῆς θ. ταὐτὸν ἔχει λόγον ὁ δ, ποτὲ ταὐτὸν α, ὃν ὁ λ, ποτὲ ταὐτὸν θ. πολλαπλασίων δέ ἐστιν ὁ δ. τῆς α. τῷ δ. πολλαπλασίων ἄρα ἐστὶν καὶ ὁ λ, τῆς θ. τῷ δ. ὥστε ἴσος ἐστὶν ὁ λ. τῷ χ. * Δῆλον οὖν ὅτι ὁ γενόμενος ἐκ λας ἀναλογίας πότερόν ἐστιν ἢ ἀπὸ τοῦ μείζονος τῶν πολλαπλασιαζάντων ἀλλήλους ἴσον ἀπέχων, ὅσους ὁ ἐλάττων ἀπὸ λας μονάδος ἀπέχει. Φανερὸν δὴ ὅτι ἢ ἀπὸ μονάδος ἀπέχει ενὶ ἐλάττονας ἢ ὅσος ἐστὶν ὁ ἀριθμὸς σωναμφοτέρων, οἷς ἀπέχοντι ἀπὸ λας μονάδος· ☉ δὲ μὴν ἔστω ☉ α. β. γ. δ. ε. ζ. η. θ. τοσοῦτοι ενὶ, ὅσους ὁ θ, ἀπὸ μονάδος ἀπέχει· ☉ δὲ ι. κ. λ. ενὶ ἐλάττονες, ἢ ὅσους ὁ δ, ἀπὸ μονάδος ἀπέχει. σωὰ τῷ θ. τοσοῦτοι ενί. Τούτων δὲ τῶν μὲν ὑποκειμένων, τῶν δὲ ἀποδεδειγμένων, τὸ προκείμενον δεικτέον· ἐπεὶ γὰρ ὑπόκειται ταὐ διάμετρος τῆς μάκων μὴ ἐλάσσονα εἶναι, ἢ τεσσαρακοστημόριον δακτύλου· δῆλον, ὡς ἡ σφαῖ-

abest, quanto minor multiplicantium ab vnitate distat. Ab vnitate verò aberit vno minus, quàm quantus est numerus ex vtrisque constans, quibus sese inuicem multiplicantes ab vnitate absunt. Sint etenim aliqui numeri ab vnitate proportionales A.B.G.D.E.Z.H.T.I.C.L. sit verò vnitas A. & D. multiplicet T. factusque sit Q. Assumantur autem proportionalitatis T. L. distetque L. à T. tanto quanto D. ab vnitate: Ostendendum Q. esse æqualem ipsi L. Quoniam enim proportionales sunt, & æquedistat D. ab A. ac L. à T. eandem rationem habet * D. ad A. quàm L. ad T. Verùm D. multiplex est ipsius A. per D. multiplex igitur est L. ipsius T. per D. Ita vt æquales sit L. ipsi Q. Manifestum igitur est quod aliquis factus ex proportionalitate à maiori multiplicantium sese inuicem, æquè distitus est, ac minor ab vnitate distidet. Patet item quod ab vnitate distat vno minus, quàm quantus est numerus ex vtrisque conflatus, quibus multiplicantes ab vnitate absunt. Quot enim sunt hi A. B. G. D. E. Z. I. T. tot distat T. ab A. vnitate. Isti verò I. C. L. vno minus sunt, quàm quibus D. ab vnitate differt. Etenim cum T. tot sunt. His autem suppositis, illis quoque demonstratis propositum ostendetur. Cùm enim supponatur diametrum papaueris, non minorem esse quadragesima digiti parte: Manifestum, quòd sphæra quæ

* 31. * 32.

digitalem habuerit diametrum, non maior eſt quàm vt contineat plures quam ſexaginta quatuor papauerum millia. Sphæræ quippè habentis diametrum quadrageſimam partem digiti, multiplex eſt ſecundum numerum ductum. Demonſtratur etenim quòd ſphæræ triplam rationem habent eius, quæ eſt diametrorum inter ſe. Poſtquam ergo ſuppoſitum eſt arenam coaceruatam in molem papaueris, non maiorem eſſe numero quàm decem millium: manifeſtum, quòd ſi arena impleatur ſphæra digitalem habens diametrum, non maior erit arenæ numerus quàm ſexcentorum quadraginta millenorum millium. Eſt verò huiuſmodi numerus, vnitates (videlicet 6.) & numerus ſecundorum numerorum; tum primorum quadraginta millena millia. Minor ergo eſt quàm decem vnitates ſecundorum numerorum. Quæ verò centum digitorum diametrum habet ſphæra, multiplex eſt eius quæ habet digitalem diametrum ſemel mille millies: quia rationem habet triplicatam diametrorum inter ſe ſphæræ. Si igitur fiat ex arena ſphæra tanta magnitudine, quanta eſt ſphæra habens diametrum digitorum centum, patet minorem fore arenæ numerum, quàm ſit numerus productus ex multiplicatis decem vnitatibus ſecundorum numerorum, per ſemel millena millia. Cùm itaque ſecundorum numerorum decem vnitates decimum conſtituant numerum ab vni-

* 33.

a prop. 18. l. 12.

10000.

* 34.

640 000 000.

* 35.

b Ex ſenſo legendum eſt μυριάδες.

* 36.

1. 10.0000.

* 37

* 38.

c nempè 1000 000 0000000 000.

ἔχα δακτυλιαίαν ἔχουσα ταὶ διάμετρον, οὐ μείζων ἐστὶν ἢ ὥστε χωρεῖν μάκωνας ἑξάκις μυρίας, καὶ τετράκις χιλίας· ταῖς γὰρ σφαίραις ταῖς ἐχούσαις ταὶ διάμετρον τετρακοσιομύριον δακτύλου πολλαπλασία ἐστὶν τῷ εἰρημένῳ ἀριθμῷ. δέδεικται γάρ τοι ὅτι αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας ταὶ διαμέτρω. Ἐπεὶ δὲ ὑποκειται τᾷ τῶ ψάμμου τὸν ἀριθμὸν, εἰς τὸ ταῖς μάκωνος μέγεθος, μὴ μεῖζον εἶμεν μυρίων· δῆλον ὡς εἰ πληρωθείη ψάμμω ἁ σφαῖρα ἁ δακτυλιαῖαν ἔχουσα ταὶ διάμετρος, οὐ μεῖζον καὶν ὁ ἀριθμὸς τᾶς ψάμμω, ἢ μυριάκις τὰ ἑξάκις μύρια, καὶ τετρακισχίλια· ἔστι δέ ἐστιν ὁ ἀριθμὸς μονάδες τε, ἀριθμὸς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν· καὶ τῶν πρώτων μυριάδες τετρακισχίλιαι. ἐλάσσων οὖν ἐστὶν ἢ ∴ μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. ἁ δὲ τῶν ρ. δακτύλων ἔχουσα ταὶ διάμετρον σφαῖρα πολλαπλασία ἐστὶ ταῖς δακτυλιαίαν ἐχούσας ταὶ διάμετρον· ἔφη ταῖς ρ. μυριάδεσσι διὰ τὸ τριπλάσιον λόγον ἔχειν ποτ' ἀλλάλας τὰν διάμετρον ταῖς σφαίρας. Εἰ οὖν γένοιτο καὶ τᾶς ψάμμω σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἁ σφαῖρα ἁ ἔχουσα ταὶ διάμετρον δακτύλων ρ. δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐστεῖται ὁ τᾶς ψάμμω ἀριθμὸς τᾶς γνομένας· ἀριθμὸς πολλαπλασιασθεὶς ταὶ δέκα μονάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν, ταῖς ρ. μυριάδεσσι. ἔστι δὲ τῶν δευτέρων ἀριθμῶν δέκα μονάδες· δέκατος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, οὗ τε

τῶν δεκαπλευρῶν ὁρῶν ἀνάλογον· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος σὺν ταῖς αὐτὰς ἀναλογίας· δῆλον ὡς ὁ γνόμων ἐστὶν ἑκατοντάκις τῶν σὺν τὰς αὐτὰς ἀναλογίας, σὺν καὶ δεκάκις ἀπὸ μονάδος. Δέδεικται γὰρ ὅτι σὺν ἐλάσσονας ἀπὸ τὰς μονάδος ἢ ὅσος ἐστὶν ἐλάττων· συναμφότερος δὲ οἷς ἀπέχουσι ἀπὸ μονάδος οἱ πολλαπλασιάζαντες ἀλλήλους τὸν δεκαιδέκα, ἰσῶν ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τῇ μονάδι τῶν ἑξῆς καλουμένων αὐτῶν· οἱ δὲ μετὰ τούτους, ὀκτὼ, ἰσῶν δευτέρων, καὶ ὁ ἔσχατός ἐστιν αὐτῶν χίλιαι μυριάδες δευτέρων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μεγέθους ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὴν διάμετρον μ. δακτύλων ἐχούσῃ, ἐλάττων ἐστὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν δευτέρων ἀριθμῶν. πάλιν δὲ καὶ ἡ σφαῖρα ἡ τῶν μυρίων δακτύλων ἔχουσα τὴν διάμετρον, πολλαπλασία ἐστὶ τῆς ἐχούσης τὴν διάμετρον ρ. δακτύλων τῇ ρ. μυριάδι. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτη τὸ μέγεθος ἡλίκη ἐστὶν ἡ ἔχουσα σφαῖρα τὴν διάμετρον μυρίων δακτύλων, δῆλον ὡς ἐλάσσων ἔσται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γνομένου πολλαπλασιαθεισῶν τῶν χιλίων μυριάδων τῶν δευτέρων ἀριθμῶν τῇ ἑκατὸν μυριάδι. Ἐπεὶ δ' αἱ μὲν τῶν δευτέρων ἀριθμῶν χίλιαι μυριάδες ἑκκαιδεκάτος ἐστὶν ἀριθμὸς ἀπὸ μονάδος· ἀναλογίας δὲ μ. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος σὺν τῇ αὐτῇ ἀναλογίᾳ, δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἔσται δυοκαιεικοστὸς τῶν ἐκ

tate, in proportionalitate decuplorum laterum; semel verò millena millia septimus sint ab vnitate in eadem progressione; manifestum quod factus, sextus erit huius progressionis, & sextus decimus ab vnitate. Demonstratur enim quod vnò minus distat ab vnitate, quàm sit numerus ex vtrisque conflatus, quibus distant ab vnitate multiplicantes sese inuicem. Horum porrò sexdecim, octo priores cum vnitate eorum sunt qui primi appellati sunt: Qui verò post ipsos, octo, secundorum, & vltimus est decies millena millia, secundorum nempè numerorum. Ergo constat multitudinem arenæ, magnitudinis mole æqualis sphærę diametrũ habenti qui sit centum digitorum, minorem esse quàm [a] decies millena millia secundorum numerorum. Rursus verò, & sphæra quæ decem millium digitorum habuerit diametrum, multiplex eius est quæ fuerit dimetientis centum digitorum millies, millies, semel. Si igitur fiat ex arena sphæra tanta mole, quanta est ea, quę habuerit dimetientem decem millium digitorum, patet eam fore minorem, quàm sit arenæ numerus factus ex multiplicatione decies millenorum millium secũdorum numerorum per semel millena millia. Cùm ergo secũdorum numerorum decies millena millia decimus sextus sit numerus ab vnitate; tũ proportionalia semel millena millia septimus ab vnitate in eadem progressione: patet factum numerum esse vigesimum secundum

Secundi 10 000 000 | Primi 00 000 001

[a] 10. 000. 000. secun.

* 39.

1. / 1.000.000.

1000000000. 0000000000.

corum, qui in hac proportionalitate ſunt ab vnitate. Horum verò viginti duorum, octo quidem primi cum vnitate eorum ſunt qui dicuntur primi: Tum ſequentes octo ſunt eorum qui ſecundi appellantur: reliqui ſunt tertiorum. Atque vltimus eorum eſt centum millia tertiorum numerorum. Patet igitur multitudinem arenæ in molem congeſtæ parem ſphæræ, quæ diametrum habeat decies millium digitorum, eſſe minorem centum millibus tertiorum numerorum. Quoniam autem minor eſt ſphæra habens diametrum vnius ſtadij, ſphæra quæ habuerit diametrum decem millium digitorum: patet multitudinem arenæ cumulatæ in aceruum æqualem ſphæræ dimetientis vnius ſtadij, minorem eſſe quàm centies mille tertiorum numerorum. Adhuc ſphæra quæ habet diametrum centum ſtadiorum, multiplex eſt ſphæræ diametri vnius ſtadij ſemel millies, millies. Si igitur fiat ex arena ſphæra tanta magnitudine, quanta eſt habens diametrum centum ſtadiorum, manifeſtum quod minor erit arenæ numerus eo qui produceretur ex multiplicatis centum millibus tertiorum numerorũ per ſemel millena millia. Et quia centum hæc millia tertiorum numerorum ſunt vigeſimus ſecũdus numerus proportionalitatis ab vnitate: hęc verò ſemel millena millia ſeptimus ab vnitate eiuſdem proportionalitatis, erit ſanè factus vigeſimus octauus ab vnitate,

λας αὐτας ἀναλογίας ἀπὸ μονάδ ϛ, τῷ δὲ δύο καὶ εἴκοσι τούτων, ὀκτὼ μὲν α τοσοῦτοι σὺν τῇ μονάδι τῷ πρώτων καλουμένων εἰσί· ὀκτὼ δὲ β μετὰ τοὺς δευτέρων καλουμένων· γ δὲ λοιποὶ ἐκ τῶν τρίτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ δέκα μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι ὁ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μεγέθους ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὸν διάμετρον ἔχουσαν μυρίων δακτύλων ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ι. μυριάδες τρίτων ἀριθμῶν· καὶ ἐπεὶ ἐλάσσων ἐστὶν ἡ σταδιαίαν ἔχουσα τὸν διάμετρον σφαῖρα τῆς σφαίρας τῆς ἐχούσης τὸν διάμετρον μυρίων δακτύλων· δῆλον ὅτι καὶ ὁ τοῦ ψάμμου πλῆθος τοῦ μεγέθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὸν διάμεζον ἔχουσαν σταδιαίαν, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ι. μυριάδες τῶν τρίτων ἀριθμῶν· πάλιν δὲ ἡ σφαῖρα ἡ ἔχουσα τὸν διάμεζον ρ σταδίων, πολλαπλασίων ἐστὶ τῆς σφαίρας τῆς ἐχούσης τὸν διάμεζον σταδιαίαν τοῖς ἑκατὸν μυριάσι. εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τοῦ ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἔχουσα τὴν διάμετρον ρ. σταδίων, δῆλον ὅτι ἐλάσσων ἔσεῖται ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιαθεῖσαν τὸν δέκα μυριάδων τρίτων ἀριθμῶν τοῖς ρ. μυριάσι. ἡ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν τρίτων ἀριθμῶν δέκα μυριάδες δυοκαιεικοσός ἐστιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας, δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἔσεῖται,

ὀκτωκαιεικοσὸς ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας ἀπὸ μονάδος· τῶν δὲ ὀκτωκαιείκοσι, τῶν ὀκτὼ μὲν ⓐ τοῖσδε τοὶ σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλευμένων εἰσί· ⓐ δὲ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων· καὶ ⓐ μετὰ τούτους ὀκτὼ τῶν τρίτων· ⓐ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τῶν τεταρτῶν καλευμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χίλιαι μονάδες τῶν τεταρτῶν ἀριθμῶν· φανερὸν οὖν ὅτι τᾶς ψάμμου πλῆθος τᾶς μέγεθος ἐχούσας ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων ῥ. ἐλάσσων ἐστὶν ἢ χίλιαι μονάδες τῶν τεταρτῶν ἀριθμῶν· πάλιν δὴ αἱ σφαῖραι αἱ ἐχούσαι τὰν διάμετρον μυρίων σταδίων πολλαπλασίαι ἐστὶ τᾶς σφαίρας τᾶς ἐχούσας τὰν διάμετρον σταδίων ῥ. τοῖς ῥ. μυριάδεσσι. Εἰ οὖν γένοιτο ἐκ τᾶς ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν αἱ σφαῖραι αἱ ἔχουσαι τὰν διάμετρον σταδίων μυρίων, δῆλον ὅτι ἐλάσσων ἐστεῖται ὁ τᾶς ψάμμου πλῆθος τᾶς γενομένας ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθείσαν τὰν χιλίαν μονάδων τῶν τεταρτῶν ἀριθμῷ τοῖς ῥ. μυριάδεσσιν· ἐπεὶ δὲ μυρίων τῶν τεταρτῶν ἀριθμῶν χιλίαι μονάδες ὀκτωκαιεικοσὸς ἐστὶν ἀπὸ μονάδος ἀναλόγων· αἱ δὲ ἑκατὸν μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐν τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὅτι ὁ γενόμενος ἐστεῖται ἐκ τᾶς αὐτᾶς ἀναλογίας τέταρτος καὶ τριακοστὸς ἀπὸ μονάδος· τῶν δὲ τεσσάρων καὶ τριάκοντα τούτων, ὀκτὼ μὲν οἱ πρῶτοι σὺν τᾷ μονάδι τῶν πρώτων καλευμένων εἰσί· ⓐ δὲ μετὰ τούτους, ὀκτὼ τῶν δευτέρων· καὶ οἱ μετὰ τούτους οἱ ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων· καὶ ⓐ

istius progressionis. Porrò horum viginti octo, primi quidem octo cum vnitate sunt eorum qui primi dicuntur. Qui verò post ipsos alij octo, secundorum: alij rursus sequentes octo, sunt tertiorum: reliqui demum quatuor eorum sunt qui dicuntur quarti. Et extremus illorum est mille vnitates quartorũ numerorum. Manifestum itaque arenæ multitudinem in sphæram deformatæ diametri centum stadiorum, minorem esse mille vnitatibus quartorum numerorum. Præterea sphæra diametri stadiorum decem millium, multiplex est sphærę diametri stadiorum centum, semel millies, millies. Sphæra ergo si ex arena fiat tanta mole, vt eam adæquet sphæram quę habeat diametrum decem millium stadiorum: equidem minor erit arenę multitudo eo qui nasceretur numero ex mille vnitatibus quartorum numerorum ductis in semel millena millia. Quoniam verò quartorum numerorum mille vnitates faciũt vigesimum octauum progressionis numerum ab vnitate: semel verò millena millia septimum eiusdem progressionis ab vnitate: patet quod factus numerus erit ipsius progressionis ab vnitate quartus & trigesimus. Horum verò quatuor & triginta primi octo cum vnitate primorum numerorum sunt. Qui verò post ipsos sunt octo secundorum: Tum qui sequuntur octo alij, tertiorum, & qui

sunt deinceps quartorum. Reliqui duo sunt eorum qui vocantur quinti, & vltimus quidem eorum est decem vnitates quintorum numerorum. Clarum itaque est multitudinem arenularum ea mole collectarum quæ sphæræ æqualis sit habenti diametrum decem millium stadiorum, minorem esse quàm decem vnitates quintorum numerorum. Adhæc sphęra habens diametrum stadiorum semel millenorum millium, sphæræ diametrum habentis longum decies mille stadijs, est millies millecuplus. Si ergo fiat ex arena sphæra tanta magnitudine, quanta est sphęra habens diametrum stadiorum semel millenorum millium, constat arenę numerum minorem fore eo qui fieret ex ductu decem vnitatum quintorum numerorum, per semel millena millia. Atque, quoniam quintorum numerorum decem vnitates constituunt trigesimum quartum proportionalitatis numerum ab vnitate: semel verò millena millia, septimum ab vnitate ipsiusmet progressionis: patet quod factus erit eiusdem proportionalitatis quadragesimus ab vnitate. Atque horum quadraginta octo quidem primi cum vnitate sunt primorum numerorum. Secundi octo sunt secundorum: tertij octo sunt tertiorum: Quarti octo sunt quartorum, & denique octo postremi sunt quintorum: & vltimus eorum est decies millies millia quintorum numerorum.

1000 000.

μῦ τούτοις ὀκτὼ τῶν τεταρτων· οἱ δὲ λοιποὶ δύο τῶν πέμπτων καλουμένων ἔσονται· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ δέκα μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. δῆλον οὖν ὅτι τὸ ψάμμου πλῆθος τὸ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυρίων, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ι. μονάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. πάλιν δὴ αἱ σφαῖραι αἱ ἔχουσαι τὰν διάμετρον σταδίων ρ. μυριάδες πολλαπλασιάζονται τὰς σφαίρας τὰν διάμετρον ἐχούσας σταδίων μυρίων ταῖς ρ. μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γένοιτο σὺν τῷ ψάμμῳ σφαῖρα, τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἁλίκα ἐστὶν αἱ σφαῖραι αἱ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων ρ. μυριάδων, δῆλον ὡς ἐλάσσονα ἐστῖται ὁ τῶ ψάμμου ἀριθμὸς τοῦ γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιαθεισᾶν τᾶν δέκα μονάδων τῶν πέμπτων ἀριθμῶν ταῖς ἑκατὸν μυριάσι. καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν πέμπτων ἀριθμῶν δέκα μονάδες τέταρτός ἐστι καὶ τεσσαρακοστὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος, σὺν ταῖς αὐταῖς ἀναλογίαις· δῆλον ὅτι ὁ γενόμενος σὺν ταῖς αὐταῖς ἀναλογίαις ἐστῖται τεσσαρακοστὸς ἀπὸ μονάδος· τῶν δὲ τεσσαράκοντα τούτων ὀκτὼ μὲν εἰσὶ συνεγγύς τᾶς μονάδι τῶν πρώτων καλουμένων σύν· αἱ δὲ μετὰ ταῦτα ἄλλοι ὀκτὼ τῶν δευτέρων· καὶ αἱ μῦ τούτοις ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τρίτων· αἱ δὲ μῦ τοὺς τρίτους, ὀκτὼ τῶν τεταρτῶν· αἱ δὲ μετὰ τούτοις ὀκτὼ τῶν πέμπτων καλουμένων· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτῶν ἐστὶ χίλιαι μυριάδες τῶν πέμπτων ἀριθμῶν. Φα-

περὸν

νερὸν οὖν ὅτι τῆς ψάμμου τὸ πλῆθος τῆς μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὴν διάμετρον ἐχούσῃ σταδίων μ. μυριάδες, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ χιλιαι μυριάδες τῷ πέμπτων ἀριθμῷ· ἡ δὲ τὴν διάμετρον ἔχουσα σφαῖρα σταδίων μυρίας μυριάδας, πολλαπλασίων ἐστὶ τῆς σφαίρας τῆς ἐχούσης τὴν διάμετρον σταδίων ἑκατὸν μυριάδων τῆς ἑκατὸν μυριάδισιν. Εἰ δὲ γένοιτο σὶ τῆς ψάμμου σφαῖρα τηλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἡ σφαῖρα ἡ ἔχουσα τὴν διάμετρον σταδίων μυρίας μυριάδων, φανερὸν ὅτι ἐλάσσων ἐστεῖται τὸ τῆς ψάμμου πλῆθος τῆς γενομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιαθεισαῖ τῇ χιλιαῖ μυριάδων τῷ πέμπτων ἀριθμῷ τῇς μ. μυριάσι. Επεὶ δ' αἱ μὲν τῷ πέμπτων ἀριθμῷ χιλιαι μυριάδες τετρακοσίοι ὅτιν ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον, αἱ δὲ μ. μυριάδες ἕβδομος ἀπὸ μονάδος ἐκ τῆς αὐτῆς ἀναλογίας· δῆλον ὡς ὁ γενόμενος ἐστεῖται ἑκατοσκαιτετρακοσίοι ἀπὸ μονάδος. τῷ δὲ τεσσαράκοντα καὶ ἓξ τούτων οἱ μὲν ὀκτὼ, ⓐ πρῶτοι οὖν τῇ μονάδι τῶ πρώτων καλουμένων εἰσὶ· ὀκτὼ δὲ οἱ μετ' αὐτοὺς τῶν δευτέρων, καὶ ⓐ μετὰ τούτους ἄλλοι ὀκτὼ τῷ τρίτων· οἱ δὲ μετ' αὐτοὺς τρίτους ἄλλοι ὀκτὼ τῶν τεταρτων· καὶ ⓐ μετ' αὐτοὺς τεταρτοις ὀκτωκισχιλίων πέμπτων· ⓐ οἱ λοιποὶ τῶν ἑξῆς καλουμένων εἰσὶ· καὶ ὁ ἕκαστος αὐτῶν ὅτι ι. μυριάδων τῶν ἑκτων ἀριθμῷ. Φανερὸν οὖν ὅτι ὁ τῆς ψάμμου πλῆθος τῆς μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ τῇ τὴν διάμετρον ἐχούσῃ σταδίων μυριάκις μυριάδων μυρίων, ἐλάσσων ὅτιν ἢ ι. μυριάδες τῶν ἑκτων ἀριθμῷ.

Apparet ergo arenę multitudinem magnitudinem habentem æqualem ſphæræ diametrũ habenti ſemel millenorum milliũ ſtadiorum, nõ attingere decem millena millia quintorũ numerorum. Iam verò ſphæra habens diametrum ſtadiorum centies millies mille, multiplex eſt ſphęræ, cuius diameter ſit ſemel millenorum millium ſtadiorũ, ſemel, millies, millies. Si verò fiat ſphæra ex arena tanta magnitudine, quanta eſt ſphęra quæ diametrum habeat ſtadiorum centies millies mille, patet quod minor erit arenæ numerus producto numero ex decies millenis millibus quintorum numerorum multiplicatis per ſemel millena millia. Quoniam autem quintorum numerorum decies millena millia quadrageſimus eſt ab vnitate proportionalis: at ſemel millena millia ſeptimus ab vnitate eiuſdem ordinis: cõſtat genitum eſſe quadrageſimum ſextũ ab vnitate. Horum præterea quadraginta ſex, octo quidem primi cum vnitate, eorum ſunt qui primi dicuntur: Octo alij proximi ſunt ſecũdorũ: ſequẽtes octo ſunt tertiorũ: tum poſt tertios alij octo ſunt quartorũ: & qui poſt quartos, ſunt quintorum: reliqui tandẽ ſunt ſextorum: & extremus eorũ eſt centũ millia ſextorum numerorum. Clarum eſt itaque, quod multitudo arenæ ea quãtitate conglobatæ, vt æquetur ſphęrę diametrũ habẽti, ſtadiorum ſemel millies millies millenorum millium, minor eſt quã 100. millia ſextorum numerorũ. 1 000 000 000 000 100 000

Sphæra itidem habens diametrum ſtadiorum decies millies millenorum millium, ſphæræ habentis diametrum ſtadiorum centies millenorum millium, eſt ſemel millies millecupla. Si igitur fiat ex arena globus tantus craſſitie, quanta eſt ſphæra habens diametrum ſtadiorum decies millies millenorum millium: manifeſtum quod arenæ multitudo minor erit numero procreato ex centum millibus ſextorum numerorum ductis in ſemel millena millia. Cùm autem ſextorum numerorum centum millia, ſextus & quadrageſimus ſit ab vnitate proportionis: ſemel verò millena millia ſeptimus ab vnitate in eadem progreſſione: patet quod genitus numerus fuerit quinquageſimus ſecundus ab vnitate eiuſmodi progreſſionis: Horum verò quinquaginta duorum primi quadraginta octo cum vnitate ſunt eorum qui primi dicuntur, ſecundi, tertij, quarti, quinti, & ſexti. Reliqui verò quatuor ſunt eorum quos ſeptimos dicimus. Et poſtremus eorum eſt mille vnitatum ſeptimorum numerorum. Apparet igitur arenæ multitudinem quæ tantæ molis ſit, vt exęquet ſphęram quę diametro ſit ſtadiorũ decies millies millenorũ milliũ, minorem eſſe mille vnitatibus ſeptimorum numerorũ. Quoniam itaque demonſtratus eſt mundi diameter minor eſſe ſtadiorũ decies millies millenorũ milliũ: manifeſtũ eſt arenę multitudinẽ conformatę in molem mũdo æqualem, minorem eſſe quã ſint mille vnitates ſeptimorũ numerorũ.

ἀ ἄλλαι διάμετρον ἔχουσι σφαῖρα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄. πολλαπλασία ἐστὶ ταῖς σφαίραις ταῖς ἐχούσαις τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυρίων τᾶς ρ̄. μυριάδεσσιν. εἰ οὖν γνῴοις ἐστὶ τᾶς ψάμμω σφαῖρα, ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκα ἐστὶν ἀ σφαῖρα ἀ ἔχουσα τὰν διάμετρον σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄. φανερὸν ὅτι τὸ τᾶς ψάμμου πλῆθος ἐλάσσον ἐστῖται τᾶς γνωμένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιασθέντων τῶν ῑ. μυριάδων τῷ σύμπαντων ἀριθμῷ τῶν ρ̄. μυριάδες. ἐπεὶ δ' αἱ μυ τῶν ἀριθμῶν τ σύμπαντων δέκα μυριάδες ἔκτος ἐστὶ πεντηκοστὸς ἀπὸ μονάδος ἀνάλογον· αἱ δὲ ρ̄. μυριάδες ἑβδομος ἀπὸ μονάδος ἐστὶ ταῖς αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὅτι ὁ γνώμων ἐστῖται δυοκαιπεντηκοστὸς ἀπὸ μονάδος, ἐστὶ ταῖς αὐτᾶς ἀναλογίας· τ̄ ὧν δυοκαιπεντήκοντα τούτων, ἃ μυ ὀκτὼ καὶ τεσσαράκοντα σὺν τᾷ μονάδι οἵ τε πρῶτοι καλούμενοι εἰσί, καὶ οἱ δεύτεροι, καὶ τρίτοι, καὶ τέταρτοι, καὶ πέμπτοι, καὶ ἕκτοι· οἱ δὲ λοιποὶ τέσσαρες τ̄ ἑβδόμων καλουμένων εἰσί· καὶ ὁ ἔσχατος αὐτ̄ ὅλος χίλιαι μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Φανερὸν οὖν ὅτι τ̄ ψάμμου τὸ πλῆθος τ̄ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τᾷ σφαίρᾳ τᾷ τὰν διάμετρον ἐχούσᾳ σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄. ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ᾱ. μονάδες τ̄ ἑβδόμων ἀριθμῶν. Ἐπεὶ οὖν ἐδείχθη ἀ τ̄ κόσμου διάμετρος ἐλάσσων ἐοῦσα σταδίων μυριάκις μυριάδων ρ̄· δῆλον ὅτι καὶ τ̄ ψάμμου τὸ πλῆθος τ̄ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ ᾱ. μονάδες τ̄ ἑβδόμων ἀριθμῶν.

Οτι μὲν ὁμοίως τὸ τῆς ψάμμου πλῆθος τῷ μέγεθος ἔχοντι ἴσον τῷ ὑπὸ τῶν πλείστων ἀστρολόγων καλουμένῳ κόσμῳ, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μ. μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν δέδεικται· ὅτι δὲ καὶ τὸ πλῆθος τῆς ψάμμου τῷ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῇ σφαίρᾳ ταλικαύτῃ, ἀλίκαν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὴν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μὴ μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν δεχθήσεται. ἐπεὶ γὰρ ὑποκείται τὴν γῆν Ⓝ πρὸς Ⓝ ἔχειν λόγον ποτὶ Ⓚ ὑφ' ἡμῶν εἰρημένον κόσμον, ὃν ἔχει λόγον ὁ εἰρημένος κόσμος ποτὶ τὴν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν, ὡς Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται· καὶ αἱ διάμετροι τᾶν σφαιρᾶν Ⓚ πρὸς Ⓚ ἔχοντι λόγον ποτ' ἀλλάλας· ἃ δὲ τοῦ κόσμου διάμετρος τᾶς διαμέτρου τᾶς γᾶς δέδεικται ἐλάσσων ἐοῦσα ἢ μυριοπλασία· δῆλον οὖν ὅτι καὶ ἡ διάμετρος τᾶς τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαίρας ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριοπλασίων τᾶς διαμέτρου τοῦ κόσμου. ἐπειδὴ αἱ σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχοντι ποτ' ἀλλάλας τᾶν διαμέτρων, φανερὸν ὅτι ἡ τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖρα, ἣν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ μυριάκις μυριάδεσι πολλαπλασίων τοῦ κόσμου. Δέδεικται δὲ τοῦ ψάμμου πλῆθος τὸ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ κόσμῳ, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ χ. μονάδες τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν. Δῆλον οὖν ὅτι εἰ γένοιτο ἐκ τᾶς ψάμμου σφαῖρα ταλικαύτα τὸ μέγεθος, ἀλίκαν ὁ Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται τὴν τῶν ἀπλανέων ἄστρων σφαῖραν εἶμεν,

Similiter & multitudo arenæ mole pari ei, quod à multis astrologis appellatum est mundus, ostenditur minor quàm sint mille vnitates septimorum numerorum: Quod etiam multitudo arenæ sphæricæ molis tantæ, quantam Aristarchus supponit inerrantium siderum sphæram, minor sit decem millenis millibus octauorum numerorum demõstrabitur. Cùm etenim supponatur terram eam habere rationem ad hunc dictum à nobis mundum, quam habet rationem dictus mundus ad stellarum fixarum sphæram ab Aristarcho positam; Et diametri sphærarum eam ipsam rationem habeant inter se; diameter verò mundi ostensus sit minor quàm decies millecuplus diametri terræ: Sequitur diametrum sphæræ stellarum fixarum minorem esse quàm diametri mundi decies millecuplum. Cùm itaque sit vt sphæræ habeant inter se triplicatam rationem diametrorum, planum est, quod inerrantium astrorum sphęra quàm Aristarchus supponit, minor sit, quàm semel millies, millies, millies, millecuplus mundi. Ostenditur enim, multitudinem arenæ mundum mole referentis, minorem esse, quàm mille vnitatum septimorum numerorum. Patet ergo, quod si sphæra ex arena fiat, tanta magnitudine, quantam Aristarchus supponit inerrantium esse siderum sphæram,

40

a hic deesse puto, vt supersit μυριάδων, vt sit numerus integer 1 000 000 000 000 qui fit ex tripla multiplicatione rationis $\frac{1}{10000}$ quæ nimirum est diametri mundi ad diametrum sphæræ stellarum. Atque defectus ex sequentibus apertè indicatur.

minor erit huius arenæ numerus, quàm qui fit ex multiplicatione mille vnitatum per ſemel millies, mille, millenaria, millia. Et quoniam iſtæ mille vnitates ſeptimorum numerorum, ſunt progreſſionis quinquageſimus ſecundus ab vnitate: ſemel verò millies, mille millenaria millia decimus tertius ab vnitate eiuſdem proportionalitatis: conſentaneum eſt factum fore eiuſdem progreſſionis quartum ab vnitate, & ſexageſimum. Iſte verò eſt octauorum octauus, & decem millena millia octauorum numerorum. Conſequens ergo eſt quòd arenæ multitudo quę excreuerit in molem æqualem ſphæræ non errantium ſiderum, quam Ariſtarchus ſupponit, minor ſit quàm decem millena millia octauorum numerorum. Hęc autem, O Rex Gelon; multis qui non facti ſunt Mathematicarum artium participes, incredibilia apparere intelligo: ijs verò qui eas degustarint, quique meditati ſunt diſtantias, & magnitudines terræ, ſolis, lunę, totiuſque mundi, credibilia ex demonſtratione forent. Propterea exiſtimaui quibuſdam non incongruum videri, iſta contemplari.

ἐλάσσων ἐστὶν τάξις ὁ τοῦ ψάμμου ἀριθμός, τοῦ γεγομένου ἀριθμοῦ πολλαπλασιαθέντος τὰν χιλιὰς τοῖς μυριάκις μυριάσι. Καὶ ἐπεὶ αἱ μὲν τῶν ἑβδόμων ἀριθμῶν μ μονάδες δυοκαιπεντακοσίους ἔχοντι ἀπὸ μονάδος· ἀνάλογον δὲ μυριάκις μυριάδες τρισκαιδέκατος ἀπὸ μονάδος καὶ ἴας αὐτᾶς ἀναλογίας· δῆλον ὅτι ὁ γεγόμενος ἐστῖται τέταρτος καὶ ἑξηκοστὸς ἀπὸ μονάδος ἐν ἴᾳ αὐτᾶς ἀναλογίας. ἔστι δὲ ἔτι τῶν ὀγδόων ὄγδοος, καὶ πεντάκις χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. Φανερὸν τοίνυν ὅτι τοῦ ψάμμου τὸ πλῆθος τοῦ μέγεθος ἔχοντος ἴσον τῷ ἀπλανέων ἄστρων σφαίρᾳ, ἃν Ἀρίσταρχος ὑποτίθεται, ἐλάσσων ἐστὶν ἢ χίλιαι μυριάδες τῶν ὀγδόων ἀριθμῶν. ταῦτα δὲ, Βασιλεῦ Γέλων, τοῖς μὲν πολλοῖς καὶ μὴ κεκοινωνηκόσι τῶν μαθημάτων, ἀπίστα φανήσεται ὑπολαμβάνω· τοῖς δὲ μεταλελαβηκόσι, καὶ τὸ δυνατὸν τῶν ἀποσημάτων, καὶ τῶν μεγεθέων ἴας τε γᾶς, καὶ τοῦ ἁλίου, καὶ ἴας σελήνας, καὶ τοῦ ὅλου κόσμου πεφρονηκόσι, πιστὰ διὰ τᾶν ἀποδείξιν ἐστῖται. Διόπερ ὡήθην καί τινας καὶ ἀναρμόστον εἶν ἔτι ἀπιθεωρῆσαι ταῦτα.

ὁ δὲ ἀπλανὴς, ᾧ ὁ ἀπλανὴς ἀστὴρ, ᾧ ὁ δεῖξα τῷ ἀστρῷ αἰεῖται εἰς ἀπίμετρον. ἀμιλ.

Stellulæ cum ſyphris in margine adiectis, & in contextu Græco adpoſitis lectorem ad commentarios remittunt.

IN ARENARIVM COMMENTARII.

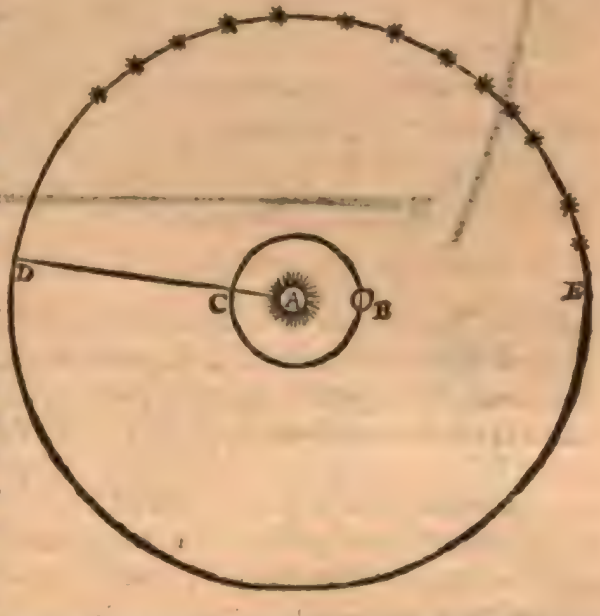
1 Τῶν γὰρ διάστασιν οὐδεμίαν. Centrum quod punctus est, nullam habere potest rationem ad superficiem: Nam infinito auctum additumque sibi ipsi superficiem numquam adæquare, nedum superare potest. [a] Verùm comparatione huius impossibilis, Aristarchus dat intelligere, circuli quo terra defertur ad firmamentum, nullam esse rationem, ipsiusque respectu, puncti subire naturam. Quam hypothesim etiam assumit Copernicus, [b] Aristarchi opinionem de terræ motu è sepulchro felicissimè exsuscitans.

[a] per 2. def. l. 1.

[b] cap. 15 l. 3. revolut.

Sit centrum mundi A. in quo constituatur Sol, iuxta illud Poetæ,

In medio residet complectens omnia Phœbus.



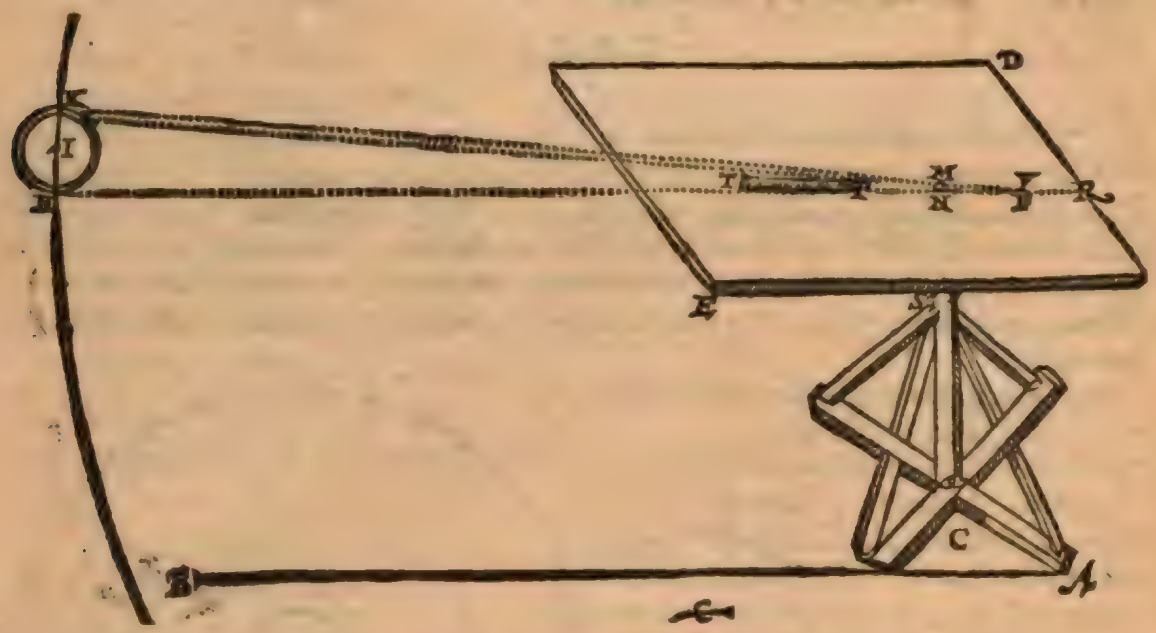
Orbis deferens terram sit C. B. Terra B. Sphæra inerrantium stellarum, seu τῶ ἀπλανῶν ἀστρῶν D. E. Ponitur itaque circulus C. B. (quem Copernicus annuam reuolutionem appellat) ab Aristarcho cæterisque terræ motoribus, imperceptibilis quantitatis, comparatione immensæ molis circuli D.E. Et radius C.A. nullius longitudinis habita ratione alius A. D. Hoc autem ὑπὸ τινῶν τῶν γῆς coguntur supponere, vt satisfaciant ijs quæ manifesto pugnant multis φαινομένοις: Cuiusmodi sunt. Semper nobis mediam cœli partem apparere, Horizontem cœlum perpetuo bifariam secare, Stellas nobis semper eiusdem apparere magnitudinis, & alia quæ declarari in sphæricis solent. Portò si terram in A. defixeris immobilem, solem verò in B. statueris, Mundum illum habebis orbe C.B. definitum, cuius priores Astronomi radium è terra in solem tantum protendebant: & quem ex apparentijs Aristarchus statuendum adstruxit, habere eam rationem ad orbem D.E. firmamenti, quam terra B. circa centrum mota, habet ad orbem C.B.

2 Ος τῶ μυριάδων σταδίων ἐ μείζων. Hic deesse literam T. suspicarer, nisi vellemus numerum colligi, & qui hic ponitur indeterminatus, definiri ex sequentibus. Vbi enim ambitum terræ receptum ὡς λ. μυριάδων σταδίων, seu trecentorum millium stadiorum (nam μύριοι Græcis est 10000. quæ per λ hoc est 30. multiplicata reddunt 300000.) se decuplo augere dixit, sufficienter statuit eundem terræ circuitum 3 000 000. stadiorum.

3 Ος τῶ μ. σταδίων ἐ μείζων. In manuscriptis reperio, ὡς τῶ μ. σταδίων ἐμὲ μείζων, quod non conuenit, quadratque magis vulgaris lectio. Nam sumuntur μ. pro 300. cum simplex λ. 30. denotet. Tum negatio μὲ, nullatenus admitti debet: Quia quantitatem terræ Archimedes non eam statuit ad amussim quam proponit, sed ex hypothesi fingit, maiorem si lubet accepturus. Imò non illic primò assumpsit eum terræ ambitum, qui à superioribus Eudoxo, Eratosthene, & alijs ponebatur, nempè 252000. stadiorum duntaxat: sed maiorem 48000. stadijs, quibus 252000. deficiunt à 300 000. Modos autem & artificia, quibus ambitus ille terrenus deprehenditur, Geographi docent.

4 Τέχνης οὖν μικροῦ τινὸς ὄντι πάνυ ἐφικτόν. Artificij quo Archimedes vtitur ad excipiendam quantitatem anguli, cui sol accommodetur habenti verticem in visu, eiusmodi potest esse ἐκτοπιστής. Horizonti A.B. parallela stet mensa F. D. perpendiculari innixa fulcro C.S. & ad solem in puncto H. Orientem, conuertatur noteturque in ipsius extremo F. Tum habeatur cylindrulus P.T. qui super mensa collocetur, & oculo adfixo in F. dirigatur ad solem, ita vt radius deductus ab F. rectò ad H. tangat lõgitudinem lateris T.P.

Notetur verò in tabula punctulis, semita radij quæ sit F.N.H. secus quam moueatur T.P. cylindrulus accedendo ad oculum, vel recedendo ab oculo, quoad corpus Solis assurgentis supra finitorem (qui nobis refertur linea F.N.H.) oculo totum oc-



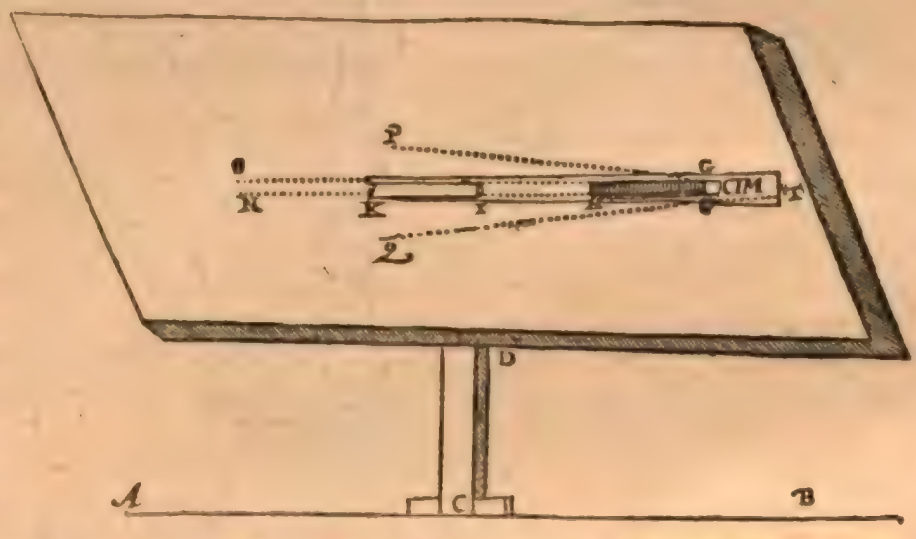
cultetur. Fiat deinde vt vndiquaque cylindri quantulicumque radij oculo emicent: Hoc est sistatur cylindrulus T.P. paulo ante totum solis exortum: ita vt cum totus assurrexerit, locus pateat ab omni parte cylindri, quo aliqui radij ad oculum perueniãt. Ita enim radij ab oculo emissi F.H, & V.L. angulum continebunt paulo minorem eo cui sol accommodatur. Nam quia vndique cylindri aliquid lucis percipitur, fit vt cylindrus longiùs à visu remoueatur, cadatque humilior radius V.L. Quod si fuerit excipiendus alter angulus non minor eo cui sol accommodari possit, cylindrus erit ad oculum propiùs admouendus, vt in N. quo totus sol primo visui adumbretur. Ita vt iam radius non cadat in L. punctum corporis solaris, sed in K. & efferatur altiùs quàm prior, fiatque V.M.K. tangens sphæram solis, leniterquelambens, ὑπερπίπτων κύκλῳ ἅψῃ τῆς ἀκίδος, vt habet codex manuscriptus. Cæterum horum angulorum nondum constant apices, quia αἱ ὄψεις οὐκ ἀφαὶ σημεῖον βλέπουσιν, ἀλλὰ πόρους μικροὺς βλέπουσι. Corpus enim est oculus. Ponatur ergo diameter visus (quem postea docebit venari) F.V. producãturque lineæ H.F, V.L, & V.K. quoad concurrant, vt in R. Tamen primi anguli, & minoris apex paulo longiùs cadet à puncto F. quàm vertex maioris. Erit tamen insensibilis distinctio vtriusque casus. Inuentis hoc pacto exactissimè acuminum punctis, describatur propinquiori, seu acumine maioris anguli, vt centro circulus, quolibet interuallo, diuidaturque quarta pars circumferentiæ istius circuli in 164. partes, deinde eadem secetur in 200. Siquidem arcus subtensus prædicto maiori angulo inuenietur minor quàm vna centesima sexagesima quarta pars quadrantis, sed maior quam vna ducentesima eiusdem. Et quoniam iste anguli apex est instar centri circuli, per quem sol mouetur: Circulus verò descriptus eundem illum circulum solaris motus refert, sequitur corpus solis, vt obseruatione repertum est, accommodari non maiori angulo, quàm sit maior inuentorum, & ipsum corpus Solis minùs occupare quam $\frac{1}{164}$ quadrantis sui circuli, magis verò quam eiusdem $\frac{1}{200}$.

Cæterum hic solis angulus exacta temporis obseruatione, quo solis corpus totum supra horizontem euehitur capi potest: Ctesibius sua Clepsydra in hoc negotio olim vsus est. Eius exemplo habeas arenarium horologium, cuius effluxu exactissimè hora compleatur: tum in sereno diluculo attende diligenter primum momentum, quo sol oriri cæperit, eoque verte vasculum, & fluat quamdiu solis corpus ascenderit, quod vbi totum primò intueberis, statim inuerte. In solem verò poteris affigere oculos, si ipsis bombicinum velamen raris filis contextum obduxeris. Inuerso ergo vasculo collige diligenter ambas pulueris partes: qualis enim erit quod effluxerit, particula

Vide Macrobium l. 1. in somnium Scipio. c. 20.

totius, talis erit quindecim graduum circuli zodiaci, arcus quem solis dimetiens subtendet. Sit verbi gratia qui effluxerit puluis $\frac{1}{87}$ totius quo hora mensuratur. Cum etenim integris 85. respondeant 15. gradus, quota trium pars erit 31. min. 46. sec. fere, isqueest angulus quo Sol videtur. Nec tamen dissimulandum, horis 24. diei, præter 360. gradus quos Sol percurrit, inambulare præterea arcum respondentem ei quem in die proprio motu descripserit. Is arcus sit 60. min. Ex his itaque singulis horis contingent 150. sec. quibus iunctis cum 15. gr. seu 54000. sec. reddūtur pro hora 54150. sec. quæ tandem diuisæ secundum rationem $\frac{1}{87}$ cedent paululo pulueris quo angulus intuitionis Solis designatur, 31. min. 51. sec. Hinc perspicuum est, in his obseruationibus tantillum temporis etiam sensu percipi, nec subterfugere calculum. Quinetiam interest qua anni tempestate obserues. Hieme arculus ille maior est quam sit æstate. Quo enim sol nobis proximior est, qualis in bruma, maiores in zodiaco describit arcus, maiorésque dies naturales constituit: quò contra longius à terris abest, vt in æstiuo solstitio, minores prostaphæreses habet, breuiorésque naturales dies reddit. De hoc Archimedis loco agenti mihi quondam cum illustrissimo, omniumque scientiarum miraculo tenus ac linguarum peritissimo Cardinale Perronio, meminit statim ipse Clepsydræ Ctesibij Et qui tunc etiam aderat, singulari pietate, maximaque sacrarū literarum peritia ornatissimus D. de Marnef, rationum regiarum præfectus Basilium retulit eundem solis angulum metiri itinere quod pari velocitate quis tempore solaris assurrectionis supra finitorem ierit. Idem tandem vmbratili gnomone varijsque alijs modis exequi possumus.

5. Τὸ δὲ μῆκος τῆ ἀπὸ τοῦ ὄμματος τῆ ὄψις. Iam inuestigemus diametrum visus. Excipiantur duo æquales cylindruli H.G, K. I. qui visui exponantur super plano seu trapezio, vt in figura patet, dispositi in rectam lineam, & alter sit è regione alterius secundum vtriusque longitudinem. Et quidem remotior ab oculo, vt K. I. exhibeatur albus, alter vero G. H. proximior oculo, fuluior capiatur: sic enim verius ab oculo distinguentur. Diameter visus primo supponatur esse C. qui minor sit diametro basium cylindrulorum. Tunc enim sola propior basis cylindrorum ab oculo cernetur. Radij enim cuiusmodi sunt C. G. Q. & C. G. P. proijciuntur ad latus, nec ad quodcumque cylindricæ superficiei punctū perueniunt: propterea ipsa non videtur. Cōtra si pupillæ diameter fuerit T. maior diametro G. G. statim ambo cylindruli intercipiētur à visu, vt proiectis in eos radijs, quales sunt T O, T. N. apparet. Denique si visus fuerit æqualis crassitiei cylindrulorum, radij emissi latera cylindrorum lambent, vt M. N, M. O. qui æquidistanter progressi quasdam tantum notulas albicantis superficiei ad oculum referent. His igitur experimentis visus diametrum inuestigabimus, & eo inuento, habebimus lineam F. V. superioris obseruationis, qua deinde mediante apex anguli quo sol videtur, ignorari non poterit.



5.

a per 4. Axiom. optices.

6 Οὐ πλείονι πάτῳ. Hoc est, tum demum diametrum visus inueniſſe putamus, cùm non ampliori spatio disgregantur radij visus, sed exactè cylindrulos comprehendunt, eosq; ὡς σφηνοειδῶς insequuntur. Quando enim in nullum punctum cylindricæ superficiei feruntur, sed in immēsum locū abeunt, vt C. P, C. Q. tunc maior est diameter basis cylindri diametro visus. Deinde cum in apicem desinunt, comprehenduntque totos cylindros, vt T. V, T. k. maior est diameter visus crassitie expositi cylindri. Duntaxat ergo æquales sunt ambo diametri, cum radij ducuntur vtrinque paralleli, nec ampliori

6

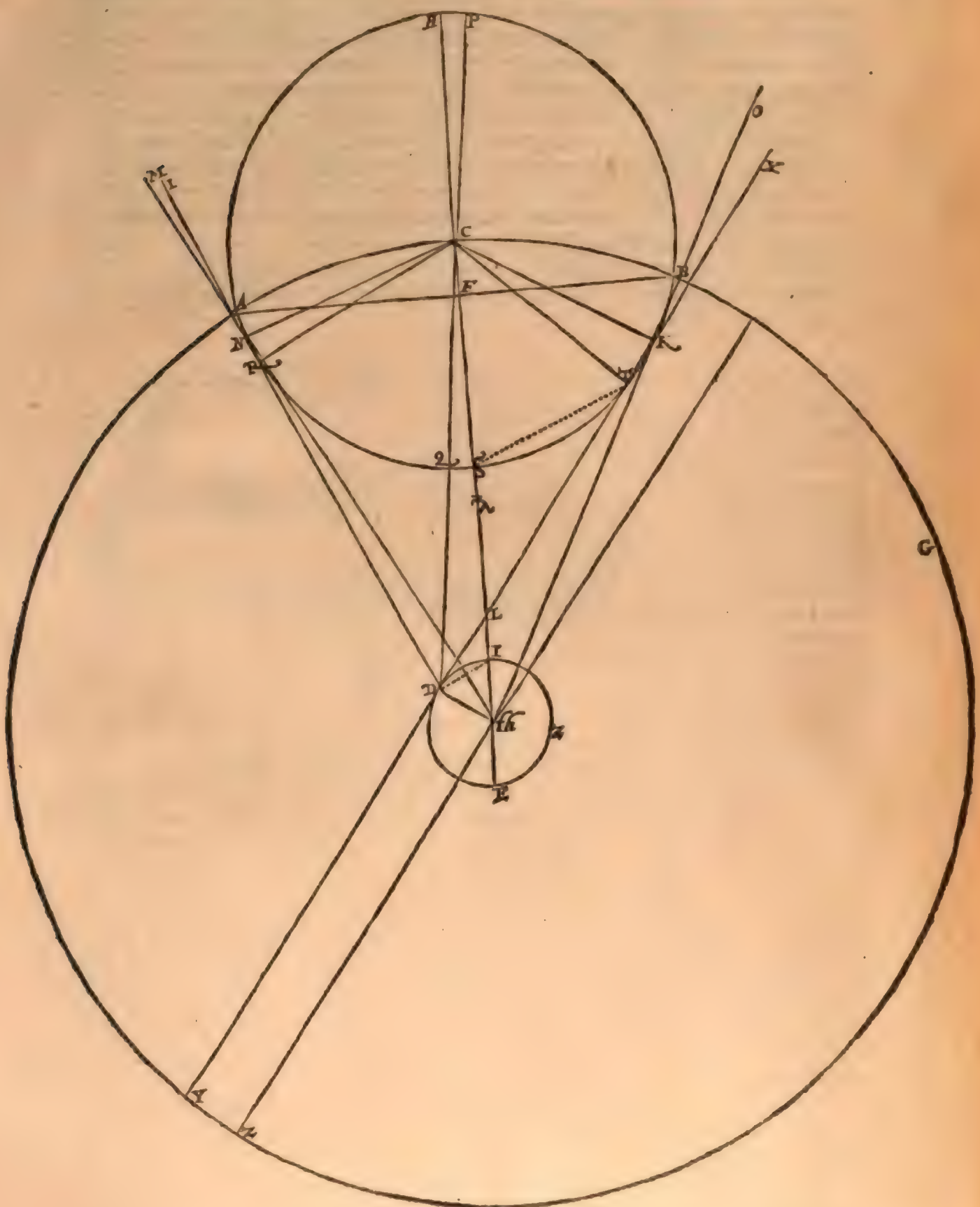
ſpatio quàm cylindrorum latera à ſe inuicem diſtant.

7 Ἐπεὶ δὲ μείζων ἐστὶ ὁ ὑπὸ Δ.Χ.Ω τῆς ὑπὸ Δ.Χ. quoniam ponitur, vt inquit Archimedes, ὁποία ἐστὶν ἡ ἐπιζευγνυμένη ἐφαπτομένη τοῦ

linea tangens ſolem D. T. X. ſi producatur ab alia parte circuli in Y. ipſa circulũ Ho-

a per 13 l. 3. b per 8. l. 1. c 5. & 24. prop. optices Euclidis.

rizontis referet: qui cùm itidem tangat terram in D. ducta th. D. ſit a angulus rectus th. D. T. & obtuſus alius th. D. C. quem ſubtendens th. C. maior eſt quàm b D. C. Proinde viſus ſol à puncto D. cernitur maiori angulo L. D. X. quàm ſit M. th. O. quo à remotiori puncto th. ſpectatur, per ea quę demonſtrantur c in opticis.



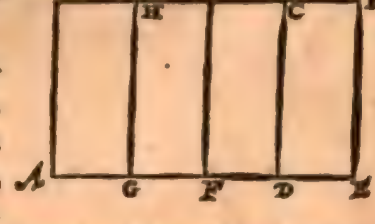
8 Δι' ἀκριβείας γνῶναι ἀπὸ τῆς δ. λ, δ. ξ. Scilicet per obseruationes præcedẽtes. Angulus enim L. D. X. is est quo sol è superficie terræ cernitur.

9 Δι' α. β. δ' ἧς ἐλάττων ἐστὶ τῆς ἑξηκοστῆς. Nam A.B. linea arcum circuli A.B.G. subtendit, quem etiam capit angulus M. th. O. seu A. th. B. minor angulo L. D. X. At angulus L. D. X. quo sol videtur, est minor centesima sexagesima quarta parte anguli recti, ex obseruatione: Angulus itaque M. th. O. multo minor est quam $\frac{1}{164}$ recti. Vt autem se habet hæc recti anguli pars ad 4. rectos, ita se habet [a] arcus dicto exceptus angulo, ad totam circuli circumferentiam. Atqui $\frac{1}{164}$ recti est $\frac{1}{656}$ pars quatuor rectorum. Ergo arcus dicto exceptus angulo est periferiæ totius circuli $\frac{1}{656}$. Vt igitur angulus M. th. O. est minor quam $\frac{1}{164}$ recti, eundem minorem fateri possumus quàm sit $\frac{1}{656}$ quatuor rectorum. Ex consequenti arcus A. C. B. deficit ab vna sexcentesima quinquagesima sexta parte circuli A. C. G. seu firmamenti. Hunc vero arcum subtendit A. B. Concludamus ergo cum Archimede, τὴν α. ε. δ' ἧς ἐλάττονα εἶναι τῆς ἐπιπυέδου τῆς ἐν τῷ ἡμικυκλίῳ ἑξακοσιοστημορίου τῆς τοῦ α. β. γ. κύκλου περιφερείας ἐλάττονα. [a] per coroll. 33. l. 6.

10 Δι' ἐγγεγραμμένου πολυγωνίου ἰσοπλεύρου, &c. Hoc est Polygoni, sexcentorũ quinquaginta sex laterum, inscripti circulo qui sit in mundo maximus.

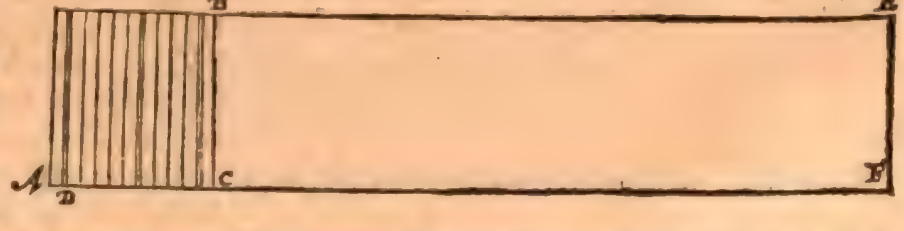
11 Ἡ τὴν μ. δ. πρὸς τὴν ζ. Si comparasset Archimedes ambitum illius polygoni ad totã diametrum, dixisset rationem esse minorem ἢ τὴν κ. β. πρὸς τὴν ζ. At cum ambitum illum conferret tantum cum radio, antecedentem numerum duplicauit. Cum enim tota circũferentia circuli sit [b] in minori ratione ad totam diametrum, quam 22. ad 7. eadem est ad radium seu ad semissem diametri in minori ratione quam 44. ad 7. qualium enim 7. erit radius, talium erit diameter 14. At qualium est diameter 14. talium est περίμετρος 44. ferè. Porro multangularis figuræ costarum 656. inscriptæ circulo qui sit in mundo maximo, ambitus minor est [c] circuli circumferentia. Multo ergo minorem rationem habet ambitus illius figuræ, ad mundi radium quàm 44. ad 7. vel ad mundi diametrum quam 22. ad 7. [b] per 3. lib. de dimens. circuli. [c] per 3. hypothesin li. 2. de sphær. & cylind.

12 Ἐλάττονα ἐστὶν λόγον ἔχει ἡ α. β. πρὸς τὴν ὑπ. κ. ἐπὶ ια. πρὸς ζ. α. ρ. μ. ε. Latus enim polygoni 656. costarũ, maius est latere A. B. vt mox probauimus. Proinde A. B. ad th. C. multo rursus minorem habet [d] rationem, quàm illius polygoni latus ad eandem th. C. At vero vt 44. ad 7. ita sunt [e] 656. ad $104\frac{8}{11}$ seu ad $\frac{1148}{11}$. Ambitus ergo polygoni mille angulorum habet ad th. C. minorem rationem quam 656. ad $\frac{1148}{11}$. Sed vt vnum latus illius chiliagoni ad totum ambitum, ita est [f] 1. ad 656. Ergo latus chiliagoni habet ad th. C. minorem rationem quam 1. ad $\frac{1148}{11}$ hoc est quam 11. ad 1148. Vt enim est integrum ad numerum ruptum, sic est consequens seu denominator rupti ad antecedentem seu numeratorẽ v. g. 1. ad $\frac{3}{4}$ est vt 4. ad 3. Sit enim rectangulum A. B. cuius latus A. E. diuidatur [g] quadrifariam in punctis G. F. D. à quibus excitentur [h] parallelæ dirimentes quoque A. B. in 4. æquales partes. [d] per 8. l. 5. [e] per 19. l. 7. [f] per 15. l. 5. [g] per 10 l. 6. [h] per 31. l. 1.



[i] per 1. l. 6.

ΑΠΟΔΕΙ. Est A. C. ex diuisione $\frac{1}{4}$ totius A.B. At A.B. integrum est [i] ad A. C. vt A. E. ad A. D. Et A. E. ad A. D. vt 4. ad 3. Ergo 1. est ad $\frac{3}{4}$ vt 4. ad 3. Deinde quia qualium A. C. est 3. talium est A.B. 4. si posuerimus A.C. integrũ, erit A. C. ad A. B. vt 1. ad $\frac{3}{4}$. Sed A. C. est [l] ad A. B. vt A. D. ad A.E. hoc est, vt 3. ad 4. Ergo 1. est ad $\frac{3}{4}$ sicuti 3. ad 4. Verum ὅτι τὸν Ἀρχιμήδη ἀσυμπώτως, sit rectangulum A. B. cuius basis A. C. secetur in 11. partes æquales, quarum vna sit A. D. quæ præterea repetatur in C.F. millies, centies & trigesies septies: ita vt sit tota A.F. 1148. vndecimarum partium lineæ A. C. & demum absoluatur parallelogrammum A. E. [l] per 14 quã iam ostendimus.



ΑΠΟΔ. A. C. est ad A. F. vt 1. ad $\frac{1148}{11}$ hoc est vt 11. ad 1148. Atqui A. B. est ad A. E. vt A. C. ad A. F. Vnum ergo A. B. est ad A.E. vt 1. ad $\frac{1148}{11}$ hoc est vt 11. ad 1148. quod fuit probandum. Porro si latus chiliagoni minorem habeat rationem ad th. C. quam 11. ad 1148. multo minorem rationem habet [m] A. B. ad eandem th. C. quam 11. ad 1148. cũ sit A. B. illo latere minus. [m] per 8. l. 5.

13. Ωστε ἐλάσσων ἐστὶν ἡ Β. α. τοῦ Θ. κ. ἑκατοντημορίου. Atqui 11 minorem partem efficiunt quam centesimam numeri 1148. Multo igitur minus erit A. B. quàm pars centesima radij th. C. Nam centesima pars numeri 1148. est $11\frac{12}{25}$ quæ rursus est ad 1148 in maiori ratione quã 11. ad eadem 1148. Cæterum melioris notæ Astronomi ab hoc calculo non multum abhorrent. Ptolemæus enim inuenit th. C. esse 1210. fere partium, qualium vna est th. D. Tum A. B. esse earumdem $11\frac{1}{2}$. Proinde A. B. Ptolomæo fuit ad th. C. vt 1. ad $108\frac{1}{22}$ hoc est minor quam vna centesima ipsius th. C. Copernicus verò qui negotium hoc paulo seuerius inquisiuit: vbi apparentem Solis diametrum vt A. B. supposuit 31. min. & 48. sec. vnius partis, qualium totus circulus A. C G. est 360. Hoc est vnam esse sexcentesimam & octuagesimam ferè partem totius circuli (nec enim sensibile discrimen est inter rectam A. B. & arcum A. C. B.) concluſit th. C. esse 1179. p^m. qualium vna est th. D. Aut qualium A. B. est 10. p^m. 34. min. Ita vt statuerit A. B. seu diametrum Solis esse lineæ th. C. seu distantiæ Solis maximæ à centro terræ vnam centesimam & vndecimam partem cum semisse. Manet ergo consentaneè Archimedi A. B. semper minorem esse quam centesimam partem distantiæ th. C. Porro plurimum dissentit veteris Aristarchi calculus in libello qui extat de magnitudinibus & distantijs Solis & Lunæ. Illic enim distantia qua Sol abest à terris, ad Lunæ distantiam qua nobis apparet, fere est [a] vt 19. ad 1. Atqui Lunæ diameter minor est [b] quam duæ quadragesimæ quintæ partes distantiæ ipsius à nobis, maior verò quàm vna trigesima eiusdem. Ponatur ergo ipsa $\frac{1}{37}$. Etenim sic erit Solis diameter eiusdem distantiæ Lunæ à terris $\frac{19}{37}$ cum qualiũ Lunæ diameter est 1. talium sit dimetiens Solis 19. Verùm Solis diameter est [c] ad terræ diametrum fere vt 19. ad 3. hoc est continet terræ diametros fere $6\frac{1}{3}$. Vnde sequitur illam Lunæ distantiam à terris esse diametrorum terræ 9. proximè. Vel cum diameter Lunæ sit ad diametrum terræ in minori ratione quam 43. ad 108. ponatur esse proximè vt 41. ad 108. Etenim cum Lunæ diameter sit $\frac{1}{37}$ distantiæ ipsius à terris, erit rursus eadem distantia diametrorum terræ $9\frac{135}{108}$ vt prius: Quæ cum sit [e] paulo maior quam vna vigesima pars distantiæ Solis à terris, sequitur Solem disiungi à nobis per 180. duntaxat diametros terræ, seu per 360. semidiametros terrenos, pœnitendo quidem errore, qui ex falsis hypothesibus Aristarcho natus est. Nec enim vmbræ latitudo in loco transitus est duarum Lunarum, vt supponit [e], sed potius est ad Lunæ diametrum vt $80\frac{1}{2}$ ad 150. vti nos in theoricis planetarum ostendimus. Tum falsum est Lunam subtendere quintam decimam partem signi, vt Aristarchus accipit [f], hoc est 2. gr. quin potius in infima etiã absde, qua maxima videtur, subtendit solum 35. min. 1. sec. in summa verò absde 29. min. 30. sec. Tandem secundum Aristarchum esset A. B. $\frac{1}{30}$ tantum lineæ th. C. non pluſquam $\frac{1}{100}$ vt concludit Archimedes.

a per prop. 7
b per 11. c
iusdem.
c per 15.
d per 17.
e Quarta hypoth.
f Quinta hypoth.

14. Διότι δὲ ἡμικύκλια αἱ περὶ Α. Φ. ἴσα ἐστὶ τοῖς περὶ Χ. Ρ. Triangulorum A. th. F. & C. th. R. anguli ad F. & R. sunt [g] recti & πρὸς τῇ κατακορυφῇ, angulus verò ad th vtrique communis. Ergo reliquis existentibus æquis, vt th. C. est æqualis ipsi th. A. sic basis A. F. manet æqualis basi R. C. seu semidiametro C. S. Et tota A. B. toti diametro S. H. Qui proinde diameter S. H. minor est quam vna centesima totius th. C.

g per 3. & 28. l. 3.

15. Ωστε ἡ Θ. ε. πρὸς τὴν υ. ς. ἐλάσσονα, &c. Cum enim C. S. & th. I. non sint $\frac{1}{100}$ totius th. C. ipsi C. S. iungamus S. λ vt sint C. λ. & th. I. vna centesima ipsius th. C. reliqua vero λ. I. $\frac{99}{100}$ Igitur tota th. C. ad λ. I. erit vt 100. ad 99. Eadem proinde th. C. ad maiorem I. S. minorem habebit [h] rationem quam 100. ad 99.

h per 8. l. 5.

16. Αἱ διὰ τ. υ. ἐλάσσονες τῶν δ. τ. Iungantur τῷ χόρδαν Archimedis lineæ D. I. & S. T. vt fiant [i] anguli D. L. Z & T. S. Z. obtusi, cum sint [l] D. I. th. & F. S T. acuti. Sic enim Z. T. & Z. D. hoc est tota D. T. maiores erunt [m] duabus Z. S. & Z. I. seu tota S. I.

i per 31. l. 3.
l per 17. l. 1
m per 19. l. 1

17. Ἐλάσσων ἄρα λόγον ἔχει ἡ Α. Θ. ρ. πρὸς τὴν δ. τ. &c. Linea th. C. ad S. I. minorem habet rationem quam 100. ad 99. Ad eandem ergo S. I. minor th. R. quã sit th. C. Quia th. R. pars est totius th. A. æqualis ipsi th. C. minorem multo rationem habebit [n] quam 100. ad 99. Eademque th. R. ad D. T. maiorem ipsa S. I. adhuc in minori ratione est [n] quam 100. ad 99.

n per 8. l. 5.

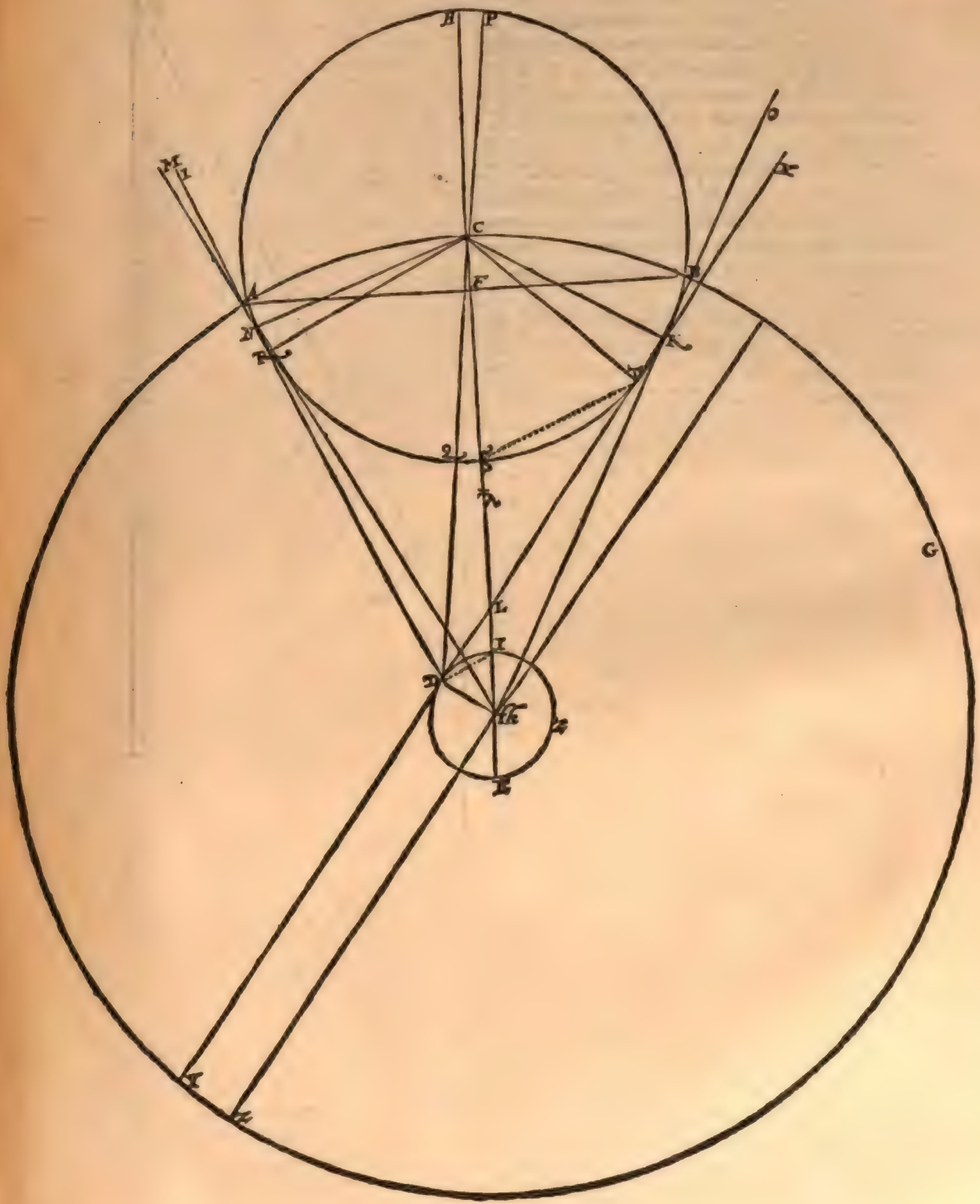
18. Αἱ δὲ th. R. D. T. ἄνισοι. Et quidem th. R. maior est quam D. T. Nam th. R. th. K. sunt [o] æquales. Atqui tota D. K. minor esset quam th. K. [p] quia angulus th. D. K. in contactu rectus est. [q] Multo ergo minor est D. T. quàm th. K. seu quam th. R. Verum quia D. T. producta versus X. non ad vnguem transit per K. illud patebit rursus hoc modo. Producatur D. C. in P. & quia D. C. minor est ostensa radio th. C. rectangu-

o per penult. l. 1.
p per 19 & 47 l. 1.
q per 18 l. 3.

lum sub D. P, D. Q. minus est rectangulo sub th. H. & th. S. Ergo quoque quadratum D. T. minus est [a] quadrato th. R. & D. T. minor quam th. R. Cæterum concludit quidem Archimedes th. R. minorem habere rationem ad D. T. quam 100. ad 99. At vero hinc non satis liquet th. R. esse maiorem quam D. T. Etenim si ponatur th. R. 100. necesse est D. T. esse plus quam 99. vt ad D. T. habeat th. R. rationem minorem quam 100. ad 99. Sed si non duntaxat ponamus D. T. esse 99. at amplius vt v. gr. 120. rursus th. R. habebit [b] ad D. T. vel ad 120. minorem rationem quam 100. ad 99. oportuit ergo

[a] per penult. l. 3.

[b] per 8. l. 5.

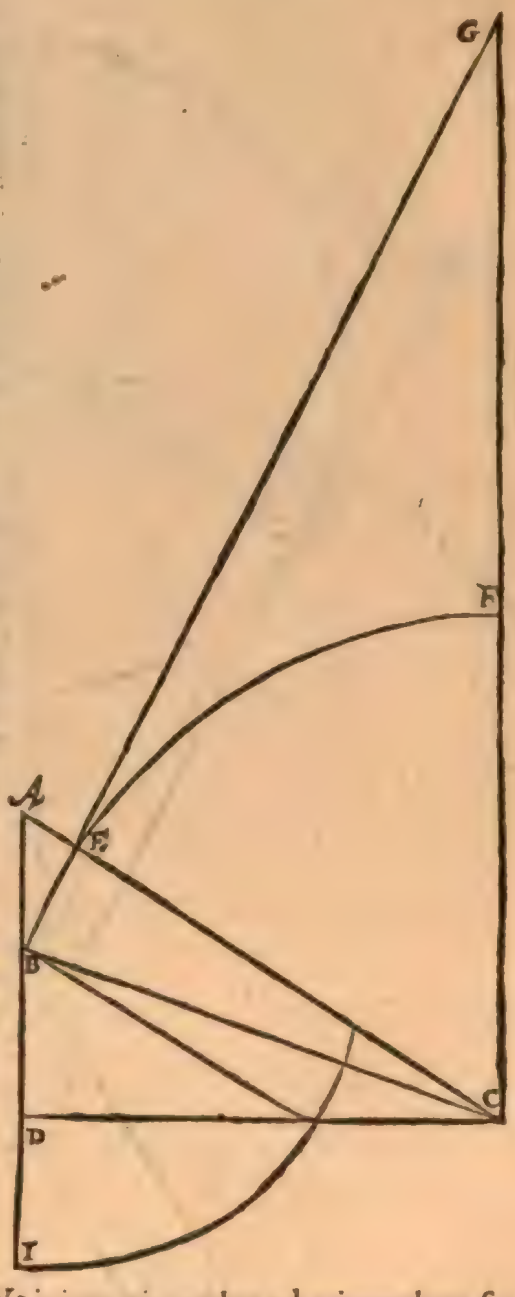


claris ostendisse th. R. esse minorem quam D. T. & quidem particella quæ sit inter 99 & 100. Etenim posita th. R. 100. erit D. T. plusquam 99. minus tamen quam 100.

19 Καὶ μείζων ἀ τ. δ. κ. γωνία ἐστὶν ἡμίσεια ὀρθῆς, &c. Angulus enim totus L. D. X. seu R. D. T. ostensus est antea maior toto M. th. O. Ergo primi semissis T. D. C. maior est[a] semisse secundi R. th. C.

[a] per 15 l. 5.

20 Εἰ δὲ κ. α. δύο τετράγωνοι ἀφῃρήσθωσαν, &c.



ΥΠΟΘ. Sint trianguli A. D. C, B. D. C. rectanguli, angulumque D. rectum habentes, & circa ipsum D. C. adiunctam communem & in vtroque æqualem, ἑκάτερος vero A. D, B. D. inæquales, A. D. maiorem, B. D. minorem, demum hypotenusarum A. C. maiorem[b], B. C. minorem.

[b] per 19 l. 1

ΣΥΜΠΕ. Dicit Archimedes angulum D. B. C. maiorem[c] imparibus lateribus contentum, esse in maiori ratione ad angulum A. minorem inæqualibus quoque comprehensum lineis, quàm sit A. C. ad B. C. in minori vero quàm sit A. D. ad B. D.

[c] per 16 l. 1.

ΚΑΤΑΣ. Lateri A. D. fiat[d] parallela C. G. Et quoniam C. A. maior est[e] quam B. C. fiat C. E. ipsi C. B. par, centroque C. & interuallo C. B. circuli periferia agatur B. E. F. Tum à puncto B. per E. recta ducatur B. E. G. incidens in C. G. lineam puncto G. extra circumferentiam B. E. F. quia cum secet eam in puncto E. à parte interna, in externam percurrit. Rursus à puncto B. lineæ A. C. parallela ponatur[d] B. H. centroque B. & interuallo B. H. describatur arcus I. H. K. Qui quoniam latus B. H. subtensum recto maius est[b] latere B. D. incidet extra triangulum B D. H. sed resecabit triangulum B. H. C. quia B. C. excedit[b] B. H. vt subtendens obtusum angulum B. H. C.

[d] per 31 l. 1.
[e] per 15. l. 1.
[b] per 19 l. 1

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Trianguli A. E. B, E. C. G. quia anguli ad E. sunt[e] æquales, tum angulus A.[f] par alterno A. C. G. reliquus reliquo æquatur, [g] & latera habent[h] proportionalia B. E. ad E. A. vt G. E. ad E. C. & vicissim[i] B E. ad E. G. vt A. E. ad E. C. & componendo[l] B. G. ad E. G. vt A. C. ad E. C. Atqui vt B. G. ad E. G. sic est triangulus B. G. C. ad triangulum E. C. G. Vt igitur triangulus ad triangulum, sic est A. C. latus ad E. C. seu[m] ad latus æquale B. C. Verum sector B. C. E. continet triangulum B. E. C. Nam B. E. ingreditur circulum. Igitur sector B. C. E. maiorem habet[o] rationem ad triangulum E. G. C. quam triangulus B. E. C. ad eundem E. G. C. triangulum. At vero idem sector B. C. E. ad alium sectorem E. F. C. maiorem adhuc rationem habet,[o] quàm ad triangulum E. G. C. Ergo multo maiorem habet sector B. E. C. ad sectorem E. C. F. rationem, quàm triangulus B. E. C. ad triangulum E. C. G. Et componendo[l] totus sector B. C. F. ad sectorem E. C. F. hoc est[p] angulus B. C F. ad angulum E. C. F. maiorem rationem habet, quàm totus triangulus B. G. C. ad triangulum E. C. G. hoc est quam A. C. ad B. C, vt ostendimus. Atqui angulus B. C. F. est[f] angulus D. B. C. tùm altera E. C. F. est angulus A. Itaque angulus D. B. C. ad angulum D. A. C [q] μείζονα λόγον ἔχει ἤπερ ἡ ἐλάσσων πρὸς τὴν ἐλάσσονα.

[f] per 29. l. 1.
[g] per 32. l. 1
[h] per 4. l. 6.
[i] per 16. l. 5.
[l] per 18. l. 5.
[m] per 7. l. 5.
[n] per 2. l. 3.
[o] per 8. l. 5.
[p] per 33 l. 6.
[q] per 11. l. 5

Altera pars conclusionis sic patebit. Trigonus B. H. C. ad trigonum B. D. H. in maiori ratione est, quàm sector B. H. K. ad eundem B. D. H. trigonum. Atqui sector ad sectorem B. I. H. minorem adhuc rationem habet[o] quàm ad trigonum B. D. H. Igitur

trigonus

trigonus B. H. C. ad trigonum B. D. H. maiorem habet rationem, quam sector B. H. K. ad sectorem B. I. H. Et coniunctim totus B D. C. ad partem B. D. H. hoc est [a] D. C. ad D. H. vel (ob triangulorum A. D. C. & B. D. H. similitudinem quam causatur [b] parallela B. H. basi A. C. A. D. ad B. D. maiorem rationem habet quàm sector I. B. k. ad sectorem I. B. H. hoc est quàm angulus D. B. K. ad angulum D. B. H. vel ad A. æqualem [c] vt proposuimus.

[a] per 1. l. 6.
[b] per 2 & 4. l. 6.
[c] per 29. l. 1.

ΕΠΙΦΟΡΑ.

Hinc deducimus angulum maiorem D. B. C. habere ad excessum quo superat angulum A. minorem rationem quam A. C. ad excessum quo superat B. C. maiorem vero quam A. D. ad excessum quo superat B. D. Angulus enim totus D. B. C. in maiori ratione est [d] ad angulum A. sui partem, vt minorem, quam A. C. ad E. C. sui partem vel ad B. C. Ergo idem D. B. C. minorem habet [e] rationem ad B. C. A. vel C. B. H. angulum sui reliquum [f] seu quo superat angulum A. quam A. C. ad sui reliquum A. E. quo nempe superat B. C. Verum quia rursus idem angulus D. B. C. minorem habet rationem ad A. quàm A. D. ad B. D. sequitur [d] eum habere rationem maiorem ad excessum B. C. A. quam A. D. ad excessum A. B. vt vult Theodosius.

[d] per præcedentem demonstr.
[e] per 1 lemma ad 31. lib de conoidib & sphæroid
[f] per 29. l. 1.

21 Ὅτι ἀγωνία ἀ ὑπὸ ΔΒΓ. λ, δ. ξ, &c. Concluſit prius triangulorum rectangulorum th. C. R. & D. C. T. angulum T. D. C. ad angulum R. th. C. maiorem habere rationem quàm th. C. ad D. C. quæ ambo subtendunt rectos: minorem vero quàm th. R. ad D. T. quę ambo tangunt rectos, illudque ostendimus [g]. At vero anguli T. D. C. duplus est angulus L. D. X. tum alterius R. th C. duplus quoque est M. th. O. Proinde duplus ad duplum nempe L. D. X. ad M. th. O. maiorem habet [h] rationem quam th. C. ad D. C. minorem vero quam th. R. ad D. T. seu quam 100. ad 99. Ita vt angulus M. th. O. æquivaleat anguli L. D. X. diuisi in centum partes, pluribus earum quàm 99.

[g] Superiori propositi.
[h] per 15. l. 5

22 Εἶτα ἀγωνία ἀ ὑπὸ ΜΘ. μ. θ. ν. μείζων, &c. Quoniam vt 1. est ad 100. ita sunt [i] 100 ad 10000. si recti diuisi in 200 partes, angulus L. D. X. maior quam vna earum fuerit, vt ostensum est, sequitur recto itidem diuiso in 20000. eundem angulum L. D. X. æquivalere pluribus earum quam 100. At angulus M. th. O pluribus æquivalet partibus quam 99. anguli L. D. X. in 100. dilecti. Ergo recti itidem dissecti in 20000. partes multo pluribus quam 99. earum angulus M. th. O. æquivalebit.

[i] per 19. l. 7.

23. Ὅτι μείζων ἐστὶν ἡ ὑπερβολὴ τῆς ὑπὸ, &c. Quo quidem posito rectè sequitur angulum M. th. O. multo maiorem esse quam vna partium 203. in quas rectus secaretur. Nam vt sunt 99. ad 20000 ita est [i] 1. ad $202\frac{1}{99}$. Cum ergo M. th. O. angulus sit maior partibus 99. earum 20000. in quas rectus diuideretur: sequitur quod recti diuisi in $202\frac{1}{99}$ sit idem angulus M. th. O. maior earum vna. Et ergo citiùs maior erit quam vna 203. partium recti. Et ex consequenti quam vna octingentarum duodecim in quas 4. recti secarentur. Ideo demum subtendit maiorem partem circumferentiæ circuli A. B. G. quam octingentesimam duodecimam. Quem vero arcum subtendit angulus M. th O. eundem subtendit linea A. B. Igitur linea A. B. subtendit arcum maiorem quam sit $\frac{1}{811}$ circumferentiæ A. B. G.

24 Τῇ δὲ α. β. ἴσα ἐστὶν ἡ τοῦ ἡλίου διάμετρος. Non quidem est A. B. diameter Solis, quia nec transit per centrum corporis solaris, nec manet intra limites globi solaris. Extra enim solem egreditur, vt ad externas lineas th. M. & th. O. perueniat. At verò diametro Solis S. H. iam linea A. B. æqualē demōstrauit. Cæterum si A. B. vel diameter solis maiorē partē subtendat quā octingentesimā duodecimā firmamenti, vt mox concluſimus: multo maiorē subtendet quā eiusdē millesimā, quæ octingentesima duodecima minor est, & proinde maior erit latere figuræ mille angulorū in circulo mundi maximo inscriptæ. Nec vero turberis si Solis diametrum cōcluserit Archimedes subtrahere maiorem partem quam millesimam, nunc circuli A. B. G. quo sol defertur, nunc firmamenti à

quo sol longissimè abest. Nam de primo absolutè verum est: de secundo autem intelligitur: verùm habita ratione loci in quo Sol est: & nobis apparet. Ostendit quidem A. B. maiorem circumferentiæ A. B. G. partem quam millesimam occupare: Et quia omnium circulorum homocentricorum lineæ à centro eductæ proportionales partes resecant (iam mittimus eccentricitatem solis quæ in his hypotheseon adauctionibus vix sentitur) sequitur videntibus nobis etiam zodiaci circuli, Solem pluspuam millesimam partem abscondere: quamquam fatear diametrum solis re vera accommodatum circumferentiæ maximi circuli zodiaci seu firmamenti, forsan multo breuiorem arcum intendere.

25 Ἡ τοίνυν μυριὰκις μυριάδες ρ̄. Hæc verba sonant decies millies decem millia centies sumpta: quia ergo 10000 in 10000 ducta reddunt 100.000.000; hæc per 100 multiplicata, faciunt 10 000 000 000, summam ab Archimedę significatam.

26 Ὧν ἡ σεσίμυθος τῷ χιλιαγώνῳ ἐλάσσων, &c. Hoc est diameter terræ est plusquam $\frac{1}{10000}$. ambitus figuræ mille angulorum mundo inscriptæ.

27 Τὰς δὲ πλευρὰς τοῦ κόσμου μείζονι πεντακισ, &c. Sit circulus A. C. D. E. in eoque inscriptũ hexagonum A. B. C. D. E. F. Quoniam enim latus hexagoni radio circuli æqualis est[a] diameter A. D. duobus lateribus A. F, F. E. quæ tertiam perimetri hexagoni complent, par est. Resecentur bifariam arcus[b] quos latera subtendunt punctis G. H. I. K. L. M. iunganturque lineæ quæ ἑπτάγωνον constituant. Siquidem quæque duo latera dodecagoni maiora erunt[c] quolibet latere hexagoni. Et proinde totus ambitus dodecagoni maior est ambitu hexagoni & ergo maior quam triplus diametri circuli. Quod si rursus secentur arcus subtensi à lateribus dodecagoni: inscribaturque circulo figura plurium quam 12. angulorum, adhuc crescet eius ambitus. Hinc liquido patet quanto maior sit ambitus figuræ mille angulorum maximo mundi circulo inscriptæ, quàm mundani diametri triplus. Ergo ponatur iste ambitus partium esso 30.000. Harum diameter terræ maior est vna, diameter verò mundi minor decies millibus. Hinc patet diametrum terræ multo maiorem esse vna decem millium partium, in quas mundi dimetiens secaretur. Proinde diameter mundi non est diametri terræ decies millecuplus.

[a] per coroll. 15. l. 4.

[b] per 30. l. 3

[c] per 10. l. 1.

28 Καὶ ἐπὶ τῶν τοιούτων ὁ ἀριθμὸς τὸ ὑπέρπαν ἔχοντες, &c. Hic oportet totam Archimedei artificij imaginem adpingere. Notandum itaque est antiquos Græcos vocabulum non habuisse, quo maiorem numerum exprimerent quàm μύρια, eoque quidem significasse 10000. Ipsum tamen repetijsse vel in obliquis casibus, vel aduerbialiter, si quem abundantiorem denotandum haberent. Sunt nempe loquutiones Græcæ istiusmodi: μυρίας μυριάδων nempè 100 000 000. δίτας μυριάδων, scilicet 1000000, ἑκατὸν μύρια videlicet 1000000. μυριάδων μυριάκις μύριαι hoc est 100. 000. 000. 000. & huiusmodi. Ita vt quinque præcipuas veluti scansiones numerorum haberẽt, μοναὶ δυάδες ἑκατοντάδες χιλιάδες & μυριάδες quæ quatuor gradus denotarent in decupla proportione. Quæ vero summæ gradum μυριάδων exsuperassent, sed intra cancellos μυρίων μυριάδων continerentur, eas repetitione præcedentium graduum expressissent, vt 10145. Græci dixissent πέντε καὶ τετρακόσιαι χιλιάδες καὶ μύρια. Tum 400 000. illis essent τετρακόσιαι μύρια seu πᾶσαι ἑξήκοντα μύριαι. Et 1000000 μυριακισχίλιαι seu χιλίακις μύριαι, & huiusmodi. Audiamus Herodotum dies annorum 70. communium præfinientem: ἑπτακαὶ ἑβδομήκοντα, inquit, παρέχονται ἡμέρας δισχιλίας καὶ πεντακισχιλίας καὶ δισμυρίας ἐμβολίμου μηνὸς μὴ γινομένου. Eos esse diceremus 25200. Quoniam ergo post μυριάδα dictio non erat quo cæteri gradus decuplæ progressionis exprimerentur, vtendumque erat importuna quadam μυριάδων repetitione, nec ingrata tantùm sed etiam obscurissima, Archimedes hũc scopulum deuitans, octo constituit ὀγδοάδας, quarum singulas octo gradibus composuit in decupla proportione: quorum rursus primum μοναὶ quintum μυριάδα vocat secundum & sextum δυάδα, tertium & septimum ἑκατοντάδα quartum denique & octauum χιλιάδα. In primo μοναὶ seu vnitas est simplex: at in quinto χιλιάδες est vnitas, seu quintus gradus ex Chiliadibus tanquã vnitatibus cõponitur. Μύριαι enim ex decẽ millib. cõstat, tũ quoq; δύτας quæ est in secũdo gradu, simpliciũ est vnitatũ: at δυάδες gradus sexti est myriadũ

& denique vltimæ ἑκατοντάδες χιλιὰς constant ex δεκάδος & ἑκατοντάδος μυριάδι. Ea autem est omniũ periodorum coniunctio, vt vltimus numerus & plenissimus præcedentis periodi vicem subeat vnitatis in sequenti periodo: non aliter ac fit in ἑκατοντάδι vel χιλιάδι simplicibus. Vt enim δεκὰς est veluti vnitas ἑκατοντάδος: sunt enim in Hecatontade seu centenario numero decem decades, sicut in decade sunt decem vnitates, & in Chiliade sunt decies centum, ita vt centenariùs sit in millenario loco vnitatis. Sic completa secunda χιλιὰς primæ periodi, quæ μυριὰς μυριάδων appellatur, excrescitque vsque ad 100.000 000. censetur esse vnitas secundæ periodi. Rursus secundæ periodi vltimus & completissimus numerus, qui ascendit ad 10 000 000 000 000 000 pro vnitate tertiæ periodi habetur, & ita deinceps. Character ergo primæ periodi pro reliquis sufficerit.

Σχῆμα τῆς πρώτης περιόδου.

Μονὰς	1	α.	Vnum	I.
Δεκὰς	10	ι.	Decem	X.
Ἑκατοντὰς	100	ρ.	Centum	C.
Χιλιὰς	1000	$A_{,}$	Mille	M.
Μυριὰς	10000	$I_{,}$	Decies mille	XM. vel ccIↃↃ.
Δεκὰς μυρίων	100000	$P_{,}$	Centies mille	cMↃ vel ccccIↃↃↃ.
Ἑκατοντὰς μυρίων	1000000	$A_{,,}$	Millies mille	cQↃ vel ccccIↃↃↃↃ
Χιλιὰς μυρίων	10000000	$I_{,,}$	Decies millies mille	IcQↃI vel ccccIↃↃↃↃↃ.

In vltima ergo primæ periodi decade (omnes enim enumerare plane esset inane) hi numeri sunt, 10000000, 20000000, 30000000, 40000000, 50000000, 60000000, 70000000, 80000000, 90000000, 100000000. At hic vltimus est μυριὰς μυριάδων, scilicet vnitas sequentis periodi, primamque periodum simul claudit, & secundæ præbet initium. Itavt licet in singulis periodis sint duntaxat octo decades, seu 8. interualla, tamen vltimus terminus octauæ decadis nouem characteres habet, quorum nonus principium constituit secundæ periodi. Ita additi 7. alij characteres procurrunt ad initium vltimæ decadis secundæ periodi, quam decimus septimus terminat, & simul tertiam periodum incipit. Tum vigesimus quintus character finem tertiæ periodi & principium quartæ facit, trigesimus tertius quartam complet & quintam initiatur, quadragesimus primus quintam absoluit & sextam principiat: adhæc quadragesimus nonus finis est sextæ & principium septimæ, demum in quinquagesimo septimo explicit septima & oritur octaua, quæ denique in sexagesimo quinto integra est. Hinc liquido patet omnes octo periodos, (quæ etiam pluribus adaugeri possunt) continuam numerorum progressionem in decupla proportione constituere, singulasque decades suis componi numeris. Manifestum etiam est in exprimendo numero Archimedeo ritu, distinguendos esse characteres in proprias periodos, nempe octo primos dandos esse primæ periodo, sequentes octo secundæ, & ita deinceps, quod exemplo illustrasse operæ pretium est. Numeris aliquando lusurus soliditatem mundi in gallicis miliaribus inueni ex antea demonstratis [a] esse

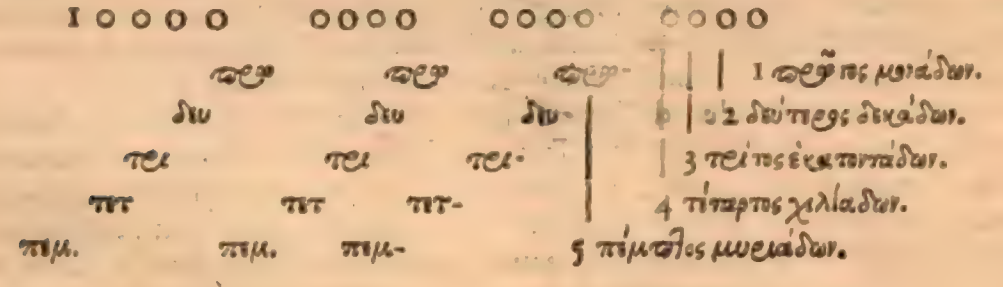
2|12. 488046|82. 789. 598| 61333332. Huius numeri diuidendi sunt characteres per octonos, initio ducto à dextra læuam versus. Nam primi octoni sunt primæ periodi: secundi secundæ: tertij tertiæ, & ita consequenter. Sic igitur Archimedes numerum hunc exprimeret: Duo quartæ periodi, duodecim millena millia, quadringenta octoginta octo millia, quadraginta sex tertię periodi: Octoginta duo millena millia, septingenta octoginta nouem millia, quingenta nonaginta octo secundæ periodi: sexaginta vnum millena millia, trecenta triginta tria millia trecenta triginta duo primæ periodi. Verum vt totam exprimendi numeri methodum intelligamus, etiam characteres cuiuslibet octadis diuidendi sunt, in quaterniones, si Græcè fit loquendum, in terniones si Latinè effari oportet. Diameter terræ in nostris milliaribus reperitur 343636363. ferè, qui numerus Græcè & Archimedicè sic diuisus:

[a] Libro de dimensione circuli.

3. 4363|6363. exprimitur τρία τῆς δευτέρας περιόδου, τρία καὶ ἑξάκοντα καὶ τριακόσια καὶ ἑξακισχίλια. καὶ τρῖς καὶ ἑξάκοντα καὶ τριακόσιαι καὶ τετρακισμύριαι τῆς τρίτης περιόδου. Latinè vero pronunciandus sic secaretur.

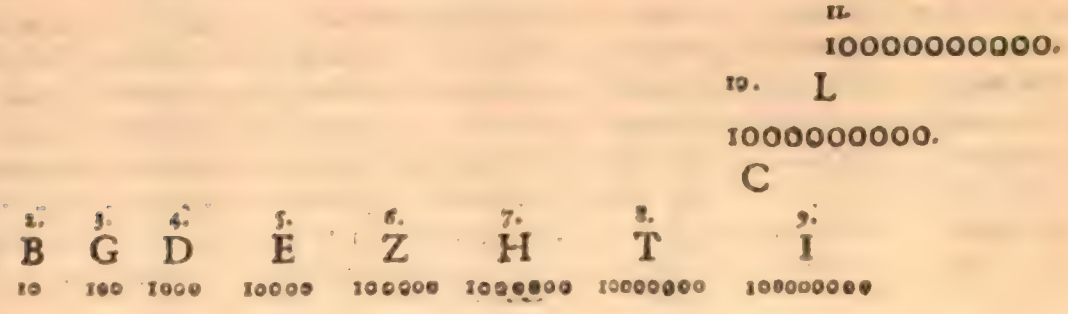
3. 43.636.363. Et esset, tria secundæ periodi: quadraginta tria millena millia, sexcenta triginta sex millia, trecenta sexaginta tria primæ periodi. Illa autem priora tria quæ dicuntur secundæ periodi, Græcè sunt τρῖς μυριάδες μυριάδων. Est enim character in tertio quaternione, qui si in quarto esset diceretur τρῖς μυριάδες μυριάδων μυριάκις. Quoti enim quaternionis est character exprimendus, toties vulgares Græci nomen μυριάδος repetunt, vno minus: haud aliter atque Latini, qui toties nomen millenarij congerunt vno minus, quoti ternionis est character exprimendus. Vt v. gr. illum vltimum characterem ternarij, qui centenarij loco reperitur tertij ternionis, effamur trecenta millena millia. Cæterum Archimedes tàm concinnè octo περιόδους assumpsit, vt quæsitus numerus mundanæ arenæ vltimam decadem octauæ periodi, secundum suppositа perfectè adæquet: propterea plures numerorum ordines non instituit.

29 Ἔστω μυριάκις μυριοστῶν ἀριθμῶν μόνας μυριάδες. Ex his quæ mox diximus colligimus facillimè hũc numerũ esse 1|0.000|000.0|00.00|0.000. Tum quia est μυριὰς μυριάδων secundæ periodi, & μονὰς proximæ sequentis periodi, & proinde ex sedecies decupla proportione ab vnitate producit numerum 17. characterum, & 16. syphrarum. Tum quia quater repetit myriadem Archimedes: pro qualibet vero quatuor syphræ sunt sumendæ. Ratio enim eadem est expressionis vel descriptionis numerorum quæ prolationis. Vt ergo antea præcepimus in proferendis Græcè numeris, diuidendos esse characteres per quaterniones ratione myriadis: sic iam idem quaternio seruandus est in depingendo numero. Cum ergo quater repetatur μυριὰς, sunt 16. adpingendæ syphræ, hoc est quater quatuor: post quas sequitur 1. decimo-septimo loco, quæ quasi gradum veluti gradum singulis restituit. Nam in omni myriade sunt quinque termini interuallo distincti decuplæ progressionis: sed in medijs finis vnius est principium alterius, vt hoc schemate vides.



Cæterùm hic numerus exsurgit ex 100 000 000. seu centum millenis millibus in centum millena millia ductis: vel ex duabus myriadibus multiplicatis per duas myriades. Propterea verti decies millies decem millia per centum millena millia, ducta.

30 Χρήσιμον δὲ καὶ τόδε γνῶναι φήσω. ὅτι ἀριθμῶν ἀπὸ τῆς μονάδος, &c. Hic Archimedes rationem tradit, qua numerorum productorum ex binis cuiusvis progressionis numeris se mutuo multiplicantibus, locum & denominationem cognouerimus: quo etiam compendio numerum inuenerimus quolibet progressionis loco constituendum. Sint etenim numeri decupla proportione ordinati ab vnitate, & numeris exprimentibus designati.



Ex illis multiplicent se G. & Z. ait Archimedes produci T. nempe gigni numerum qui tanto interuallo distet à maiori multiplicantium, quanto abest minor multiplicantium ab vnitate. Tum qui vno minus distet ab vnitate quàm sit numerus compositus ex vtrisque quibus ambo multiplicantes ab eadem vnitate absunt. Verbi gr. numerus exponens G. est 3. hoc est G. tertio loco est ab vnitate inclusiuè. Ita quoque T. tertio loco est inclusiuè ab Z. Deinde exponentes amborum multiplicantium sunt 3 & 6. qui simul conflant 9. numerum scilicet qui vno excedit numerum exponentem producti T. Hoc autem sic probatur. Quoniam enim numeri ordinantur decupla proportione, vt est A. ad B. ita Z. est ad H. & vt B. ad G. sic H. ad T. & ideo æqua ratione vt A. ad G. sic Z. ad T. Proinde quod fit ex A. in T. æquale est[a] ei quod fit ex G. in Z. sed quod fit ex A. in T. est T. ergo quod fit ex G. in Z. est T. Cum igitur nascatur T. octauo scilicet ab vnitate loco, sequitur ipsius geniti exponentem numerum vno minorem esse quam simul ambo exponentes sint binorum G. & Z. Hinc corollarij vice deducitur: Quod si sit numerus progressionis v. gr. duodecimus inueniendus, duos numeros esse sumendos quorum exponentes simul 13. constituant, hoc est superent vnitate exponentem numeri qui quæritur, quales sunt E. & T. quos exponunt 5. & 8. Ductus enim E. in T. numerum procreabit duodecimo loco constituendum.

[a] per 19. l. 7
[b] per 9. l. 7

31 Ὅτι ἴσος ἐστὶν ὁ Λ. τῷ Χ. Demonstrauit enim L. multiplicem esse ipsius T. per D. hoc est, D. multiplicantem T. producere L. Atqui idem D. multiplicans T. produxit ex hypothesi Q. Ergo Q. & L. optimè concluduntur æquales.

32 Δῆλον ὡς ὁ Δ. ἐν πέμπτῃ ἀπὸ τοῦ Α. ἀριθμοῦ, &c. Est D. quartus ab A. inclusiuè, vti L. factus quartus est inclusiuè à T. maiori multiplicantium sese. Tum quia D. quarto gradu est ab A. & T. octauo, numerus ex vtroque gradu conflatus est 12. At verò L. est tantum vndecimo gradu ab A. Ergo vno minus distat ab A. quàm sit numerus conflatus ex vtrisque gradibus, quibus multiplicantes sese ab vnitate distant. Hoc verò inclusiuè numerandum. Nam si vnitatem excluseris, numerus graduum quibus factus numerus seiunctus fuerit ab vnitate, æqualis fuerit numero composito ex numeris exponentibus amborum multiplicatorum, v. gr. abest D. ab A. 3. gradibus secluso vnitate, & T. 7. qui simul reddunt 10. Tot verò gradibus L. dissidetur ab A. exclusa A. Et certè inclusiuè id intelligi, vltimis sui exempli verbis Archimedes ostendit.

33 Ὅτι αἱ σπερμάτων σφαῖραι τριπλάσιον λόγον ἔχουσι τοῦ ἁπτομένου τῆς διαμέτρου. Hoc demonstratur 18. libro 12. Elementorum. Cæterum ratio $\frac{1}{40}$ triplicata producit rationem $\frac{1}{64000}$ quæ nimirum est vnius grani papaueris forma sphærica, ad sphæram cuius diameter esset digitalis.

34 Ἡ μεσότης τῶν ἑξήκοντα μυριάδων & πεντακισχιλίων. Si igitur sphæra grani papaueris ponitur non excedere 10000. arenulas: sphæram verò diametri digitalis non superare 64000. papaueres, sequitur eandem digitalem sphæram non esse maiorem 640 000 000 arenulis. Nam vt 1. ad 64000. sic 10000. ad 640 000 000.

35 Οὗτος δὴ ὢν ὁ ἀριθμὸς μυριάδες τε, ἀριθμὸς τῶν δευτέρων ἀριθμῶν &c. Hic ἀπόφθεγμα habes Archimedeę numerationis. Exprimens enim hunc numerum 640 000 000. ait esse sex vnitates secundorum numerorum, & myriadum quatuor millia primorum numerorum, seu quadraginta millena millia.

36 Τῶν ῥ μυριάδων, &c. ratio $\frac{1}{100}$ qualis est dimetientis vnius digiti ad dimetiẽtem 100. digitorum, triplicata, fit $\frac{1}{1\,000\,000}$.

37 Δῆλον ὡς ἐλάσσων ἐστὶν, &c. Scilicet minor erit quàm qui produceretur ex numero hoc 1000 000 000 ducto per 1000 000. nempè quàm 1. 000. 000. 000. 000. 000.

38 Τοῦ δευτέρου ἀριθμοῦ πυκνάδες εἰσὶ τῶν ἑπτὰ μυριάδων, &c. Etenim 10. vnitates secundorum numerorum faciunt μυριάδα secundæ periodi. Proinde constituunt decimum numerum ab vnitate: Tum 1. 000 000. faciunt τὸν ἑπτακισμυριοστὸν τῆς μεσότητος. Ergo septimum proportionalitatis. Qui itaque gignitur numerus decimus sextus est ex superiori regula, nempe ille 10. 00 0. 00 0. 00 0. 00 0. 000.

39 Πάλιν δὴ ἐπεὶ ἡ σπερμάτων ἀπὸ τοῦ μοναδικοῦ, &c. Ea quæ deinceps infert Archimedes, ex præcedẽtib.

manifestissima sunt. Et ita progreditur, vt semper sphæræ sequentis ad præcedentem sit ratio centupla. Cæterum qui numeros characteribus expressos quæsierit, videat quis locus vnicuique in proportionalitate assignetur. Etenim syphræ vna pauciores quàm sit loci numerus exponens præpositæ vnitati, numerum ostendent. Vtsi quis quærat vigesimum secundum, præfigat vnitati 21. sphæras & statim, numerum quæsitum producet.

40 Καὶ ἡ διάμετρος τῆς σφαίρας τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον. Hoc est diameter terræ eam quoque rationem habet ad diametrum mundi quam hic mundi diameter habet ad dimetientem sphæræ stellarum fixarum. Si enim sphęræ fuerint proportionales, & dimetientes proportionales erunt, in progressione scilicet subtripla progressionis sphærarum.

NOTÆ AD ΨAMMITHN.

Pag. 450. lin. 25. μείζων lege μείζω, nisi velit quis in Archimede μείζων pro μειζόνων multis locis referri non ad substantiuum, sed ad genitiuum præcedentem, vt hic σταδίων vel μυριάδων. Tum vulgaris codex habet μείζων.

Pag. 451. line. 28. ὑπερέχῃ, lege ὑπερέχῃ: nisi velis, quia Codices antiqui habent ὑπερέχῃ, tertiæ personæ subjungi ι. propter vocalem sequentem in ὀργανικῶς.

Pag. 452. lin. 9. ἔχουσι, lege ἔχουσιν lin. 18. ὁ, lege ὁ. Tum in manuscripto αὐτὴ τῇ ὑπερόχῃ legitur ὑπηχάῃ. Cæterum pro ὑπερόχῃ quod est in vulgari codice, fortasse legendum esset ὑπηρείσῃ, nisi hoc vocabulum ὑπερόχῃ, vt & infinita alia quæ sequuntur, & passim reperiuntur in textu Archimedis, vt hic sequenti linea καπιόχθω pro καθιστῶ, & adhuc sequenti ἐλάφῃ seu potius λάφῃ pro λάφθω, & ἄχῃ pro ἄχθω, & similia sumenda essent imperatiuè vt fuerit in vsu antiquis Siculis.

Eadem lin. 18. ἀφῆς lege ἃ ἅψῃς.

Pag. 453. lin. 11. αἱ ἅψεις ἐκ ἀφαῖ σημεῖον, legendum tum ex sensu tum ex sequentibus ἀπ' ἀφαιρεῖ σημείου, sicuti ἀπὸ τῶν μειζόνων quod sequitur. lin. 19. ἐς videtur delendum.

Pag. 454. lin. 1. ἐς ἐστ, lege ἔ ἐστ, lin. 8. ἐστ lege ἐστ π.

Pag. 455. lin. 1. & vltima ἔχουσι, lege ἔχουσιν.

Pag. 461. lin. 25. ἔσω lege ὅσῳ.

Pag. 462. lin. 3. ἔσῃ, lege ἔσοιτ, lin. 32. ἐστὶν lege ἔστω.

Pag. 463. lin. 3. & 25. ἀπὸ ἐλάσσονος ἢ ἔστ, legendum putarem, ἀπὸς ἐλάσσων ἢ ἔστ: nihilominus quia hoc sæpius repetitur, reliqui, suspicatus phrasim fuisse Siculis.

Pag. 464. lin. 31. πολλαπλάσιον τῷ lege πολλαπλασιονταπλάσιον τῷ.

Pag. 465. lin. 8. συναμφοτέρα δὲ ὡς, lege συναμφοτέρα δὲ ὡς: licet sit hic locus adeo luxatus vt difficillimum sit sensum ex verbis authoris eruere. Linea præcedenti in libro typico legebatur μυριάδες κατὰ corruptè, sed restitui ἃ ἔστ ὅλη.

Pag. 466. lin. 11. ἐλάσσων, lege ἐλαττῶν, quia substantiuum est πλῆθος: lin. 19. idem error corrigendus: lin. 30. lege πολλαπλασιονταπλάσιον τῷ.

Pag. 467. lin. 13. ἐλάσσων ἐστ, lege ἐλάττων ὅλη: lin. 24 χιλίων lege, χιλιῶν: demum lin. penultima μετὰ τούτου, lege μετὰ τοῦτο. Cæterum hac pagina multas lectiones impressi Codicis corruptas emendauimus ex manuscripto, præcipuè lin. 9. mutauimus χίλιαι μυριάδες in χίλιαι μυριάδες.

Pag. 468. lin. 7. ἐλάσσων, lege ἐλαττων.

Pag. 469. idem est error in lineis 4. & penult. Sed lin. 14. ἐλάσσων, lege ἐλαττων: lin. 25. lege ἓξ ἑξ, τούτων.

Pag. 470. lin. 10. ἐλάσσων, lege ἐλαττων: lin. 29. ἐλάσσων ἐστ, lege ἐλαττὼν ὅλη.

Pag. 471. idem error contingit lineis 4. 10. 22. 28. 31. lin. 30. τὸ τῆ ψάμμου, lege ἐπὶ τῆ ψάμμου.

Pag. 472. lin. 7. αἰαλογὸν, lege εἰκάλογον.

Alibi si erretur, boni consule. Tandem si contulerit quis hoc exemplar cum antiquo Basileæ excuso, multa experietur emendata ex manuscripto & ex sensu.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ.

ARCHIMEDIS DE INSIDENTIBVS HVMIDO LIBRI DVO

NOVIS DEMONSTRATIONIBVS ILLVSTRATI, nouo textu Græco restituti, & lacunas repleti.

PROOEMIVM.

QVONIAM mutili erant qui sequuntur libri, deficiebatque temporum omnia exedentium iniuria, Græcus authoris contextus: (habebatur enim duntaxat latina quædam versio, etiam multa ex parte arrosa & detrita præ vetustate,) nomine fragmentorum videbantur emittendi in publicum, nisi ex ijs quæ eorum supersunt, nunc in artus rediisse viderentur, faciéque laudabili, vultuque sano sese legenti offerrent. Græcæ propositiones, vt superioribus libris leguntur, Dorica lingua Archimedi familiari à nobis restitutæ & affabrè, quantum potuimus, effictæ ad mentem & sermonem authoris, tum lacunæ antea a Commandino acutissimo Geometra, & à nobis recens sunt repletæ, vt nihil iam sit discriminis, cuius ratione à cæteris operibus distinguantur, vel Archimedis operum honore defraudentur. Quin verò Archimedis sint, nemo dubitauerit, qui vetustissimos authores legerit, tàm Græcos quàm Latinos: quorum plurimi passim hos libros Archimedi tribuunt. Strabo Posidonium stupiditatis insimulat, quod cùm non esset Mathematicus, Archimedis opinioni de humido in libris de insidentibus, non subscriberet, nempè quòd humidi

consistentis, atque manentis superficies sphærica sit, & quidem eius sphæræ, cuius centrum idem sit ac centrum terræ. Verba Strabonis sunt[a], ὁδὶ ἔστι νῦν, ὡς καὶ μὴ μαθηματικὸς ὤν, σαφῶς τῷ Ἀρχιμήδους βεβαιοῖ δόξαν, ὅτι φησὶν ἐπεῖνος εἶναι τὰς τῶν ὑγρῶν ἐπιφανείας σφαιρικὰς, τοῦ γεωδοῦς καθ' ἑαυτὸ σφαιροειδοῦς ὄντος, καὶ ὑφ' ὑγροῦ τῇ περιφερείᾳ σφαιρικῇ ὄντος, σφαῖραν ἔχοντος τὸ κοινὸν κέντρον τῇ γῇ. Ex quibus certo cognoscitur, & hos libros esse Archimedis, quippè nomen Authoris adponitur, & libros quos Archimedes inscripsit περὶ τῶν ὀχουμένων, hos ipsos esse, quos habemus præ manibus: citatur enim propositio 2. l. 1. Nec enim alioquin ex hoc titulo satis innueretur qui libri essent isti, cum vocabulum sibi velit potius quæ curru vel equo, quam quæ humido feruntur: At ex subiunctione τῆς προτάσεως, omnis tollitur ἀπορία καὶ ἐποχή: vt minus Vitruuius hos libros arguisset, si titulo eos designasset; quàm significauerit cum eandem propositionem sic exscripsit: Fortasse[b] qui Archimedis libros legit, dicet non posse fieri veram ex aqua librationem, quod ei placet aquam non esse libratam, sed sphæroides habere schema, & ibi habere centrum, quo loci habet orbis terrarum. Titulum notat Pappus, nec tamen adeò clarè ac præcedentes hos libros designat, cum innuens Archimedem inter Mechanicos recensendum vsu loquendi antiquorum, inquit[c] καλοῦσι δὲ μηχανικοὺς οἱ παλαιοὶ, καὶ τοὺς θαυματοποιοὺς, ὧν εἰσὶ καὶ οἱ ἀπὸ Ἀρχῆς πνευματῶν φιλοτεχνῆσαι εἰς ἔργα πνευματικῆς, οἱ δὲ ἀπὸ ὑδρείων, καὶ αὐτόματα ἐμψύχων κινήσεις δεικνῦσι μιμεῖσθαι ὡς ἔργα αὐτομάτως καὶ ζυγίοις· ἄλλοι δὲ ἀπὸ τῶν ἐφ' ὕδατος ὀχουμένων, ὡς Ἀρχιμήδης ὀχουμένοις. Etenim quamquam operis huius ἐπιγραφὴν integram det, cum addit ὑφ' ὕδατος: tamen propositionem vllam operis non subiungit, vt coniicere integrum relinquat, alios fuisse ab ijs quos habemus, libros περὶ τῶν ὀχουμένων. Tum miror quod inter Mechanicos recensendum velit Archimedem, quia de insidentibus, aut de vectis aqua scripserit, cum ab his multo minus sit Archimedes dicendus mechanicus, quam ab alijs quæ πνευματικὰ, & αὐτόματα, & ζύγια scripsit. Porrò si non suffecerit tantorum virorum authoritas, vt quis credat hos libros esse Archimedis, eos saltem facie authoris agnoscat. Quippè Animæ cuiusque vultus est, quo distinctissimè cognoscatur. Sermo est species mentis, quibus ab alijs dirimatur. Hîc isthæc omnia Archimedis esse agnosco. Facies est eadem animi, idem proponendi ordo, haud alia demonstrandi subtilitas hîc, quæ fuere in superioribus libris. vt cùm sit forma penitus similis, prorsus æqua laus sit, & par omnino gloria: nihilque desit præter verborum Græcorum contextum, cuius etiam species ita manfit affabre depicta in verbis Latinis, vt si non ex verbo, saltem ex voce, & sono intelligatur, & vel oculis cæsso lumineque orbato dignoscatur. Equidem superiores libri suos habent flores & fructus, vt insigni sua præstantia ingenia nostra in stuporem rapiant: hi verò qui sequuntur, haud minori sunt ornamento humanis animis, nec pauciores conferunt vitæ nostræ prouentus, forsitan plures & maiores, si diligenter inspexerimus, quot & quantæ vtilitates ex humido proueniant, tum quas mens nostra, ex ijs quæ ad humidi naturam & qualitatem spectant ritè cognitis, voluptates percipiat. Quandoquidem cum subiectum de quo hoc opere agitur, naturalis sit potius contemplationis, quam disquisitionis Mathematicæ, & latio in humido, grauitas humidi, denique ratio corporum penes grauitatem, ad naturalem Philosophum pertineant, qui rerum primus, aut ex primis eductis proprietatibus perspiciendo, dijudicando, docendis incumbit: tamen figura humidi, & quæ à figura sunt accidentia, tum rationum momenta, quæ pendent à grauitate maiori vel minori corporum inter se collatorum penes pondus, adhuc motus qui accidunt ex æquali vel inæquali libratione, & ex naturali rerum grauium propensione ad centrum terræ, denique ex diuersis sitibus centrorum grauitatis, imò ex varijs quæ

[a] Strabo geogr. lib. 2.

[b] cap. 6 l. 8. Architect.

[c] 8. l. collect. Mathemat.

figuras sequuntur titubationibus appensorum corporum, ad Geometram pertinent: nec minimæ aut contemnendæ est artis, horum amborum artificum operas, tam belle concinnasse, vt hinc sonus & rationi consentaneus, & intellectui gratus edatur. Hoc præstitit hîc Archimedes, dum & se Physicum, & simul Geometram vno eodemque difficillimo penso, demonstrauit. Et nihil tamen minus hoc opere, quam Mechanicus fuit. Ea enim religione Mathematicam professus est, vt quamuis machinamenta plurima ediderit, id Regis & Principis sui iussu fecerit potius, quàm ex animo. Quod disertis verbis exprimit Plutarchus, qui cùm Marcelli conatus eludi dixisset Archimedis machinis, subiungit [a] *ὧν ὡς μὴδὲ ἔργου ἄξιον ποιούμενος, θεὸν ὁ αὐτὸν ἐνόμιζε, γεωμετρίας δὲ παίζουσης ἐγγὺς πρέσβεις καὶ πλάστα. Etenim Rex quidem Hiero contendit, & induxit Archimedem vt speciem artis suæ aliquam ederet, cui vt obtemperaret multa veluti ludens in Geometria protulit, quæ tamen qua ratione componerentur, & qua arte constarent, scripsis edidisse non legimus. Hîc verò quidquid est, omnino demonstratiuum est, nec vlla pars à vera scientia abhorret. Omnia sua principia habent, suas item ratiocinationes veras & legitimas, vt nihil sit cur reclamet Plato, sicuti quondam aduersus Eudoxum & Architam inuectus est* [b] *ὡς ἀπολλύσης, καὶ διαφθείρουσης τὸ γεωμετρίας ἀγαθὸν, ἀπὸ τῶν ἀσωμάτων καὶ νοητῶν ἀποδιδρασκούσης ὅτι τὰ αἰσθητὰ καὶ προσχρωμένης αὖθις δεῖται πολλῆς καὶ φορτικῆς βαναύσου ἐργίας δουλούσης. Siquidem ne tantillum hic apparet illegitimi, vel à liberali scientia alieni operis, vt opus mechanicum dici queat: Licet multa hinc instrumenta mechanica, quæque arti militari plurimum conducant, (sicuti ars machinalis προσωφελῆ πολλὰ χρῆται ἀπὸ φιλοσοφίας μία τῶν γραπτίδων τεχνῶν ἐγγύς) elici possint. Verùm quid inde mechanici nominis illis attribui potest, cùm ex singulis verè Geometricis, & omnino Mathematicis ὀπτηρήμασι infinita machinamenta, quæ vsui vitæ humanæ sint, depromi possint? Scopus etenim Archimedis fuit intellectui deseruire, & illi indulgere, potissimamque animæ humanæ partem suis diuinis inuentionibus demereri, nec tamen obices vllas ponere, quin sui labores, suaque studia in vsus communes reducerentur, si res ferret. Etenim vbi suprema ratio contemplata est quæcunque obtulerint se se, & generali scientia comprehendit, proprio quoque munere ad infima descendit, ijs ordinem ponit, regulas adijcit, & media modosque præbet, quibus omnia perficiantur. Pro varietate conditionum, & qualitatum humanarum nunc publica negotia regit, & edicta præscribit vulgo: nunc iussis moram gerit. Aliquando Ducibus consilio est, prudentia & imperio: aliquando Militibus robur, fortitudinem & obedientiã suggerit: Tandem Geometris causas, & deinde Mechanicus instrumenta, profert, vt sic nemo non agat ex ratione. Ita qui suas Philosophicas, & maxime Mathematicas lucubrationes emittunt, non solum opem ferunt ijs qui præ dulcedine contemplationis à gerendis negotijs abstrahunt se se, in fortunatas insulas amandandi: verùm omni omnino homini quantumuis in actione demersi, viam præscribunt, qua cum honore, dignitate ac vtilitate officio fungatur, vt beatæ sint respublica, in quibus omnes tam fœlici otio operam nauant. Hinc Platonis scholæ διάγραμμα limini adscriptum maiusculis literis, quas nullus non aduerteret, θεὸς ἀγεωμέτρητος εἰσίτω: vt cum in animo haberet homines docere, quomodo respublicæ beatæ forent, καὶ πολιτείαν scripturus, ab ijs disciplinis inciperet, quibus informati animi ratione duce vti instituerentur. Cæterum vbi de Authore ac authoris scopo diximus, superest de titulo, ac interim de operis subiecto pauca adnotemus, quę intellexisse plurimum interest. Antiqui ergo qui horum librorum meminerunt, habent καὶ τῶν ὀχουμένων; soluseque Pappus addit ἐφ' ὕδατος, vt amphibologiam tolleret: cùm non de vectis, aut de insidentibus in*

[a] Plutarch. in Marcello.

[b] Ibidem.

vniuersum scribat Archimedes, at de insidentibus, aut de vectis humido. Et certè à Strabonis relato titulo περὶ τῶν ὀχουμένων *addidissem libenter* ὑφ' ὕδατος, *vt subiunxit Pappus, nisi in Archimedem peccassem, qui non scribit speciatim* περὶ τῶν ὀχουμένων ὑφ' ὕδατος, *aut rectius* ὑφ' ὕδασι, *at vniuersim* περὶ τῶν ὀχουμένων ἐφ' ὑγροῦ. *Multa enim humida sunt quæ non aquæ dicuntur, quorum alia natura quam aquæ, alia consistentia, alia grauitas, alia demum ferendi vis est, quorum quoque ratione longe alia est propositionum, quas profert Archimedes, fortitudo, aliudque robur. Nam quæcunque humida exponuntur, aqua, vinum, oleum, & cætera quæque, de ijs verissimum est, quod proponit Archimedes, (ne quis id de aqua sola interpretetur:) quamquam non par sit in omnibus effectus.* Vt enim non amplitudine ponderis, sed genere singularum rerum *(inquit a Vitruuius)* grauitatem esse non est negandum, hoc est, *(addit Poliander)* non magnitudine & mole rei, sed vt quæque densior est & compactior, *ita in varijs humidis magu aut minus veritas harum propositionum elucescit: quæ eiusmodi est, vt certissima elementa cognitionis effectuum insidentiæ humido, omnium corporum, aut eo leuiorum, vel eodem grauiorum hoc opus offerat, vt hinc cuiuslibet vecturæ per aquas, cæteraque humida certissimè conijciantur. Verùm aggrediamur opus.*

a Cap 2 li. 7. Archit.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ARCHIMEDIS

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ. DE IIS QVÆ VEHVNTVR IN AQVA.

LIBER I.

ΥΠΟΘΕΣΙΣ Α. POSITIO I.

Ὑποκείσθω τῆς ὑγροῦ φύσιν εἶναι τοιαύτην, ὥστε τῶν ἐξ ἴσου κειμένων, ὁμοιομερῶν ὄντων, συνεχομένων ἐπ' ἀλλήλων, ἔλαττον πεπιεσμένον ὑπὸ τοῦ μᾶλλον πεπιεσμένου, ἐκβάλλεσθαι· ἕκαστον δὲ αὐτῆς μέρος, θλίβεται ὑπὸ τῆς ὑγροῦ τῆς ὄντος ὑπὲρ αὐτὸ κατὰ κάθετον, ἐὰν αὐτὸ τὸ ὑγρὸν ᾖ καταβαῖνον ἐπί τινα ἢ ὑπό τινος πεθλιμμένον.

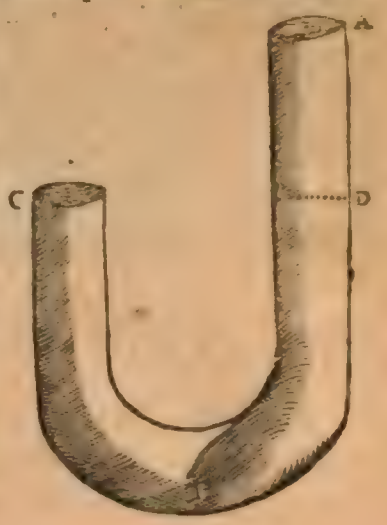
Ponatur humidi eam esse naturam, vt partibus ipsius æqualiter iacentibus, & continuatis inter sese, minùs pressa à magis pressa expellatur. Vnaquæque autem pars eius premitur humido supra ipsam existente ad perpendiculum, si humidum sit descendens in aliquo, aut ab alio aliquo pressum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Ratio positionis seu assumpti huius à natura, qualitatibusque humidi dependet. Ea enim ipsius natura est, vt facilè mobile sit: tum vt facilè cedat, quia non partibus constat arctè compactis, quin potius leuiter diuisibilibus, simulis fere aëri, cuius flexibilitatis ergo, dixit Aristoteles [a] ὑγρὸν τὸ εὐκίνητον πρὸς σχῆμα. Propterea si prematur quocumque modo etiam leuissimè, facile cedit, & plicatur, abit & disiungitur: ita vt, nisi pari pondere in statu contineatur, figuram non seruet. Gutta quidem aquæ, imò cuiusque humidi, rotunda permanet: (siue quia siccum refugiens, ipsum quærit vnico puncto tangere, qui sphæræ tactus est, siue quia vna est: vnitas verò in Homogeneis excellentiùs seruatur in globo, cum nihil illic dissideat, nihil absistat: siue quia totum elementum globosæ figuræ est, quo fit vt quoties præ pondere, & quantitate sibi licet, accipiat illam formam, in qua extrema æque distant à medio) tamen maior aquæ quantitas latè diffunditur, nisi terminis quibusdam contineatur, quos si premitur, diffugit & exilit, aut effertur seruata cedendi ratione pro pondere, ictu & premente vi. Et nihilominus extima superficies videtur globosam figuram vbique retinere. Non quidem vt globum perficiat, sed vt frustum globi referat. Saltem nec gibbos nec concauitates admittet, quinimò

[a] Problem. sect. 23. q. 2. & lib. de sensu & sensibili cap. 5.

quantumuis inæquale sit in fundo vas, & prærumpatur, aut varias vortices habeat, illa superficies altior cum aqua quieuerit, æqualis permanserit: Tum si motu vel quãtitate superueniente, extima illa superficies facta fuerit fragosa & inæqualis, nativo pondere restituetur, donec ad æquilibrium ierit. Imò id acciderit seiunctis partibus superficiei extimæ, si totius corporis non disiuncta fuerit series. Impleatur vas A.B.C. aqua per A. in elatiori loco: possitque per C. effluere aqua si abundauerit, totumque vas censeatur plenum: certissimum est vase existente pleno, aquam fore elatiorem in A. quàm in C. & propterea, vt nouimus ex quotidiana experientia, effluxuram aquam per C. quousque superficies aquæ quæ in A. redierit ad D. quod est in eodem plano cum C. vt sic aqua tota sua elatiori superficie stet ad libramentum. Et hoc quidem contigerit, licet sit maior, licet minor sit, moles aquæ in parte vasis A.B. quàm in B.C. Vnde aqua non censetur habere vim premendi alias corporis sui partes, nisi ea quantitate, qua ad perpendiculum libramento supereminet. Eo enim constituto, totum corpus quiescit & subsidet. Quod & de omni humido intelligendum est.



POSIT. II.

Ponatur eorum quæ in humido sursum vel deorsum feruntur, vnumquodque sursum vel deorsum ferri secundum perpendicularem, quæ per centrum grauitatis ipsorum ducitur.

ΥΠΟΘΕ. Β.

Ὑποκείσθω ἐν τῷ ὑγρῷ φερομένων εἴς τε ἄνω καὶ κάτω, ἕκαστον αὐτῶν ἢ κάτω φέρεσθαι καὶ κάθετον ἐπὶ διὰ τοῦ κέντρου τοῦ βάρεος τῶν αὐτῶν ἀγομένην.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc positionem Archimedes subiungit post 7. propositionem huius. Ego verò malui hic adponere, tùm quod positionum vt datarum, hic locus sit: tum quia etiam primis propositionibus deseruit. Cæterum Archimedes posuerat tantum de ijs quæ ursum feruntur: ego verò addidi, & de iis quæ deorsum tenduut. Etenim vtrorum par est ratio. Nam humidi centrum est centrum mundi: grauia autem & leuia hoc centrum perpetuo respiciunt, & vel ad ipsum afferuntur, vel ab ipso efferuntur secus lineam transeuntem per dictum centrum mundi, & contra suarum grauitatum. Hæc autem linea est ea quam Archimedes perpendicularem vocat, quia perpendicularis est ad superficiem terræ, vt alibi diximus. *a*

a fibolio 6. prop. de quad. parabol.

POSITIO III.

Humidum omne pondus habere.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Præter Archimedis positiones, & hanc addendam putauimus, ne quis iis quæ dicentur deinceps inficias ierit. Quod autem pondus habeat humidum omne, & graue sit, ipsimet sensus docent, vt non sit aliò recurrendum in hac veritate determinanda. Nam ipsemet aer grauis est: quod vtribus inflatis deprehenditur, qui si aliquando Æolios Ithacis inclusimus vtribus Euros, vt habet *b* Poëta, grauius pendent quam si vacui aere sint, etiam teste Aristotele *c*. Cæterum hoc humidi pondus, non tam metimur quantitate molis, quam genere naturæ: nam, vt ait *d* Vitruuius, non amplitudine ponderis, sed genere singularum rerum grauitatem esse, non est negandum. Et hoc deinceps erit animaduertendum cum dicemus aliquod graue se habere ad humidum in grauitate in aliqua ratione. Sensus enim erit, de densitate & rei expositæ naturali compactione, secundum quam æstimatur ipsius humidi grauitas, & cuius causa res ipsa & humidum paris molis, vel differunt vel æquantur in ponderositate.

b Ouid. 3. Amo el. 31.
c cap 4 l. 4. de Cæle.
d lib. 7. c. 8. Architect.

Hoc

Hoc fortasse interpretaremur clarius si diceremus nos hîc grauitatem sumere neque penes locum, neque penes quantitatem, sed penes qualitatem formalem, non extensiuè, sed intensiuè. Quomodo oculis experimur lignum centum librarum leuius esse in aqua, quam frustum plumbi vnius libræ: quandoquidem lignum aquis enatat, plumbum verò fundum petit. Hoc fit ex genere naturæ. Et nihilominus, si quis humeris vtrumque sigillatim appendeat, lignum multo grauius æstimauerit quã plumbum: sed hæc æstimatio ab externa quantitate est, non ab interna partium colligatione, secundum quam nos hic grauitatem cum Archimede sumimus.

ΠΡΟΤΑ. Α.

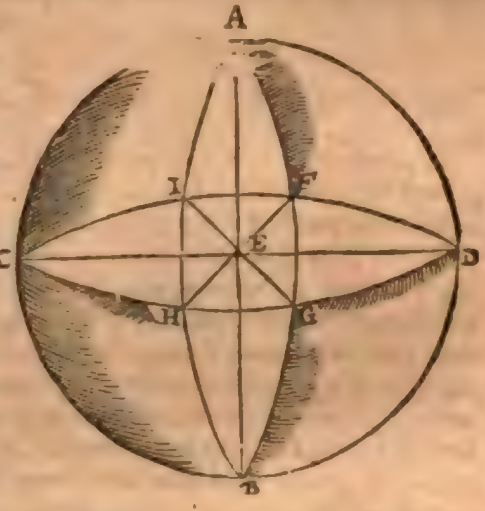
ΘΕΩΡ. Α.

Εἰ τὴς ἐπιφάνεια τῷ ἐπιπέδῳ ἁμηθῇ παντοτὲ διὰ σταθεροῦ σημείου, καὶ ἡ ἁμῆσις ἡ περιφέρεια τοῦ κύκλου ἔχουσα τὸ κέντρον σημεῖον τοῦτο, διὸ ὃ ἐπιπέδῳ τέμνεται, τὰς σφαίρας ἐπιφάνεια ἔσται.

PROP. I.

THEOR. I.

Si superficies aliqua plano secetur per idem semper punctum: sitque sectio circuli circumferentia centrum habens punctum illud, per quod plano secatur: sphæræ superficies erit.



ΥΠΟΘ. Sit globosa superficies A. C. B. D. & intra eam punctum E. per quod agantur plana illam superficiem secantia, ita vt sectiones quælibet sint circumferentiæ circuli, verbi gratia sectiones C.H, G. D, F.I. & A.I, H.B, G.F. & quotlibet.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico propositam superficiem esse superficiem sphęræ.

ΚΑΤΑΣ. Etenim si non fuerit sphærę superficies duci poterunt lineæ è puncto E. ad superficiem inquales: sint ipsæ E. A. & E.C. per quas agatur planum circumferentiam secans quæ sit A. C, B. D.

ΑΠΟΔ. Etenim ex hypothesi sectio A. C, B.D. est circulus cuius centrum est E. Proinde lineæ E. A. & E. C. sunt æquales: sed ex consequentia negationis sunt eædem impares. Ergo eædem lineæ sunt pares simul & impares, quod est absurdum. Proposita itaque superficies est superficies sphæræ.

aperis. de sinis. l. 2

ΠΡΟΤ. Β.

ΘΕΩΡ Β.

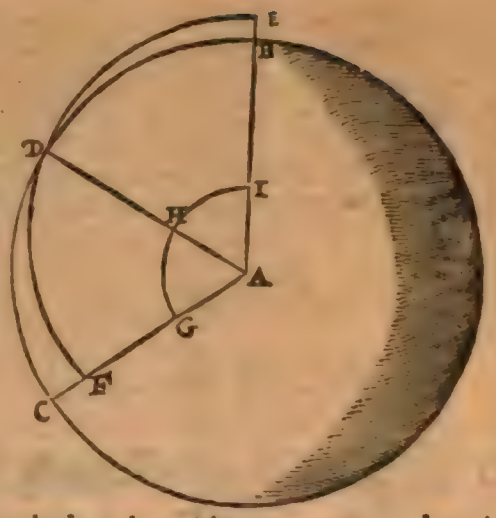
Παντὸς ὑγροῦ καθιστικότου καὶ μένοντος ἡ ἐπιφάνεια σφαιρικὴ ὄστι, σφαίρας ταυτὸ κέντρον ἐχούσας τῇ γῇ.

PROP. II.

THEOR. II.

Omnis humidi consistentis atque manẽtis superficies sphærica est, cuius sphæræ centrum est idem quod centrum terræ.

ΥΠΟΘ. Sit aliquod humidum B. D. C. immotum & consistens naturaliter: (res enim vi affectas propriam figuram mutare nemo negauerit.)



ΣΥΜΠΕ. Dico extimam ipsius superficiem esse sphæricam: eiusque centrum idem esse ac terræ.

ΚΑΤΑΣ. Secetur humidum propositũ plano acto per centrum terræ quod sit A. & ducantur ab A. lineæ ad extimam superficiem humidi propositi A. B, A. D, A. C. vel si fieri potest A. F, A. D, A. E. inæquales scilicet ad superficiem quæ nõ sit sphærica: tum intra humidum à centro A. ducatur arcus G. H. I. in plano secante, includens humidi partem quandam interiorem.

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam corpus negatur sphæricum esse & est pars humidi H. D, E. I. gibbosior & latior quam sit pars D. H. G. F. pars interior humidi H. I. A. magis premitur quam alia pars H. G. A. & proinde non consistet, [a] neque manebit immota, sed magis pressa pelletur. At hoc est contra hypothesim, ergo vt stet & quiescat, oportet vndiquaque similiter prematur: sic autem pressa circulum B. D. C. efficiet: quod & [b] de omni alia sectione concludetur ac proinde superficies extima sphærica est [b] cuius centrum est A. centrum terræ, quod fuit demonstrandum.

a per positionem præcedentem.

b per prec.

Σ ΧΟΛΙΟΝ.

Ex pondere [c] humidi, eiusque mobilitate [d] hoc theorema indicatur. Repetita enim præcedenti diagrammate, si non fuerit humidi propositi consistentis extima superficies sphærica, erit illic elatior vt in E. I. hic depressior vt in F. Quoniam ergo quod graue est descendit naturaliter, humidũ ex E. decidet versus D. & C. quousque æqualiter distet à centro vndiquaque: hoc autem est esse sphæricum, vt proponitur. Cæterum propositio intelligitur tam de humido vniuerso & maritimo; quam de quocumque minimo humido. In illo vniuerso patet sensibus, ex naui quæ in altum mare decurrit, cuius partes inferiores sensim effugiunt oculos respicientium in portu, tùm tandem superiores: cuius causa est aquæ gibbositas & tumor sphæricus. In hoc vero, humidum Cyatho redũdans videtur in medio elatior quam ad oram Cyathi & paulatim à limbo intumescere. Cæterum Strabo Possidonium fatuum vocat ἀδόξ, quia eum non esset mathematicus, non tamen Archimedi crederet de figura & cẽtro aquæ, nempè quod humidum omne esset sphæricum & centrum haberet centrum mundi, vt hîc proponitur. Etenim illic Strabo propositionem hanc integram affert eamque omnibus mathematicis in confesso esse ait, his verbis, ταῦτα γὰρ πάντα δόξαν ἐκτὸς ἔχοντες πάντες οἱ μαθηματικοὶ τῶν ἀφάμων. Possidonius vero mare interius & si vnum sit, vt asserebat, sub vna superficie contineri non existimabat, sed nec etiam propinquis in locis: cuius insciticæ (ait Strabo) testes faciebat nonnullos architectos. Denique Vitruuius huius propositionis meminit c. 6. lib. 8.

c ex hypot. 2.

d ex χολίῳ pen.

Geograp. l. 1.

PROP. III.

THEOR. III.

Solidarum magnitudinum quæ æqualem molem habentes æque graues sunt atque humidum: in humidum (consistens) demissæ mergentur, ita vt ex humidi superficie nihil extet; non tamen adhuc deorsum ferentur.

ΠΡΟΤΑ. Γ.

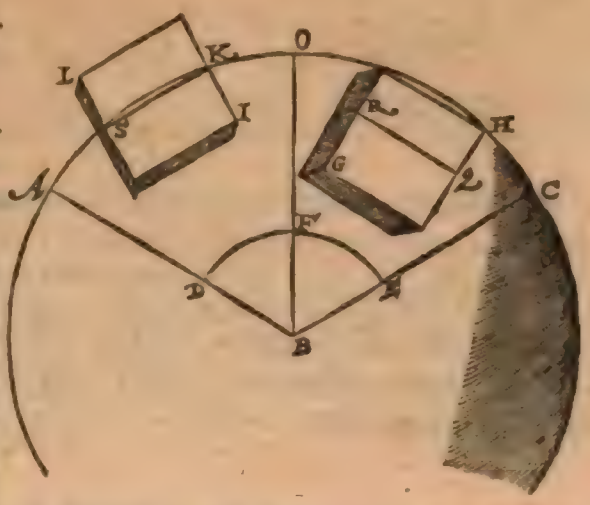
ΘΕΩΡ. Γ.

Στερέων μεγεθῶν ἴσον ὄγκον ἐχόντων ἃ ἴσως βαρῆ ἐστὶν τῷ ὑγρῷ, εἰς τὸ ὑγρὸν καθημενα οὔπως κατακλυσθήσεται, ὥστε ἐπὶ τῆς ἐπιφανείας τὸ ὑγρὸν οὐδὲν εἶμεν, ἀλλ' οὔπω κάτω φορεῖται.

ΠΡΟΘ. Sit aliquod humidum A. B. C. in quod demittatur solida magnitudo L. I. æqualis cum ipso grauitatis.

ΣΥΜΠ. Dico magnitudinem istiusmodi totam humido demergi, eo tamen modo vt maneat in summa superficie humidi, nec deorsum feratur.

ΚΑΤΑΣ. Diuidatur humidum propositum plano acto per centrum B. & dirimatur angulus A. B. D. bifariam linea B. F. O. ducaturque centro B. arcus D. F. E. intra humidum per quę superficies sphærica parallela superficiei humidi, intelligatur dirimere humidum. Et si fieri potest magnitudinis L. I. pars L. K. maneat supra aquam, & sola reliqua S. I. immergatur. Imaginemur verò magnitudinem solidam humidam G. H. æqualem mole magnitudini L. I. & parti demersæ S. I. partem G. Q.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Magnitudo solida censetur æqualis ponderis cum humido. Ergo quoniam magnitudo A. B. O. siue conus fuerit siue pyramis, æqualis est magnitudini O. B. C parsque D. B. F. parti F. B. E, sequitur pondus molis D. O. maius esse pondere molis E. O. quantitate scilicet, excedentis partis L. K. & deficere à parte F. C. tantum humidi pondus, quantum est Q. G. Proinde premitur aqua D. B. F. magis quam prematur F. B. E. Non consistet ergo humidum vt ponitur sed turbabitur donec ad σύμφυα peruenerit hinc inde. Quod non fiet quin immergatur totum L. I. Non tamen centrum petet, quia æquata humidi superficie nullibi fit maior compressio. Stabit proinde humidum & supra enatabit solida magnitudo L. I. proposita: quod fuit demonstrandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Sunt hæc verba in contextu propositionis: *ita, vt ex humidi superficie nihil extet*, quæ sunt duriusculi sensus: potissimum cum verbum *extet* non videatur conuenire cum illis solidis magnitudinibus quæ demerguntur, cum de vno tantum sit, proponantur autem plures: ad humidum vero non videatur posse referri, cum humidum illud sit quod sui superficiem gerat & gignat, sitque aliquid ex sui superficie ac limite. Ideo συμπέρασμα clarè non infertur iuxta propositionem. Hypothesis quidem Archimedis est *vt magnitudo, si fieri potest, in humidum demissa, extet ex superficie ipsius*, & sic propositio intellectu esset facilis: sed hoc contrarium est omnino textui propositionis, quæ vult potius solidam magnitudinem nihil extare ex humidi superficie. Et certè censerem legendum esse *extent*, & verbum istud supponere pro solidis magnitudinibus demersis, quæ quidem nihil sunt de superficie humidi propter mobilitatem humidi quod qualibet alia magnitudine ad rotunditatem facilius defertur, & propterea immersæ magnitudini quamuis ad superficiem manenti quadammodo superenatat. Et ideò demergi propriè dicantur cum totæ humido inuoluantur, ad supremam tamen partem maneant. Et quod hîc sensus sit huiusce loci, confirmat propositio sequens.

PROP. IV.

THEOR. IV.

Solidarum magnitudinum, quęcumq; leuior humido fuerit, demissa in humidum (manens) non demergetur tota, sed aliqua pars ipsius ex humidi superficie extabit.

ΠΡΟΤΑ. Δ.

ΘΕΩΡ. Δ.

Στερέων μεγεθέων, ὅπ κουφότερον ἀν ἢ τ ὑγροῦ, καθημένον ἐς τὸ ὑγρὸν· ὐκ ὅλον κατακλυσθήσεται, ἀλλά π τ αὐτ μέρος σὶ τᾶς τ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἐξέσαι.

ΠΡΟΘΕ. Manente eadem figura quæ superius, sit magnitudo L. I. minoris quã humidum grauitatis & demittatur in humidum A. D, F. O.

ΣΥΜΠ. Dico totam non demergi.

ΚΑΤΑΣ. Demergatur tota si fieri potest, & imaginemur partem L. K. etiam humido abscondi.

ΑΠΟΔ. Tunc quoniam leuior est L. I. magnitudo quam humidum G. H. par quidem volumine sed grauior pondere, sequitur minus premi D. F. B. quam F. E. D. ac proinde non constare[a] sed moueri & turbari quousque hinc inde sit humidi æquilibrium. Non ergo L. I. absorbetur tota, sed enatat vt vult propositio.

[a] per 1. petitio. huius.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Lucis maioris ergo imaginati sumus pyramides aut conos aut quæcumque contingant, alias figuras A. B. O. & O. B. C. æquales: non quod propositiones non sint veræ etsi hæc humida non essent æqualia: Quandoquidem in quocumque vasto oceano, magnitudines propositæ infundantur, semper concludetur eadem veritas & necessaria foret διεκπωσις. Nam quam latum sit humidum, magnitudo in ipsum demissa figuræ solidæ formam dederit, cuius basis erit in superficie humidi respondentis ipsi magnitudini, vertex vero in centro terræ, & hæc figura solida ea est quę censetur aut magis aut minus premi, & hinc vel cedere locum vel quærere latiores dimensiones.

PROP. V.

THEOR. V.

Solidarum magnitudinum quæcumque leuior humido fuerit demissa in humidum (manens) vsque eo demergetur vt tanta moles humidi, quanta est partis demersæ, eandem quã tota magnitudo grauitatem habeat.

ΠΡΟΤ. Ε.

ΘΕΩΡ. Ε.

Στερέων μεγεθέων τὸ κουφότερ Ⓦ ὂν τ ὑγροῦ, καθημενον ἐς τὸ ὑγρὸν, μεχρὶ τοσουτου κατακλυσθήσεται, ὥστε ταλικοῦτον ὄγκον τοῦ ὑγροῦ, ἀλίκος ἂν τοῦ καθημένου μέρε Ⓖ ἢ ταὐτο τὸ βάρ Ⓖ, ὁ τὸ ὅλον μέγεθος, ἔχν.

ΥΠΟΘ. Repetito rursus præcedenti diagrammate, sit magnitudo L.I. leuior quam fuerit humidum eiusdem molis, cuiusmodi assumptum est G.H.

ΣΥΜΠ. Dico humido demergi L.I. ea tantum parte, cuius moles par sit moli corporis humidi, pondere æqualis toti magnitudini: verbi gratia, posito corpore humido R.H. æquali pondere toti magnitudini L.I. mole verò parti S.I. concluditur partem S.I. duntaxat demergi.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim si maior pars quam S.I. magnitudinis humido immergeretur, minùs humidi contineretur in A.B.O. quàm ibidem contineatur, dum tantum S.I. demergitur, & ideò minus esset pondus, quia magnitudo non æqueponderat ac humidum; Ergo fieret minor hic compressio quam illic, & inde conturbatio, & motio: [a] at ponitur humidum consistens. Ergo assurget magnitudo, quousque hinc inde fiat idem pondus. Humidum verò non assurgit, sed magnitudo, quia hæc illa leuior est. Tum superficies humidi, quæ esse debet [b] sphærica, non seruaretur, quod est inconueniens.

[a] per 1. pet. huius.

[b] per 2. huius.

ΠΡΟΤ. ϛ.

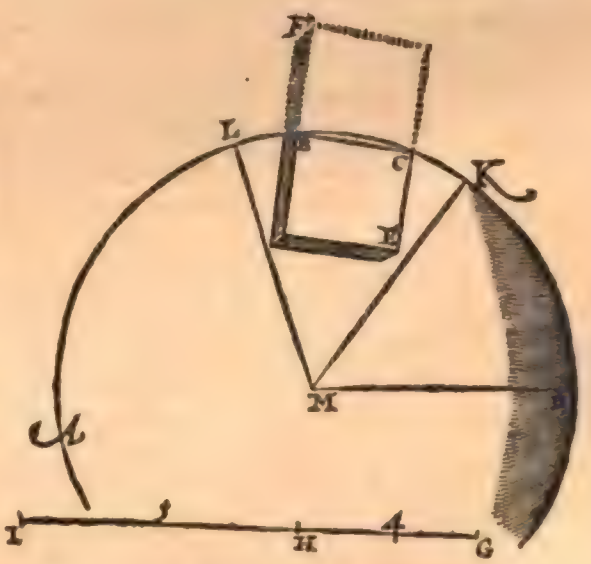
ΘΕΩΡ. ϛ.

Σφαίρων μεγεθῶν τῶν κουφοτέρων τοῦ ὑγροῦ, τὰ εἰς τὸ ὑγρὸν καταβαλλόμενα, ἄνω φέρεται τοιούτῳ ἰσχύϊ, ὅσῳ τὸ ὑγρὸν Ⓦ ὄγκον ἔχον τὸ μεγέθει ἴσον, βαρύτερόν ἐστι τοῦ αὐτοῦ μεγέθους.

PROP. VI.

THEOR. VI.

Solidæ magnitudines humido leuiores in humidum impulsæ, sursum feruntur tanta vi, quanto humidum molem habens magnitudini æqualem, grauius est ipsa magnitudine.



ΥΠΟΘ. Sit humidum A.B.C.D. & aliqua magnitudo F.E. eadem mole leuior quàm humidum: & ipsius quidem F.E. pars B.E. ponderet vt H.I. Humidum verò molis quidem ipsius B.E. põderet vt G.I. Tandem tota F.E. grauitet eodem pondere G.I.

ΣΥΜΠ. Dico magnitudinem F.E. si vi in humidum impellatur (aliter enim non demergetur [c] cum sit leuior humido) exsurgere è medijs aquis pressam pondere, vt G.H. quo humidum molis F.E. superat in grauitate magnitudinem F.E.

[c] per præcedentem.

ΚΑΤΑ. Ponatur superficies humidi L.K.D. sphærica, & sumantur humidi solidæ figuræ L.M.k, k.M.D.

ΑΠΟΔΕΙ. Etenim quoniam F.E. leuior est quàm humidum, & quidem grauitate G.H. sequitur ipsam F.E. vi depulsam in humidum L.M.k. efficere, vt in eo sit minus pondus, quàm in k.M.D. quantitate G.H. proinde tanta grauitate premetur à proximo humido v.g. k.M.D. quanta est G.H. Et quoniam cuilibet ponderi in premendo resistentia est: quanta erit G.H. grauitas obnitetur, prementi vi, & demergenti in humidum magnitudinem F.E. ita vt si vis illa cessauerit, resiliat ex humido F.E. magnitudo eadem pressa grauitate G.H. quæ quo maior fuerit eo celerior erit repulsio, donec C.F. pars, qua magnitudo leuior est, ex humido sese extulerit, quod erat probandum.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Pluribus oſtenſum eſt, libris de æquipõderantibus, pondera, natiua grauitate impellere, trudere, attrahere, & denique mouere pro inclinatione, in quam natura ipſa ferri cõparata ſunt. Humidum itaque, quod [aa] pondus habet, ſi vi expellatur, aut in altum efferatur, aut loco natiuo dimoueatur, ceſſante vi, quod ſe leuius nanciſcitur, illud protrudit & extollit, donec conſiſtat æqualiter preſſum & premens, & æquamentum ſibi congeneum inuenerit. Hinc vis eſt qua ligna in aquam protruſa reſiliunt, & denique corpora leuiora ex mediis reſultant aquis. Omnino vbi pondus eſt, ibi eſt trutina, ibi ſcapus, ibi libramentum, quo ſingula ponderoſa quieſcunt, aut proprias inclinationes, inclinationumque celera, vel tarda momenta exercent. Etenim omnes motus qui in corporibus ſimpliciter naturalibus animaduertuntur, à pondere aut leuitate ſunt, & hinc quidem ordo mundanus.

[aa] per 2. petit. huius.

PROP. VII.

THEOR. XII.

Solidæ magnitudines humido grauiores demiſſę in humidum ferentur deorſum, donec deſcendant: & erunt in humido tanto leuiores, quanta eſt grauitas humidi molem habentis ſolidæ magnitudini æqualem.

— ΠΡΟΤΑ. Ζ.

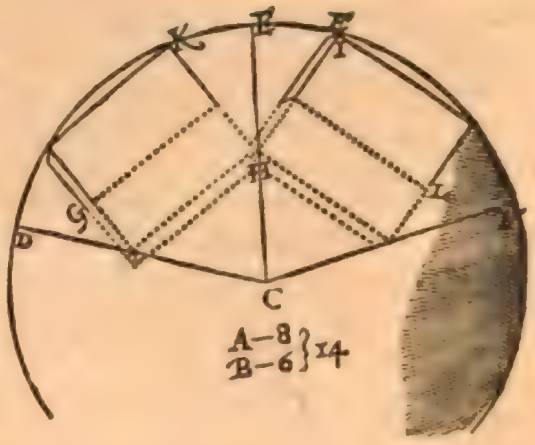
ΘΕΩΡ. Ζ.

Σφαιρῶν μεγεθῶν τῶν βαρυτέρων τοῦ ὑγροῦ, τὰ καθημενα εἰς τὸ ὑγρὸν, καὶ πῶ οἰσθήσεται, ἀχρις οὗ καταβαίνωσι, καὶ ἐν τῷ ὑγρῷ ἔσαι τοσούτῳ κουφότερα, ἡλίκον τὸ βάρος ἐστὶ τοῦ ὑγροῦ, ὄγκον ἔχοντος τὸ ἴσον τῷ μεγέθ.

ΠΡΟΘ. Sint magnitudo quidem G.H. humido grauior, & humidum H.L. æqualis molis cum G.H magnitudine.

ΣΥΜΠ. Dico magnitudinem G. H. demiſſam in humidum ferri deorſum & deſcendere: Et quidem in humido fieri tanto leuiorem, quanto ponderat H.L. humidum æqualis ſecum molis.

ΚΑΤΑ. Ponatur magnitudinem G.H. ponderare vt A.B. humidum verò H.L. vt B. Sumatur verò alia magnitudo G.K. leuior humido, & grauitas ipſius ſit vt B. & quia humidum grauius eſt hac ſecundò aſſumpta magnitudine, ponatur I.L. humidum paris molis ac G.K. & graue vt A.B.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim hinc & illinc ſic habebitur æquale pondus, nempè A. & bis B. & item moles eadem. Proinde tota magnitudo K.G.H. in humidum demiſſa, ſtabit ac quieſcet, [a] nec ſurſum nec deorſum feretur: Etenim licet G.H. ſit ponderoſius, quàm H.L. pondere A. & deprimatur [b] vt magis premens, tamen leuius eſt G. K quàm I.L. eadem grauitate A. ita vt pulſum aſcendat, [c] ſcilicet tanta vi, quanta eſt pondus A. Ergo eadem eſt ratio grauitatis in deſcenſu, quæ leuitatis in aſcenſu, & vt magnitudo G.k. demerſa in humido ſurſum fertur, & leuior fit pondere A. quo ſcilicet I L. grauius eſt quàm G.k. ſic G.H deſcendet in humido, & leuius fiet grauitate B. quanta nempè eſt grauitas humidi H. L. eandem qua ipſa molem habentis, vt vult propoſitio.

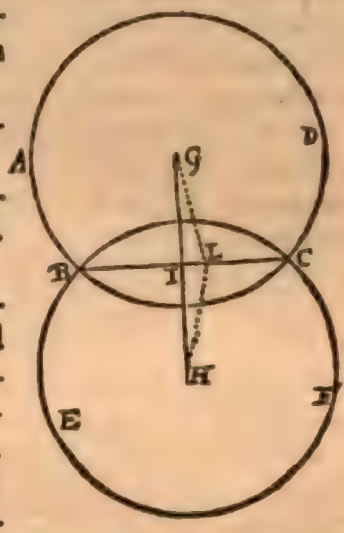
[a] per 3. huius.
[b] per 1. poſition
[c] per præcedentem.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Magnitudo G.H. in humido premit vt 14. sed H. L. humidum eundem occupans locum, cùm sit eiusdem molis, resistit vt 6. Ergo G.H. euincit solùm in depressione vt 8. Minuitur proinde pondere resistentis corporis, nempè 6. & ponderat tantùm grauitate excessus, quo ipsa superat humidum paris molis. Omne ergo graue in aere tanto minus grauitat in aqua, quanto aquæū corpus æqualis molis graue est. Appende hoc aquæum pondus, scies quanto graue in aëre appensum, in aqua leuius sit futurum.

LEMMA.

Si circuli se secuerint, iunganturque eorum sectiones lineâ: ipsa dirimetur bifariam, & ad angulos rectos ab alia linea quæ eorum centra coniunget.



ΥΠΟΘ. Secent se circuli A.B.C.D. & E.B. C.F. eorumque iungantur sectiones B. & C. linea B. C. tum eorum centra alia linea.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico lineã B.C. dirimi bifariam, & rectò à linea iungente centra.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur punctum I. quod sit ex hypothesi medium ipsius B.C. à quo censeantur educi lineæ I.H. & I.G. ad centra circulorum. Tum ducatur G.L.H.

ΑΠΟΔ. Linea H.I. bifariam dirimit B.C. ergo[a] ad angulos rectos: Tum I.G. eadem de causa perpendicularis est ad B.C. Ergo H.I.C. & G.I.C. cum sint recti, G.I.H. est[b] recta linea iungens eorum centra. Quod autem iungens centra trãseat per I. necesse est, nam si posset transire v.g. per L. & esse G.L.H. recta linea, duæ rectæ G.I.H. & G. L. H. comprehenderent[c] spatium. Ergo linea iungens centra bifariam, & perpendiculariter, diuidit B.C. lineam scilicet iungentem sectiones, quod fuit probandum.

[a] per 3. lib. 3.
[b] per 14. d. 2
[c] contra 10 axiomat. 2

ΠΡΟΤΑ. Η.

ΘΕΩΡ. Η.

Εἰ τὸ μέγεθος στέρεον κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, ὁ τοῦ ἡμάσεως τᾶς σφαίρας ζῆμα αὐ ἔχη, εἰς τὸ ὑγρὸν καθῆται, ὥστε τὰν βάσιν τοῦ ἡμάσεος μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, τὸ ζῆμα ἐφιδρώσεται ὀρθῶς, ὥστε τὸν ἄξονα τοῦ ἡμάσεος κατὰ κάθετον εἶμεν. Καὶ ἐὰν ὑπό τινος ἐγκλίνηται τὸ ζῆμα, ὥστε τὰν βάσιν τοῦ ζήματος ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ἃ μὴ ἐγκλινόμενον εἰς ἀφίηται, ἀλλὰ ὀρθῶς ἀποκαταστήσεται.

PROP. VIII.

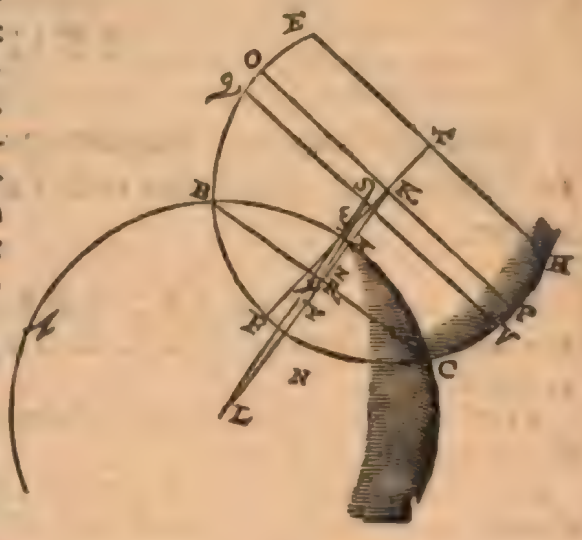
THEOR. VIII.

Si aliqua magnitudo solida leuior humido, quæ figuram portionis sphæræ habeat, in humidum demittatur, ita vt basis portionis non tangat humidum: figura insidebit recta, ita vt axis portionis sit secundum perpendicularem. Et si ab aliquo inclinetur figura, vt basis portionis humidum contingat: non manebit inclinata si demittatur, sed recta restituetur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quoniam huius propositionis antiqua demonstratio quæ fuerat Archimedis, ne quidem veteribus translationibus ad nos peruenerit, & quondam à Federico Commandino suppleta fuerit vt aliæ quæ similiter perierant, vilum est eius vestigijs inhærere primum, deinde aliam subiungere erutam ex antea demonstratis ab Archimede, vt magis ac magis à seipso lumen accipiat.

ΠΡΟΘ. Sit portio sphæræ, vel hemisphærio maior, vt E.F.H. vel æqualis vt O.F.P. vel demum minor vt Q.F.V. humido leuior, quæ in humidum A.B.C.D. demittatur per verticem F. & scilicet basi E.H. vel O.P. vel Q.V. sursum elata extra humidum. Intelligatur verò planum secare hæc sphærica nempè humidum, & propositam portionem per centra, in quo plano agantur lineæ, primum L.k. à centro portionis ad centrum humidi L. Tum diameter portionis F.k.T.



ΣΥΜΠ. Dico portionem, nisi rectò demittatur in humidum, ita vt linea T.k.F. conueniat cum perpendiculari k.L. non manere, sed moueri, donec recta stet humido portio & hæ lineæ in vnam coincidant.

ΚΑΤΑΣ. Posita portione inclinata sit pars insuccata B.X, C.F. & iungatur linea B.C. secans perpendicularem K.L. in R. & per B.C. agatur planum rectum ad K.L. diuidens partem insuccatam in duas sphæræ portiones B.X.C. & B.F.C. diametri autem sectionum circuli sunt N.R. & R.X. ambæ in linea k.L. quia iungit centra vtriusque circuli A.X.D. & E.N.H. & ideò [a] perpendicularis est ad B.C. basim, & omnes lineæ ductæ in sectionibus parallelæ ad B.C. bifariam [b], & rectò [c] diuidentur. Sunt ergo eædem N.R. & R.X. axes portionum sphæricarum partem constituentes insuccatam, & tota N.X. efficit axem ipsius partis, in quo necessario est eiusdem partis centrum grauitatis. Nam portionis B.C.N. centrum est [d] in N.R. portionis item B.X.C. centrum est [d] in R X. punctis, quibus Geometræ docent [e], v. g. in Y. & Z. & propterea centrum totius partis insuccatæ est in recta Y.Z. & ideò in perpendiculari K.L. hoc sit ϛ. Est autem centrum grauitatis totius propositæ portionis in T.F. [d] linea, scilicet axe ipsius: sit ergo ipsum in ζ. Nam educta linea à centro Y. ad centrum reliquæ partis portionis, quæ manet in aere, quod sit S. transibit [f] necessario per centrum ζ. totius portionis. Iungatur tandem S.L.

a per lemma preced.
b per 2 9 l. 1
c per 3 l. 3.
d per 15 lib. de centr. grauit. Cõmandin.
e Interdum Lucas Valerius prop. 34 l. 2. de centro grauit.
f per 8. l. 1. de æquipõd.

ΑΠΟΔ. Cùm ergo ponderet pars in humido secundum lineam Y.L. pars verò quæ in aere secundum lineam S.L. & demum tota portio secundum perpendicularem quæ à ζ ad L. educeretur, non manebit portio [g] quousque hæc tria centra, & punctum L. quod est centrum terræ, recta linea iungantur, quod non fiet quin ambæ lineæ L.K. & F k. in vnam incidant, vt erat conclusum: scilicet deorsum ruentibus partibus quæ sunt ad E.O.Q & ascendentibus sursum ijs quæ sunt ad H.P.V. secundum diuersas lineas, quarum situs paulatim mouetur, quousque radij ζ.S, & ζ Y. fiant æquales, & æquilibrium accidat. Vis autem mouens in hac titubatione est tam grauitas ponderis [g] quæ æquamentum quærit, cum premat in diuersis centris, quàm humidi ponderositas maior [h], quàm sit portionis.

g per 26. primi prop. 6 lib. de quadr. parab.
h per 6. huius.

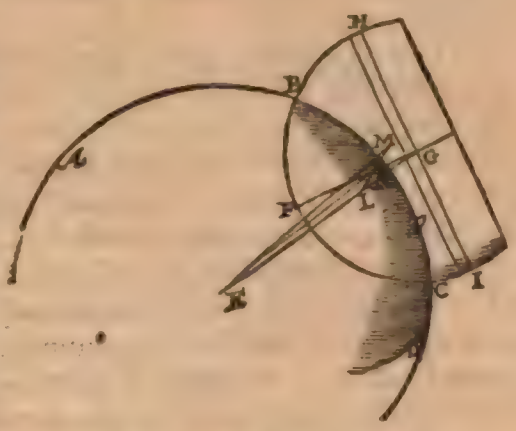
ΣΧΟΛΙΟΝ.

Tota demonstrationis vis eò præcipuè tendit, vt ostendatur diuersa esse grauitatum centra, eorumque diuersos situs, secundum perpendiculares ad centrum mundi eductas. Hinc enim dependet

ſtatus ſeu commotio titubantis molis, vt alias a oſtendimus. Cæterum Archimedes in demonſtrationibus ſuis diſtinguit partem portionis demerſam ab ea quæ in aëre remanet: quamquam ſint continuæ, vnamque ſolam conſtituant magnitudinem; cuius quidem pars quæ in aqua ponderis ſit leuioris, quàm ſit ea quæ in aëre eſt. Nihilominus pondus in vtraque eſt, quo premit ab ea parte qua diſiungitur axis à perpendiculari: ita vt ſemper valeat præcedens noſtra demonſtratio. Verum etiam lubet alijs Archimedis veſtigijs inſiſtentes rationem habere vtriuſque partis ſeparatim,

ΕΤΕΡΑ ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ.

ΥΠΟΘ. Sit itaque hic hemiſphærij H. F. I. pars humido immerſa B. F, C. O. Et quoniam hæmiſphærij centrum eſt in axe F. G. ſit punctum K. Centra vero cùm partis demerſæ, tùm non demerſæ, ſi linea recta iungantur, tranſibit illa per centrum totius hæmiſphærij, a cum radiorum reciproca ratione. Sint ergo illa centra L. partis immerſæ & M. reliquæ, ita vt quemadmodum fuerit pars immerſa ad non demerſam, ita ſit reciprocè M. K. ad K. L. Eſt autem L. M. linea obliqua ad F. G. ex ſuppoſita inclinatione portionis quę in humido.



a per 8. lib. 2. de aquepond.

ΑΠΟΔ. Quoniam L. eſt centrum partis demerſæ, ponderat ſecundum perpendicularem E. L. b vti non demerſa ſecundum perpendicularem E. M. totum vero hæmiſphærium ſecundũ lineam E. K. & puncto K. videtur fieri ſuſpenſio & eſſe libride M. L. punctum vero ſuſpenſionis G. centrum nempè magnitudinis: Ergo M. quæ ſurſum eſt in ſuſpendio mittetur deorſum, punctum verò L. aſcendet ſurſum, ita vt tandem tria puncta E. K. G abeant in rectam lineam & ſit axis F. G. in perpendiculari E. K. vt vult propoſitio. Poſſemus ſicut Archimedes dicere M. ferri deorſum & L. ferri ſurſum & tandem axem G. F. vniri perpendiculari E. K. Verum vnde fiat elatio puncti L. ſurſum non videtur conſtare. Nam licet magnitudo humido leuior aſſurgat tanta vi quanto humidum molem habens magnitudini æqualem grauius eſt c ipſa magnitudine: tamen elatio fit potius ex grauitate magnitudinis immerſæ quæ centrum quærit, quàm ex impulſione humidi. Et propterea quantumuis ſenſim hoc hæmiſphærium demittatur in humidum, fiet quod proponitur, non per reſiſtentiam humidi, ſed per rationem ponderationis & grauitatis partium non demerſarum, cum demerſis, quæ numquam quieſcent quin appenſio fiat cum ratione reciproca radiorum & partium appenſarum. Hæc autem non accidit in quibuſlibet ſphæræ portionibus, quin axis ſit in perpendiculari coniungente tria puncta centrorum humidi ſeu terræ, grauitatis magnitudinis & librationis ſeu appenſionis d. Nam eadem ratio valet tam in portione maiori hæmiſphærio, quam in minori.

b per 2. propoſitio. huius.

c per 6. huius.

d Secundũ ἀπόφασιν propoſit. 6. l. de quadrat. parab.

ΠΡΟΤ. Θ.

ΘΕΩΡ. Θ.

Εἰ δὲ τὸ χῆμα κουφότερον τοῦ ὑγροῦ εἰς τὸ ὑγρὸν καθῆται, ὥστε τὰν βάσιν ὅλαν εἰν τῷ ὑγρῷ ἦμες, ἐφεδρεύσεται ὀρθὸς ὥστε τὸν ἄξονα αὐτῦ κατὰ κάθετον καθῆσθαι.

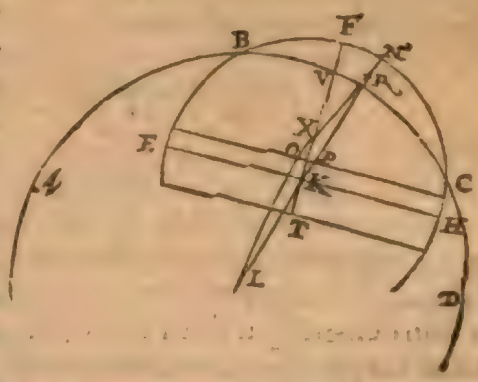
PROP. IX.

THEOR. IX.

Quod ſi figura humido leuior in humidum demittatur, ita vt baſis tota ſit in humido: inſidebit recta, ita vt axis ipſius ſecundum perpendicularem conſtituatur.

ΥΠΟΘ. Sit humidum A. B. C. D. in quod demittatur portio ſphæræ leuior ipſo E. F. H. quæ primò ſit Hemiſphærica & punctum K. centrum ſit ſphæræ, vt & circuli

qui basis est portionis & cuius diameter est E. H. Axis portionis sit F. K. nempè à cẽtro K. ducta linea perpendiculariter ad basim, erit enim in isto axe centrum grauitatis portionis. Imaginemur autem à centro humidi L. duci perpendicularem L. K. N. per K. centrum sphæræ.



ΣΥΜΠ. Dico quòd si dicta magnitudo sphærica demergatur in humidum, ita vt basis cadat in humidum, vertex vero F. sursum non demersus remaneat, non quieturã fore donec axis K. F. conueniat cum perpendiculari L. N.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam propositum hemisphe-
a per 5. hum. rium partim est a in humido partim extra humidum, quia ponitur humido leuius, videtur dirimi in duo diuersa pondera & differenter ponderantia: Et quia in humido est pars E. B, C. H. tum extra humidum pars B. V. C. N. diuersa grauitatum centra istæ partes nã-
b per 8. l. 1. de æquip. ciscentur: ipsa ergo sint R. & O. quæ iungens linea recta O. R. necessario transibit b per centrum grauitatis totius portionis: quod ideo est X. & est X. O. ad X. R. vt reciprocè pars in aëre ad partem in humido. Feretur ergo (concludit Archimedes) pars extra humidum per rectam R. L. deorsum & pars intra humidum sursum secundum lineam O. L. donec k. F. conuenerit cum L. N. Addo id fieri necessarie: quia cum illæ duæ partes appendeant à puncto k. tanquam ab agina O. R. in radijs X. O, X. R. iungi oportet
c per 2. ex sexta de quadr. parab. c in vna eademque recta linea centrum mundi L. centrum appensionis K. & X. centrum grauitatis magnitudinis: quod non eueniet quin linea k. F. axis nempè portionis, sit cum linea L. N. vt vult propositio.

Cæterum quod de hæmisphærio ostenditur, concludetur tam de portione maiori cuius v. g. basis, T. sit centrum, quam de maiori cuius centrum basis ponatur P. punctum. Etenim vtrobique valet superior ratio.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ARCHIMEDIS

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΟΧΟΥΜΕΝΩΝ. DE IIS QVÆ VEHVNTVR IN HVMIDO.

ΒΙΒΛΙΟΝ Β. LIBER II.

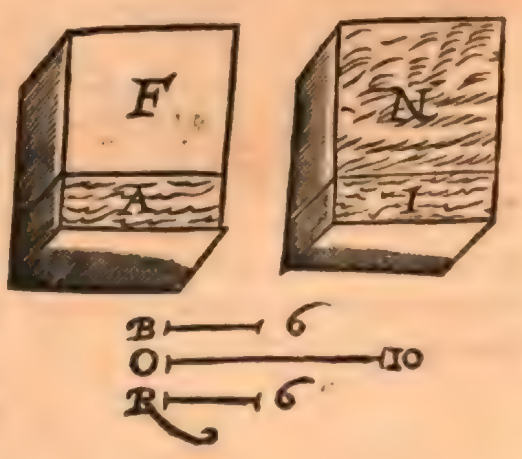
NOVIS DEMONSTRATIONIBVS ILLVSTRATVS.

ΠΡΟΤ. Α. PROP. I.

ΘΕΩΡ. Α. THEOR. I.

ΕΙ τὸ μέγεθος κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, εἰς τὸ ὑγρὸν καθιέμενον τῷ βάρει, λόγον ἕξει πρὸς τὸ ὑγρὸν τὸ ἴσον ὄγκου τῷ ὅλου ἴσου ἔξει, ὃ τὸ μέρος τοῦ μεγέθους κατακεκλυσμένον ἔχει πρὸς τὸ ὅλον μέγεθος.

SI magnitudo aliqua humido leuior demittatur in humidum, eam in grauitate proportionem habebit ad humidum æqualis molis, quam pars magnitudinis demersa habet ad totam magnitudinem.



ΥΠΟΘ. Sit magnitudo humido leuior F. A. demissa in humidũ, ita vt pars humido A. demergatur, pars vero F. supereminеat: sit rursus N. I. corpus humidum paris molis atque F. A.

ΣΥΜΠΕ. Dico A. F. esse ad N. I. vt est A. ad F. seu pars demersa humido, ad non demersam.

ΚΑΤΑ. Diuidatur N. I. corpus humidum æqualis molis cum A. F, in N. & I. similiter ac F. A. diuisum est, & sit N. pars æqualis ipsi F. Tum I. par ipsi A. sit autem grauitas totius F. A. numeri B. Tum corporis N. numeri O. & corporis I. numeri R.

ἀπὸ. Quam habet grauitatem magnitudo F. A. humido leuior, eandē habet a corpus I. quod eſt eiuſdem molis ac pars demerſa A. Verum B. eſt grauitas magnitudinis F. A. & R. ipſius I. b ſunt itaque B. & R. æquales. Et quoniam magnitudinis F. A. grauitas eſt B. Tum corporis N. I. grauitas eſt O. R. vt eſt F. A. ad N. I. ſic eſt B. ad O. R. vel ſic eſt R. ad O. R. Sed vt R ad O. R. ita eſt b I. ad N. I. Ergo I. eſt ad N. I. vt c F. A. ad N. I. Atqui vt I. ad N. I. ita eſt b A. ad F. A. ergo F. A. eſt c ad N. I. vt A. ad F. A. quod fuit probandum.

a per 11 h 5.

b per fabr.

c per 11 h 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Seneca hanc ipſam rem meditatus, opere quæſtionum naturalium hæc habet: *quamcumque vis rem expende, & contra aquam ſtatue, dummodo vtriuſque par ſit modus. Si aqua grauior eſt, leuiorem rem quam ipſa eſt ferit: & tanto ſupra ſe extollit, quantò erit leuior. At ſi aquæ & eius rei, quam contra penſabis, par pondus erit, nec peſſum ibit, nec extabit, ſed æquabitur aquæ & natabile quidem ſed penè merſa ac nulla eminens parte. Hoc eſt cur quædam tigna ſupra aquam penè tota efferantur, quædam ad medium ſummiſſa ſint, quædam ad æquilibrium aquæ deſcendant. Nam cùm vtriuſque pondus par eſt, neutra res alteri cedit, grauiora deſcendunt, leuiora geſtantur: grane autem & leue eſt, non æſtimatione noſtra, ſed comparatione eius quod vehi debet. Itaque vbi aqua grauior eſt hominis corpore aut ſaxi, non ſinit id, quo non vincitur mergi.* Hæc Seneca, qui videtur his verbis propoſitionem Archimedis diffuſiùs explicuiſſe, & cùm demonſtraſſet Geometra noſter ſic leuiori corpore in humidum demiſſo, de reliquis corporibus quatenus penes leuitatem vel grauitatem ab humido differrent, ſtatuere voluiſſe. Hoc itaque certum eſt humido exiſtente medio geſtationis corporum, deferri ea ſuprà vel infrà, quatenus leuiora humido vel grauiora ſunt. Apparent autem ſenſibus noſtris grauiora vel leuiora ex demerſione eorum in humido, ſicuti fit quoque in aëre, in quo aëre leuiora ſurſum aſcendunt, grauiora deprimuntur. Hominem & ſaxum in exemplum ſumit Seneca: nec abſque ratione: cùm mare mortuum quod & lacus Aſphaltites in Syria dicitur, iræ diuinæ vetus monumentum, humido ſit adeo graui vt homines ipſi enatent, nec fundum petere poſſint: Rurſus memorat Vitruvius in Hiſpaniæ vlterioris Calcento, Galliarum Maſſilia & Aſiæ Pitana quondam lateres formatos qui cùm erant ducti & arefacti, proiecti natarent: vt ſic terra in lapides conuerſa, humido fieret leuior, & ex leuitate ſuperemineret, non ex natura propria aut figura. Celebris etenim noſtro ſeculo in Italia agitata quæſtio eſt, num corporum figura demerſioni in humido, aliquid adderet detraheretue. Et qui figuræ adſcribunt rationem demerſionis aut enatationis, obtrudunt duo corpora humido grauiora ſimilis materiæ pariſque ponderis, ſed figuræ variæ: v. g. hinc ſphærulam ex ebore vel ex Ebeno ligno, illinc laminam ex eadem materia, parique pondere, ſed tenuiſſimam & diductiſſimam: oblatas autem in humidum demittunt & ſphærulam quidem fundum ſtatim petere, laminam verò enatare oculis teſtibus oſtendunt: Atque hanc ſitus varietatem, figuræ tribuunt, quæ ſola in ipſis eſt diuerſa. Qui contrà figuram eliminant è cauſis demerſionis aut enatationis, negant laminam quantumuis ſubtiliter extenſam; ſi materiæ fuerit humido grauioris, nō demergi, & mordicùs adſeuerāt fundū aliquādo petere, quāuis lentè. Non quæritur enim nū tardiùs vel celeriùs deſcēdant hæc corpora, ſed dūtaxat an demergantur. Celeritas autē vel tarditas immerſionis non à leuitate aut grauitate, ſed ab aquæ ceſſione liberiori aut difficiliori. Vt enim hæc corpora deſcendant, locum cedat aqua neceſſe eſt: Cæterùm plus aquæ minùs cedit tardiúſque mouetur cùm reſedit, quàm paululum: lamina verò tenuiſſima multò maiorem aquam expellit aut premit, quàm globulus paris ponderis, Deinde addunt, quia ſi lamina ſurſum aquæ diutiùs remaneat, aëri ſoli tribuendum, à quo celeriter diuelli non poteſt, cùm aqua non ſtatim ſubueniat vt locum repleat: quæ vbi ab vno latere ad aliud excurrerit, accelerari deſcenſum. Vnde concludunt figuræ deberi duntaxat celeritatem vel tarditatem deſcenſus ex maioris vel minoris aquæ occurſu.

Architeſt. c. 3. l. 2.

Vide Galileum Galilæum qui Italicè ſcripſit de iis quæ attinent ad ea quæ aqua inſident.

LEMMA.

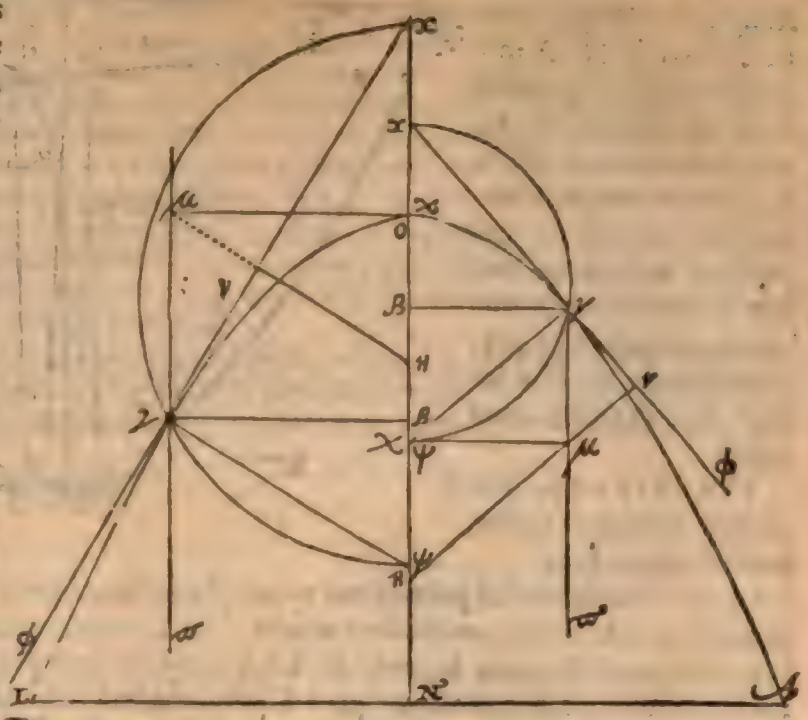
Si parabolen contingat linea in puncto, ſumatur verò in diametro paraboles linea æqualis ei quæ vſque ad axem: tum à puncto contactus ducatur linea æquediſtans diametro, in quam ab initio lineæ aſſumptæ ducatur perpendicularis ſecans æquidiſtantem, & tandem à fine lineę aſſumptæ per punctum ſectionis æquidiſtantis ducatur linea in tangentem, ad eandem linea ducta erit perpendicularis.

ΠΡΟΘ.

ΥΠΟΘ. Tangat hinc inde (quia duobus modis hypotheſis contingere poteſt) ϱ κ. Parabolem in punctis γ. & in diametro N.O. ſumatur χ κ. æqualis ei quæ vſque ad axem, tum à puncto γ. ducatur æquediſtans γ.ϖ. in quam incidat perpendicularis χμ, & tranſeat per punctum μ. linea κμ ν, vel κ ν μ.

ΣΥΜΠ. Dico lineam κμν, vel κ ν μ, cadere perpendiculariter in κϱ.

ΚΑΤΑΣ. Producatur tàm diameter N. O. quã linea tangens quouſque concurrant in κ. puncto, tum à puncto γ. decidant duæ ϖϱ, φσ, γβ. ad diametrum, & γψ. ad tangentem.



ΑΠΟΔΕΙ. Eſt γβ. media proportionalis a inter κβ. & βψ. quia angulus κγψ. eſt rectus, & ab angulo recto in diametrum κψ. decidit perpendicularis γβ. ſcilicet quadratum γβ, æquale eſt rectangulo ſub κβ. & βψ. Verum idem quadratum γβ. par eſt b rectangulo ſub Oβ. & latere recto paraboles, ſeu ea iuxta quam poſſunt ordinatim ductæ. Ergo hæc duo rectangula ſub κβ, βψ. & ſub Oβ, & latere recto, habent latera proportionalia, & vt eſt κβ, ad Oβ. ita eſt latus rectum ad βψ. Verùm κβ. duplum eſt ipſius νβ quia ſunt κν. O. & Oβ. æquales. Ergo rectum latus eſt duplum ipſius βψ. Atqui idem latus duplum eſt eius quæ vſque ad axem, vt aliàs oſtendimus c: Et ideo æquales ſunt βψ, & χμ. æquales quoque ſunt βγ, χμ, vt d iungentes perpendiculares, & anguli ad χ. & β. ſunt ambo recti, vnde ſequitur f reliqua latera γψ, & μν. eſſe quoque æqualia, & angulos βγψ, & χμν, eſſe pares, ac proinde parallelas eſſe g lineas βγ. & νμν, ac ideo tandem angulum μνγ. eſſe h rectum, qualis eſt ψγν. vt vult lemma.

a per 13. l. 6
b per 11. l. 1. conic.
c per 35. l. 1. conic.
d lemm. 1. ad 4. de ſphæroidib. & conoid.
e per 33. l. 1.
f per 4. l. 1.
g per 28. l. 1
h per 29. l. 1

ΠΡΟΤ. Β.
ΘΕΩΡ Β.

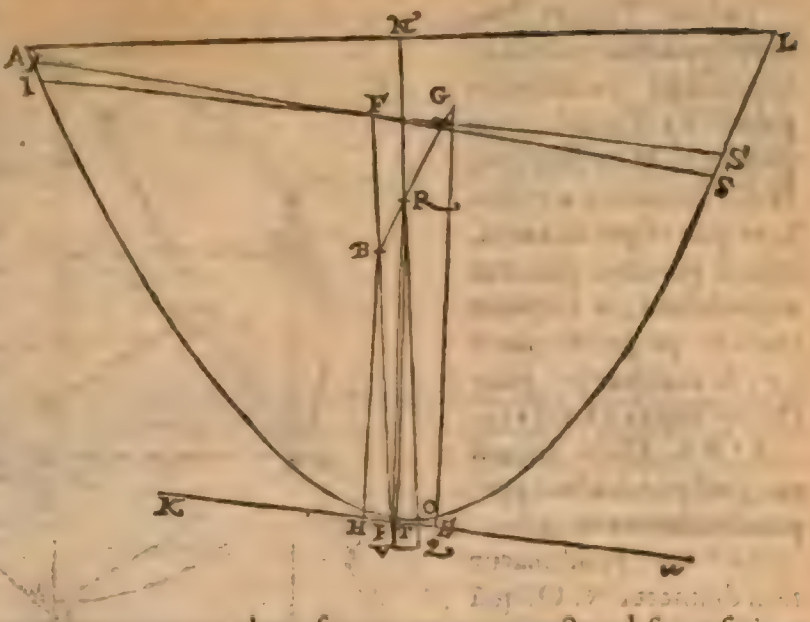
Τὸ ὀρθὸν ἰμᾶμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος ὁπότε ἂν ⓨ ἄξονα ἔχῃ ἐλάττονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τᾶς ἄξονος, ὅλον λόγον ἔχον ποτὶ τὸ ὑγρὸν ᾧ τῷ βαρεῖ, καθήμενον τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὰν βάσιν αὐτᾶς ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ ἀπέσθαι, καὶ ἐγκεκλινομένον, οὐ μενεῖ, ἀλλὰ ὀρθὰς ἀποκαθιδήσει). Ὀρθὸν δὲ λέγω καθεστάναι τοιοῦτο ἰμᾶμα, ὅταν τὸ ἐπίπεδον τὸ τέμνεν αὐτό, ἢ τᾷ ἐπιφανείᾳ τοῦ ὑγροῦ παράλληλον.

PROP. II.
THEOR. II.

Recta portio conoidis rectanguli, quando axem habuerit minorem, quàm ſeſquialterum eius quæ vſque ad axem, quamcumque proportionem habens ad humidum in grauitate: demiſſa in humidum, ità vt baſis ipſius humidum non contingat, & poſita inclinata non manebit inclinata, ſed recta reſtituetur. Rectam dico conſiſtere talem portionem quando planum quod ipſum ſecuit, ſuperficiei humidi fuerit æquidiſtans.

Ypoe. Sit portio rectangulæ conoidis A.O. L. cuius axis N. O. minor sit quàm sesquialter lineæ quæ est à sectione ad axem, (de qua aliàs [a], & quæ est semper dimidia eius secundum quã possunt ordinatim ductæ.) iaceatque in humido inclinata, siue grauior humido sit, siue leuior, siue tandem æquè grauis.

[a] 4 lib. de conoidib. & sphær. scilicet 2. huius ad 2. lemm. præfixum propositionis.



ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Dico non remanere ipsam, sed restitui rectam.

ΚΑΤΑΣ. Imaginemur portionem totam plano secare per axem recto ad superficiem humidi, & sectionem conoidalem offerri A.O.L. rectam, quidem ad diametrum O.N. sed cuius pars insuccata humido sit I. O. S. inclineturque ita vt eius diameter P.F. non sit ad basim I.S. rectus, nec ipsa I.S. parallela basi A.L. nec recta ad N.O. ipsi verò I S. ducatur æquidistans K ω. quæ tangat portionem in puncto P. Sumatur autem centrum grauitatis portionis totius, quod nimirum sit [b] in puncto R. diametrum ita diuidente, vt totus diameter sit sesquialter partis quæ est ad verticem, vel hæc pars sit dupla eius quæ ad basim. Partis verò adaquatæ centrum sit B. inuentum, vt centrum R. & ab ipso deducta linea per R. transeat ex hypothesi in G. centrum partis in aere manentis: scilicet existente [c] radio B.R, ad R.G. reciprocè, vt pars A.I.S.L. ad partem I.P.S. Et quoniam N.O. diameter totius portionis est tantum sesquialter partis R O. ad eam verò quæ vsque ad axem minor est quàm sesquialter: sequitur [d] R. O. minorem esse τῆς μείζονος τῶν ἀξόνων. Fiat ergo R.Q. ea quæ vsque ad axem, & ducatur Q. V. ad R.Q perpendicularis, & ideò parallela ipsi A.L. & incidat in F.P. vltra sectionem in V. (licet enim parallela ipsi A.L. duceretur ab O. caderet extra [e] sectionem, multo ergo citius Q.V.) Iam à puncto R. ad V. ducatur linea R. V. secans [f] perpendiculariter tangentem k.ω. in T. tum agantur ab alijs centris B. & G. aliæ perpendiculares H B. & G.E.

[b] per 2 lem. 8 l. de æquipond.

[c] per 8.1 de æquipond.

[d] per 8.l.5.

[e] per 17 li. 2. Conic.

[f] per lemma præced.

ΑΠΟΔ. Quoniam linea à puncto R. ducta ad V. punctum incidit [f] perpendiculariter in k.ω. est in triangulo R.P.T. angulus ad P. [g] acutus. Sed & angulus quem N.O. facit producta ad eandem tangentem k.ω. versus k. est quoque acutus, æqualis [h] nimirum angulo quẽ I.S. facit cũ N.O. ex supposita inclinatione. Ergo perpendicularis R.T. incidit necessario inter F.P. & N O. Atqui tota moles ponderat secundum perpendicularem R.T, pars verò quæ in aqua, secundum perpendicularem B H, & altera extra aquam, secundum G. E. Atqui non constabit moles quin axis O.N. conueniat, cum perpendiculari R. T. Necessario ergo feretur deorsum G. à cuius partibus ponderat maior moles magnitudinis, & è contra assurget B. vt tandem conueniant N.O. & R.T. tum cum his diameter F.P. vt nempè superficies humidi sit parallela plano basis A.L. quod fuit probandum.

[g] per coroll. 32 l.1.

[h] per 29 l. 1.

[i] per 8 l.b præced.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hanc demonstrationem si retuleris ad examen librilis & stateræ, & vsus fueris ea ratione quàm antea desumpsimus ex scholio textæ propositionis de quadratura paraboles, qua vt magnitudo stet ad sacoma, tria puncta in eandem lineam offerri debere ostendimus centrum terræ, centrum grauitatis & appensionis punctum, nihil ab re feceris. Etenim ex illa ratione, debent recto incidere centrum terræ, puncta R. & N. quo contingente, fiet quod proponit Archimedes, & fortasse vt ratio erit simplicior, eo censenda melior fuerit. Deinde huc respexisse Archimedem patet ex perpendiculari R.T. de qua exactissimè quærit, num hinc numue illinc diametri incidat. Etenim cũ à qua parte sit, vt à latere I.O. minor absque dubio magnitudo grauiter, & pondus è contrario maius ab alia nempe O.L. reperiatur, propterea Archimedes concludit G. descendere, nempe propter maiorem grauitatis molem, & B. è contra ascendere, nempè vt leuiorem sarcinã. Et rursus in sequentibus hęc perpendicularis diligentissimè exquiritur, hanc eandem ob causam. Cæterum ne errorem in contextu propositionis

ſuboleas: quia non ſuperbipartientem tertias inter diametrum & partem diametri à centro ad verticem, ſed videas adſcribi ſeſquialteram. Nam centrum grauitatis portionis comprehenſæ ſub recta & rectanguli conſectione, etſi non ſit in puncto ita diuidente diametrum, vt diameter totus ſit ad partem in qua vertex portionis, ſeſquialter: ſed ita dirimente diametrum vt pars in qua vertex, ſit ſeſquialtera reliquæ partis quæ ad baſim: Hoc enim demonſtrauit Archimedes octaua propoſitione lib. 2. περὶ ἰσορρόπων. Sic verò totus diameter, vt hic N.O. eſſet ad partem maiorem, vt ad R.O. in ratione ſuperbipartiente tertias, nempe vt quindecim ad nouem, vel vt 5. ad 3. ſicuti illic a collegimus, non verò vt 3. ad 2. Tamen retinenda eſt dupla ratio partis R O. in qua vertex ad partem N.R. quæ eſt ad baſim: quia hic non agitur de corpore æqualis ſpiſſitudinis contento ſub ſectione parabolica, vt diximus proœmio 2. de æquipond. & cuius centrum grauitatis quæritur 8. propoſ. eiuſdem libri: at de corpore portione conoidis rectangulæ, cuius centrum grauitatis dirimit diametrum in partes quæ ſunt in ratione dupla, vt ad illam 8. diximus.

a coroll. 1. prop 8 l 2. de æquip.

Cæterum antiqua σχήματα videntur addicere punctum R. in linea I.S. cum tamen alibi poſſit contingere vt I.S. aliquando deſcendere infra punctũ R. (quod eſt immobile) aliquando ſurſum aſcendere: hìc potiſſimum vbi ratio magnitudinis ad humidum penes grauitatem non definitur.

ΠΡΟΤΑ. Γ.

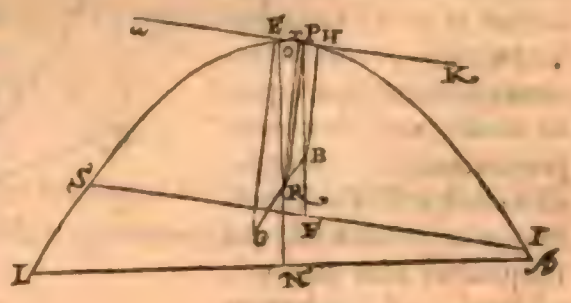
ΘΕΩΡ. Γ.

Τὸ ὀρθὸν τμῆμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁπότε ἂν ⓦ ἄξονα ᾖ ἐλάσσονα ἢ ἡμιόλιον τοῦ μέχρι τοῦ ἄξονος, ἔν τινα λόγον ἔχον πρὸς τὸ ὑγρὸν, εἰς τὸ βαρεῖ, καθημένον εἰς τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὴν βάσιν αὐτοῦ εἶναι ὅλην εἰς τὸ ὑγρὸν, καὶ ἐγκλινόμενον, οὐ μενεῖ ἐγκλινόμενον, ἀλλὰ οὕτως ἀποκατασταθήσεται ὥστε ⓦ ἄξονα αὐτοῦ κατ' εὐθεῖαν κεῖσθαι.

PROP. III.

THEOR. III.

Recta portio conoidis rectangulæ quando axem habuerit minorem quam ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, quamcumque proportionem habens ad humidum in grauitate, demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius tota ſit in humido, & poſita inclinata, non manebit inclinata, ſed ita reſtituetur, vt axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.



ΥΠΟΘΕ. Repetatur figura præcedens eademque ſupponãtur, ſed inuertatur figura, & baſis quidem ſectionis conoidalis demergatur humido, vertex verò vergat in altum & inclinata ſectione inſuccetur pars A. I, S. L.

ΣΥΜΠΕ. Dico non manere nec ſtare ſectionem, verùm perpetuo moueri donec axis N. O. incidat in perpendicularem R. T. ductam à centro grauitatis totius.

ΚΑΤΑΣ. Maneant eadem in ſtructura quæ prius.

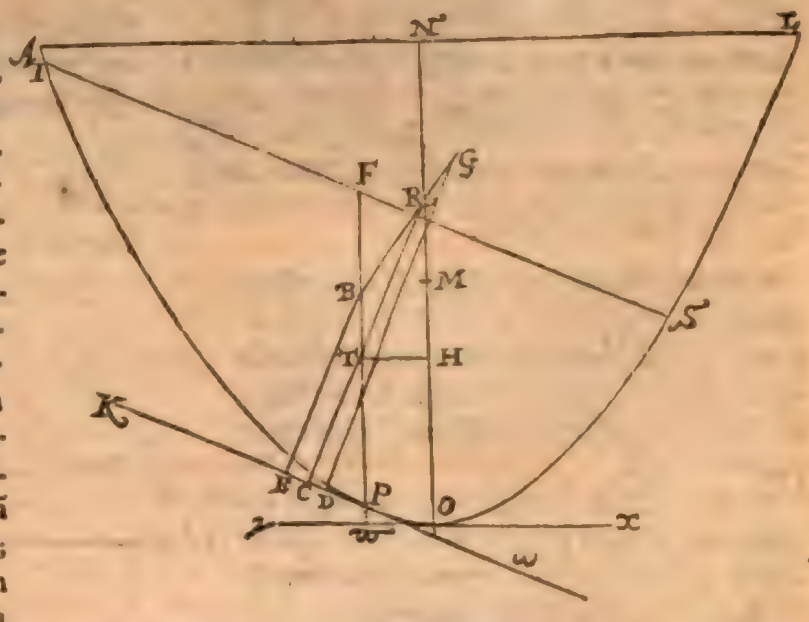
ΑΠΟΔ. Iiſdem omnino rationibus oſtẽdetur perpẽdiculare R. T. incidere inter puncta H. & O diuerſaſque duci perpẽdiculares in ω. K. hoc eſt in ſuperficiẽ humidi I. S. à centris G. & B. & propterea non manere portionem, ſed æquilibriũ requirere, mouerique donec conueniant N.O. & perpendicularis T.R. Quod vt accidat pars adaquata ſurſum feretur ſecundum perpendicularem G. E. reliqua verò quæ in aëre deorſum tendet ſecundum perpendicularem B. H. & tandem N. O. fiet R. T. vt proponitur. Cæterùm tunc librile erit R. P. radij verò G. R. & R. B. fient in æquamento, ſcilicet aſcendente G. & deſcendente B. non vt centra, ſed vt puncta magnitudinis. Nam eandem centra trium grauitatum reperientur in diametro N. O. cum quo axes partium tam inſuccatæ quàm eius quæ in aëre, conuenient. Sunt verò in axibus grauitatum centra.

PROP. IV. ΠΡΟΤΑ. Δ.

THEOR. IV. ΘΕΩΡ. Δ.

Recta portio rectangulæ conoidis, quando fuerit humido leuior, & axem habuerit maiorem quàm sesquialterum eius, quæ vsque ad axem, si in grauitate ad humidum æqualis molis, non minorem proportionem habet ea, quam quadratum. quod fit ab excessu, quo axis maior est, quàm sesquialter eius, quæ vsque ad axem, habet ad quadratum quod ab axe: demissa in humidum, ita vt basis ipsius humidũ non contingat, & posita inclinata, non manebit inclinata, sed recta restituetur.

Τὸ ὀρθὸν τμῆμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὁπότε ἂν κουφότερον γένηται τοῦ ὑγροῦ τὸ ᾧ ἄξονα μὴ μεῖζονα ἢ ἡμιόλιον τοῦ μέχρι τοῦ ἄξονος· ἐὰν εἰς βαρεῖ πρὸς τὸ ὑγρὸν τοῦ ἴσου ὄγκου, καὶ ἐλάσσονα λόγον μὴ ἔχῃ αὐτοῦ ἢ τὸ τετράγωνον τὸ γενόμενον ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὁ ἄξων μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἔχει πρὸς τὸ τετράγωνον ὃ ἀπὸ τοῦ ἄξονος, καθημένον ἐς τὸ ὑγρόν, ὥστε τὰν βάσιν αὐτοῦ καὶ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ Ⓒ ἐγκλινόμενον, οὐ μενεῖ ἐγκλινόμενον ἀλλὰ ὀρθὸς ἀποκαθισθήσεται.



TPOΘ. Sit portio conoidis rectangulæ A.O.L humido leuior, & huius axis seu diameter sit N.O. maior quàm sesquialter lineæ v. g. R.H. quam supponimus esse eam, quæ dicitur vsque ad axem: habeat verò ea portio in grauitate ad humidum æqualis molis, non minorem proportionem quàm quadratum quod fit ab excessu quo axis maior est quã sesquialter eius quæ vsq; ad axem, ad quadratum quod ab axe, verbi gratia quam quadratum M.O, quam mox inueniemus, ad quadratum N.O. Et demittatur tandem in humidum vertice deorsum tendente, non rectò sed obliquè, ita vt superficies humidi, nempe I.S. non sit parallela ad A.L. sed inclinata ad axem N.O.

ΣΥΜΠ. Dico non manere nec consistere portionem, sed restitui ac moueri donec N.O. vergat rectò ad centrum terræ.

KATAΣ. Inueniatur centrũ grauitatis totius portionis quod sit R. tũ portionis insuccatæ I.P.S. quod sit B. & à centro B. imaginemur lineã per R. duci ad cẽtrũ reliquæ portionis, quod sit G. Et quoniã inclinatur portio, & est F.P. parallela axi N.O. agatur tãgens k.ω. in puncto P. & parallela basi I.S. Tũ posita R.H. ea quæ vsq; ad axẽ ducatur H.T. rectò à pũcto H. in F.P. & à cẽtro R. emittatur per T. linea R.T.C. in tãgẽtẽ vt in eã sit perpẽdicularis, tũ in eandẽ tangẽtẽ demittãtur aliæ perpendicula-

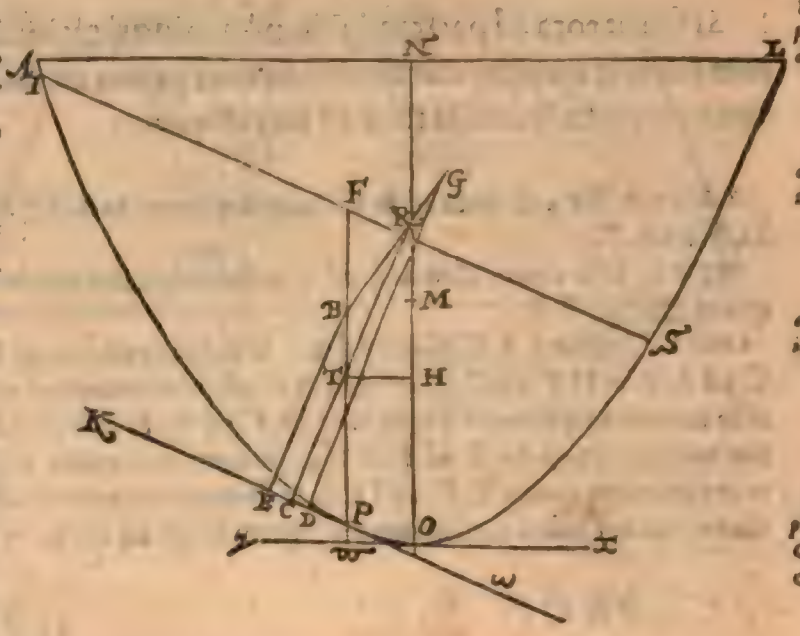
a *Iuxta scholium 8. li. 2. de æquipond.*
b *iuxta 8. l. 1. de æquipond.*
c *iuxta 17. l. 1. Conic. & lemma præf. 13. l. de Conoid.*
d *per lemma 2. huius*

res à cẽtris B & G. incidentes in puncta E.D. Inueniatur tandẽ punctum M. sumpta nempe M.O. ad H.O. [a] sicuti est O.N. ad O.R. Etenim posita N.O. sesquialtera lineę R.O. erit quoq; M.O. sesquialtera ipsius H.O. & ex consequenti reliqua M.N. reliqua R.H. sesquialtera erit [b] vt proinde sit M.O. excessus quo N.O. tota maior est quã sesquialtera ipsius R.H. Deniq; à puncto O. tangens sit x.γ. in quã incidat F.P. [c] producta in π. extra sectionem.

[a] per 12. l. 6

[b] per 19 l. 5

[c] iuxta 17. l. 1 Conic. & lemma prop. 13 l. de Conoid.



[d] ex hypothesi.

[e] per 1. huius.

[f] per 36. prop. de Conoidib. & sphær.

ΑΠΟΔΕΙ. Portio tota ad humidum æqualis molis, non habet minorem rationem penes grauitatem, quàm quadr. [d] lineæ M.O. ad quadratum N.O. Atqui quam rationem habet portio ad humidum in grauitate eandem habet [e] demersa pars ad totam magnitudinem, & quam demersa pars ad totam magnitudinem, eandem habet [f] rationem quadratum F.P. ad quadratum N.O. Ergo quadratum P.F. non minorem habet rationem ad quadratum N.O. quam quadr. M.O. ad idem quadr. N.O. Quare P.F. non est minor ipsa M.O. Et propterea B.P. non est minor quã H.O. Nam vt est O.R. ad O.N. sic est [g] H.O. ad O.M. & inuertendo [h] vt N.O. ad O.R. seu vt F.P. ad B.P. sic est M.O. ad O.H. Et si F.P. nõ minor est quã M.O. equidẽ B.P. non est [i] minor quã H.O. Quod si F.P. fuerit æqualis ipsi M.O. erit [k] quoq. æqualis B.P. quartæ H.O. Sed B.ω egressa nẽpè sectionẽ vt attingeret tangentem γ.x. est maior quã B.P. ergo maior quã H.O. cui æqualis est [m] T.ω. & ideo punctũ T. cadit sub B. inter B & P. Quod si B.P. maior sit quã H.O. multo citiùs T. cadet sub B. Idcirco linea ducta ab R. per T. in tangentẽ K.ω. faciet angulum T.C.ω. rectum, & ideo cũ superficie [n] humidi I.S. Itaque minus pondus erit, à parte A.P. quã à parte L.P. & ideo, quod in humido est, ferretur sursum secundũ perpendicularẽ B.E. & quod extra humidum. Agetur deorsum secundum G.D. perpendicularem donec N.O. incidat in perpendicularem R.T.C. vt vult propositio.

[g] per fabr.

[h] per coroll. 4. l. 5. & iuxta def. 13. eiusd.

[i] per 14. l. 5 & per 17. l. 1. Conicor.

[k] per 34 l. 1.

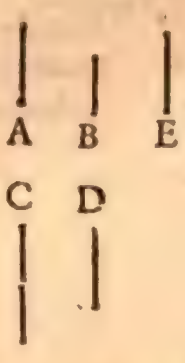
[l] per 29. l. 1

[m] per schol. prop. 1

[n] per 29 l. 1

LEMMA I.

Si prima ad secundam non maiorem habuerit rationem, quàm tertia ad quartam: habebit conuertendo secunda ad primam, non minorem proportionem quàm quarta ad tertiam.



ΥΠΟΘ. A. habeat ad B. non maiorem rationem quam C. ad D.

ΣΥΜΠ. Dico B. non minorem habere rationem ad A. quam D. ad C.

ΚΑΤΑΣ. Sit [o] E. ad B. vt C. ad D.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. A. (cum non maiorem,) habeat vel æqualem vel minorem rationem ad B. quam C. ad D. Si æqualem & sit vt A. ad B. sic C. ad D. erit [p] inuertendo B. ad A. vt D. ad C. & ita B. non habebit minorem rationem ad A. quam D. ad C. Si vero A. minorem habet ad B. quam C. ad D. & E. sit ad B. vt C. ad D. est [q] E. maior quam A. Ergo B. ad A. maiorem rationem habet, [r] quàm ad E.

[o] per 12. l. 5

[p] per coroll. 4. l. 5.

[q] per 8. l. 5

[r] per 10. l. 5

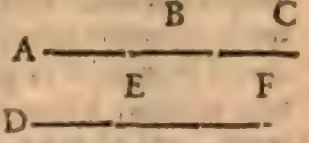
Atqui cum vt E. ad B. ſic C. ad D. inuertendo[b] B. eſt ad E. vt D. ad C. Ergo D. ad C. minorem rationem habet quam B. ad A. Ergo B. non minorem rationem habet ad A. quam D. ad C. quod fuit probandum.

LEMMA II.

Si fuerit tota ad partem ſui in non minori ratione quam alia tota ad partem ſui: erit quoque conuertendo tota prima ad ſui reliquum in non maiori ratione quam ſecunda tota ad ſui reliquum.

ΠΡΟΘ. Sit A. C. tota ad B. C. in non minori ratione quã D. F. ad E. F.

ΣΥΜΠ. Erit conuerſim A. C. ad A. B. in non maiori ratione quam D. F. ad E F.



[a] per 17. & 18. l. 5.

ΑΠΟΔ. Etenim ſi A C. fuerit ad B. C. in æquali ratione, ac D. F. ad E. F. Erit[a] rurſus A. C ad A. B. vt D. F. ad D. E. ac ideo in nõ maiori ratione: ſi verò tota A. C. ad B. C. maiorem rationem habuerit quam tota D. F. ad E. F. erit diuidendo[a] A. B. ad B. C. in maiori ratione quam D. E. ad E. F. ideoque conuertendo habebit B. C. ad A. B. minorem rationem quam E. F. ad D. E. & demum componendo[b] A. C. erit ad A. B. in ratione minori (ideo non in maiori) quam D. F. ad D. E. vt vult lemma.

[b] per 3. d. 5 ſecundum Campan.

PROP. V.

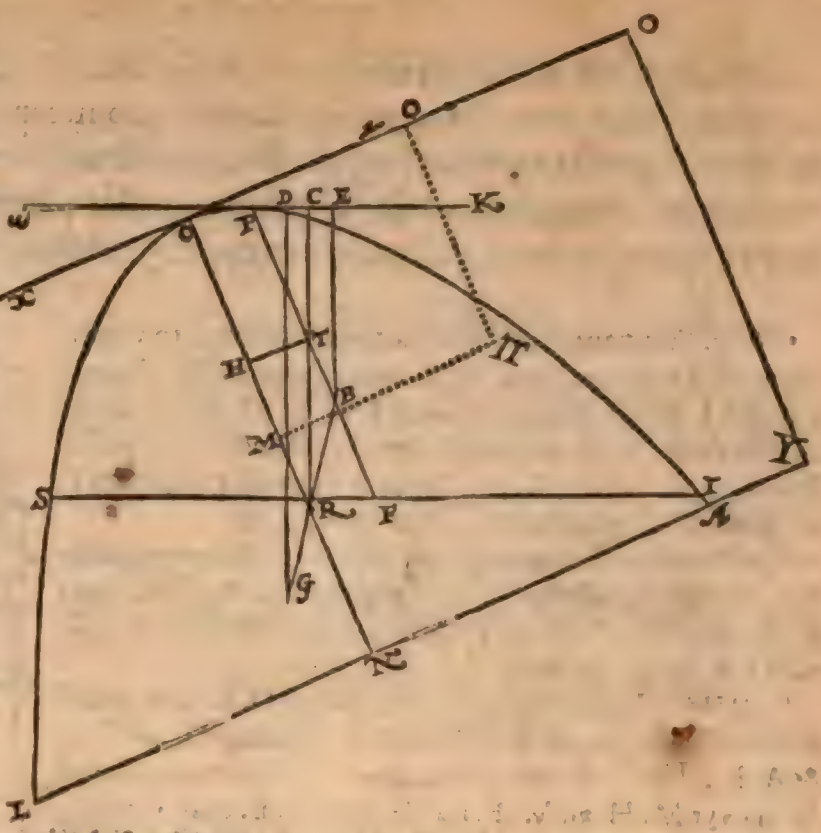
THEOR. V.

Recta portio conoidis rectãgulæ quãdo leuior humido axẽ habuerit maioré quã ſeſquialterũ eius, quæ vſque ad axẽ, ſi ad humidum in grauitate non maiorem proportionẽ habeat, quã exceſſus, quo quadratum quod fit ab axe maius eſt quadrato, quod ab exceſſu, quo axis maior eſt quã ſeſquialter eius quæ vſque ad axem, ad quadratum quod ab axe demiſſa in humidum, ita vt baſis ipſius tota ſit in humido, & poſita inclinata, nõ manebit inclinata ſed reſtituetur ita, vt axis ipſius ſecundum perpendicularem fiat.

ΠΡΟΤ. Ε.

ΘΕΩΡ. Ε.

Ορθὸν τμῆμα ὀρθογωνίου κωνοειδέος, ὅταν κουφότερον ᾖ τοῦ ὑγροῦ, ὁ ἄξονα ἔχῃ μείζονα ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τᾶς ἄξονος ἐὰν πρὸς τὸ ὑγρὸν οὕτω βαρεῖ ᾖ μείζονα λόγον ἔχῃ ἢ ὑπεροχὰ ᾇ τὸ τετράγωνον ὃ γίνεται ἀπὸ τᾶς ἄξονος μεῖζον ἐστὶ τοῦ τετραγώνου τοῦ ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς, ᾇ ὁ ἄξων μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιος τᾶς μέχρι τᾶς ἄξονος· καθημένον ἐς τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὰν βάσιν μὴ ἅπτεσθαι τᾶς ὅλας τοῦ ὑγροῦ, μὴ ἐγκλινόμενον, οὐ μενεῖ ἐγκλινόμενον, ἀλλὰ καθαθήσεται ὥστε τὸν ἄξονα αὐτοῦ πρὸς κάθετον γίνεσθαι.



ΤΠΟΘ. Demittatur iam propoſita portio A O. L. in humidum per baſim, & baſi inſuccata tota, vertex maneat in aëre ſed inclinatè, ita vt ſuperficies humidi S. I. non ſit ad axem N. O. recta & ſit R. H. ea quæ vſque ad axem & M. O. pars, qua axis N. O. eſt pluſquam ſeſquialter ipſius R. H. nempè eius quæ vſque ad axem. Et quoniã quadr. N. O. maius eſt quadr. M. O. ponitur vero magnitudo ſeu portio propoſita ad humidum in grauitate non maiorẽ proportionem habere, quã exceſſus quo quad. axeos N. O. excedit quad. M. O. ſeu lineæ qua axis pluſquã ſeſquialter eſt ea quæ vſq; ad axẽ, ad quad. N. O. notetur ille exceſſus (lucis gratia) in Gnomone π. Y. ſeu M. Y. O. Centrũ autẽ partis demerſæ ſit G. eius vero quę in aëre ſit B. totius demũ portionis ſit R. Cęterũ quomodo inueniatur M. O. dictum eſt in præcedenti propoſitione: reliqua denique manent vti illic.

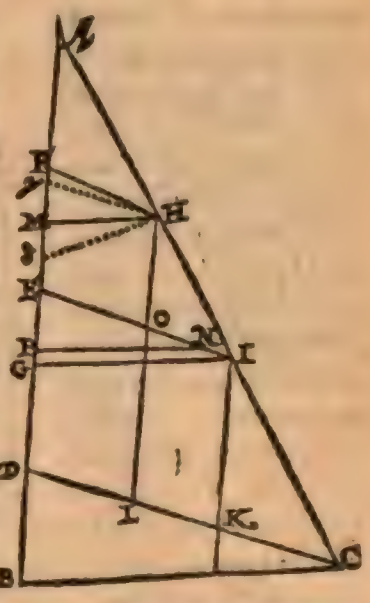
ΣΥΜΠΕ. Concluditur portionem in humido inclinatam, non ceſſare moueri, donec axis N. O. conueniat cum perpendiculari R. C. & vergat rectò ad centrum terræ.

ΑΠΟΔ. Portio ex hypotheſi non maiorẽ proportionem habet ad humidum in grauitate quã gnomõ π. Y. habet ad quadr. N. O. Atqui quã rationẽ habet in grauitate portio ad humidum æqualis molis, eã dem habet [a] magnitudo inſuccata, ad totã portionẽ. Propterea magnitudo inſuccata non eſt in maiori ratione ad totam portionem quàm gnomon π. Y. ad quadr. N. O. Et proinde tota portio non eſt [b] ad inſuccatam partem in minori ratione quàm quadratum N. O. ad gnomonem π. Y. Sequitur ergo totam portionem eſſe [c] ad ſui reliquum, nempe ad partem quæ in aëre eſt & in qua vertex, nempe ad S. P. I. in non maiori ratione quam quadratum N. O. ad ſui reliquum, nempe ad quadratum ex O. M. quod eſt O. π. Atqui quam rationem habet tota portio ad ſui partem ſcilicet ad portionem S. P. I. eandem habet [d] quadratum N. O. ad quadratum P. F. Igitur quadratum N. O. non habet ad quadratum P. F. maiorem rationem quam ad quadratum ex M. O. Et propterea P. F. non eſt [e] minor ipſa O. M. nec ideo P. B. ipſa O. H. quia vt P. F. ad P. B. ita M. O. ad O. H. ex præcedenti inuentione lineæ M. O. Cadit proinde perpendicularis H. T. inter P. & B. Et linea ab R. per T. ducta in K. ω. cadit (& quidem [f] perpendiculariter) inter K. & P. ita vt maior pars magnitudinis ac ponderis ſit à parte ω. Vnde ſequitur molem ferri deorſum ſecundum perpendicularem G. D. ſed ſurſum à parte perpendicularis E. B. donec linea N. O. coincidat in perpendiculare R. C. & vergat rectò ad centrum terræ vt vult propoſitio.

[a] per 2. huius.
[b] per 1. lẽ. præc.
[c] per 2. lem. præc.
[d] per 26. de conoidib. & ſphær.
[e] per 8. l. 5.
[f] per lem. præfixũ 2. huius.

LEMMA.

In triangulo si ab altera extremitate basis, linea ducatur quomodocumque secans oppositum latus: tum in latere à quo incepit duci linea, sumantur aliquot puncta à quibus singulis ducantur lineæ parallelæ cùm basi, tùm lineæ recens ductæ: omnes lineæ rectæ inter illas parallelas ductæ æquidistanter opposito lateri, sunt alternatim proportionales.



YΠΟΘ. Sit triangulus A.B.C. à cuius basis puncto C. ducatur C.D. secans latus A.B. oppositum in D. Tum à punctis I. & H. ducantur lineæ I.G. & H.M. parallelæ basi C.B. & ab ijsdem punctis lineæ I.E. & H.F. æquidistantes recens ductæ C.D. Tandem inter illas ducantur I.K. & H.O.L. parallelæ opposito lateri A.B.

ΣΥΜΠ. Dico lineas quæ inter illas æquidistantes ducũtur, vt inter parallelas basi, ad eas quæ inter æquidistantes recens ductæ, esse proportionales: nempè G.B. ad I.K. vel O.L. sicuti M.B. ad H.L.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Etenim quoniam M.H. & G.I. sunt parallelæ basi B.C. vt est A.M. ad M.H. ita [a] A.G. ad G.I. & A.B. ad B.C. Verum rursus quia lineæ sunt parallelæ aliæ alijs vt M.H. ad M.F. ita [b] G.I. ad G.E. & B.C. ad B.D. Ex æquo ergo vt A.M. ad M.F. ita [c] A.G. ad G.E. & A.B. ad B.D. & conuertendo [d] vt A.M. ad A.F. ita A.G. ad A.E. & A.B. ad A.D. Cum igitur sit A.B. ad A.D. vt A.G. ad A.E. erit reliqua [e] G.B. ad reliquam E.D. hoc est ad I.K. vel ad O.L. vt A.B. ad A.D. Rursus quoniam vt A.G. ad A.E. ita A.M. ad A.F. reliqua M.G. erit ad reliquam F.E. hoc est H.O. vt A.G. ad A.E. hoc est vt A.B. ad A.D. Denique quia vt A.B. ad A.D. sic A.M. ad A.F. erit reliqua [f] M.B. ad reliquam F.D. seu H.L. vt A.B. ad A.D. Ergo sunt omnes alternatim proportionales vt vult lemma.

[a] per 2. l. 6.
[b] per 4. l. 6.
[c] per 22. l. 5.
[d] per corol. 8. 19 l. 5.
[e] per 9. l. 5.
[f] per 4. l. 1.

COROLLARIVM.

Hoc si fuerit, deducimus lineas illas parallelas esse basi & recens ductę ac tangere necessario apice anguli, quo à se abeunt, trianguli latus. Etenim si fieri potest sint duæ H.γ. & H.δ. non parallelæ duabus C.B. basi & C.D. recens ductæ & D.B. ad H.L. sicuti A.B. ad A.D. vel vt A.M. ad A.F. Nam cum iam ostenderimus M.B. esse ad H.L. vt A.M. ad A.F. sequetur M.B. & δ.B. esse æquales, [g] hoc est totum parti quod est inconueniens. Adhuc sint si fieri potest duæ N.P. & E.N. basi & recenter ductæ lineæ parallelæ altera alteri, quæ non tangant apice anguli E.N.P. quo coniunguntur, latus A.C. & recto producatur E.N. in I. quousque occurrat lateri & ducatur I.G. basi B.C. parallela. Etenim si ex hypothesi M.P. sit ad O.H. vt A.B. ad B.D & vt ostensum est, sit M.G. ad eandem H.O. vt A.B. ad B.D. sequetur M.P. & M.G. esse æquales [z] & partem toti quod est impossibile.

[g] per 8. l. 5

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc ex Commandino: qui ea arte huius propositionis demonstrationem aperuit. Nec enim aliter occurrebat in antiquo diagrammate Archimedis, quomodo P.I. ad P.H. vel eandem proportionem haberet quam habet N.ω. ad ω.o. vel maiorem, hoc est in nostro diagrammate quod sequitur in propositionis demonstratione, quomodo N.C. ad C.k. vel eandem vel maiorem haberet rationem quam H.G. ad G.B. hoc ergo artificio vtamur, fruamur. Cæterum si quid in hoc lemmate mutauerim, id consulto feci vt vsus & esset facilior & amplior.

PROP. VI.

THEOR. VI.

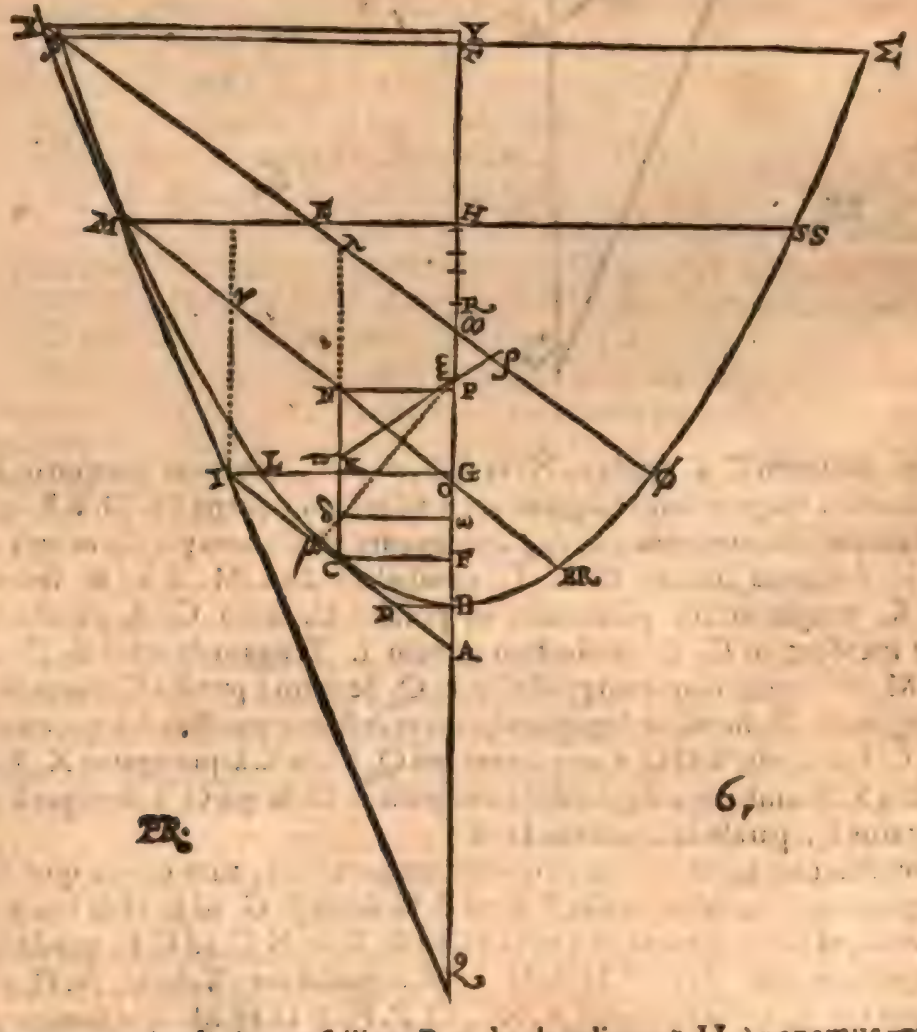
Recta portio conoidis rectangulæ, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vſque ad axem proportionem habeat, quàm quindecim ad quatuor; in humidum demiſſa adeo vt baſis ipſius contingat humidum, numquam conſiſtet inclinata ita, vt baſis in vno puncto humidum contingat.

ΠΡΟΤ. ϛ.

ΘΕΩΡ. ϛ.

Τὸ ὀρθὸν τμῆμα κωνοειδέος ὀρθογωνίου, ὅταν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, τὸν ἄξονα μὴ μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τῆς μέχρι τοῦ ἄξονος, ἐλάττονα δὲ ἢ ὡς πρὸς τὰν μέχρι τοῦ ἄξονος λόγον ἔχῃ αὐτὸ δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα, ἐς τὸ ὑγρὸν καθημμένον, ὥστε τὰν βάσιν αὐτᾶς τοῦ ὑγροῦ ἅπτεσθαι, οὐδέποτε καθαθήσεται ἐγκλινόμενον ὥστε τὰν βάσιν κατ' ἐνὶ σημείῳ τὸ ὑγρὸν ἅπτεσθαι.

ΠΡΟΘ. Sit portio conoidis rectangulæ M. B. SS. leuior humido, axem habens B. H. maiorem quàm ſeſquialterum eius quę vſque ad axem, quam (poſito ξ. centro



grauitatis magnitudinis, & ſcilicet B. ξ. dupla reliquæ ξ. H.) ponamus eſſe ξ ω. maiorem quidem quam ξ. G. ad quam ponamus H. B. eſſe vt 15. ad 4. quia ſupponimus

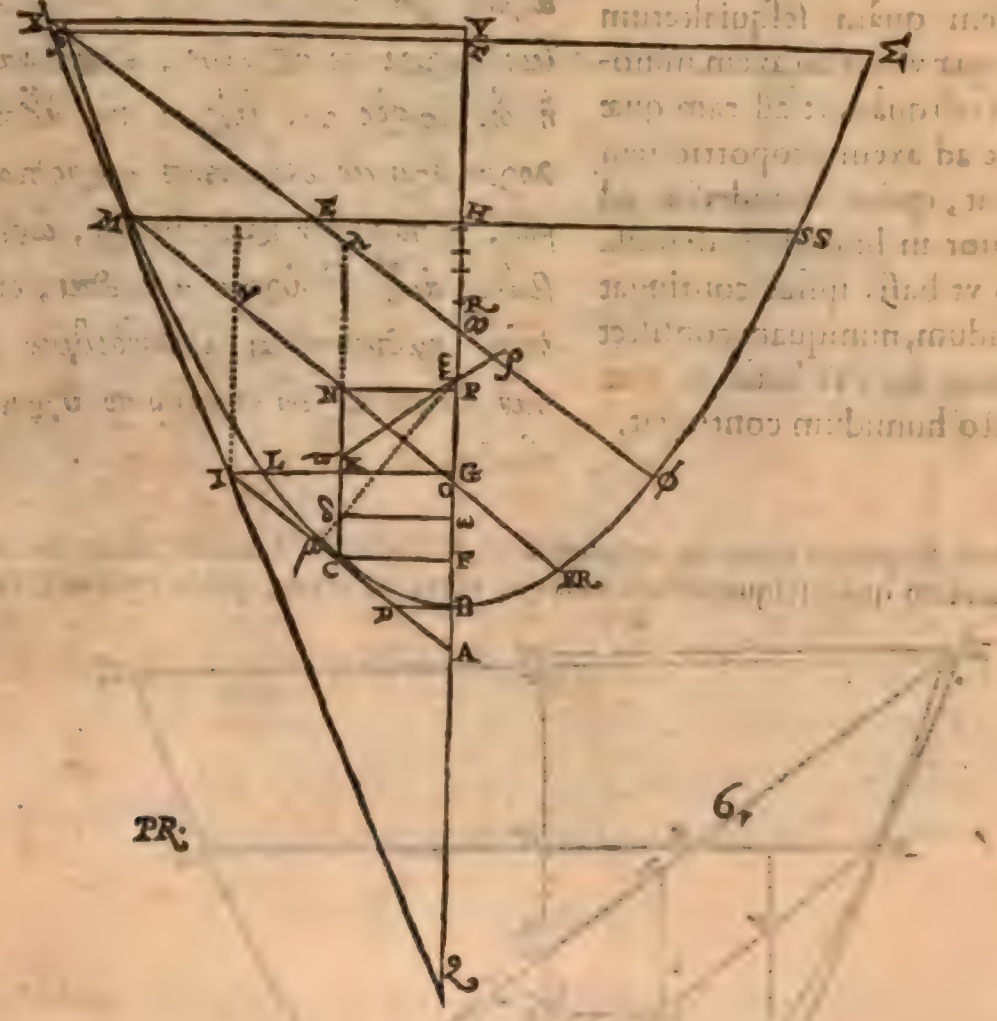
ἀρτ χάλιον 8. l. 2. de æquipond.

H.B. habere ad ξ. ω. nempè ad eam quæ vsque ad axem, minorem rationem quàm 15. ad 4.[b] & propterea ξ. ω. esse maiorem quàm ξ. G. Demittatur verò portio in humidum vertice inuerso & ita inclinato vt basis tangat humidum in puncto M. superficies vero humidi sit M.N.RR. obliqua ad H.B.

[b] per 10. 2.

ΣΥΜΠ. Dico portionem non consistere sed moueri donec stet rectò & axis H. B. vergat ad centrum terræ.

ΚΑΤΑΣ. Portionis demersæ humido M. C. RR. diameter sit C. N. diametro B.



[a] per 10. 1. 5

H. parallelus: sit autem C. ω. dupla τ. N. vt scilicet [a] sit τ. centrum grauitatis, à quo per centrum totius magnitudinis ξ. agatur τ. ξ. ρ. ad centrum partis SS. M. RR. quæ in aëre est. has autem lineas imaginamur in plano secante portionem per illa centra. Iam à puncto G. ducamus lineam G. K. L. parallelam basi M. SS. & secantem C. N. in K. tangat autem portionem in puncto C. linea C. A. parallela basi M. RR. & incidens in G. L. productam puncto I. Tangant [b] rursus B. D. in B. & M Q. in M. occurrens diametro producto in Q. demùm à puncto C. ducatur C.F parallela tangenti B. D. sumatur denique vspiam in sectione punctus S. à quo parallela tangenti A. C. I. ducatur S. OO. φ. occurrens ipsi Q. M. in X. à quo agatur X. Y. tum à puncto S. alia S. T. ambæque æquidistent tangenti B. D. & ipsi G. I. denique à puncto I. demittatur I. γ. parallela diametro H. B.

[b] per 11ma prælium. prop. 13. de Conoidib. & sph.

ΑΠΟΔ. Potest autem accidere tum ex quantitate portionis, tum ex ea quæ vsque ad axem, vt punctus G. ita detur, vt fiat F B ad B. G. sicuti B. G. ad B. H. & hoc si contigerit quæcumque fiat inclinatio, erit vt G.H. ad G. B ita N.C. ad C.K. quod vt probemus sic argumentemur: F. C, P. N. & H. E. M. æquidistant: Tum M. N. O. parallela est tangenti A. C. vnde trianguli A. F.C, O. P. N. & O.H.M. sunt similes [c] & est O.H. ad H.M. sicuti O. P. ad P. N. vel A. F. ad F. C & permutando [d] H.O. ad F.A sicuti H. M. ad F. C. At verò vt quadratum H. M. ad quadratum G.L. ita [e] linea H B. ad lineam G. B. & rursum quadratum G. L. ad quadratum F. C. vt linea G. B. [e] ad F. B. lineam: hypothesis autem est tres B. F, B. G, B. H, continuè proportionales esse:

[c] per 4. l. 6
[d] per 16. l. 5
[e] per 20 l. 6 Conic.

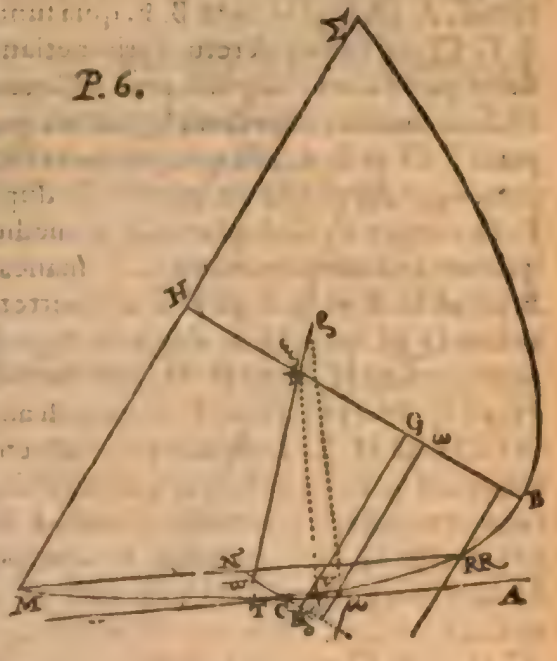
propterea, vt quadratum H. M. ad quadratum G L. ita [a] H. M. ad F. C. hoc est H. O. ad F. A. (nam conclusum est H. O. ad F. A. vt H. M. ad F. C.) Atqui vt quadratum H. M. ad quadr. G. L. ita [b] est H. B. ad B. G. scilicet B. G. ad B F. ex hypothesi: est itaque [c] H. O. ad F. A. vt B. G. ad B. F. & vicissim [d] H. O. ad B. G. vt F. A. ad B. F. Verum F. A. est dupla [e] lineæ B. F. quia sunt F. B, B. A. æquales ergo H. O. est dupla lineæ B. G. Quod concluderetur pariter etiamsi fieret inclinatio maior vel minor: imo si caderet punctum O. in punctum G. Cæterum tres trianguli A. F. C, O. N. P. & O. M. H. sunt similes ex structura figuræ: ex qua similiter P. N. & F. C. sunt [f] æquales, vnde patet P. O. & F. A. esse quoque pares: & ergo P. O. duplam etiam ipsius B. F. Propereaque cum H. O. sit ipsius B. G. dupla, vt mox concluſimus, sequitur reliquam P. H. reliquæ F. G. duplam esse, ac medietatem P. R. ipsi F. G. æquari: ita vt si vtrique ipsarum addatur communis G. P. maneant æquales F. P. & G. R. Quoniam vero H. B. est ad G. B. vt G B ad F. B. conuertendo [g] erit B. H. ad G. H. vt B. G. ad F. G. Est autem Q H. ipsius H B. dupla [e] & ergo Q H. ad H. B. vt H. O. ad G. B. & rursus in primo ordine H B. ad G. H. vt in secundo G. B. ad F. G. sequitur ex æquo [h] esse Q. H. ad G. H. vt O. H. ad F. G. hoc est ad H. R. æqualem: & vicissim [d] Q. H. ad O. H. vt G. H. ad H R. Et demum conuertendo [g] Q. H. ad reliquum Q O. vt G. H. ad reliquum G. R. hoc est ad, æqualem P. F. nempe ad [f] C. N. Vnde concludimus necessario ex corollario præcedēti lineas G. I. & A. I parallelas esse basi H. M. nēpe G. I. & tecens ductæ M. O. nempe I. A. & item apicem anguli A. I. G. incidere in lineam Q. M. Habemus ergo Q. H. ad Q. O. vt G. H. ad C. N. Nunc ostendēdū G. H. esse ad G. B. vt C. N. ad C. K. Mox dicebamus H. Q. esse ad Q. O. vt H. G. ad C. N. Verum sunt [f] C. N. & A. O. æquales, dicamus ergo Q. H. esse ad Q. O. vt ablata H G ad ablatam O. A. Et proinde reliquam Q. G. esse ad reliquam [g] Q. A. itidem vt totum Q. H. ad totum Q. O. verum vt G. Q ad Q. A. sic est [i] H. G. ad I. 2. seu ad C. N. seu ad A. O. & seu demum ad F. P. componitur vero Q. G. ex Q. B. vel si mauis ex H. B & ex B. G. Tum quia Q. B. & B. H. sunt æquales & ambæ A. B, B. F. æquales, his duabus ablatis supersunt æquales Q. A. & F. H. Habemus ergo hinc H. B. & B. G. illinc vero F. H. Et quidem à duabus H. B. & B. G. si abstuleris G. H. remanebit bis B. G. hoc est H. O. ostensum enim: est H. O. duplam esse lineę G. B. Tum ex F. H. si rescindens P. F. remanebit H. P. nempe dupla P. R. Dicamus ergo quoniam Q. H. est ad Q. O. vt Q. G ad Q. A. vel ad F. H. & vt Q. G. ad Q. A. sic ablatum H. G. ad ablatum F. P. sequi reliquum O. H. esse ad reliquum H. P. vt Q. G. ad Q. A. hoc est [i] vt H. Q. ad Q. O. hoc est [i] vt H. G. ad N. C. Atqui vt O. H. ad H. P. nempe duplum ad duplum, sic est [m] simplex G. B. ad simplicem C. K. Ergo vt H. G. ad N. C. ita est G. B. ad C. K. & vicissim [g] vt H. G. ad G. B. sic est N. C. ad C. K. quod fuerat primò ostendēdū. Verum si posuerimus portionem, minorem vel maiorem ita vt ratio hæc continua trium linearum H. B, G. B, B. F. euanescat, vt si basis fuerit T. S. superficies verò aquæ ex inclinatione S. λ. OO. φ. Erit maior ratio C. λ. (Tunc enim C. λ. fit diameter partis demersæ) ad C. K. quam T. G. ad G. B. Etenim Y. G maior est quam T. G. Atqui Y. G. est [f] ad C. λ. vt H. G. ad N. C. scilicet vt G. B. ad C. K. ex mox demonstratis. Et vicissim [h] Y. G. est ad G. B. vt C. λ. ad C. K. Sed T. G. minorem rationem, habet vt minor ad G. B. quam Y. G. ad eandem G. B. Ergo C. λ. habet ad C. K. maiorem rationem quam T. G. ad G. B. Hoc modo ostendetur sumpta portione maiori vel minori quam M. B. SS. vel sumptis aliis quibuslibet punctis quam M. sectionem fieri in N. C. diametro portionis insuecatæ, ita vt tota diametrus ad portionem verticis, habeat maiorem rationem quam sit ea quæ inter portiones est diametri totius. Iam H. G. est sesquialtera reliquæ G. B. Nam posito B. H. tota 15, pars H. ξ. est 5. & ξ. G. 4 proinde tota H. G. 9. & reliqua G. B. supererit 6. Sequitur ergo C. N. vel sesquialteram esse partis C. K. vel maiorem quàm sesquialteram & ex consequenti esse N. K. vel duplam ipsius K. C. vel minorem quam duplam: hoc est vel centrum incidere in K. vel magis accedere ad basim portionis. Sit proinde in ϖ. vti ex fabrica construximus. Quoniam vero ξ. ω. est ea quæ vsque ad axem, & à puncto ω ducitur perpendicularis ω η in parallelam diametro B. H. sequitur [n] lineam ξ. η producta in tangentem A. I. incidere ϖ ipsis. Ergo est perpendicularis ξ. η. μ. quæ ideo relinquit à parte verticis B. maiorē portionis partem. Proinde pondus à parte B. deorsum verget secundum perpendicularem ductam à centro ρ. in tangentem A. C. Reliqua verò portionis pars, quæ à parte

[a] per 10 lem. 1 lib.
[b] per 22 l. 6 Comm.
[c] per 11 l. 5
[d] per 16 l. 5
[e] per 35 l. 1. Comm.
[f] per 34 l. 1
[g] per corroll. 19. l. 5
[h] per 22 l. 5
[i] per 8. l. 5.
[l] per prec. lemma.
[m] per 15. l. 5
[n] per lēma præpxum huius.

M. ſurſum feretur ſecundum perpendicularem ductam à puncto ϖ. in eandem tangentem A. I. & donec portio mouebitur baſiſque SS. M. aſſurget ab humido omnino donec H. B. conueniat cum ξ. μ. vt proponebatur.

Cæterum Archimedes altero ſchemate ſupponit tantam leuitatem eſſe portionis eãque inclinationem vt linea ducta à puncto G. inuento vt prius, producta ad limbum portionis orthogonaliter ad diametrum, nõ incidat in lineam N. C. ſed ſupra verſus apicem B. puncto K. Hoc autem poſito & cæteris vt priùs manentibus, ſicuti in figura videre eſt, idem ἡμίσεκμα δυσεὶς. Etenim ſequetur ξ. V. lineam eſſe perpendicularem ad tangentem A. I. & propterea partem portionis in qua vertex, ponderare deorſum ſecus perpendicularem ρ. μ. ductam à centro ρ. reliquam vero partem efferri ſecundum ϖ. T. aliam ductam πρὸς ὀρθὰς in eandem A. I. tangentem, à centro ϖ. T. quouſque rurſus diameter H. B. & linea ξ. V. conueniant vt prius.

P. 6.



PROP. VII.

THEOR. VII.

Recta portio conoidis rectangulæ, quando leuior humido axem habuerit maiorem quidem quàm ſeſquialterum eius, quæ vſque ad axem, minorem verò, quàm vt ad eam quæ vſque ad axem proportionem habeat, quàm quindecim ad quatuor: in humidum demiſſa, adeo vt baſis ipſius tota ſit in humido, numquam conſiſtet, ita vt baſis contingat humidi ſuperficiem, ſed vt tota in humido ſit & nullo modo eius ſuperficiem contingat.

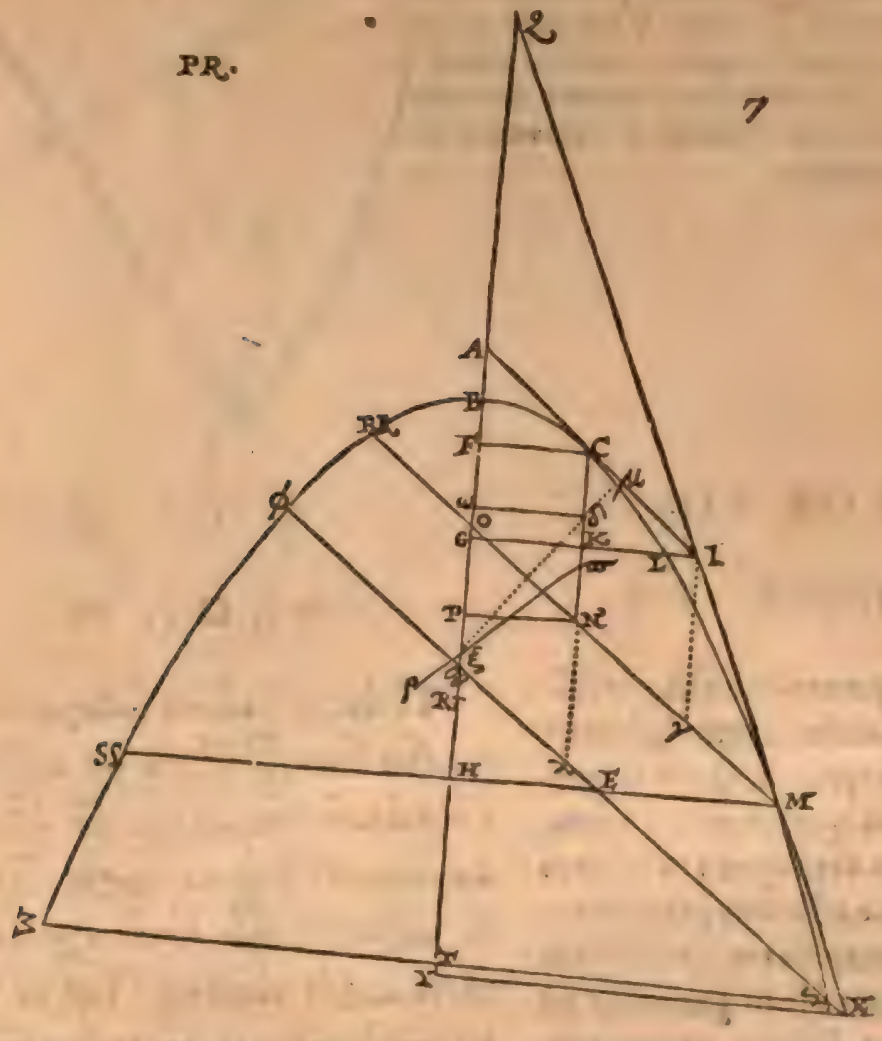
ΠΡΟΤ. Ζ.

ΘΕΩΡ. Ζ.

Τὸ ὀρθὸν ἡμᾶμα κωνοειδέος ὀρθογωνίου, ὅταν κουφότερον τοῦ ὑγροῦ, ᾖ ἄξονα ἔχη μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχει τοῦ ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὡς πρὸς τὰν μέχει τοῦ ἄξονος λόγον ἔχη δὺ δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα· ἐς τὸ ὑγρὸν καθιεμένου ὥστε τὰν βάσιν αὐτᾶς ὅλαν εἶμεν ἐν τῷ ὑγρῷ οὐδέποτε καθαψήσεται, ὥστε τὰν βάσιν ἅπτεσθαι τᾶς ἐπιφανείας τοῦ ὑγροῦ, ἀλλὰ ὡς ὅλας ἐν τῷ ὑγρῷ ἢ καὶ οὐδενὰ ζόπον τᾶς τοῦ αὐτοῦ ἐπιφανείας ἅπτηται.

προσ.

ΤΠΟΘ. Repetatur præcedens ὑπόθεσις, hoc tantum mutato: quod cum superius vertice mergeretur in humido, hic basi in humidum demittatur, & cæteris omnino suppositis.



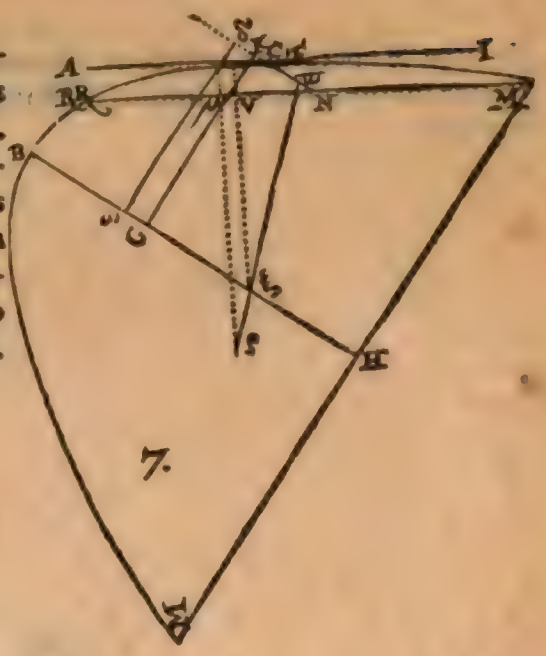
ΣΥΜΠ. Dicitur portionem non manere, sed moueri, ita vt basis quæ ex hypothesi puncto M. vel S. tangit superficiem humidi, nullo modo eam attingat & tota assurgat ab humido, donec diameter H. B. vel T. B. rectò vergat ad centrum terræ & conueniat cum perpendiculari ξ. μ.

ΚΑΤΑ. Fabrica sit omnino eadem quæ superius.

ΑΠΟΔ. Poterit rursus contingere vt portione secta plano per diametrum maneat basis sectionis M. SS. ita vt ex centro ξ. dirimente diametrum H. B. in partes duas quarum a altera sit alterius dupla & ex inclinatione portionis in humido, accidat vt sint H. B. G. B, F. B. continuè proportionales & inde concludamus, vt in præcedenti demonstratione C. N. esse ad C. k. vt H. G. ad G. B. & proinde C. N. esse vel sesquialteram ipsius C. k. vel maiorem quam sesquialteram, seu N. k. vel duplam esse partis C. k. vel minorem quam duplam: hoc est, vel centrum incidere in k. vel magis accedere ad basim portionis vt in ϖ. Denique eruemus hinc lineam ξ. μ. ductam a centro ξ. per punctum ν. (quo perpendicularis ab extremitate eius quæ vsque ad axem secat parallelam diametro & producitur in tangentem) cadere ad angulos rectos & in eam & in superficiem humidi, & proinde totam portionis molem ponderare secundum ipsam ξ μ. inæqualiter, propterea que maius pondus à parte π. inclinari seeus perpēdicularem à centro π. ductam: reliquum verò euehi secundum perpendicularem erectam à puncto ρ. scilicet quousque diameter H. B. conueniat cum perpendiculari ξ. μ. & radij ρ. ξ & ξ. π. fiant in æquilibrio cum librili ξ. μ. & tandem æquales à centris æqualium magnitudinum. Cæterum si basis fuerit S. T. Σ. idem sequetur vt antea demonstrauimus.

a per coroll. lemmatis prælixi 2. huius.

Cæterum si veluti priùs, sit portio adeo lo-uis, vt demissa in humidum tantula pars insuccetur, vt linea G. K. non secet N. C. sed habeat infra se punctum C. tamen reliqua sequentur: quoniam perpendicularis ostendetur ξ V. & radios ρ ξ. & ξ σ. ad ipsam esse ad angulos impares, propterea æquilibrium requiri quod fiet trudente humido quousque linea ξ. V. incidat in diametrum H. B. vti proponitur.



PROP. VIII.

THEOR. VIII.

Recta portio conoidis rectãgulæ quando axem habuerit maiorem quidem quam sesquialterũ eius quæ vsque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vsque ad axem proportionem habeat quam quindecim ad quatuor: si in grauitate ad humidum habeat proportionem minorem ea quam quadratum, quod fit ab excessu quo axis maior est quam sesquialter ilius quæ vsque ad axem, habet ad quadratum quod ab axe, demissa in humidum, ita vt basis ipsius humidum non contingat: neque in rectum restituetur neque manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualem ei, de quo infra dicetur.

ΠΡΟΤ. Η.

ΘΕΩΡ. Η.

Τὸ ὀρθὸν τμῆμα ὀρθογωνίου, κωνοειδὲς ὅταν ὁ ἄξονα ἔχῃ μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τᾶς μέχρι τᾶς ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὡς ἀν πρὸς τὸν μέχρι τᾶς ἄξονος ὁ λόγον ἔχῃ ἀν δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα· ἐὰν δὲ τῷ βαρεῖ πρὸς τὸ ὑγρὸν λόγον ἔχῃ τᾶς ἐλάττονα ἢ τὸ τετράγωνον ὃ γίνεται ἀπὸ τᾶς ὑπεροχᾶς ᾇ ὁ ἄξων μείζων ἐστὶν ἢ ἡμιόλιον ἃς μέχρι τᾶς ἄξονος, ἔχει πρὸς τὸ τετράγωνον ὃ ἀπὸ τᾶς ἄξονος· καθημμένον ἐς τὸ ὑγρὸν ὥστε τὰν αὐτᾶς βάσιν τᾶς ὑγροῦ ἅπτεσθαι οὐτὲ ὀρθὸς ἀποκαθιδρύσεται οὐτὲ μενεῖ ἐγκλινόμενον, ἀλλὰ μὴ ὅταν ὁ ἄξων μετὰ τᾶς τᾶς ὑγροῦ ἐπιφανείας γωνίαν ποιῇ ἴσαν τῷ αὐτῷ πρὸς ἃ αὐθις λεχθήσεται.

TROB. Sit portio A. O. L. conoidis rectangulæ, cuius diameter N O. centrum grauitatis punctum T. [a] posita nimirum T. O dupla reliquę T. N. Sit vero diameter N. O. maior quam sesquialter, eius quæ est vsque ad axem T. [b] sed minor quam vt ad

[a] inuentum per 29 de centro grauit. Commandini.
[b] inuenta per coroll. lemmatis præfixi ad 2. huius.

T. ω. sit vt 15. ad 4. nempe sit ⁂ T. ω maior quam $\frac{4}{15}$ ipsius N. O. Et vt facilius assumatur tota hypothesis ponatur D. B. æqualis axi N. O. & diuidatur in K. ita vt sit B. K. dupla reliquæ k. D. fiat verò k. R. æqualis ipsi T. ω. ei scilicet quæ vsque ad axem, & partis R. B. sit sesquialtera ablata B. C. & reliquum C. D. reliquæ k. R. ⁂ sumptis nimirum separatim & inter se collatis lineis D. B. & k. B. Etenim cum k. R. sit ei quæ vsque ad axem æqualis & ad eam sit D. C. sesquialtera, remanet C. B. excessus, quo diameter N. O. maior est quam sesquialtera T. ω eius scilicet quæ vsque ad axem. Quam autem rationem habet exhibita portio ad humidum in grauitate eam habeat quadratum lineæ F. Q. ad quadratum D. B. & sit F. dupla ipsius Q. & tota F. Q. sesquialtera partis F. Non dubium enim est secundum hypothesim rationem portionis ad humidum in grauitate, minorem esse quam sit ratio quadrati C. B. ad quadratum D. B. proindeque quadratum lineæ F. Q. in minori ratione esse ad quadratum D. B. quam quadratum C. B. ad idem quadr. D. B. & ex consequenti F. Q. minorem esse[b] quam C. B. & demum F. partem minorem ipsa k. R. seu T. ω. ea quæ vsque ad axē. Nam sicuti C. B. est sesquialtera ipsius k. R. sic quoque F. Q. est sesquialtera ipsius F. Vt igitur C. B. maior est quam F. Q, est vtique k. R. maior[c] quam F. Potest itaq. in R. B repetiri F. Nā licet k. R. tota caperetur in C. B. reliquū ex C. B. maius esset parte F. itaque sit R. ϕ. æqualis ipsi F. & ad punctum ϕ. linea erigatur ϕ. E. linea ⁂ & hæc ϕ. E. possit[d] dimidium rectāguli sub k. R, ϕ. B. comprehensi & iungatur E. B. Demum portio huiusmodi demittatur & inclinetur in humidum per verticem, ita vt basis humidum non attingat.

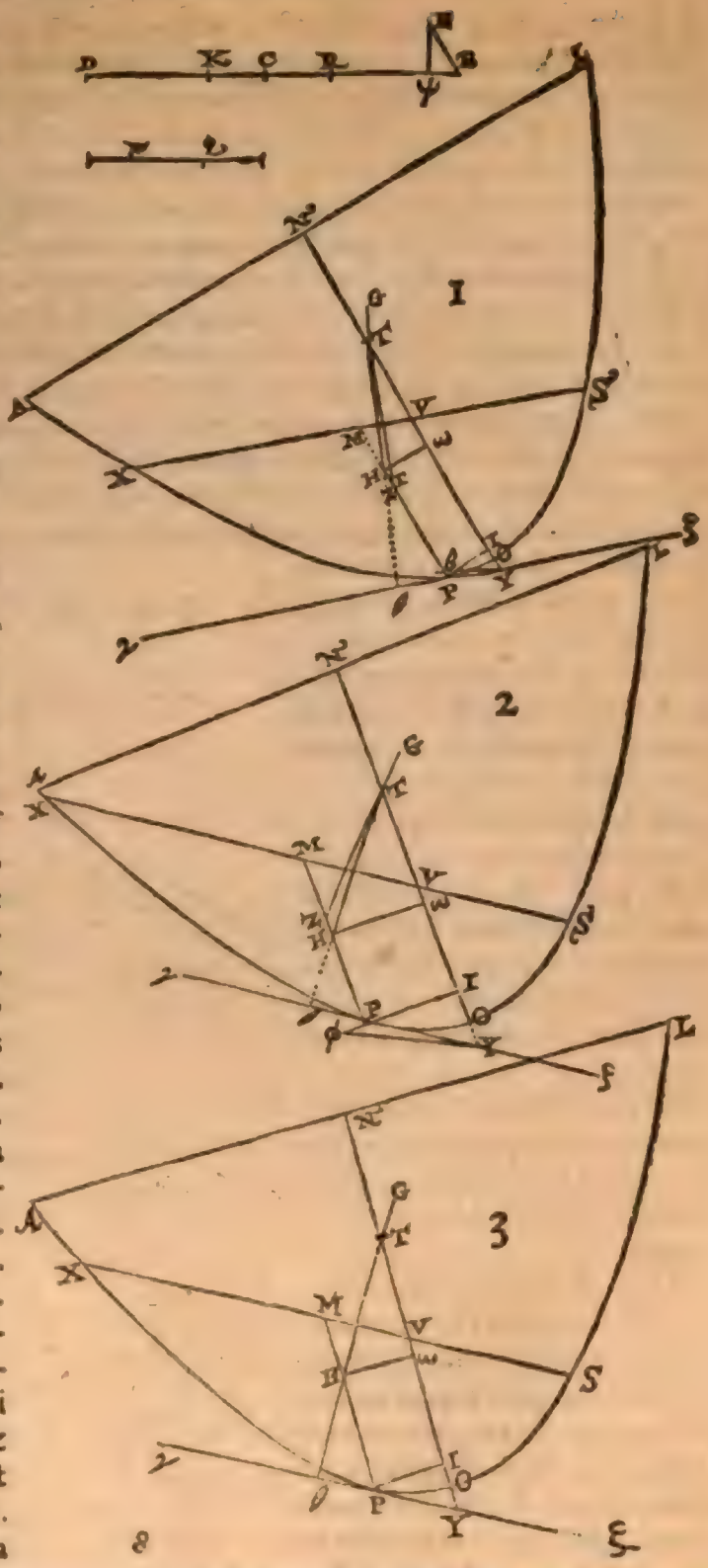
ΣΥΜΠΕ. Dico non manere portionem sed perpetuo moueri donec axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualem angulo B.

ΚΑΤΑ. Posita inclinatione in angulo X. V. N. superficiei nimirum humidi cum diametro N. O. portionis inæquali angulo B. sit primo hic angulus inclinationis, vt in primo diagrammate maior angulo B. secetur autem portio plano per axem recto ad superficiem humidi & sit sectio A. O. L. scilicet parabola:[e] sectio verò superficiei humidi sit X. Ş. cui parallela ducatur ƒγ. ζ. tangēs sectionem in P. à quo ducatur ⁂ axi N. O. linea P. M. sectionis X. P. S. diameter, tum P. I. in axem perpendicularis, occurrat verò tangenti productæ N. O. in Y. Et quoniam T. est centrum portionis & T. ω. [f] ea quæ vsque ad axem, ducatur ⁂ ω. H. in P. M. Nam producta à T. per H. in tangentē γζ linea T. H. ϑ. perpēdicularis

a per 8. l. 5
a per 19. l. 5
b per 8. l. 5
b per 25. l. 5
d Mediante 13. l. 6.
e Lemmate 1. prafino 13. de aquipond.
f Lemmate 9. prafino eidem 13 de aquipond.
g per 12. l. 1
b per coroll. lemmatis ad 2. huius.

erit. [a] Denique à centro Z. (inuento [b] per diuisionem diametri P. M. in partes duas, quarum P. Z. sit dupla reliquæ Z. M.) ducatur linea per T. ad centrum G. grauitatis reliquæ partis portionis. Et quoniam ponitur hic angulus X. V. N. seu internus & oppositus ei ad eadem partes P. Y. I. angulo B. maior, fiat I. Y. [β]. eidem B. æqualis.

[a] per dictũ lemma ad 2 huius.
[b] per 29 de centro grauit. conmandat.



ΑΠΟΔ. Nam trianguli E. ↓. B. & [β]. I. Y. sunt æquiãguli. Etenim ad I. & ↓ anguli sunt recti: proinde vt [c] I. ad I. Y. sic est [c] E. ↓. ad ↓. B. Sed P. I. est maior quam [β]. I. [d] proinde P. I. maiorem rationem habet, ad I. Y. quam E. ↓. ad ↓. B. & ex consequenti, quadratum P. I. ad quadratum I. Y. in maiori ratione est, quam quadratum E ↓. ad quadratum ↓. B. Atqui quadratum P. I. est [f] æquale rectangulo contento sub I. O. & linea iuxta quam possunt quæ in sectione ordinatim ducuntur, hoc est & sub linea dupla ipsi T. ω [g] seu (quod idem est) contento sub dupla linea ipsius I. O. nempe I. Y. & simplice T. ω. Sed vt rectangulum sub T. ω. & I. Y. ad quadratum I. Y. ita est [h] basis T. ω. ad basim I. Y. Ergo quoque vt quadratum P. I. ad quadratum I. Y. ita est T. ω. seu K. R. illi æqualis, ad I. Y. Tum quadratum E. ↓ ex fabrica, æquale est dimidio rectanguli sub K. R. & ↓. B. hoc est ei quod sub dimidia ipsius K. R. & linea ↓. B. continetur. Et vt est hoc rectangulum sub dimidia k. R. & ↓ B. ad quadratum ↓. B. ita est dimidia [i] K. R. ad ↓. B. Et propterea, vt quadratum E ↓. æquale huic rectangulo sub dimidia K. R. & ↓ B. ad quadratum ↓. B. ita est dimidia K. R. ad lineam ↓. B. Vnde sequitur maiorem habere rationem quadratum P. I. ad quadratum I. Y. seu lineam K. R. ad I. Y. quam dimidiam K. R. ad lineam ↓. B. & inde lineam ad quam k. R. rationem habebit, quam habet dimidia k. R. ad ↓. B. maiorem esse [l] quam sit linea I. Y. At verò quã rationem habet dimidiũ K. R. ad ↓. B. eã habet [l] K. R. ad duplã ↓. B. proinde dupla ↓. B. maior est quam I. Y. & ex consequenti simplex ↓. B. maior est [m] quam I. O. dimidium scilicet ipsius I. Y. Rursusque cum O. ω. posita sit æqualis ipsi B. R. (Nam in D. B. æquali ipsi N. O. sumptæ sunt D. k. & k. R. æquales duabus N. T. & T. ω.) si ex B. R. tollatur ↓. B & ex O. ω. auferatur I. O. manebit I. ω. maior quam ↓. R. seu maior quam F. cui R. ↓ facta est æqualis. Cęterum portio ad humidum in grauitate ex hypothesi se habet vt quadratum F. Q. ad quadratum D. B. Verum vt portio ad humidũ in grauitate ita est [n] pars demersa X. P. S. ad totã portionẽ, scilicet, sic est [n] quad. P M. ad quad. O. N. Vnde cõstat quadr. P. M. esse ad quadr. O N. vt quadr. F Q. ad quad. D. B. hoc est ad quad. N. O. & idcirco F. Q. & P. M. esse [o] æquales. Verũ mox o-

[a] per dictũ lemma ad 2 huius.
[b] per inuentum per 29 de centro grauit. commandat.
[c] per 4 l. 6.
[d] per corell. 21 l. 1. Conic.
[e] per 8. l. 5.
[f] per 11. l. 1. Conic.
[g] per lemma 1 ad 4. de sphæroid. & Conoid.
[h] per 1. l. 6.
[i] per 15 l. 5.
[l] per 35 l. 1. Conico.
[m] per 1 huius.
[n] per 26 de con. idib. & sphær.
[o] per 6 l. 5.

ſtẽdimus I. ω. hoc eſt illi æqualẽ P. H. eſſe maiorẽ quã F. & eſt F. $\frac{1}{3}$ lineæ F. Q. hoc eſt lineæ P. M. proinde P. H. eſt maior quã duæ tertię lineæ P. M. & H. M. minor quã $\frac{1}{3}$ lineæ P. M. Sumitur autem M. Z. pro $\frac{1}{3}$ totius P. M. Eſt ergo M. Z. maior quam M. H. & centrum partis demerſæ eſt infra H. verſus P. linea verò T. H. ϕ. eſt perpendicularis tam ad γ. ζ. tangentem quam ad ſuperficiem humidi X. S. & tota portio in ea perpendicu- *a per 29 l. 11*
lari grauitat: ſi verò per Z. & G. duę parallelæ agantur ipſi T. H. ϕ. illæ erunt, rurſus perpendiculares tam ad tangentem quàm ad ſuperficiem humidi. Et quoniam ſunt Z. & G centra grauitatum ſcilicet partis demerſæ, Z. partis verò ſiccæ, G. nec conueniunt in eadem perpendiculari cum centro totius, non manebit portio ſic inclinata vti poſitum eſt, ſed ambæ perpendiculares per Z. & G. ductæ, current ad primam T. H. ſicque partes portionis quæ ad A. deorſum ferentur, & quæ ad L. ſurſum, vt cen- *b per ſcholium 6. de quadrat. parabolæ.*
trum Z. aſcendat & G. deſcendat, quouſque tres concurrant in vnam. Et quoniam ſic non erit recta portio non reſtituetur rectò, Nam cum tria centra grauitatum conueniant in vna recta linea perpendiculari, manebit tota moles & ſtabit ſine nutu.

Iam ponamus inclinationem eſſe huiuſmodi & angulus ſuperficiei humidi X. S. cũ diametro portionis nempe X. V. N. ſit minor angulo B.

ΣΥΜΠ. Dico rurſus portionem non manere nec tamen rectò ferri.

ΚΑΤΑΣ. Quoniam angulus X. V. N. eſt minor angulo B etiam eodem minor eſt angulus P. Y. I. fiat ergo ‹ angulus ϱ. Y. I. eidem B. æqualis & producatur I. P. quouſque *c per 23. l. 1.*
occurrat lineæ Y. ϱ. Reliqua verò maneant vt ſuperius.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Trianguli I. ϱ. Y. & E. ↓. B. ſunt æquianguli & eſt *d* ϱ. I. ad I. Y. vt E. ↓. ad *d per 4 l. 6 e per 8. l. 5.*
↓. B. Verum ϱ. I. ad I. Y. maiorem rationem habet, ‹ quam P. I. ad eandem I. Y. Propterea P. I. ad I. Y. minorem habet rationem quam E. ↓. ad ↓. B. ſeu quadratum P. I. ad quadratum I. Y. quam quadratum E. ↓ ad quadratum ↓. B. hoc eſt quam dimidium lineæ K. R. ad lineam ↓. B. Nam quadratum P. I. eſt *f* æquale rectangulo *f per 11 l. 1. Conic.*
contento ſub I. O. & linea iuxta quàm poſſunt quæ in ſectione ordinatim ducuntur, hoc eſt *g* linea dupla ipſi T. ω. Sed vt rectangulum ſub T. ω. & I. Y. ad quadratum I *g per 15ma l. 2. de ſphæroidib. & C nond.*
Y. ita eſt *h* T. ω. ſeu K. R. æqualis, ad I. Y. Tum quadratum E. ↓. ex fabrica, æquale eſt dimidio rectanguli ſub K. R. & ↓ B hoc eſt ei quod ſub dimidia ipſius K. R. & linea ↓. B. continetur. Et vt eſt hoc rectangulum ſub dimidia K. R & ↓ B. ita eſt dimi- *h per 1. 6.*
dia K R. ad ↓. B Et propterea vt quadratum E. ↓. æquale huic rectangulo ſub dimidia k. R. & ↓. B. ad quadratum ↓. B. ita eſt; dimidia k. R. ad lineam ↓ B. Vnde ſequi- *i per 11 l. 5.*
tur minorem habere rationem quadratum P. I. ad quadratum I. Y. ſeu lineam k. R. ad I. Y. quam dimidiam k. R. ad lineam ↓ B. & inde lineam ad quam k R. rationem habebit quam habet dimidia k. R. ad ↓. B. minorem eſſe quam I. Y. At verò illa linea eſt dupla ↓. B. Proinde dupla linea ↓. B. minor eſt linea I. Y. & ex conſequenti ſimplex ↓. B. minor eſt dimidio lineæ I. Y. nempe *l* I. O. Propterea ex æqualibus B. *l per 35. l. 1. Conic.*
R. & ω. O. ſi aufferrentur inæquales I. O. & ↓. B. remaneret ↓. R. ſeu F. illi ęqualis maior, quam I. ω. ſeu quam P. H. par ipſi I. ω. Verum poſſunt, vt ſuperius, oſtendi æquales F. Q. & P. M. Proinde ſi ex P. M. abſtulerimus P. H. & ab F. Q. portionem F, remanebit M. H. maior quam ſit Q. hoc eſt remanebit M. H. maior quam ſit $\frac{1}{3}$ totius P. M. Nam Q. eſt $\frac{1}{3}$ ipſius F. Q. ſeu ipſius P. M. æqualis. Eſt itaque M. Z. ſcilicet $\frac{1}{3}$ totius P. M. minor quam M. H. & Z. centrum grauitatis inſuccatæ portionis, magis accedit ad M. quam punctum H. & proinde perpendiculares ductæ à centris Z. & G. non conueniunt cum perpendiculari T. H. ſed quæ per G. exit à parte L. quæ verò per Z. tranſit à parte A. Mouebitur itaque portio & titubabit nec quieſcet quin tres perpendiculares in vnam abeant. Hoc autem fiet quando angulus inclinationis ſuperficiei humidi & axis portionis nempe X. V. N. æqualis erit angulo B. Sic enim fiet quoque angulus P. Y. I. eidem B. æqualis & P. I. ad I. Y. ſicuti E. ↓ ad ↓. B. & quadratum P. I. hoc eſt rectangulum ſub I. O & dupla T. ω. ſeu dupla k. R. vel rectangulum ſub dupla I. O. nempe I. Y. & k. R. ad quadratum I. Y. vti quadratum ↓. E: hoc eſt rectangulum ſub dimidia k. R. & ↓. B. ad quadratum ↓. B: hoc eſt vt dimidia k R ad ↓: B. hoc eſt vt k. R ad duplam ↓. B. Sed rectangulum ſub k R & I. Y. ad quadratum I. Y. eſt vt k. R. ad I. Y. Ergo k. R. ad I. Y. eſt vt eadem k. R. ad duplam F. B. Proinde dupla ↓. B. eſt I. Y. æqualis & ↓. B. par I. O. Ita vt ſi ab

æqualibus R. B. & O. ω. auferantur æquales I. O. & ↓. B remaneant æquales ω. I. & R. ↓. seu F. Sed F. ϱ. & P. M. sunt æquales, tum O. I. & H. P. & ideo F. quoque æquales: Proinde si ab æqualibus F. ϱ. & P. M. auferantur H. P. & F. pares, remanebũt H. M. & ϱ æquales. Et ideo H. M. est ⅓ totius P. M. Centrum itaque portionis insuccatæ est in H & proinde sunt tria centra H. T. G. in eadem perpendiculari. Non ergo motitabit [a] portio sed quiescet ponderans omni sui parte secundum perpendicularem G. T. H. θ. quod fuit probandum.

[a] per 2 hujus 6 de quad. parabolæ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc autem linea perpendicularis G. T. H. θ. quod rectò tendat ad centrum Mundi, nemo dubitauerit, qui animaduerterit tangentem γ. ζ. parallelam esse superficiei humidi & propterea horizonti, ideoque quæ ad eam stat ad normam directè ferri ad terræ meditullium. Ipsa ergo est perpendicularis secundum quam hæc grauia ponderant.

PROP. IX.

THEOR. IX.

Recta portio conoidis rectangulæ, quando axem habuerit maiorem quidem quàm sesquialterum eius, quæ vsque ad axem, minorem verò quàm vt ad eam quæ vsque ad axem proportionem habeat, quàm quindecim ad quatuor; & in grauitate ad humidum proportionem habeat maiorem quàm excessus, quo quadratum quod fit ab axe maius est quadrato quod ab excessu, quo axis est maior quàm sesquialter eius, quæ vsque ad axem, habet ad quadratum, quòd ab axe: in humidum demissa adeo, vt basis ipsius tota sit in humido & posita inclinata, nec conuertetur ita vt axis ipsius secundum perpendicularem sit, nec manebit inclinata, nisi quando axis cum superficie humidi angulum fecerit æqualem angulo similiter vt prius, assumpto.

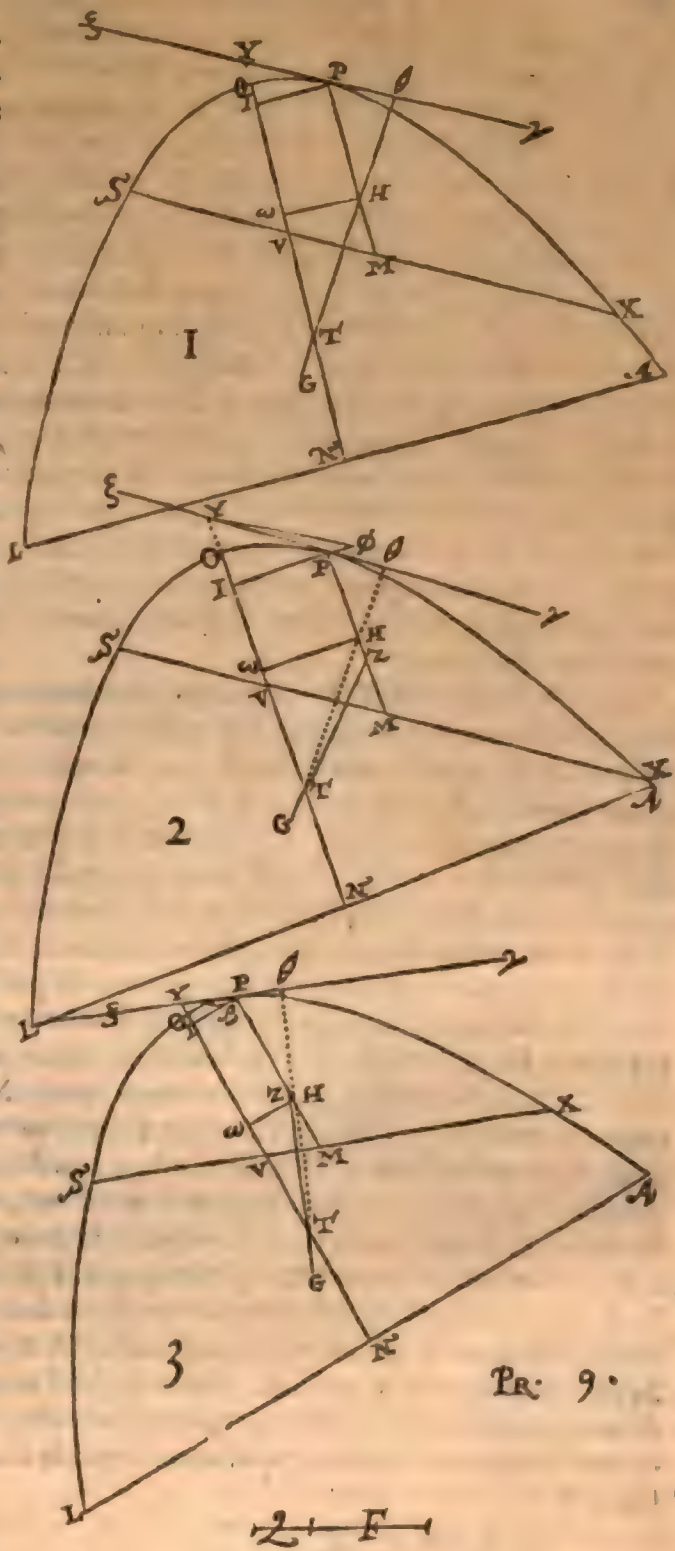
ΠΡΟΤ. Θ.

ΘΕΩΡ. Θ.

Τὸ ὀρθὸν τμῆμα τ̃ κωνοειδέ͂ος ὀρθογωνίου, ὅταν τ̀ ἄξονα ἔχῃ μείζονα μὲν ἢ ἡμιόλιον τ̃ας μέχρι τ̃ ἄξονος, ἐλάσσονα δὲ ἢ ὡς πεῖς πρὸς μέχρι τ̃ ἄξονος λόγον ἔχῃ ὃν δεκαπέντε πρὸς τέσσαρα, κ̀ ἐν τῷ βαρεῖ πρὸς τὸ ὑγρὸν, λόγον ἔχῃ μείζονα ἢ ὑπεροχὰ ἃ τὸ τετράγωνον ὁ γίνεται ἀπὸ τ̃ ἄξονος μείζονος ὄντος τ̃ τετραγώνου ὁ ἀπὸ τ̃ ὑπεροχ̃ ἃ ὁ ἄξων μείζων ὄντος ἢ ἡμιόλιον τ̃ας μέχρι τ̃ ἄξονος, ἔχ πρὸς τὸ τετράγωνον ὁ ἀπὸ τ̃ ἄξονος, ἐς τὸ ὑγρὸν, καθημμένον ὥστε τὴν βάσιν αὐτ̃ ὅλαν εἶναι ἐν τῷ ὑγρῷ, κ̀ ἐγκλινόμενον οὔτε ἀναστρεφθήσεται ὥστε τ̀ ἄξονα αὐτ̃ κ̀ πάλιν εἶναι, οὔτε μενεῖ ἐγκλινόμενον αὶ μὴ ὁ ἄξων μετ̀ τ̃ τ̃ ὑγροῦ ἐπιφανείας τὴν γωνίαν ποιῇ ἴσην τ̃ γωνίᾳ, ὁμοίως ὡς πρότερον καταλαμβανομένῃ.

ΥΠΟΘ. Repetantur figuræ præcedentes aliquibus tamen mutatis: Nempe portio ſumatur cuius diameter N. O. cui ſit æqualis D. B. vt antea, & in ea k. B. dupla reliqui k. D. Tum k. R. æqualis ei quæ vſque ad axem, nempè ipſi T. ω. & adhuc C. B. ſit ſeſquialtera B. R. Quam verò rationem habet portio ad humidum in grauitate eam habeat exceſſus quo quadratum ex B. D. nempe B. X. excedit quadratum ex F. Q. nempe H. Q. qui exceſſus eſt Gnomon F. X. ad ipſum B. D. quadratum. Exceſſus autem quo quadratum ex B. D. excedit quadratum ex F. Q. maior eſt quam exceſſus quo idem quadratum ex B. D ſuperat quadratum ex B. C. ſcilicet ex quo Axis O. N. eſt maior quam ſeſquialter lineæ T. ω, eius quę eſt vſque ad axem, qui quidem exceſſus eſt gnomon Σ. X. Nam portio eſt [a] ad humidum in grauitate vt gnomon F. X. ad quadratum X. B. Eadem verò portio habet ad humidum in grauitate rationem maiorem quàm habeat gnomon Σ. X. ad idem quadratum X. B. nempe quadratum D. B. ſeu axeos N. O. Proinde gnomon F. X. in maiori ratione eſt ad quadr. D. B. quàm gnomon Σ. X. ad idem quadr. D. B. & propterea ille hoc maior eſt & [b] è contrario quadratũ F. B. ſcilicet quad. ex F. Q. minus eſt quadrato Σ. B. nempe lineæ C. B. vnde manet lineam F. Q. minorem quàm ſit linea C. B. Atqui eſt F. dupla Q. & R. B. dupla C. R. proinde F. rurſus minor eſt [c] quã R. B. Poſita itaq; in R. B. linea R. ↓. æqualis ipſi F. remanebit ↓. B. Et erecta ad punctum ↓. perpendicularis ↓. E. quæ poſſit [d] dimidium rectanguli ſub k. R. & ↓. B. iunctaque E. B. fiet angulus E. B. ↓. de quo hæc concluſio ſequitur.

ΣΥΜΠ. Portionem non moueri ſed quieſcere demiſſã in humidũ ſecus baſim, ſi fuerit ea inclinatio vt ſuperficiei humidi cũ axe portionis angulus idẽ qui E. B. ↓. moueri verò nec ſtare, ſi fuerit vel ma-

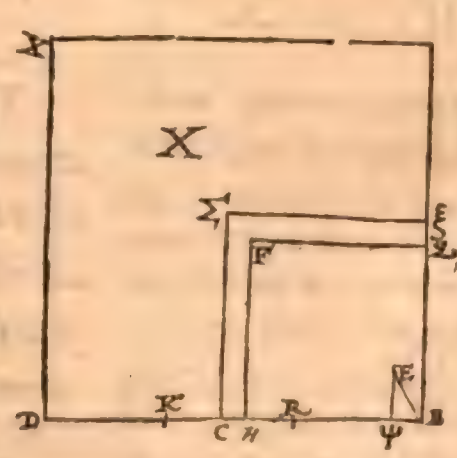


a ex hypot.

b per 10. 15

PR. 9.

c per 15. 15



d per 13. 16

vel minor nec manere quousque fuerit factus ipsi par.

KATA. Sit eadem structura figurarum quæ fuit superius & sic argumentemur posito primo angulo X. V. N. æquali angulo E. B. ↓.

a per 29. l. 1 ANO a. Quoniam angulus X. V. N. est æqualis angulo E. B. ↓. eidem par est a angulus I. Y. P. cumque duo anguli ad ↓. & I. sint recti, vt est E. ↓. ad ↓. B. sic est b P. i. ad I. Y & quadratum P. I. (hoc est, c rectangulum sub O. I. & dupla T. ω. seu sub linea iuxta quam possunt lineæ ordinatim ductæ, hoc est rectangulum sub T. ω. vel K. R. & L. Y. dupla ipsius I. O.) est ad quadr. I. Y. vt quadratum E. ↓. hoc est d rectangulum sub dimidia K. R. & ↓ B est ad quadratum ↓. B. Verum vt rectangulum sub K. R. & I. Y. ad quadrat. I. Y. sic est e k. R. ad I. Y. & vt quadratum sub dimidia k. R. & ↓. B. ad quadr. ↓. B. sic est e dimidia k. R. ad ↓. B. & sic est tota k. R. ad duplam ↓. B. Proinde vt k. R. ad I. Y. sic eadem k. R. ad duplam ↓. B. & ex consequenti, sunt f dupla ↓. B. & I Y. aut ↓. B. & I. O. æquales quæ ideo si auferantur ex æqualibus R. B. & O. ω. supererunt I. ω. seu P. H. & R. ↓. seu F. æquales. Atqui sunt ex ante demonstratis g P. M. & F. Q. æquales: proinde cum F. auferat P. H. sequitur Q. auferre H. M. & esse H. M. semissem ipsius P. H. & demum H. centrum grauitatis portionis extra humidum. Igitur linea G. T. H. coniungens centra grauitatum est h perpendicularis ad ›. ‹ & ad superficiem humidi & ea secundum quàm tota portio grauitat. Non mutabitur i ergo sed quiescet in hoc statu.

b per 4. l. 6 c per 21. l. 1. Conic. d per fabr. e per 1. l. 6 f per 9. l. 5. g per 1 huius & per 26 de Conoidib & sphæroid. h per lemma ad 2. huius. i per 8 huius sexta de quadr. parab. k per 19. l. 5.

Quod si angulus X. V. N. positus fuerit primò minor angulo E. B. ↓. sed ipsi æqualis I. Y. k sequetur quadratum ↓. E. esse ad quad. I. Y. in eadem ratione, ac quad. E. ↓. ad quad. ↓. B. proindeque quad. P. I. ad idem quad. I. Y. minorem habere l rationem quam quadrat. E. ↓ ad quad. ↓. B. Hinc iuxta præcedentes rationes concludemus, k. R. maiorem habere rationem ad duplam B. ↓. quã eadem k. R. habeat ad I. Y. & proinde I. O. semissem totius I. Y. esse maiorem quã ↓. B. vnde I. ω. seu P. H. in secunda figura manebit minor quã F. sed F. & P. Z. sunt æquales, vt scilicet ambæ ⅓ æqualium F. Q. & P. M. Proinde punctũ H. non incidit in Z. nec ideo perpendicularis T. H. m secundum quam tota moles grauitat, non transit per centrum grauitatis Z. partis nõ insuccatæ, nec ergo transit eadem perpendicularis per G. Mouebitur i ergo & mouebitur donec hæ perpendiculares conueniant. Idem prorsus concludetur posito angulo X. V. N. maiori angulo ↓. B. E. vt in tertia figura. Nec discrimen erit, nisi quod Z. centrum, ascendet super H. punctum per quod perpendicularis transit: illic verò descendeat. Nam ostendetur I. O. minorẽ esse quam B. ↓. Et proinde I. ω. seu P. H. maiorẽ quam F. Portio etenim ad humidum in grauitate, eam posita est habere rationem quã Gnomon F. X. ad quadr. B. X. & eandem rationem habet rursus pars demersa g ad totam portionem. Proinde vt reliquum quadr. F. B. quod ex F. Q. est ad totum quadr. X. B. quod ex N. O. sic est portio f extra humidum vt reliqua ad totam portionem scilicet sic est quad. P. M. ad idem quad. ex N. O. & proinde sunt F. Q. & P. M æquales. Sed F. est ⅓ totius F. Q. vt P. Z. ⅓ totius P. M. Proinde P. Z. est minor quã P. H. Proinde perpendiculares transeunt per diuersa puncta, nec proinde stat portio sed mouetur donec incidant in inuicem, quod accidit quãdo inclinatio est in angulo E. B. ↓. vt ostensum est.

l per 19. l. 5. m per 8 huius sexta de quadr. parab.

PROP. X.
THEOR. X.

Recta portio conoidis rectãguli quandoleuior humido axẽ habuerit maiorem quàm vt ad eam, quę vsque ad axem rationem habeat quam quindecim ad quatuor, in humidũ demissa, ita vt basis ipsius noncontingat humidũ: nonnũquã quidẽ recta consistet: nonnunquam

ΠΡΟΤΑ. I.
ΘΕΩΡ. I.

Τὸ ὀρθὸν τμῆμα κωνοειδοῦς ὀρθογωνίου, ὅταν κουφότερον ᾖ τοῦ ὑγροῦ τὸν ἄξονα ἔχῃ μείζονα ἢ ποτὶ ταὶ μέτρει τὸν ἄξονα λόγον ἔχει αἰ δεκαπέντε ποτὶ τέσσαρα· ἐς τὸ ὑγρὸν καθημένον, ὥστε ταὶ βάσιν αὐτοῦ μὴ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ἐνίοτε μὲν ὀρθὸν καθιδρύσει, ἄλλοτε δ' ὅπως ἐγκλινό-

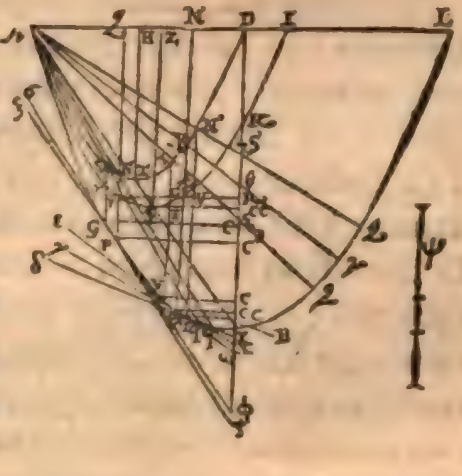
μᾶλλον, ὥστε τὴν βάσιν αὐτῆς ἐν ἑνὶ σημείῳ ἅπτεσθαι τῆς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας· καὶ τὸ αὐτὸ γίνεσθαι ἐν δύο διαστάσεσιν· ἐνίοτε μὲν ἵνα ἡ βάσις εἰς τὸ ὑγρὸν καταδύζηται, ἄλλοτε δὲ ἵνα οὐδαμῆ ζίγηται τῆς τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας ἅπτηται, κατὰ τὸν λόγον ὃν ἔχει πρὸς τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βάρει. Εἰρημένων δὲ τῶν ἑκάστοις συμβαινόντων ἐπιδεικνύσθω.

inclinata, vt basis ipsius in vno puncto contingat superficiem humidi, idque in duabus dispositionibus: interdum quidem ita vt basis in humidum magis demergatur: interdum verò, ita vt superficiem humidi nullo modo contingat, secundum proportionem, quam habet ad humidum in grauitate. Eorum quæ dicta sunt, singula inferius demonstrabuntur.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hæc propositio in multas distribuitur conclusiones, prout hypotheses ipsius variæ sunt. Sunt autem quinque & diuersæ hypotheses, & diuersæ conclusiones, quæ deinceps demonstrabuntur ordine. Ad primam itaque veniamus.

ΤΠΟΘ. Offeratur portio A.B.L. in diagrammate, quod omnibus conclusionibus repetetur & vocabitur prima figura: & sit hæc portio expositæ leuior humido, cuius diameter B.D. descriptus in plano secante portionem per centrum, & perpendiculari ad basim, sicuti rectæ aliæ lineæ ad demõstrationem necessariæ. Habeat autem portio exposita ad eam quæ vsque ad axem maiorem rationem quam 15. ad 4. & demittatur in humidum, ita vt basis non tangat superficiem humidi.



ΣΥΜΠΕ. Conclusionis in quinque partes distributæ ab Archimede, hæc prima pars est, nempe portionem propositam aliquando stare, & rectam consistere.

ΚΑΤΑΣ. Diameter secetur in K. ita vt B.K. dupla sit partis K.D. Contineat autem linea K.CC. ipsius diametri $\frac{4}{15}$, quæ propterea sit [a] maior quàm ea quæ vsque ad axem, ad quam B.D. rationem habet maiorem quam 15. ad 4. quæque propterea sit K.R. Sumatur D.S. sesquialtera ipsius k.R. vt cum tota D.B. sit sesquialtera totius D.k. & pars D.S. sesquialtera partis k R, remaneat [b] reliqua S.B. reliquæ R.B. sesquialtera. Iam iungatur A.B in quam à puncto CC. æquidistanter basi exeat C C. E. & ab E. cadat in basim parallela diametro E.Z. & diuidatur bifariam A.B. in T. à quo demittatur alia T.H. parallela rursus diametro D.B. Tum datis diametris E.Z, T.H. describantur [c] à puncto G. communi duæ portiones parabolicæ similes priori A.B.L. quæ sint A.T.D. & A.E.I. quæ vltima necessario transibit per k. Nam transit per punctum lineæ D.B. quo fit D.B. ad partem inter B. & sectionem A.E.I, vt A.Z, ad Z.D. [d] ita vt cùm sit diameter B.D. ad B k. sesquialter, ostendendum sit A.Z. esse ad Z.D. in ratione sesquialtera, & vt tria ad duo. Est itaque B.D. ad D.k. vt 3. ad 1. seu potius vt 15. ad 5. sed k.CC. sunt illarum 15. partium, 4. & ideo tota D.CC. earumdem complectitur 9. vnde supersunt 6. in CC.B. & est CC.B. ad B.D. hoc est [e] CC.E. seu D.Z æqualis, ad D.A vt 6 ad 15. & diuidendo est D.Z. ad Z A. vt 6. ad 9 hoc est vt 2. ad 3. Inuertendo ergo est A.Z. ad Z.D. vt tria ad 2. quod fuerat ostendendum, vt sciremus sectionem A.E.I transire per k. Est autem D.R. minor quàm D.CC. & proinde, linea ab R. producta ~~secabit~~ ipsi CC.E, secat sectionem A.E.I. putà in punctis G. & Y. à quibus decidant parallelæ diametro B.D. lineæ G.N. & Y.Q. quæ efferantur vsque ad primã

[a] per 10. l. 5

[b] per 19. l. 5

[c] per problema additum ad 5. de quadrat. parabol.

[d] per 5. de quadr. parab.

[e] per 34 l 1.

sectionem A.B.L. cui occurrant in O. & P. sed secent tertiam sectionem A.T.D. in F. & X. denique tangant sectionem A.B L. lineæ X.γ, & φ ζ in punctis O. & P.

ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam D Z. est ad Z.A seu ad Z.I. vt 2. ad 3. sequitur D.I. esse 1. & A.D hoc est D.L. ad D.I. esse vt 5. ad 1. vnde I.L. remanet pro 4 Est autem D.Z. duo: proinde vt L.A dupla est ipsius D.A. sic L.I. dupla est D.Z. Et ergo est L A. 10. cũq; L. I. sit 4. est L.I. ad L.A. vt 4. ad 10. vel vt 2. ad 5. Atqui hic tres habemus portiones similes, in eadem linea recta bases habentes, & ab eodem puncto communi A. eductæ, & sunt lineæ parallelæ diametro N.M.X.G.O. & Q.F,Y.P, in quibus O.G. est [a] ad G.X. in ratione composita L.I. ad L.A. & ex ea quam habet A.D. ad D.I. hoc est composita ex ratione 2. ad 5. & ex ratione 5 ad 1. & est propterea O.G. ad G.X, vt 2. ad 1. Nam ratio 2. ad 1. componitur [b] ex ijsdem rationibus 2. ad 5. & 5. ad 1. Eadem de causa, quia O. G. est dupla ipsius G.X. est quoque P.Y. dupla ipsius Y.F. Atque his sic demonstratis pro omnibus quæ sequuntur eruendis conclusionibus sic dicamus: Primò quoniam D.S. sumpta est sesquialtera ipsius k.R. eius, scilicet quæ vsque ad axem, propterea B. S. est excessus quo B.D. diameter maior est quàm ea quæ est vsque ad axem: Si portio habuerit ad humidum in grauitate non minorem proportionem, hoc est vel eam quã habet quadratum B.S. ad quadratum B.D. vel quidem maiorem in humidum demissa, ita vt basis ipsius non contingat humidum, recta consistet, vt probatum est antea. [c] Et hæc sit prima conclusio.

[a] per 3 corell. prop 5. de quadrat. parab. boer lemm. 2. ad 4. 1. de sphæra & cyl.

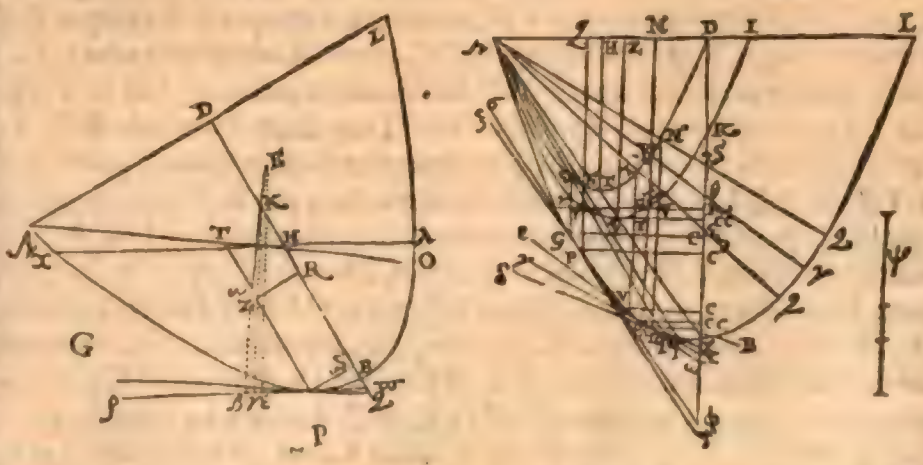
[b] ex 4. huius.

CONCLVSIO II.

Si portio ad humidum in grauitate minorem quidem proportionem habeat, quam quadratum S.B. ad quadratum B.D. maiorem verò quam quadratum X.O. ad quadratum B.D. demissa in humidum, adeo inclinata, vt basis ipsius non contingat humidum, inclinata consistet, ita vt basis superficiem humidi nullo modo contingat, & axis cum humidi superficie angulum faciat maiorem angulo X.

ΣΥΜΠΕΡ. Β.

Ἐὰν τὸ τμῆμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν βαρεῖ ἔλασσονα μὲν λόγον ἔχῃ τοῦ, ὃν τὸ τετράγωνον Σ.Β. ποτὶ τὸ τετράγωνον Β.Δ. ἔχει, μείζονα δὲ τοῦ ὃν τὸ τετράγωνον Ξ.Ο. ποτὶ τὸ τετράγωνον Β.Δ. καθημένον ἐς τὸ ὑγρὸν ἐγκλινόμενον, ὥστε μὴτε βάσιν αὐτοῦ καὶ ἅπτεσθαι τοῦ ὑγροῦ, ἐγκλινόμενον καθιδρύσεται, ὥστε μὴτε βάσιν τοῦ ὑγροῦ ἐπιφανείας καὶ ἅπτεσθαι, καὶ ὁ ἄξων μὴ ἴσας τῇ ὑγροῦ ἐπιφανείας μείζονα ποιείσθαι γωνίαν ἴσας γωνίας χ.



Ytroe. Repetita figura prima præcedenti, in qua est O.X. linea, habeat portio ad humidum in grauitate rationem maiorem quam quadratum X.O. ad quadratum B.D. minorem verò quàm quadratum S.B. ad idem quadratum B.D. Et tãdem quam rationem habeat portio ad humidum in grauitate, eam ipsam habeat quadratum lineæ ↓. ad quadratum B.D. Sic verò linea ↓. erit maior quidem quàm X.O. minor verò quam B.S.

Proinde si quæpiam linea æqualis ipsi ↓. aptetur inter portiones A.B.L. & A.T.D. parallela ipsi B.D. erit inter O.X. & B.D. veluti M.N. secans mediam portionem A.E.I. in H. & lineam R.G. in V. Ita vt M.H. sit [a] dupla ipsius H.N. & V.N. maior, quam H.N. A puncto M. sit perpendicularis M.C. in B.D. Demittatur verò portio in humidum inclinatè, ita vt superficies humidi sit A.N.Q. [a] per 5. de quadr. parab. & addita coroll.

ΣΥΜΠ. Dico quoniam basis A. tangit humidum in puncto A. portionem non manere, sed moueri quousque basis non contingat humidum & axis B.D. faciat cum A.Q. vel cum superficie humidi angulum æqualem angulo X.

ΚΑΤΑΣ. A puncto M. ducatur tangens [b] M.Y. & M.C. perpendicularis in diametrũ B.D. Et vt facilius demonstretur conclusio eadem portio proposita plano acto per diametrum, referat nobis superficiem sectionis A.P.B.O.L. in qua superficies humidi sit A.O. in angulo L.A.O. æquali ipsi L.A.Q. in prima figura. Intelligatur verò B.D. sectus in K. & R. vt priùs, ducatur quoque P.G. æquidistans ipsi A.O. tangensque sectionem in P. à quo ducatur P.T. parallela diametro B.D. & P.S eidem B.D. perpendicularis. Rursus à puncto R. ducatur perpendicularis R.Z. Fiat tandem P.ω. dupla ipsius ω.T. & à centro ω ducatur [b] ω.K. vsque in E. centrum reliquæ partis, quæ in aere. [b] per 8 l. 1. de æquipõd. [c] per fabricam. [d] per 1. huius. [e] per 26. lib de conoidib & sphæroid [f] per 25. de conoid. & sphær.

ΑΠΟΔ. Portio ad humidum in grauitate eam rationem habet [c] quàm quadratum lineæ ↓. ad quadratum B D. quam verò rationem habet portio ad humidum in grauitate, eam habet [d] quoque pars ipsius demersa ad totã portionem, hoc est eam habet [e] quadratum P.T. ad quadratum B.D. & proinde P.T. & linea ↓ seu M.N. sunt æquales, & bases ac portiones itidem æquales. [f] Sed & sunt æquales Y.B, Q.B. seu B.C & B.S Tum ex consequenti C.R, & S.R. propterea M.V, P.Z. & adhuc V.N, Z T. Quod etsi demonstratione non egeat, quia sectio A.P.O.L. sumpta est in eadem portione, ac sectio A.M.B L. tamen vt pertinacioribus satisfiat dicamus: quoniam in æqualibus & similibus sectionibus A.P O.L. & A.M B.L. ab extremitatibus basium ducuntur A.♦.Q. & A.ϖ.O. angulus paribus, cum basibus & anguli ad D. sunt recti, sequitur triangulos A.D.♦. & A D.ϖ. esse [g] similes. Deinde quia tangens P.Q. lineæ A.O. & tangens M.Y. lineæ A.N Q est parallela. Tum ambæ M C. & P.S. quoque basibus æquidistantes: sunt [g] rursus similes trianguli C M Y, & S.P.Q. Proinde vt A.D. ad A.♦. ita est [g] A.D. ad A.H. & permutãdo [h] vt D.A, ad A D. æqualis ad æqualem sic A.♦. est ad A.H. & sunt ideo æquales A.♦. & A.H. Sed bases A.O, A Q. sunt æquales, earumque medietates [i] A.N. & A.T. Ergo & reliquæ N.♦. & T H. sunt æquales. His verò sunt æquales æquidistantes [l] ipsis M.Y, & P Q. Et quia est Y.M. ad M.C. vt P.Q. ad P S. & vicissim [h], sequitur quoque æquales esse P.S. & C.M. & tandem reliquas C.Y, & S.Q. earumque dimidias [m] B.C & B.S. & adhuc reliquas æqualibus C.R. & S.R. seu M.V. & P.Z demum Z.T. & V.N. Cæterum, quoniam M.H. in prima figura est dupla lineæ H.N. [n] erit M.V. minor, quàm dupla M.H. ergo & multo minor quàm dupla V.N. constat ergo P.Z. ipsius Z.T. minorem esse quam duplam, & ω punctum (quo ita secatur P.T. vt P ω. sit dupla ω.T) accedere ad T. propius quam Z. Linea verò K.Z. producta in tangentem P.Q vt k.Z.γ. erit perpendicularis [o], & proinde tota moles grauitat secundum eam: pars verò demersa secundum perpendicularem Z.β. & demum reliqua extra humidum secundum rectam E.ι. Non ergo manebit portio, sed agitabitur [p] donec hæ lineæ conueniant in vnam: Quod fiet ascendentibus partibus ad A. quia perpendicularis Z.β. est ad partes A. & descendentibus partibus quæ ad L. quia alia E.ι. perpendicularis vergit ad L. Quod si sursum feratur ex parte A. punctus A attolletur supra superficiem humidi, vt supra lineam κ.λ. & fiet angulus κ.H.D. maior angulo A.H D. & ideo maior angulo P Q S. ita vt ducta tangente parallela ipsi κ.λ. incidat infra Q. vt in π. eritque angulus ρ.π.S maior, [p] quam angulus P.Q.S. seu quam M.Y.C. sed M.Y.C. est [p] maior angulo M X.C. ergo angulus κ.H.D. qui fiet cum requieſcet portio, erit multo maior quàm angulus M.X.C. vt vult conclusio secunda. [g] per 4. l 6. [h] per 16. l 5. [i] per lemm. insequentem prop 5 li de quadr. parab. [l] per 33 l. 1. [m] per 35. li. 1 conic. [n] per lemm. ad 2. huius. [o] per 30 lib. 6. de quad. parab. [p] per 32. l 1.

ΣΥΜΠΕΡ. Γ.

Εἀν ἡ μᾶμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν ἐν τῷ βαρεῖ λόγον ἔχῃ ὃν τετράγωνον ξ.ο. ποτὶ

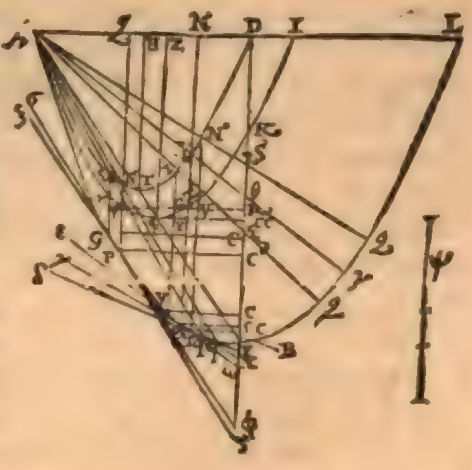
CONCLVSIO III.

Si portio ad humidum in grauitate eam habeat proportionem quam quadratum X.O.

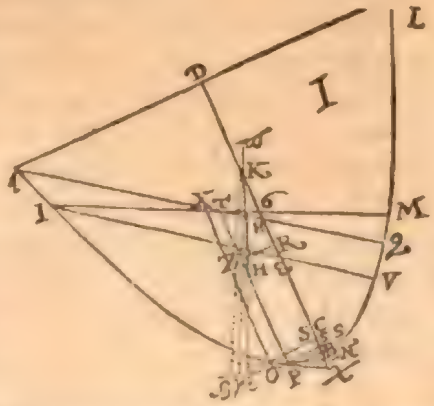
ad quadratum B.D; demissa in humidum inclinata adeo, vt basis ipsius non contingat humidum; consistet & manebit ita, vt basis in vno puncto humidi superficiem contingat: & axis cum superficie humidi, angulum faciat, angulo X. æqualem. Quod si portio ad humidum in grauitate eam proportionem habeat, quam quadratum P.F. ad quadratum B.D. in humidũ demissa & posita adeo inclinata, vt basis ipsius non cõtingat humidum, consistet inclinata, ita vt basis in vno puncto humidi superficiem contingat, & axis cum ea faciat angulum angulo φ. æqualem.

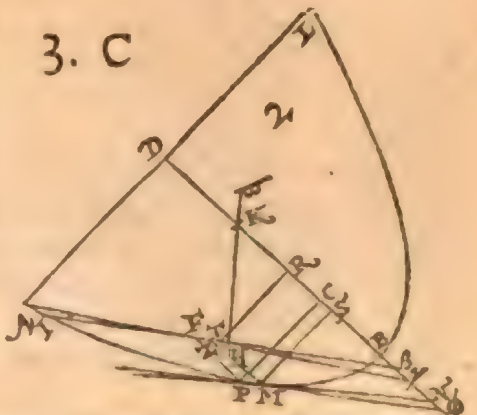
τὸ τετράγωνον β. δ. καθημμένον ἐς τὸ ὑγρὸν, ἐγκλινομένον ὥστε τὰν βάσιν αὐτᾶς μὴ ἅπτεσθαι τᾶ ὑγρᾶ, καταθήσεται καὶ μενεῖ, ὥστε τὰν βάσιν ἐν ἑνὶ σημείῳ ἅπτεσθαι τᾶς τᾶ ὑγροῦ ἐπιφανείας, καὶ τὸν ἄξονα σὺν ἐπιφανείᾳ ὑγροῦ, τὰν γωνίαν τᾷ γωνίᾳ χ. ἴσαν ποιέειν. Εἰ δὲ τὸ ἰμᾶμα πρὸς τὸ ὑγρὸν, ἐν τῷ βαρεῖ λόγον ἔχει ὃν τὸ τετράγωνον π. φ. πρὸς τὸ τετράγωνον β. δ. ἐς τὸ ὑγρὸν καθημμένον καὶ ἐγκλινόμενον· ὥστε τὰν βάσιν αὐτᾶς καὶ ἅπτεσθαι τὸ ὑγρὸν, καθιδήσεται ἐγκλινόμενον, ὥστε τὰν βάσιν ἐν τῷ ἑνὶ σημείῳ τᾶς τᾶ ὑγρᾶ ἐπιφανείας ἅπτεσθαι, καὶ τὸν ἄξονα μετὰ τᾶς αὐτᾶς γωνίαν τᾷ γωνίᾳ φ. ἴσαν ποιέειν.

ΥΠΟΘ. Reperatur primum ☍, & iam habeat portio ad humidum eam in grauitate rationem, quàm quadratum X.O. habet ad quadratum B.D. & in humidum demittatur adeo inclinata, vt basis ipsius non contingat humidum sicuti notatur proprio hic paradigmate notato numero 1. in quo est superficies humidi I.M. sectionis verò diameter B.D. sectus, vt prius in K. & R.



ΣΥΜΠ. Demonstrandum, est portionem non consistere ita, sed inclinari donec basis in vno puncto superficiem humidi contingat & axis D.B. cum superficie humidi efficiat angulum A.ξ.D. in primo schemate angulo X. æqualem.





ΚΑΤΑΣ. Ducatur tangens P. N. parallela ipsi I. M. & agatur æquidistans P.T. diameter portionis I. P. M. in quem cadat R. Z, & à quo cadat P.S. ambæ perpendiculares. Tũ T.P. diuidatur, ita vt P.H. sit dupla H.T. In primo verò schemate ducatur A X γ. diuisa necessario æqualiter [a] in X & illic tangens in puncto M. occurrat diametro D.B. in X. vt fiat angulus X. de quo sermo nobis est. Quoniam autem portio ad humidum eam rationem habet in grauitate quàm quadratum X.O. ad quadratum B D. eam quoque quam habet pars ipsius demersa, ad totam, seu quam habet [c] quadratum T.P. ad quadratum B.D. se-

[a] per 5. li. de quadr. parab. additaque lemm. b per 1. huius. c ex 16 l. de conoidib. & sphær.

quitur æquales esse [a] X.O. & T.P. In figura ergo notata 1. sumatur linea O.X. parallela ipsi T.P. ac diametro, & ducatur A.X [a] Q. cui parallela sit I.V. secans diametrum in ϖ. & adhuc tangens O.χ. occurrens diametro in χ. tãdem ducatur O.C perpendicularis. [a per 9. l 5.]

ΑΠΟΔΕΙ. Quoniam portionum I.P.M. & A.O Q. diametri X.O. & T.P. sunt æquales, ipsæ sunt æquales: [b] propterea punctum Q. accedit propiùs ad verticem quam punctum M. ne si cecideret versus L. fiat pars æqualis toti: Est autem [c] angulus I.ϖ.D. minor angulo I. 6. D. & æqualis angulo A [a].D. qui proinde A [a].D. minor est angulo I.6.D. Est autem P.N. parallela ipsi I.T.M. vnde sequitur angulum I.6.D. æqualem esse [d] angulo P.N.B. Tum tangens O.χ. æquidistat lineæ A.X.Q. & proinde est [d] angulus χ. æqualis angulo A [a].D. propterea angulus P.N.B. intra est [e] & punctus χ extra cadit, & est χ.B. maior quam N.B. seu [e] B.C. medietas ipsius χ.B. maior quam B.S. & ideo C.R. minor quàm S.R. seu quàm P.Z. sed C.R. & O.G. sunt [f] æquales, quia à puncto R. ducitur linea rectó secans portionem mediam in G. & Y. in primo schemate. Proinde O.G. minor est quoque quam P Z. & ergo G.X. maior quam T.Z. Vnde constat P.Z. maiorem esse quam duplam lineæ Z.T. Si ergo P.H. fiat dupla lineæ H.T. accedet punctus H. propiùs ad P quam Z. Erit autem H. centrum grauitatis partis immersæ humido, vt punctus k. est centrum totius portionis & ϖ. centrum reliquæ: Et quidem à centro k ducta perpendicularis ad humidi superficiem, seu ad tangentem P.N. transierit [g] per Z. quæ ergo non conuenit cum alijs perpendicularibus à centris k. & ϖ. Vnde constat portionem non consistere, sed moueri donec conueniant. [h] Hoc autem quando basis ipsius vno puncto attinget superficiem humidi. Nam in portionibus æqualibus & similibus A.O.Q.L, & A.P.M.L. ducentur ab extremitatibus basium A.Q. in illa, & A.M. in hac: scilicet quando post commotionem superficies ab I. inciderit in A. & punctus Z in H. & totus diameter O.X. in P.T. & lineæ A.Q & A.M. ab extremitatibus basium eductæ, angulos efficient pares ad diametrum, vt iam antea ostendimus in demonstratione secundæ partis. Quibus existentibus anguli quoque ad χ. & N. fient vnus & idem, & ideo perpendicularis à K. centro ad superficiem humidi transibit per H. ergo & per aliud centrum ϖ. Quare manebit portio, cùm tota super eadem perpendiculari, & in eodem centro grauiter. [i]

[b ex 25. l. de conoidib. & sphær.] [c per 12. l 1.] [d per 29. l 1] [e per 35 l. 1. conic.] [f per 33 l. 1.] [g per lemm. ad 2. huius.] [h per 7. lemm 6. de q. ad par. rab.]

Iam habeat portio ad humidum eam rationem quam habet quadratum P.F ad quadratum B.D. & demittatur in humidum, ita vt basis ipsius non contingat humidum, vt in figura notata 2.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ. Concluditur portionem non consistere, quin basis in vno puncto humidi superficiem contingat, & axis cum ipsa faciat angulum angulo φ. æqualem.

ΚΑΤΑΣ. Ducatur in primo schemate linea A.F.q. & lucis gratia agatur planum per diametrum, quod nobis simile & æqualem portionem A.M.B.L. portioni A.P.B.L. resecet. Inclinetur autem in humidum, ita vt basis humidum non attingat, & sit superficies humidi I.β. cui parallela sit, tangens M.N. & à puncto contactus ducatur M.T. æquidistans diametro B.D. & M.S. in diametrum perpendicularis. [i] Tum agatur R.Z. in M.T. rectò, scilicet diuiso diametro, vt priùs in K. & R. Diuidatur verò M.T. in H. ita vt M.H dupla sit reliquæ H.T. & centra tria, partis insuccatæ H. totius portionis K & reliquæ ϖ iungantur recta linea ϖ.K.H. Tandem à puncto A. ducatur [m] A.γ. similiter vt in primo schemate, & ad æqualem angulum cum basi A.L. Tum à medio partis ipsius A.γ quæ in portione, scilicet puncto F. ducatur F.P. æquidistans [n] ipsi M.T. & denique tangens [o] P.φ, & perpendicularis [p] P.C. in diametrum B.D.

[i per 31. l 1. l per 12. l. 1] [m per 23 l. 1] [n per 33. l. 1. conic.]

ΑΠΟΔ. Portio ad humidum eam habet rationem quam quadratum P.F. ad quadratum B D. hoc est [o] quam pars extra humidum ad partem in humido, hoc est [p] quàm quadratum M.T, ad quadratũ B.D. vnde P.F. & M.T. sunt æquales, [b] & inde portiones quarũ diametri sũt P.F. & M.T. sunt pares: vnde fit vt γ. magis recedat à B. diametri quã β. ita vt producta ab A. occurrat diametro quoque educto in γ. vt ab I in β. & angulus A.γ D. hoc est angulus P.φ.D. est minor angulo I.β D. seu M.N.D. & inde constat φ.B. majorem esse quàm N.B. seu [e] B.C. maiorem quam B.S. & proinde R.C. seu P.Y. in primo schemate, minorem quam R.S. seu quam Z.M. Atqui P.Y. primæ figuræ secat ita P.F. vt sit P.Y. dupla reliquæ Y.F. Ergo $\frac{2}{3}$ ipsius P.F. hoc est ipsius T.M. sunt minores quam Z.M Et proinde punctum H. accedit propius ad verticem M. quàm Z. Sed perpendicularis ducta à centro K. ad superficiem humidi transit per Z. Ergo perpendiculares, quibus ponderant centra Z. & ϖ in hoc situ, non conueniunt cum perpendiculari to-

[o per 1. huius.] [p per 26. de conoidib. & sphær.]

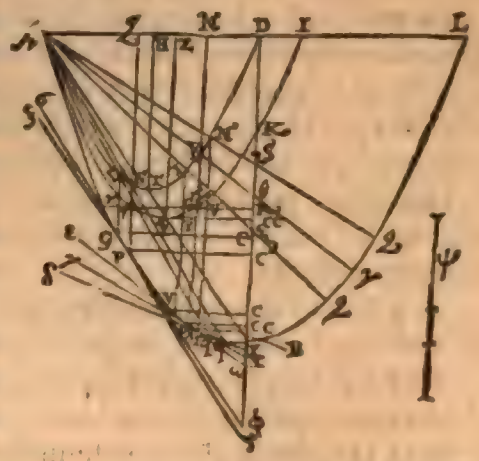
tius. Mouebit ergo portio, quousque superficies humidi ex I.ε. fiat A.γ. Tunc enim C.R. fiet æqualis ipsi P.Y. hoc est $\frac{1}{3}$ totius P.F. & proinde punctum Z. incidet in centrum insuccatæ portionis, fietque trium centrorum vnica perpendicularis, qua tota moles deferetur ad centrum terræ. Tunc verò superficies aquæ æquidistans tangenti P.φ. angulum faciet cum B.D. æqualem angulo φ. Ergo quiesceret portio inclinata, ita vt superficies humidi vno puncto tangat basim, & cum diametro angulum faciat æqualem angulo φ. quod erat probandum.

CONCLVSIO IIII.

Si portio ad humidum in grauitate maiorem quidem proportionem habeat, quam quadratum F.P. ad quadratum B.D. minorem verò quam quadratum X.O. ad B.D. quadratum: in humidum demissa, & adeo inclinata, vt basis ipsius non contingat humidum, consistet & manebit ita, vt basis in humidum magis demergatur.

ΣΥΜΠΕΡ. Δ.

Ἐὰν τὸ τμῆμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν τὸν τῶν βαρεῖ μείζονα μὲν λόγον ἔχῃ ἢ τὸ τετράγωνον Φ.π. ποτὶ τὸ τετράγωνον Β.Δ. ἐλάσσονα δὲ ἢ τὸ τετράγωνον Ξ.ο ποτὶ τὸ τετράγωνον Β.Δ. καθημμένον ἐς τὸ ὑγρὸν, ὥστε τὰν ἀὺτᾶ βάσιν μὴ τᾶ ὑγροῦ ἅπτεσθαι, ἀποκαθιάσεται καὶ μενεῖ ὥστε τὰν βάσιν ἐς τὸ ὑγρὸν καταικλύζεσθαι.



ΥΠΟΘ. Sumatur iam portio A.B.L. habens ad humidum in grauitate maiorem rationem quam quadratum F.P. ad quadratum B.D. minorem verò quàm X.O. ad idem quadratum B.D. & inclinetur in humido, ita vt superficies humidi non attingat basim, vti videre est in schemate notato 1.

ΣΥΜΠΕ. Dico non consistere portionem, sed moueri quoad adeo inclinetur, vt pluribus vno punctis basis attingat humidum.

ΚΑΤΑΣ. Sumatur linea ϟ. cuius quadratum sit ad quadratum B.D. vt est portio in grauitate ad humidum. Ipsa autem ϟ. maior quidem erit quã P.F. sed minor quam X.O. Accommodata itaque inter sectiones A.B.L. & A.F.D. ἐφαρμόσας ad B.D. cadet inter P.F. & O.X. sit ipsa I.V. secta à media sectione A.E.I. in Y. ita vt V.Y. dupla sit [b] partis Y.I. Tum ducatur

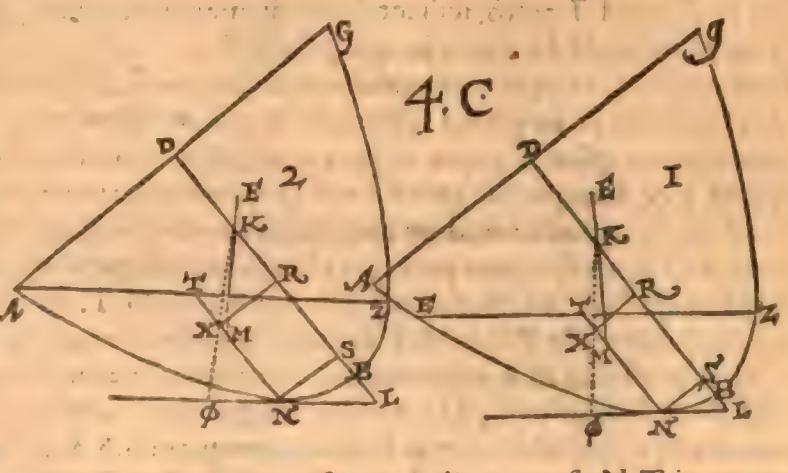
[a] per 10. l. 5

A.I.Q. resecans portionem A.V.Q. à tota A.B.L. & ducatur [c] tangens ε. V. ω. occurrens axi B.D. in φ. Intelligatur autem portio secta plano per axem, & fieri sectionem A.B.G. notatam 1. & demersa portione in humidum superficiem aquæ designari linea E.Z. quæ basim non tangit. Huius autem sectionis A.B.G. diameter sit D B. diuisus vt antea in punctis K. & R. & demersæ partis diameter sit N.T. in quam rectò cadat R.X. & à qua decidat etiam ἐφ' ἑαυτὰν N.S. & ipsam tangens N.L. occurrat diametro B.D in L. demum diuidatur N.T. in M. ita vt N.M. dupla sit ipsius M T. & tandem transeat à centro K. iuncto ambobus centris M. demersæ partis, & E. non demersæ vinculo lineæ E.K.M. linea K φ. transiens [d] per X. & proinde perpendicularis ad L.φ. & ideo ad E.Z.

[b] per 1. li. de quadr. parab

[c] per 33 l. 1. conic.

[d] per lemm. ad 1 huius.



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam portio est in grauitate ad humidum, sicuti quadratũ ♄. ad quadratum B.D.hoc est sicuti quadratum T.N. ad idem quadratum D.B. sunt necessario T.N.& ♄. lineæ æquales, & proinde N.T. rursus est æqualis[a] ipsi V.I. in prima figura. Vnde concluditur portiones A.V.Q. in prima figura,& E.N.Z. esse æquales. Cum itaque in æqualibus & similibus portionibus A.V.Q.L. & A.N.Z.G. lineæ A.Q.& E.Z. æquales portiones auferant,scilicet A.Q. ab extremitate basis, sed E.Z non ab extremitate,imo intacta base,sequitur A.Q. secare B.D. diametrum minori angulo quàm E.Z.quod vt prius fecimus,[b] ostendere facile est:Illi autem æqualis est angulus ω. tãgentis,huic verò angulus L.quoq; tãgentis: proinde angulus L. angulo ω. maior est, & inde consequitur lineã L.B.vel B.S.minorem esse quàm ω.B vel quam B.C primę figurę, & contra S.R.seu N X maiorem quam C.R.& ex cõsequenti maiorem linea V.Y minore quã C.R. Vnde supereſt I.Y. ⅓ totius I.V. vel totius N T. maiorem esse quã T.X. & proinde punctum M.esse inter X.& N.Perpendiculares itaque actæ per centra grauitatum M.& E.non cõuenient cum perpendiculari K.X.φ nec proinde stabit portio.

[a] 9 l 5.

[b] scilicet in demonstratione conclusionis.

Ponamus iam adeo motã esse vt iam superficies humidi attingat basim, vt apparet in schemate notato 2. Non propterea quiescet. Nam positis quæ supra ostensa sunt de æqualitate sectionum & portionum, quoniam in portionibus æqualibus & similibus A.V.Q.L,& A.N.Z G.Lineæ A.Q.& A.Z.auferunt portiones æquales æquales angulos cum diametris B.D.continebunt. Vnde fiet vt triangulorum N.L.S,& V.ω.C. primæ figuræ,anguli sint ad ω & L æquales,& B,S.recta rectæ B.C. sit æqualis: tum ex consequenti S.R.seu N.X.& C.R.sint æquales. Verùm V.Y in prima figura minor est quàm C.R.quia linea ducta perpendiculariter ab R. per G.ad Y secat mediam sectionem A.B.I & proinde lineam Y.I.ita vt Y.I.maior sit quàm T.X. Sed est Y.I. ⅓ totius I V. vel totius N T: Proinde punctum M. adhuc est intra X. & N. nec perpendicularis acta à puncto K.per X.incidet in M.sed aliæ erunt ex quæ agentur per M. & E. Et proinde nondum consistet portio donec resecuerit A.Z.superficies humidi tantũ basis, vt puncta M.& X.in vnum coeant,& deinde perpendiculares,quod fuit probandum.

ΣΥΜΠ. Ε.

Εαν τὸ τμᾶμα ποτὶ τὸ ὑγρὸν εἰ βαρεῖ λόγον ἔχῃ ἐλάσσονα ἢ τὸ πελέκωνον Φ.π. ποτὶ τὸ πελέκωνον β.δ. καθημένον ἐς τὸ ὑγρὸν καὶ ἐγκλινομένον, ὥστε ταὶ βάσιν αὐτᾶ μὴ τᾶς ὑγροῦ ἅπτεσθαι, καθιδήσεται ἐγκλινομένον, ὥστε ⓟ αὐτᾶ ἄξονα μὴ τᾶς τᾶς ὑγροῦ ἐπιφωνείας γωνίαν ποιέειν τᾶς γωνίας Φ. ἐλάσσονα, μὴ ταὶ βάσιν ὁδεπότε ἅψεσθαι τᾶς τᾶς ὑγροῦ ἐπιφανείας ἅπτεσθαι, μὴ μένει ὥστε ταὶ βάσιν ἐς τὸ ὑγρὸν μᾶλλον καταχλύζεσθαι.

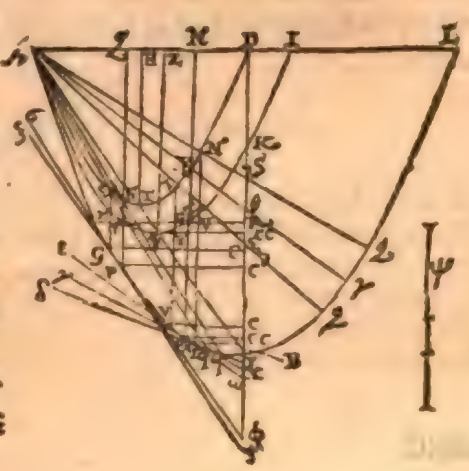
CONCLVSIO V.

Si portio ad humidum in grauitate proportionem habeat minorem, quàm quadratum F.P. ad quadratum B.D. demissa in humidum, & posita inclinata adeo vt basis ipsius,non contingat humidum: consistet inclinata, ita vt axis ipsius cum humidi superficie angulum faciat minorem angulo φ. & basis nullo modo superficiem humidi contingat.

ΠΡΟΘ. Tandem habeat exposita portio ad humidum in grauitate minorem rationem quã quadratum F.P.ad quadratum B.D & demittatur in humidum obliquè, & ita vt basis non contingat superficiem humidi.

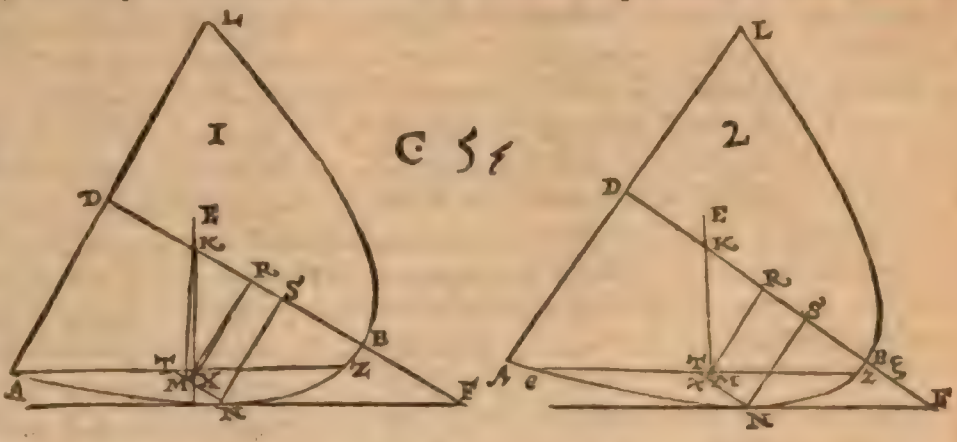
ΣΥΜΠ. Dico consistere inclinatam,ita vt axis ipsius cum humidi superficie angulum faciat minorem angulo φ & basis nullo modo superficiem humidi contingat.

ΚΑΤΑΣ. Quam rationem habet portio ad humidum in grauitate,eam habeat quadratum lineę



aper 1 d. 5. ♄.ad quadratum B.D. vnde ♄. linea sit ♂ minor quam P.F. & in prima figura adaptetur linea G.♃. inter sectiones primam & vltimam æqualis ipsi ♄. & quam secent primum linea G.Y. egressa ex sectione media & producta vsque ad maximam. Tum in puncto ♈ media sectio vt appareat G.♈. maior quã G.Y. Tũducatur [b] 6 G 5. contingens sectionẽ in G. & occurrẽs diametro B.D. in 5. item agatur G.C. ad B.D. perpẽdicularis. Tãdem ab A. per ♃. linea A.♃. q. ita vt sint A.♃. & ♃. q ᶜ æquales. Rursus plano acto per B.D. diuidatur portio expositа, & fiat sectio A.Z.B.L seu ea quæ notatur charactere 1. cuius axis D.B. superficies humidi A.Z. tangens basim portionis in vno puncto A. secetur que axis B.D. in K. & R. vt prius & diuisa A.Z. bifariam, agatur T.N. axis portionis quæ est in humido, & à vertice N. agatur tangens ♑ N.F. occurrens diametro B D. in F. tum N.S. in axem B.D. [illegible] Diuidatur N.T. in M. ita vt N.M. sit dupla reliquæ M.T. & per k. centrum grauitatis totius, ducatur M.K.E. ad centrũ partis quæ extra humidum. Tandem ab K. fit perpendicularis in N.T. linea R.X.

b mediante 31 li. conic. c per 5. & ad eam lemma de quad para



ΑΠΟΔΕΙΞΙΣ. Quoniam portio habet ad humidum in grauitate eam rationem quã quadratum quod fit à linea ♄. ad quadratum B.D. Ea verò ratio est quadrati N.T. ad quadratum D.B. sequitur N.T & G.♃ esse æquales, ideoque portiones A.N Z, A.G.q. esse pares. In his autem paribus portionibus diametri ducti ab extremitatibus basium ad pares angulos efficiunt quoque cum diametro B.D. producto æquales angulos, scilicet F. & 5. Vnde sequitur lineas 5.C. & F.S. seu semisses B.C. & B.S. esse æquales, item S.R. & C.R. seu G.Y. & N.X esse pares Sed G.Y est minor quam ⅔ totius G.♃ nempe quam G.♈ seu totius N.T. Proinde N.X. minor quoque est quàm ⅔ lineæ N.T. Non erit ergo X. centrum, nec M incidet in punctum X. sed propiùs accedet ad T. Perpendicularis autem ducta à centro K. ad centram terræ, seu ad tangentem F.N. seu ad superficiem humidi transit per M. Ergo aliæ perpendiculares secundum quas duæ partes, ea quæ in humido & ea quæ extra humidum, non conuenient cum perpendiculari totius. Motitabit ergo portio nec stabit in hoc situ Ostendẽdũ est nunc eam ipsam stare quando ita inclinata fuerit, vt basis nullo modo tangat superficiem aquæ, & eius axis cum superficie humidi angulũ fecerit minorem angulo ♀ Etenim si fieri potest, admittamus inclinari portionem, ita vt faciat superficies aquæ E.Z. producta in ♌ cum diametro angulum Z ♌ B. parem angulo ♀ & cætera vt priùs manẽãt in figura notata numero 2. Etenim N.T. ostendetur æqualis ipsi G.♃. Et quoniam ponitur angulus Z.♌.B. hoc est angulus F. æqualis angulo P.♀.C. primæ figuræ, non erit B.F. maior quam B.♀ seu B.S. quam B.C. nec S.R. minor quàm C.R. neque N X. minor quàm P.Y. Sed P.F. cum sit maior quam G.♃. & proinde quam N.T. sitque P.E. sesquialtera P.Y. erit N.T. minor, quam sesquialtera ipsius N.X. & inde N.X. maior quam ⅔ ipsius N.T. cumque N.M. sit ad M.T. dupla, sequitur M. punctum recedere à T. plusquã X. propterea non conuenire perpendiculares ductas à centris E.k. & M. nec ideo stare portionem, vt ostendendum erat.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

In præcedenti diagrãmate notato 1. facta inter sectione diametri B.D. & superficiei humidi A.Z. seu tangentis ipsi parallelæ ad angulum F. seu 5 punctum X. accedebat ad T. plusquam punctum M. Hic verò posita dicta inter sectione B.D. cum c.Z. ad angulum ♀. idem punctum X. recedit à puncto T. plusquam centrum M. Ergo vt conueniant necesse est fieri inclinationem, ita vt sectio fiat diametri B.D. & superficiei humidi in angulo maiore quidem, quàm sit angulus 5. vel F. sed in minore quam sit angulus ♀. vt vult conclusio.

Cæterum

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΕΞΩΤΕΡΙΚΑ.

ARCHIMEDIS OPERA EXTERNA.

PRÆFATIVNCVLA.

MVLTA nobis occurriſſent addenda libris de inſidentibus humido, quæ vel pondus humidorum, vel motum, vel librationem vel deductionem, vel elationem vel depreßionem, vel denique naturam & proprietates aut actiones quæ circa ea exercentur, attigiſſent, niſi nos aliò alia vocaſſent, & vi officij, quod deſerere piaculum eſt & nefas, abripuiſſent. Saltem complenda fuiſſet propoſitio decima & parabolica portio demittenda in humidum ſecundum baſim, ſicuti ab Archimede per verticem, poſitiſque iiſdem hypotheſibus, quæ quinque vltimis Συμπεράσμασι præmiſſę fuerint, ernere conſequentias, quæ nos ſcientia edocuiſſet. Verùm hoc etiam in ſecundam editionem (ſcilicet ſi res hæc cordi fuerit, & opera quantulacunque noſtra harum ſcientiarum ſtudioſis arriſerit) rejecimus, quantociùs potuimus ad exitum properantes. Attamen quocunque tandem curſu abripiamur non adnotaſſe non poſſumus (niſi velimus grauißimè peccare in Archimedis Manes,) aliquot veluti externa ipſius opera quorum ſola nobis memoria ſupereſt, vel à ſe vel a grauißimis authoribus tradita, qui antiquitus de his mentionem in ſcriptis ſuis fecerunt: quæ licet antea forſan leuiter attigerimus, expetunt tamen à nobis vt ea paulò diffuſiùs indicemus, & Authorum locos afferamus.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΤΕΦΑΝΗΣ.

DE RATIONE INVENIENDÆ MIXTIONIS auri & argenti in Corona.

VERBA VITRVVII.

ARCHIMEDIS verò cum multa miranda inuenta & varia fuerint, ex omnibus etiam infinita ſolertia, id quod exponam videtur eſſe expreſſum nimiùm. Hiero enim Syracuſis auctus regia poteſtate, [a] rebus bene geſtis, cùm auream coronam votiuam, diis immortalibus in quodam fano conſtituiſſet ponendam, immani [b] pretio locauit faciendam, & aurum ad ſacôma appendit redemptori. Is ad

A

B

tempus, opus manufactum ſubtiliter, regi approbauit, & ad ſacoma pondus
C coronæ viſus eſt præſtitiſſe. Poſteaquam [c] indicium eſt factum, dempto auro tantumdem argenti in id coronarium opus admixtum eſſe, indignatus Hiero ſe contemptum, neque inueniens qua ratione id furtum deprehenderet, rogauit Archimedem, vti in ſe ſumeret ſibi de eo cogitationem. Tunc is cum haberet eius rei curam, caſu venit in balneum, ibique cùm in ſolium
D [d] deſcenderet, animaduertit quantum corporis ſui in eo inſideret, tantum aquæ extra ſolium effluere. Itaque cum eius rei rationem explicationis offendiſſet, non eſt moratus, ſed exiluit gaudio motus de ſolio, & nudus vadens domum verſus, ſignificabat clara voce inueniſſe quod quæreret. Nam
E currens identidem Græcè clamabat εὕρηκα εὕρηκα [e]. Tum vero ex eo inuentionis ingreſſu duas dicitur feciſſe maſſas æquo pondere, quo etiam fuerat corona, vnam ex auro, alteram ex argento. Cum ita feciſſet, vas amplum ad ſumma labra impleuit aqua, in quo demiſit argenteam maſſam. Cuius quanta magnitudo in vaſe depreſſa eſt, tantum aquæ effluxit. Ita exempta maſſa,
F quanto minùs factum fuerat refudit, ſextario [f] menſus, vt eodem modo quo prius fuerat ad labra æquaretur. Ita ex eo inuenit, quantùm ad certum pondus argenti certa aquæ menſura reſponderet. Cum id expertus eſſet, tum auream maſſam ſimiliter pleno vaſe dimiſit, & ea exempta, eadem ratione menſura addita, inuenit ex aqua non tantùm defluxiſſe, ſed tantùm minùs, quantùm minùs magno corpore eodem pondere auri maſſa eſſet quàm ar-
G genti. [g] Poſtea vero repleto vaſe in eadem aqua ipſa corona demiſſa, inuenit plus aquæ defluxiſſe in coronam, quàm in auream eodem pondere maſſam, & ita ex eo quod plus defluxerat aquæ in corona, quàm in maſſa, ratiocinatus, deprehendit argenti in auro mixtionem, & manifeſtum furtum redemptoris.

IN VERBA VITRVVII.

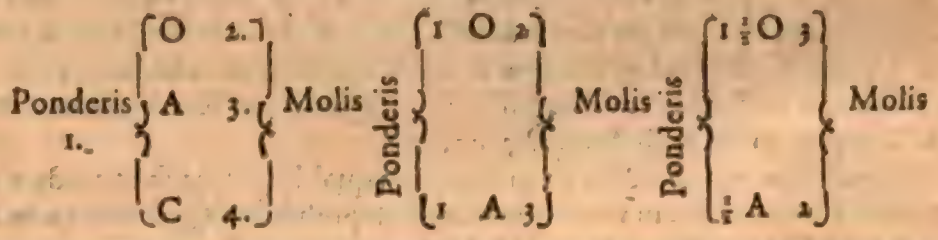
ΣΧΟΛΙΑ.

A *Auctus regia poteſtate.* Non enim, Hiero ſecundus huius nominis Syracuſanorum Rex de quo hic ſermo eſt, iure natiuitatis & hæreditatis regnum adeptus fuerat; licet ex antiqui Hieronis quondam Regis & Gelonis primi ſucceſſoris, ſtirpe eſſet oriundus: ſed electione ad hoc honoris faſtigium euectus eſt, propter maximas quibus pollebat virtutes: ob quas primùm factus Prætor ab exercitu admodum iuuenis, ea in ætate, tanta in eo reluxit animi magnitudo, ingeniique ſolertia, vt omnibus gratiſſimus poſtmodum regnum fuerit conſequutus, quo potitus ſcientiis, literatiſque immanes fauores maximè Archimedi impertiuit. De eo Polybius armorum Scipionis Africani non duntaxat comes, ſed veluti ἀκροάτης, ſic ſcribit, χρῆται γὰρ πᾶσι προθύμως αὐτῷ δυνάμεις τῷ Συρακουσίων διηκριβωμέναις ἐκ τῶν ἐν τῇ πόλει. ἐξ ἧς ἐκβιβάσας ἐκεῖ τὸν Μεγαλλὸν καθίσασε ἐξ αὐτῆς ἀρχήσας, Ἀρχιμήδους τε ἐν τοῖς πᾶσι βασιλικῶς τῷ Συρακουσίων ἄνδρα, νῦν μὲν ἴδιᾳ τιμῶν, ποτὲ δ' ἐπ' ἴσης διότι βασιλικῶς ἐχρημάτισε οἰκειότητος. &c. Hiſtoriar. lib. 1 Porrò Hiero Rex creatus eſt anno 3. Olympiad. 123 ſcilicet Vrbis conditæ 467. ob Mamertinos fuſos fugatóſque, eorúmque duces captos. Et fortaſſis huius victoriæ pretium diis ſuis fecit votum Coronæ, de qua hic ſermo eſt.

B *Immani pretio locauit.* An immani pretio, ſeu manupretio fuerit legendum, tum ὄγκωμα vel ſacoma quid ſit, multi in Vitruuium ſcriptitarunt, nec id ad nos quicquam attinet. nisi interim dixerimus ὄγκωμα ab Hyperide referri à Iulio [a] Polluce & ὀγκοῦσθαι dici aliquem cum leuiori parti quicquam addit ad æquilibrium. Æquipondium porro habetur diffuſiſſimè explicatum libris de æquiponderantibus, quò lectorem remittimus.

[a] lib. 4. cap. 24.

Postquam indicium est factum. Primum indicium quod fieri potuit ab oculo fuit: quia fulgor qui auro puro puto & obrizo est, extinguitur immixtione argenti, aliusue metalli. Nihilominus quoniam in argento splendor quoque natiuus est, qui licet albescat nihilominus lucet, & radiis immixtus radiantis auri quod etiã λάμπειν dicitur, fallit, & nisi quãtitate abundet, vix solo intuitu deprehẽditur. Sed si fallantur oculi in corpore lucente, certiori iudicio indiciũ fit ab heraclio seu Lydio lapide, cui vis est, vt inquit Theophrastus βασανίζουσι τὸν χρυσὸν (ἢ τὸν χρυσὸν) ἄσπερ τὸν καλούμενον λίθον ἡρακλείαν ἢ λυδίαν. vnde & appellatur χρυσίτις. Color enim metalli lapidi impactus & superficiei corporis lapidei minus splendidi adhærens, faciliùs discernitur, & mixtio clariùs apparet. Verum si adhuc fallitur lapis, & mixtio ea ratione temperata sit, vt ne coticula quidem deprehendatur, sono tentari potest, qui in singulis metallis singularis est. Sed rursus etiam auris fallitur sæpissimè, itaut aliò recurrendum fuerit; Tunc incisione, vel fusione, vel separationis aqua vtendum est, quæ fit ex sale nitro & triplo aluminis destillatis simul igne fortì. Ea enim est huius aquæ Chrysulcę vis vt infusum argentum resoluat in se ipsam, aurũ verò instar pulueris in fundum vasis remittat: itaut versa aqua facillimè habeatur. Argentum verò diffusum non recuperatur, nisi prius aqua in vaporem conuersa: grauitate enim sua & tenacitate natiua partium essentialium, qua obsistit igni, argentum non fertur in auras, sed in imum vas recipit se & illic colligitur. Quidam addunt plumbum & cineritium pro indiciis auri: verum quia odorem plumbi argentum sustinet, Chrysulca certior est. Cæterùm ex his indiciis solus lapis lydius potuit Hieroni vsui fuisse: cætera enim opus labefacta essent, quod factum tectum tueri fuerat animus. Cæterùm notanda sunt Vitruuij verba, *dempto auro tantundem argenti in id coronarium opus admixtum,* Nam vt furtum potuerit deprehendi artificio Archimedeo, necesse fuit dari metalla quorum mixtio facta fuerat. Etenim ex tribus metallis diuersorum sub eadem mole ponderum vt auri, argenti & æris, possibile est duas massas conficere diuersis mixtionibus quæ fuerint tamen eiusdem ponderis & molis: Sint v g. O.A.C. tria metalla ita inter se affecta, vt libra O. sit ad libram A. mole vt 2. ad 3.: ad libram vero C. vt 2. ad 4. Si itaque libram ex O. cum libra ex A. miscuero, efficiam molem 5. siue digitorum, siue aliarum quarumlibet mensurarum: Rursus si cum libra & semisse O miscuero semissem C. efficiam corpus 2. librarum & voluminis 5. quoque digitorum, vel aliarum expositarum mensurarum. Nam si 1. libra O. dat molem 2. digitorum: $1\frac{1}{2}$ ponderis dabit 3. molis: Tum si 1. ponderis C. dat 4. molis, $\frac{1}{2}$ ponderis, dabit 2. molis.



Mixtio itaque in genere metallorum cognosci debuit vt inuentio Archimedi stare potuerit. Et certè aurum & argentum notat Vitruuius.

Ibique cum in solium descenderet. Ingressu solij Archimedes deprehendit modum quo prouinciam sibi à Rege demandatam absolueret. Etenim cùm solium vas esset quo in balneis antiqui vterentur, & in quo sedentes lauarentur, atque ligneũ esset, vnico excauabatur trunco vt solidius esset (quod forsan ideo dictum est solium quasi solidum, & Augustus Hispanico verbo *duretam* vocauit) Aqua verò implebatur ad labrum vsque: quæ proinde ingrediente eo qui lauandus erat, effluebat, & quidem tanta quãtitate quanta laris esset dimensionibus. Cessisse quippe locum prementi & aduenienti corpori etiam didicimus ex his quæ de vectis in humido superiùs dicta sunt. Latius itaque corpus plus aquæ emittebat, exilius verò minùs? Hinc coniectura deprehendendi furti. Quippe duo sunt quæ naturam metallorum potissimùm manifestant, pondus & color Quamuis enim omnia sint ponderosissima, quia maximè terrena, tamen quo puriora sunt & perfectiora, scilicét essentiæ compactioris, tenacioris & humidi magis ignei, grauiora sunt: Aurum proinde quod omnium purissimum est & minimùm solubile, vtque humidissimum, sic maximè diducibile cæterorum est, & mole ponderosissimum vt inde manifestum fiat, si duæ massæ offerantur paris ponderis, illa auri, hæc argenti, auream minori mole esse breuioribúsque dimensionibus: itaut cum alternatim dimittentur, in plenum vas, minùs ex aurea diffundatur aquæ, quàm ex argentea.

Libro de lapidibus fere initio.

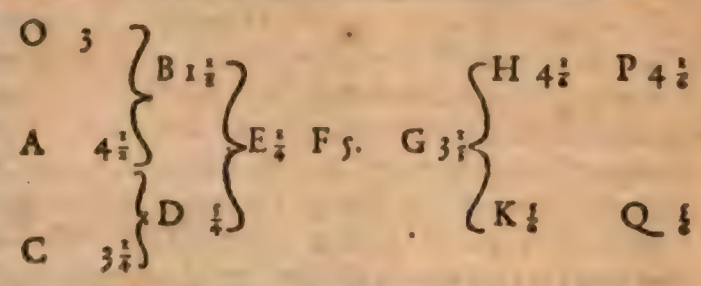
Suetonius in Augusto

E *Tum verò ex eo inuentionis ingressu.* Hinc Plutarchus elegantissimè ostendit quanta voluptate veritatis studium τῆς ἀνυλίας ἀκμὴν, exuperet corpoream ingluuiem. Inter alia enim exempla delectationum quas profert scientiæ & sapientiæ assidua perquisitio, Archimedem in medium adducit, & ait ὁ γοῦν Ἀρχιμήδης (ὡς φασιν) ὑπὸ τῆς ὑπαρχούσης ἀπολαύσεως τοῦ σώματος οὐκ ἂν ποτε κατασχεθῆναι δοκεῖ τῷ ἐλαίῳ βοηθῶν ἀρτίως, ἢ τῷ πυκνὸν φλογιζόμενον ἰσοπλεύρου, νοητὰς ἢ ἀκουσμάτων ἐν γεωμετρίᾳ ἀδιεξόδους, βίβρωσκα βοώντος ὑπαιολικὴ, περίκειται.

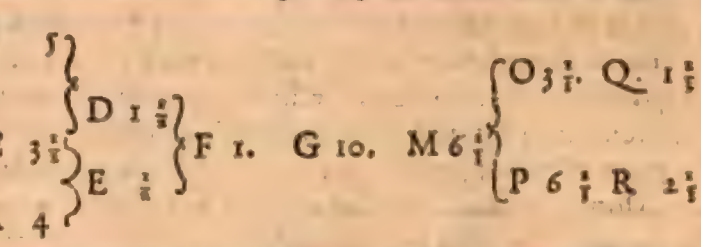
Plutarc. in lib. Quòd iuuenes à senibus rempub. capessere debeant.

F *Sextario mensus.* An sextario mensus fuerit Archimedes refusam aquam, an alia mensura liquidorum, nihil interest, dummodo quantitatem ipsius ritè & apprimè cognouerit. Et quidem nihil censerem in hac scrupulosissima mensuratione commodiùs & exquisitiùs, pondere & bilance. Nec enim moles æquè numeris conuenit ac pondus & vt mensuras quæ mole constant, vt sextarius apud Romanos, Congius, vrna, Amphora, culleare, vel infra sextarium hemina seu Cotyla: Quartarius, Acetabulum, Cyathus & huiusmodi, nisi reuocétur ad librã libræq; partes, non bene cognoscuntur.

G *Postea verò repleto vase.* Omnis itaque ars deprehendendi furti Archimedi fuit, à proportione effusarum aquarum scrupulosissimè obseruata. Quippe massa argenti plus aquæ effudit ex vase, quam aurea paris ponderis: Corona vero vtriusque naturæ particeps & æqui rursus ponderis, minùs quàm argentea, plus vero quàm aurea, & quidem ea ratione qua mixtionem fecerat χρυσοπώλης. Vt vero experiamur artem, ponamus effusam ab auro aquam esse O. & ab argento A. itaut moles auri ad molem argenti se habeat vt O. ad A. Vt vero A. ad C. ita sit moles argẽti ad molem Coronæ. Excessus vero A. super O sit B. eiusdem A. super C. sit D. Demum ipsius O. super C. sit E Et quoniam Corona item massa quæque, alicuius est ponderis: Dedit enim Hiero aurum ad Sagoma. Ponatur pondus illud esse F. in numero noto, qui diuidatur per B. & cõstituat G. Tum G. ducatur in D. & fiat H. Demum idem G. multiplicetur per E. & producatur, K. Tandem diuidatur F bifariam in ratione H. ad K. Etenim quod contigerit à latere K. nẽpe Q, pars erit auri; quod vero successerit ipsi H. erit pars argenti mixti Coronæ quæ quærebatur. Pluribus hanc artem persequi locus fortasse requireret: sed quia mẽs est hæc exotica summis duntaxat digitis nunc attingere, eadem si Deus dederit aliquando luculentiùs explanaturi, & rem indicasse sufficiet, & lectorem interim remittere ad innumeros penè harum scientiarum artifices, qui difficultatem hanc soluerunt, maximè ad Ghetaldum Patricium Rhagusinum, qui paucis ab hinc annis hac in parte Archimedem plurimum & doctissimè promouit.



Ex massis autem auri & argenti etiam inæqualibus inter se & coronæ potuit Archimedes rationes molium vtriusque metalli deprehẽdere. Quamuis enim corona 8. fuisset pondo, sed auri duntaxat copia ponderis vnius libræ, ex effusa ab auro aqua collegisset effundendam aquam ab octuplo auri. Idem censendum de argento. Cæterùm sicuti diuersa moles auri & argenti etiam sensibus perceptibilis ex illa effusa aqua, consequitur idem pondus in vtroque metallo; vice versa eandem molem sequitur diuersum pondus, itaut non minori facilitate ex diuersis ponderibus corporum similis molis, mixtio deprehendi possit, quàm ex diuersis molis æqualis ponderibus: Et est eadem ars. Sit mixta auro & argento quædam figura põderis A. cui proplastica arte fundãtur duæ aliæ mole æquales, vna aurea grauitatis B., altera argentea pondo C.: excessus vero B & C. sit D. tum C. & A. sit E. Demũ A. & B. sit F. supponatur autem A. quãtitatis G. diuidárque ipsum G. excessus D. & fiat M. Tum M. multiplicet E. & fiat O., deinde F. fiatque P. Etenim A. cõponętur auro & argento secundum rationem O. ad P. eritque in A. auri Q. argenti R. Notatis itaque diligentissimè ponderũ metallorum differentiis, non tantum duorũ sed etiam plurium simul mixtorũ quantitas singularis arte deprehendetur, potissimum si appendantur in aqua in qua motus grauius fit lentior & perceptibilior; & rationes ponderũ & molium



dignoscantur. Monebimus interim videri fuisse Archimedi perdifficile, ita ad vnguem colligere effusas aquas, vt rationes metallorum ad amussim seruari possent: nec enim plenitudo vasis statim oculis percipitur, tum effusio vbi desinat vix quoque sentitur. Censerem itaque illi fuisse conducibilius, vasi primum corpora demisisse, tum aquam infudisse quoad vas fuisset plenissimum. Ex differentiis etenim plenitudinum aut exceptarum cum massis & Corona differenter aquarum, de quantitate mixtionis certius tulisset indicium.

ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΚΟΧΛΙΑΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Negotium humidi, & aquarum conuenientissimè sequetur Machina Archimedea, quam κοχλίαν appellauit Diodorus Siculus, κόχλον Athenæus, qui & inuentionibus, & officiis distinguit inter Helicen & Cochlion binas machinas quas Archimedi tribuit, alteram ponderibus trahendis & omnino mouendis propriam; alteram ad aquas exhauriendas maximè aptam. De Helice postea, de Cochlio vero hæc habet.

Athenæus περὶ τῆς Κοχλίας.

Ἡ δὲ ἀντλία καίπερ βάθος ὑπερβάλλον ἔχουσα, δι' ἑνὸς ἀνδρὸς ἐξεντλεῖτο διὰ Κοχλίας, Ἀρχιμήδους εὑρόντος.

DE COCHLIO ARCHIMEDIS.

Sentina porro, licet profundissima, ab vno homine exhauriebatur Cochliō, quod Archimedis inuentum fuit. *Athen.* Δειπνοσοφιστῶν lib. 5.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic Athenæo sermo est de stupendo illo Nauigio quod Hiero iussit confici opera trecentorum hominum præter administros, spatio anni vnius (τριακοσίων ἀνδρῶν πρὸς τὴν ὕλην ἐργαζομένων πρὸς ἐνιαυσιαίαν χρείαν πεποιημένων) & cuius fabricæ Ἀρχιμήδης ἐπὶ (ait) ὑπομοχλίου ἐστάσης, sed Moschion descriptor libro singulari, ex quo idem Athenæus exscripsit totam non solum contignationem, sed omnia ædificij ornamenta, quæ apud eum legi possunt. Cæterùm adeo immane erat onus, vt in ipsius dimidia parte in mare detrahenda cum esset πολύ (ait) ὑπερέχον, Archimedes solus eam deduxit. Sed sentina non potuit non esse capax multæ aquæ, & tamen licet profundissima esset, ab vnico homine exhauriebatur, beneficio Cochlij inuenti ab Archimede, quo non tantum vsi sunt Syracusani, sed & ipsi etiam Ægyptij, & post ipsos Iberi, & tandem Hispani, authore Diodoro.

Diodorus περὶ τῆς Κοχλίας τοῦ Ἀρχιμήδους.

Καὶ τὸ πάντων παραδοξότατον. Ἀπορύττουσι γὰρ λίμνας ῥύσεις τῶν ὑδάτων τοῖς αἰγυπτιακοῖς λεγομένοις Κοχλίαις, οὓς Ἀρχιμήδης ὁ Συρακούσιος εὗρεν, ὅτε παρέβαλεν εἰς Αἴγυπτον. Διὰ δὲ τούτων συνεχῶς εἰς

DE COCHLIO ARCHIMEDIS.

Et quod est præ omnibus incredibile: illos aquarum effluxus exhauriunt Cochleis, quæ dicuntur Ægyptia, quæ Archimedes Syracusius inuenit, quando in Ægyptum se contulit. Per hæc ergo continua successione, aquam

ad ostium vsque promouentes fodinæ locum exsiccant, aptúmque ad operis sui tractationem præparant. Cùm enim hoc instrumentum sit ingeniosius quàm fuerit credibile facile, hac mirabili industria ingens vis aquarum euacuatur, & omnis fluuij affluxus ab imo ad superficiem vsque effunditur. Mirabitur vero iure meritissimo quis, ingenium artificis, non solùm in his Cochleis, sed in aliis quoque multis, & quidem maioribus, quæ toto Orbe celebrantur. De quibus speciatim, cum ad Archimedis ætatem peruenerimus, diligenter agemus. *Bibliotheca lib. 5.*

διαδοχῆς παραδιδόντες μεχρὶ τῆς ϛομίας τῶν μετάλλων τόπον ἀναξηράνωσι, & καταχθάζοισιν εὔπορον ποιῆς τὴν τῆς ἐργασίας πραγματείαν. Φιλοτέχνως δ' ὄντος τοῦ ὀργάνου καὶ ὑπερβολῇ, διὰ τῆς τοιαύτης ἐργασίας ἄπλετον ὕδωρ ἀναῤῥιπτεῖται παραδόξως, & πᾶν τὸ ποτάμιον ῥεῦμα ῥαδίως ἐκ βυθοῦ ποιῆς τὴν ἐπιφάνειαν ἐχεῖται. Θαυμάσαι δ' ἄν τις εἰκότως τοῦ τεχνίτου τὴν ἐπίνοιαν, οὐ μόνον ἐν τούτοις, ἀλλὰ καὶ ἐν ἄλλοις πολλοῖς καὶ μείζοσι, διαβεβοημένοις κατὰ πᾶσαν τὴν οἰκουμένην. ποῖ ὧν τὰ κατὰ μέρος, ὅταν ἐπὶ τὴν Ἀρχιμήδους ἡλικίαν ἔλθωμεν, ἀκριβῶς διέξιμεν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hic Diodorus multa paucis comprehendit: Archimedis peregrinationes tangit, ingenium patefacit, Cochlij formam & effectus indicat, tum vsum instrumentorum Archimedeorum plurimis Orbis locis receptum cum admiratione industriæ qua constabant, testatur. Equidem vt mira fuit Archimedes perspicacia mentis, ingenióque diuino, sic incredibili discendi cupiditate, docendique charitate fuit Cupidus sciendi ad Ægyptios se contulit, fortassis ad alias quoque Asiæ & Africæ gentes, quarum fama scientiarum nomine, omnem Europam peruagata fuerat: scilicet hoc fecit exemplo Pythagoræ, Platonis, antiquorumque omnium Græcorũ, qui tempora Archimedis præcesserant, quique propter illinc exportatas artes, immortalem sibi gloriam comparauerant. Sed Archimedes non capiebat, quin identidem porrigeret, & sua industria quod discebat, persolueret. Præter alia ergo plurima quæ credibile est Archimedem contulisse Ægyptiis Mathematicarum cupidissimis, hæc Cochlia est, quæ mirò illis vsui fuit. Cùm enim Nilus peruadit Ægyptum, lacunas vbique replet, quæ recedente fluuio, stagnantes manent cum magno incolarum dispendio, nisi instrumentorum copia adfuerit quibus aquam in profluuios dimanent, locáque exsiccent. His ergo lacunis vacuandis, non toti Ægypto deficiendæ (vt quidam malè putauit) hoc organum inseruiit. Iberi postea idem receperunt ab Ægyptiis, & in Hispaniam detulerunt cum arte metallica, & tandem omnibus Nationibus in communem vsum collatum est. Vsus vero, imo instrumenti forma, ex duobus Diodori verbis colligitur. Ait enim, ἀπὸ ϛόμα τοῦ βυθοῦ ἐπὶ τὴν ἐπιφάνειαν ἐκχεῖται. Etenim si à fundo ad supremam loci superficiem, aqua deferretur hac Cochlia, supereſt ea fabrefactam arte fuisse, vt aqua motu circulari paulatim superiùs ascenderet: quod non potuit aliter quàm circumuoluto quodam canali circa axem instrumenti, ex cuius reuolutione nomen etiam κοχλίας vel κοχλὶς accepisset. Porro antiquæ χαρίδες ne vestigia quidem organi supersunt: & fuit denuò excogitanda, vt hinc aliquid vtilitatis caperemus. Qui solertiùs hac in parte laborarunt, tale κῦμα cùm ex officio tum ex nomine commenti sunt. Sit fluuius

Cardanus de subtil. Diodor. ibidem.

quidam, lacus, palus, ſentina, aut quid ſimile vacuandum aquis N. O. ſumatur tignum A. M. teres ad circinum, quo latiori craſſitudinis diametro, eo fuerit accommodatius. Circa ipſum canalis, ſi viſum fuerit, æneus in ſpiram obducatur B. C. H. L. qui vt longior, ſic complicatior eſt, & ſinuoſior, propterea quod machina ſuper polis extremitatum A. & M. agitatur effluente alueo ac fluxu propipiente pinnacidia D. E. F. G. I. K. aqua ingreſſa per L. facilius defertur per gyros ſpiræ ad exitum in B. Etenim quæ primo erant elatiores machinæ partes, rotatione fiunt depreſſiores, & Helices Meandri à ſummo ad imum rectiores, itaut aqua ſuo pondere celeriùs decidens majori vi in ſinus proximos deferatur, & tandem ſucceſſione ſummi & imi partium conuolutarum perueniat foras. Commoditas itaque Cochlij pendet cum à lõgitudine canalis in ſpiralem contorti, tum ab obliquitate cylindri A. M. Quò etenim obliquius conſtituetur machinæ corpus ad ſuperficiem humidi, & canalis circumuolutior erit circa cylindrum, eo leuiori opera ſurſum aqua euehetur. Quod ſi applicetur Cochlium iſtud ad idẽ opus ad quod primùm Archimedes ipſum inuenit, ſcilicet ad repurgandam nauigij ſentinam, vt Athenæus refert, vel ad deſiccandos lacus, & educendas aquas è profundioribus locis quibus ſubſtitiſſent, inutilia eſſent pinnacidia, nec profluente aqua agitaretur machina. Tunc vero addita rota in parte elatiori vt in A. facillimè iumenti opera in vſum reduceretur vel etiam hominis, quod notat Athenæus ἢ ὑπὸ ἀνθρώπου ἑλκόμενον (inquit.) Sed tunc capiti rotæ infigerentur ſtyli ferrei vel lignei in orbem, quibus vel calcante pedibus homine, vel manibus attrahente fierent verſationes. Cæterùm Vitruuius artem non componendi ſolum Cochlij, ſed ad vſum diſponendi, aperuit. Vult itaque cylindri exactè rotundi capita diuidi in quadrantes vel in octantes, vel ad libellam lineas duci rectas à capite ad caput, punctis ad amuſſim oppoſitis: tum lineas longitudinis diuidi æqualibus ſpatiis, iis quibus in latitudinem diſtant: itaut in rotundatione & in longitudine paria interſtitia fiant, notata punctis ſuper omnibus lineis in longitudinem æquidiſtanter protractis, ſumi tandem jubet ſaligneam tenuem aut de vitice, id eſt amerina ſalice regulam: (ego cartacea vterer) eáque addita in primo puncto vnius linearum, obliquè deduci (hæc ſaltem videtur eſſe mens ipſius) ad ſecundum punctum ſequentis, & deinde ad tertium tertiæ, ac ita conſequenter vſque ad octauum, octauæ & vltimæ lineæ, *vt eo modo* (inquit) *quantum progreditur obliquè per ſpatium, & per octo puncta, tantumdem in longitudine procedat ad octauum punctum. Eadem ratione per omne ſpatium longitudinis & rotũditatis ſingulis decuſſationibus obliquè fixæ regulæ per octo craſſitudinis diuiſiones inuoluros facit canales & iuſtam Cochlea naturalémque imitationem.* Crederem tamen non requiri tam exactam diuiſionis æqualitatem ſecundum longitudinem & latitudinem: ſed quò ſtrictiores fient diuiſiones in longitudinem, & ſpira obliquior circa tignum, commodiùs aquam efferri. Erectionem autem machinæ ad inclinationem ſic cenſet collocandum, *vt ſicut Pythagoricum trigonum orthogonium deſcribitur, ſic id habeat reſponſum: id eſt vti dimidatur longitudo in partes quinque earum trium extollatur caput Cochleæ, ita erit à perpendiculo ad imas nares eius partes quatuor.* Senſus eſt; ſumatur trigonum Pythagoricum orthogonium ſcilicet cuius cathetus ſit 3. baſis 4 hypotenuſa 5. & ponatur obliquitas machinæ veluti angulus B. C. A. in ſuperiori figura æqualis angulo baſis & hypotenuſæ, in dicto triangulo. Etenim ſi maior obliquitas fuerit, vix fiet vt aqua vorſuris & ſpiris canalis deferatur. Propterea quando in altiora loca aqua deferenda eſt, habendum eſt organum plurimis compoſitum Cochleis, quarum aliæ aliis aquam ſuggerentes, eam altiſſimè porrigant. Sed totam machinam eo artificio conſtare oportet vt vnico tigno perpendiculariter erecto, capita omnium infigantur eóque conuoluto omnes ſimul cochleæ reuoluantur. Talem retulit ac deformauit Cardanus Auguſtalem lib. 1. ſubtilitatis.

Cap. 11. li. 10. Architect.

DE HELICA ARCHIMEDIS.

Absolutam igitur eam partem, in mare detrudi (Hiero) iussit, & tantisper dum fluctibus maderet, alteram perfici. At in demittenda ea in aquam, cùm non minima esset ambiguitas, Archimedes machinarius eam solus demisit paucis instrumentis. Cùm enim præparasset helicem machinam, tam stupendum nauigium in mare detrusit. Primus ergo Archimedes inuenit organum quod dictum est Helix. *Athen. Δειπνοσοφιστῶν, lib. 5.*

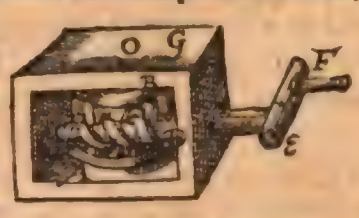
ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΕΛΙΚΟΣ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

Athenæi verba.

Τοῦτο μὲν οὖν τὸ μέρος εἰς τὴν θάλασσαν καθελκύσαι παρεσκευάσατο τῇ λοιπῇ κατασκευῇ, ἵνα σκεῦος λαμβάνῃ· ὡς δὲ παρὰ τὸ καθελκυσμὸν αὐτῆς εἰς τὴν θάλασσαν πολλὴ ζήτησις ἦν, Ἀρχιμήδης ὁ μηχανικὸς μόνος αὐτὸ κατήγαγε δι' ὀλίγων σωμάτων. Κατασκευάσας γὰρ ἕλικα, τὸ τηλικοῦτον σκάφος εἰς τὴν θάλασσαν κατήγαγε. Πρῶτος δὲ Ἀρχιμήδης εὗρε τὴν τῆς ἕλικος κατασκευήν.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Hoc ἑλικῶν instrumentum, Helices nomine appellatum, qualenam fuerit nemo dicere certò potest, cùm figuræ Archimedeæ non supersint. Tamen etiam à nomine imaginamur haud longè aliam fuisse machinam ab ea quam vulgus Cochleam seu Helicen infinitam vocat, cuius vires immensæ sunt. Hac enim etsi admodum simplici, solui potest, si quaquam alia, antiquum Archimedis problema, idque plurimùm audenti arte propositum, τῇ δυνάμει δυνάμει τὸ δοθὲν βάρος κινῆσαι: ea enim ratione etiam infinita dicitur, quia virium possit quantarumcunque propositarum confici, nec sit constituendæ potentiæ ipsius vllus definitus terminus. Constat vero duabus partibus rota, nempe & cylindro, vt appositio diagrammate videre est: in quo A. B. rota est dentes excauata ad angulos æquales angulo obliquitatis lineæ Helices deformatæ in cylindro C. D: Capsula in qua tanquam diapegmate in officio continentur & rota & cylindrus, est G. O., manubrium quo Cylindrus vertitur est E. F. Cæterùm partes ipsius, & partium rationes vel officia diligentiùs adscribere, rei tritæ & omnium operariorum manibus versatæ communis vsus non permisit. Deinde alibi rem enucleatiùs agitauimus, multique Artifices qui de machinis scripserunt, inter Antiquos Pappus, helicem multis docuerunt. De aliis demum helicis lineis, volutis & huiusmodi corollis antea opere singulari egit Archimedes. Cæterùm si hac helice soluatur hoc problema, vt certè facilius potest quàm βαρυλκῷ Heronis Alexandrini, quod refert Pappus, nec vlla aliarum quinque facultatum mechanicarum scilicet, nec axis in peritrochio, nec vecte, nec polyspasto, nec cuneo: dicenda fuerit quadragesimum inuentum Archimedis. Hoc enim inuento, quadragesimo datum pondus data potentia mouisse, scribunt antiqui.



Collect. Mathem. lib. 8 prop. 10.

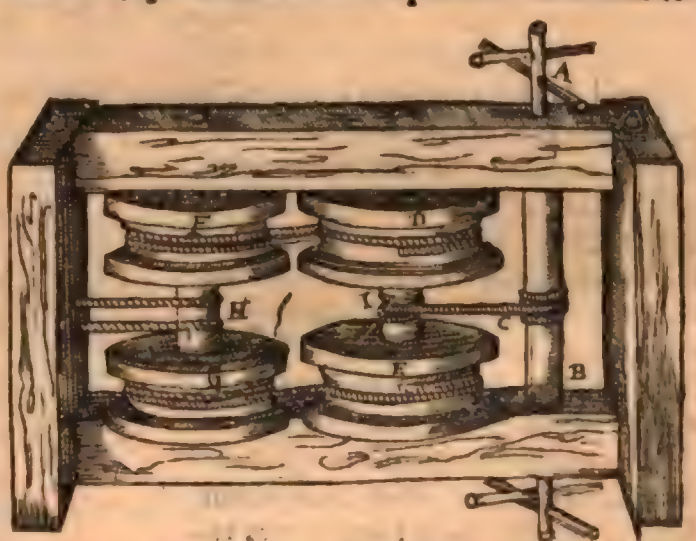
ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΤΡΙΣΠΑΣΤΟΥ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ

Ioannes Zetzes, Chilliad. 2. hiſtor. 35.

Ὅστις εἰργάσατο πολλὰς μηχανικὰς δυνάμεις,	Qui fabricatus eſt multas mechanicas vires.
Καὶ τῇ τειςπάστῳ μηχανῇ χειρὶ λαιᾷ καὶ μόνῃ,	Et Triſpato machina manu læua ſoláque,
Πεντημυριομέδιμνον καθεῖλκυσεν ὁλκάδα.	Septem & mille modiorum attrahebat pondus.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Triſpatum ſeu vt alij habent Triſpaſtum communiter Archimedi tribuitur, & vires habuiſſe maximas adſeuerant omnes cum authore hoc noſtro, qui Archimedem hac machina mille modios frumenti attraxiſſe vel extuliſſe ſola manu ſiniſtra & quidem leui opera, perhibet. Polyſpaſti quidem meminit Pappus, adpingitque & deſcribit, ſed ſolius Triſpaſti rationem non dedit, vt nec quilibet quem legerim antiquorum. Oribaſius tamen opere, quod conſcripſit de machinis medicis, Triſpaſtum citat & depingit medicis operationibus accommodatum, quod fuiſſe ait vel Apellidis vel Archimedis. Figuram autem hanc quam profert, vix cenſetur vllas vires habere. Nam cùm motus incipiat à Sucula A B. Scytalis A. mota, funiſque C. circa ipſam reuoluatur qui attrahit & deuoluit axem I., quo deinde tympani conuoluuntur D E. tum G. E. & tandem axis H. circa quem duo funes complicantur, quibus videtur adduci pondus: Nihil aut parum ſic fieri, rationes artis mechanicæ docent. Nam cùm diameter ſuculæ A B. minor ſit quam tympanorum D. E. vel G. F. vis mouentis minuitur ea ratione, qua axis primo mouens minor eſt moto, vt ars machinalis docet. Ea fortaſſe cauſa fuit, cur Ariſtion ſuccenſuit patri Paſicrati (qui primus inſtrumentum accommodauit chirurgicis adinuentionibus) vt ignoranti antiquam inſtrumenti ſtructuram. Verba aliqua Oribaſij placuit ex manuſcripto regio, addere, ex quibus non quidem antiquum Archimedis, ſed accommodatum medicis operationibus inſtrumentum detegatur. Multa quidem dicit, ſed hæc magis ad rem.



VERBA ORIBASII.

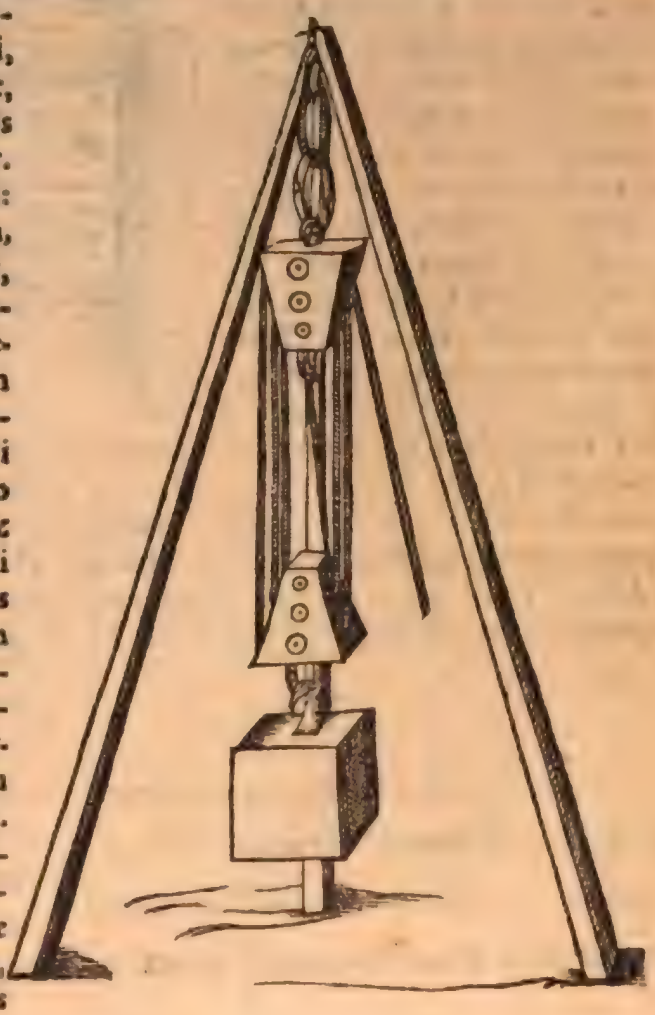
Ἀριςίων δὲ ὁ τοῦ Πασικράτους υἱὸς ὑπόντησε τῷ πατρὶ ἠγνοηκότι τὴν ἀρχαίαν τοῦ ὀργάνου κατασκευήν. ἐν γὰρ τῇ ἀρχαίᾳ φησὶν ὀργανοποιίᾳ, καὶ οὐ	Ariſtion vero filius Paſicratis modeſtè occurrit Patri, ignoranti antiquam inſtrumenti fabricam. In veteri enim (ait) organi ſtructura, non in cauita-

tes laterum mouebantur, sed in ansis affixis lateribus cauitates spirales habentibus; sicuti videre est in machinis ad hauriendas aquas accommodatis, quæ facillimè ex constitutione mouent; neque vero rotæ concauæ sunt, sed supereminentes. Cum igitur mortariolis circa ansas moueantur, & rotæ supereminent, mouentibus facillimè axibus, non impedientur, licet funis manu trahatur. Propterea enim Trispastum appellatur organum, quoniam tres aguntur funes: vnus quidem exterior, duo vero celati. Ista vero hucusque credibilia sunt.

κοιλότησι πλευρῶν ἐκινοῦντο οἱ ἄξονες, ἀλλὰ δὲ καὶ κνώδακας περιπλωμένους τοῖς πλευροῖς· κοιλότητας ἐχόντας ἑλικοειδεῖς, ὥσπερ ὅτι πάσασθαι τὸ τοιοῦτον γινόμενον ἐπὶ τῶν ὑδραγωγῶν ὀργάνων, διὰ τὸ καταστρέφειν ῥᾳδίως περιφερομένων· ἁδὲ μοχλοὶ οἱ ἔχοι κοῖλοί εἰσιν, ἀλλ' ὑπερέχοντες· ἐπείπερ ἂν ὀλμίσκοις δὲ κνώδακας κινῶνται, καὶ οἱ ἔχοι εἰσὶ μετέωροι, διὰ χερέσατα τῶν ἀξόνων κινουμένων, ἀνεμπόδιστοι ἔσονται· κἂν χρεία ἕλκηται ὁ κάλως. διὰ γὰ αὐτόπτου τοῦ Τρίσπαστον προσηγορεύθη τὸ ὄργανον. ὅτι τρεῖς εἰσιν οἱ συνεργοῦντες κάλοι εἷς μὲν φαίνεται δυὸ δὲ κρυπτοί. Ταῦτα μὲν ἐκ τούτου πεπιθανολόγηται.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Quod Aristion arguerit Patrem Pisicratem erroris in describendo Archimedis Trispasto quia axes rotarũ mortariolis infixerit excauatis in lateribus organi, nec ansas seu Cnodaces addiderit, quibus extremitatibus axium receptis faciliorem rotis motum præbuerit. non magnopere hinc æstimandus est: nec enim Cnodaces ad hoc officium, laudabiliores sunt quàm cauitates, quibus axium capita firmiùs & immutabilius retinentur, firque motus & rectior & ordinatior, cùm axes iisdem semper punctis adhæreant. Funes vero illi tres ex quibus nomen Trispasti ortum esse vult, sunt quidem in illo supra addito diagrammate primus & euidens C. I. Alij vero celati sunt illi qui primo complicati circa tympanos D. F. & E. G exeunt deinde in axem H. vt tãdem ipsis membra ægroti torqueantur. Celatos vocat eos seu interiores, quia in axẽ H. reuoluuntur circa ipsũ, quod veteri & licèt rudi manu exarata figura, clarissimè ostenditur. Quod autem triplex iste funis Trispastum formauerit, non potiùs tria virium instrumenti organa vt Cochleæ aut Trochleæ, non mihi persuadeo, censeoque Trispastum Archimedis



instrumentũ fuisse petitum ex Polyspasto, compositúmq; ex tribus Cochleis superioribus & tribus inferioribus, vt hoc schemate videre est, cuius vsus adeo frequens est, vt offerri solummodo sufficiat. Non est tamen credendum hoc solo instrumento, cuius vires definiuntur, tanta pondera attrahi aut efferri posse, quanta videtur innuere Zetzes. Etenim his tribus solis trochleis vires hominis sextuplicantur, hoc est, vnus homo effert aut attrahit tantum solus, quantùm sex homines absque instrumento: vt si communiter homo gerit aut mouet 200. libras, Trispasto gereret aut moueret 1200. quæ multum distant à pondere 7000. modiorum: quæ propterea si Trispasto essent efferenda, forent organo jungendæ trochleæ, quibus vires multiplicari possent, aut addenda Ergata cum Chelonis vel Helice seu Cochlea, vel aliquod simile instrumentum, quo Trispasti vis mirum in modum augeretur.

ΠΕΡΙ ΤΩΝ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΘΑΥΜΑΣΙΩΝ ΜΗΧΑΝΗΜΑΤΩΝ ΠΡΟΣ ΤΑ ΜΗΧΑΝΗΜΑΤΑ ΤΑ ΜΑΡΚΕΛΛΟΥ ΤΕ ΚΑΙ ΑΠΠΙΟΥ, ΕΠ ΤΗΣ ΤΩΝ ΣΥΡΑΚΟΣΙΩΝ ΠΟΛΙΟΡΚΙΑΣ.

DE ARCHIMEDIS INuentis aduersus omnes Marcelli & Appij machinas in obsidione Syracusarum.

VERBA POLYBII.

Ὁ δὲ θαυμασιώτατος αὐτὸς, (Ἀρχιμήδης) παρεσκευασμένος ὀργανα πρὸς ἅπαν ἐμβολὴς διάστημα, πρῶτον μὲν ἐπιπλέοντας τοῖς βυτονωτέροις καὶ μείζοσι λιθοβόλοις καὶ βέλεσι τιτρώσκων, εἰς ἀπορίαν ἐνέβαλε καὶ δυσχρησίαν. ὅτε δ' ἂν τῶν ὑπερτεινόντων γίνοιτο, τοῖς ἐλάττοσι κατὰ λόγον ἀεὶ πρὸς τὸ παρὸν διάστημα χρώμενος, εἰς τοιαύτην ἤγαγε διαπορίαν, ὥς τε καθόλου κωλύειν αὐτῶν τὴν ὁρμὴν καὶ τὴν ἐπιπλοῦν· ἕως ὁ Μάρκος δυσθυμούμενος, ἀναγκάσθη λάθρα νυκτὸς ἐπιποιήσασθαι τὴν ἀναγωγήν. γινομένων δὲ αὐτῶν ἐντὸς βέλους πρὸς τῇ γῇ, πάλιν ἑτέραν ἡτοιμάκει πρασκευὴν πρὸς τοὺς διαμαχομένους ἐκ τῶν πλοίων. ὡς ἀνδρομήκεις ὕψεις κατεπύκνωσε τρήμασι τὸ τεῖχος, ὡς παλαισταίοις τὸ μέγεθος κατὰ τὴν ἐντὸς ἐπιφάνειαν. οἷς τοξόται καὶ σκορπίδια πρασπήσας ἐντὸς τοῦ

Verùm vir ille (Archimedes) de quo antè diximus, tormentis ad quoduis interuallum mittendi tela præparatis, intentioribus quidem & maioribus quà balliſtis quà catapultis procul inuadentes Romanos vulnerans, eò difficultatum adigebat, vt quò se verterent, nescirent. vbi verò hæc tormenta vltra hostem tela mittere cœperunt, minoribus pro ratione præsentis interualli subinde vtens, vsque adeo Romanum confudit, vt impetum illius atque inuasionem penitus impediret. ad extremum M. Marcellus his difficultatibus circumuentus, clàm silentio noctis naues propius admouere est coactus. quæ postquam intra teli iactum terræ appropinquassent, alium rursus apparatum aduersus eos qui è nauibus dimicabant, idem vir præstruxerat. murum crebris cauis ad humanæ staturæ modum: sed quæ extrinsecus palmares essent, aperuit. ibi sagittariis ac scorpiunculis ab interiore

muri parte appositis, per istos petens hostem, inutiles nauium Romanarum epibatas reddebat. ex quo eueniebat, vt inimicos & procul positos & in proximo stantes, non solùm quicquam eorum exsequi vetaret quæ proposuerant, sed etiam plurimos illorum occideret. D Porrò vbi Sambucas conarentur erigere, tormenta per totum murum dispositerat, quæ reliquo tempore non apparebant: verùm quando opus erat ab interiore parte supra mœnia se attollebant, & longè vltra propugnacula vltimo suo rostro prominebant. Horum alia non minora decem pondo saxa gestabant: alia, plumbi libramenta. quando igitur appropinquabant Sambucæ, tum enimuero tormentorum istorum rostra fune E carchesio per machinam schasteriam circumacta prout postulabat vsus, saxum in fabricam demittebant. ita fiebat, vt non machina dumtaxat confringeretur, sed & nauis quoque ipsa & qui in ea essent, grauissimè periclitarentur. Erant rursus alia machinamenta, quæ in hostes inuadentes & pluteis munitos, atque eorum ope aduersus tela è muro missa tutos, trabes saxáque ita commensuratè librabant, vt dimicantes in prora fugere cogerent. Simul etiam manum ferream catenâ religatam demittebat, per quam is qui rostra machinarum velut nauis gubernacula regebat, vbi prehendisset proræ partem quæ prehendi commode poterat, machinæ calcem, (quæ erat pars altera eius intra mœnia) deorsum adducebat. postquam autem prorâ in altum sublatâ nauigium

πίχεως, καὶ βάλλων διὰ τούτων, ἀχρήστους ἐποίει τοὺς ἐπιβάτας. ἐξ οὗ καὶ μακρὰν ἀφεστῶτας, καὶ σωρεύοντας τοὺς πολεμίους, οὐ μόνον ἀπεῖργε τοῖς προκειμένοις χρῆσθαι πρὸς τὰς ἰδίας ἐπιβολὰς, ἀλλὰ καὶ διέφθειρε τοὺς πλείστους αὐτῶν. ὅτε γὰρ σαμβύκας ἐγχειρήσαιεν ἐξαίφνης ὄργανα πρὸς ὅλον τὸ τεῖχος ἡτοιμάκει, τὸ μὲν λοιπὸν χρόνον ἀφανῆ, καὶ ὃ τὸ χρείας καιρὸν εἶχε τῷ ἔσω μεροῦς ὑπὸ τὸ τείχους διῃρημένα καὶ προαναπίπτοντα πολὺ τῆς ἐπάλξεως τῆς κεφαλῆς. ὧν ἐνίοτε μὲν ἐβάστασε λίθους καὶ ἐλάττους δέκα ταλάντων· ἐνίοτε δὲ σηκώματα μολίβδινα. λοιπὸν, ὅτε σωεγγίζοιεν αἱ σαμβύκαι, τότε τὰ ἐλαχήματα κατὰ μηχανὴν πρὸς τὸ δίον αἱ κεφαλῆς διά τινος φασηλείας, ἀφίεσαν εἰς τὸ κατασκεύασμα τὸν λίθον. ἐξ οὗ συνέβαινε μὴ μόνον αὐτὸ συνθραύεσθαι τὸ ὄργανον, ἀλλὰ καὶ τὴν ναῦν, καὶ τοὺς ἐν αὐτῇ κινδυνεύειν ὀλοκλήρους. ἐνίοτε τῶν μηχανημάτων πάλιν ἐπὶ τοὺς ἐφορμοῦντας καὶ προβεβλημένους χέρρα, καὶ διὰ τούτων ἠσφαλισμένους πρὸς τὸ μηδὲν πάσχειν ὑπὸ τῶν διὰ τοῦ τείχους φερομένων βελῶν, ἀφίει μὲν καὶ λίθους συμμέτρους πρὸς τὸ φεύγειν ἐκ τῆς πρῴρας τοὺς ἀγωνιζομένους. ἅμα δὲ καὶ τὴν καλὴν χεῖρα σιδηρᾶν ἐξ ἁλύσεως δεδεμένην, ἣ δρεπανίσκος ὁ τὴν κεφαλὴν διακίζων ὅθεν ἐπιλάβοιτο τῆς πρῴρας, κατῆγε τὸν πῆχυν τῆς μηχανῆς ἐντὸς τοῦ τείχους. ὅτε δὲ κουφίζων τὴν πρῴραν ὀρθὸν ποιήσειε τὸ

σκάφος

σκάφῳ ἐπὶ πρύμναν, ἃς μὲν πρόρας τῶν ὀργάνων εἰς ἀκίνητον καθίσα· τὴν δὲ χεῖρα & τὸν ἄλυσιν σὺν τῇ μηχανῇ ἐξέφαινε διὰ λυσιτελείας. ἐφ' ᾧ γινομένῳ, τὰ μὲν τῶν πλοίων πλάγια κατέπιπτε, τὰ δὲ & κατεσείφετο· τὰ δὲ πλεῖστα τῶν πρόρας ἀφ' ὕψους ῥιφείσης βαπτιζόμενα, πλήρη θαλάττης ἐγίγνετο καὶ ταραχῆς. Μάρκος δὲ δυσχερανόμενος ἐπὶ τοῖς ἀπαντωμένοις ὑπ' Ἀρχιμήδους, & πρόφασιν μὴ βλάβης καὶ χλευασμοῦ τὸν σύνδον ἀποτειλομένους αὐτῷ ταῖς ἐπιβολαῖς, δυσχερῶς μὲν ἔφερε τὸ συμβαῖνον· ὅμως δὲ ἀποσκώπτων τὰς αὐτῷ πρόξεις ἔφη, τοὺς μὲν ναυσὶν αὐτῷ κωλύζειν ἐκ θαλάττης Ἀρχιμήδη· τοὺς δὲ σαμβύκας ῥαπτομένας, ὥσπερ σκαφίδας μετ' αἰσχύνης ἐκπεπωκέναι. καὶ τῆς μὲν κατὰ θάλατταν πολιορκίας τοιοῦτον ἀπέβη τὸ τέλος. Οἱ δὲ πρὸς τῷ Ἄπιον εἰς πρόπυλαίους ἐμπεσόντες δυσχερείας, ἀπέστησαν τῆς ἐπιβολῆς· ἐπὶ μὲν γὰρ ὄντες ἐν ἀποσκήματι, τοῖς τε πεζοβόλοις καὶ καταπέλταις τυπτόμενοι διεφθείροντο, διὰ τὸ θαυμάσιον εἶδος τῶν βελῶν κατασκευῆς, καὶ κατὰ τὸ πλῆθος, & κατὰ τὴν ἐνέργειαν· ὡς αὐ Ἱέρωνος μὲν χορηγοῦ γενομένου, ἀρχιτέκτονος δὲ & δημιουργοῦ τῶν ἐπινοημάτων Ἀρχιμήδους. συνειλίζοντές γε μὴν πρὸς τὴν πόλιν, οἱ μὲν τὰς διὰ τείχους ἔξοπσιν, ὡς ἐπάνω προεῖπον, κακούμενοι, συνεχῶς εἴργοντο τῆς προσόδου. οἱ δὲ μὴ τῶν χέρρων βιαζόμενοι, τὰς τῶν κατὰ κορυφὴν λίθων & δόκων ἐμβολαῖς διεφθεί-

in puppim erexerat, machinarum proras immotas reddebat: manum verò & catenam tunc ope schasterię è machina eximebat. quo facto, pars nauium in latus concidebat: pars in os vertebantur: pleræque prorâ ex alto deiectâ demersæ maris aqua pariter ac tumultu complebantur. Hisce Archimedis inuentis quum ad consilij inopiam redigeretur Marcellus, quúmque sua omnia incepta ab oppidanis eludi non absque damno suo & F opprobrio videret: etsi casum hunc iniquo animo ferebat: tamen facta propria subsannans, Archimedem dixit, nauibus suis ceu trullis aquam haurire: Sambucas verò suas colaphis percussas ceu fœdere excluſas cum ignominia è compotatione esse eiectas. Ac mari quidem tentatæ oppugnationis exitus hic fuit. sed & Appius quum in easdem difficultates incidisset, incepto destitit. cuius milites dum adhuc longius aberant, petrariis & catapultis icta concidebantur. erat namque telorum apparatus tam copia quàm vsu atque efficacia admirabilis: vt pote ad quem Rex Hiero sumptus præbuerat, industriam verò atque inuentionem Archimedes, operum illorum architectus G & opifex. vbi verò propius murum subibant Appij milites, alij è feneſtris muralibus de quibus antè dictum, continuis vulneribus acceptis, accessu prohibebantur: alij, qui pluteis tecti vi conabantur irrumpere, quà saxis quà trabibus rectà in caput immissis tru-

H cidabantur. afferebant & illæ è machinis manus de quibus antè diximus, damnum haut mediocre.

ροντο. [b] καὶ ὀλίγα δὴ ἐκ τῆς χερὸς τῆς ἐπὶ τῶν μηχανῶν ἐκακοποίουν, ὡς μὴ πολὺ δεινὸν εἶπα.

Σχολια in verba Polybij.

A ὁ δὲ συρακούσιος. Multi veterum scriptorum obsidionem Syracusarum à Marcello, scriptis retulerunt. Sed inter alios textum Polybij selegimus & hic adscripsimus, quia author fuit tempori proximus, natus nimirum 30. circiter pòst annis, nempe V. C. 569. itaut anno V. C. 606. quo Scipioni Africano comes adiunctus est transeunti in Africam aduersus Carthaginienses, esset circiter 37. annorum. Sic verò potuit ab iis qui obsidioni Syracusarũ adfuerãt, intellexisse quæcunque illic contigerant, eáque certissimè in scripta referre. Ea enim Polybius religione fuit in historia, vt nihil quàm quod viderit vel ab oculatis testibus acceperit, scripserit: ἐξ ὧν συμβαίνει (inquit) τοῖς μὲν αὐτὸς ὑμᾶς ἀξιοῖ πιστεύειν, τὰ δ' ἀφ' ἑτέρων ἱκανῶς ἀκηκοέναι· τὸ γὰρ ἀκριβῶς πάντα παραλαμβάνειν τοῖς χρόνοις, ὡς ἐγὼ κέκρικα, οὐκ ἐφ' ἡμῖν ἀσφαλῶς ἔχον ἐστὶ πρὸς ἅπαντας, οὐδὲ πρὸς ἁπάντων. Deinde cùm vixerit & charissimus adfuerit Scipioni, qui bellum ex Italia in Africam detulit aduersus Carthaginienses secundo bello Punico, mansit cum Scipione aliquot diebus in Sicilia dum omnia transitui necessaria præpararentur; ac interim potuit scisciari à Syracusanis ipsis quid Syracusis in obsidione acciderat. Remotiores itaque ab hoc seculo scriptores ea à Polybio didicerunt vt ipsi maior sit fides adhibenda quam illis.

lib. 4. fere initio.

B διὸ τοσοῦτος ἦν μείζων λιθοβόλος ἢ βέλη. Perpulerat Hiero Archimedem vt machinas instrueret ad quamlibet oppugnandi rationem (πρὸς πᾶσαν ἰδίαν πολιορκίαν) accommodatas, quibus vel ad propulsandum periculum, vel ad oppugnandas, vrbes, vteretur. Inter istas itaque machinas erant ἢ παιβόλα ἢ ἀγχέμαχα & ad quoduis interuallum mittendi tela præparatæ: itaut cum Romani consilium cœpissent inuadendi muros & cominùs subeundi, existimantes interuallum requiri Archimedi explicandis funibus machinarum, cùm iam propè essent & tenebrarum beneficio accessissent ad mœnia, inuenerunt instructa & accommodata ad omne interuallum tormenta, quæ tela breuiora quidem, sed dẽsiora, multáque & crebra vulnera inferrent, ὥστε καὶ τοὺς ἐπιόντας ἀφανῶς καὶ συμπίπτοντας πρὸς τὸ τεῖχος κωλύειν ἢ βάλλειν βέλεσι, &c. (inquit Plutarchus.) Quibus conuenientissimè Liuius ait. *In eas quæ procul erant naues saxa ingenti pondere emittebat: propiores leuioribus eóque magis crebris petebat telis.*

Plutarch.

lib. 4. ab V. C.

C ἐξ ὀξείας ἢ σκορπίδια. Sic Liuius. *Postremo vt sui vulnere intacti tela in hostem ingerent, murum ab imo ad summum crebris cubitalibus fere cauis apparuit: per quæ caua pars sagittis, pars scorpionibus modicis ex occulto petebant hostem.* Scorpionum istiusmodi meminit quoque Plutarchus. πολλὰ τὰ καὶ παντοῖα τραύματα οἱ σκορπίοι, βεβλήκοντα μὲν ἀστοχίᾳ δ' οὐδένα παρενείροντα, ἄνεσιν τοῖς πολεμίοις. Et certè quia crebris ictibus ferit, & subtilibus spiculis hoc militare instrumentum mortem infert, scorpionisque similitudinem refert, nomen sortitum est antiquitus: arcubalistam nunc interpretamur, cuius arcus hinc atque illinc chelarum similitudine præ se ferunt caudæ spiculum. Nostri pridem patres etiam vsi sunt his armis, & caua illa quæ Polybius & Liuius Archimedem referunt in muro aperuisse, vt scorpionibus emitterentur tela, apparent adhuc in antiquis ciuitatum mœnibus. Cæterum alia quoque Archimedes parauerat, quæ non ex muro irruerent, sed ex alto saxa ad omne interuallum, & ad perpendiculum in capita oppugnantium, dimitterent.

D ἐπὶ δὲ τὰς σαμβύκας ἐγχειρούντων. Sambuca erat antiquis genus machinæ militaris qua vrbes expugnabantur, & Romani potissimum ea vtebantur: sic dicta à dispositione funium & intensione vt vires suas exercet, quæ erat talis fere, qualis est chordarum in musico organo. σαμβύκη μὲν ὄνομα τῷ ὀργάνῳ δὲ ὁμοίως τοῖς ἐκ χάμαις τοῖς τριγωνίοις ὀργάνοις, inquit Plutarchus. Erat enim Sambuca propriè instrumentum musicum trigonum, quod ex neruis tum longitudine tum crassitie inæqualibus constabat, solebátque leuiori carminum generi adhiberi. Nam eius sonus erat acutus etiam teste Athenæo, qui quatuor tendi fidibus refert ex Ephorione, & vsitatum fuisse Parthis, & Troglodytis ἐφ' οἷς Μελίσσιος ἐξυφήγησε τῷ μυσικῷ ὀργάνῳ σαμβύκην (inquit) &c. Qui & paulò pòst innuit instrumentum quoque fuisse

Ptolomæus Harm.

lib 14. dipnos.

militare, cuius figuram & structuram Biton explicasset in libro de machinis ad Attalum: admoueri vero solitam aduersariorum mœnibus duabus Suculis (δυσὶ δίοσιν) & cùm erecta fuerit eius formam similem esse nauium scalis foras projectis & expansis: porro eius inuentorem fuisse Herachidem Tarentinum. Vegetius autem de Sambuca ait, in eius trabe quæ prope turrim statuitur, funes esse qui de superiore parte trochleis scalas laxent ad murum descensuras vt per eas bellatores egressi, turre transeant ad inuadenda mœnia. Non vero erat Sambuca naualis machina potiùs quam terrestris nec id Polybius censuit, vt putat in Athenæum Dalechampius, sed hac Marcellus vsus est è mari vrbem oppugnans cùm ponte nauium muro appropinquauit δυσὶ τοῖς διάγμασι ἐπὶ μηχανῆς (inquit Plutarc.) sicuti egisset de terra si illinc obsedisset.

τότε ἀναγόμενοι καρχησίῳ περὶ τὸν ἕνα τῶν τροχιλιῶν γαστείῳ. *Tunc circumacta antennæ Carchesio per quandam trochleam.* Aduersus machinas Marcelli, alia machinamenta parauerat Archimedes, quibus eludebat Romanorum conatus: Inter alia vero memoratur illud quod Liuius Tollenonem vocat, describitque his verbis: *In eas Tollenone super murum eminente, ferrea manu firmæ cathenæ illigata, cum iecta prora esset, grauique libramento plumbi recelleret ad solum suspensa prora nauim in puppim statuebat, dein remissa subito velut ex muro cadentem nauim cum ingenti trepidatione nautarum, ita vndæ affligebat vt etiamsi recta recederet, aliquantum aquæ acciperet.* Eodem fere sensu Plutarchus vult naues, cùm edita essent repentè ex muris antennarum cornua, partim graui impulsas supernè libramento fuisse depressas: partim ferrea manu vel rostro ad gruini modum (καὶ δὴ χειρὶ σιδηρᾶς ὑπερείσας ἀκροβόλιον μεγάλον, inquit,) cùm suspendissent ex prora in puppim statutas, tum demersas, aut attractas & in contrarias partes rotatas, præruptis deinde saxis quæ prominebant sub mœnibus cum ingenti classiariorum pernicie, elisas. Imo aliquoties nauim in sublime elatam visu horrendum: (θέαμα φοβερὸν ἦν) huc atque illuc reuolutam suspensámque donec dejectis nauticis atque confixis, muro inanis impingeret, vel remissa decideret. Hoc & Polybius noster adstruit, itaut qui verba eius notauerit facile machinam Archimedeam conjectauerit. Nec enim aliam figurã habuit quàm illa Architectoribus nostris vulgaris, huius antiquo nomine appellata. Et constitit duabus potissimùm partibus καρχησίῳ scilicet & μηχανῇ. Carchesium etenim sumitur pro præalta illa stipite, quæ perpẽdiculariter erecta altitudinem constituit Tollenonis, & in cuius apice transuersa agitur antenna rostrum gruis hinc inde tolutim & decussatim in gyrum infernè ac supernè delatum, referens: Et in anteriori quidem parte oblongas cathenas gerebat in formam ferreæ manus desinentes, quæ certis quibusdam cathenulis, artis schasteriæ ministerio, & exporrectionibus, ac firmis compressionibus nauigia & quæcunque machinamenta abripiebant & in altum efferebant, quantæcunque tandem fuissent molis: ope scilicet grauissimi libramenti ex plumbo, & ferro, alioue ingenti pondere, quo tanquam immani sacomate interiùs librabantur, & quò vellent Syracusij, exporrigebãtur. Hinc Liuius cõuenientissimè machinam hanc Tollenonem vocat à similitudine eius instrumenti, quo eodem nomine, authore Festo, hauritur aqua in alterã partem prægrauante pondere vt ancillulæ norunt & Olitores, Topiarijque, qui Tollenonũ haustibus cõtinuò irrigant. Cæterùm hic Polybius καρχησίῳ vtitur quamquam sit suprema mali pars: quia prominentem supra muros partem solam notat, cùm tamen & Pterna & Trachylus aliæ duæ mali partes, occultarentur ponè mœnia. Nec enim sine fortissimo malo, imò tignis & capreolis robustissimis innixo, tota machina & ingẽs antenna sustineri potuisset. Porro γαστεία vocabulum quo vsus est Polybius, designat & funes & trochleas, & denique organa quibus tam antenna, quam manus ferrea vel demittebatur vel laxabatur, vel intendebatur aut remittebatur secundum opus & intẽtionem artificis. Etiam significat artem qua tota opera stupendæ istiusmodi demersionis nauium & attritionis ad proximas rupes, dirigebatur.

Μάρκος δὲ διαχειμάζων. Mirum quàm valeat hostilis etiam apud hostem, virtus. Marcellus omnes conatus suos irritos sentiebat, & grauissime animo suo ferebat, nec tamen Archimedi succensebat: Sed eius potiùs diuinam artem miratus suis dicteris inimici gloriam prædicabat, nec impediebatur opprobrio suo, quin iocatus nunc diceret πρὸς μὲν ναυσὶν αὐτὸν κυκλίζειν ὡς διαλέβητα Ἀρχιμήδη, nunc vero πρὸς στρεβλοῦσαν χαπιζόμενον, ὥσπερ ὑπερόπλους μετὰ αἰχμῶν ἀκοντιστάς: nunc rursus ὑπανεμόπλατα πρὸς τὴν χωμετικὴν τῶν Βεληναίων πολιορκίαν. nunc adhuc, πρὸς μυδικὰς ἰκαπόλλεις ὑπερόπλους, πεσσοῖς βάλλων ἅμα βίλοις καὶ λίθοις. & tandem similia.

G τῆς π παρεμβολὰς ἐξ καταπέλτας τυπώμενοι διαφθείρειν. Non tantùm à partibus quibus Appius oppugnabat Petrobolis & catapultis ingentes lapides emittentibus vsus est Archimedes, sed etiam à quibus Marcellus. Scribit enim Plutarchus in Sambucam Marcelli lapidem excussum decem talentorum pondo, λίθον δεκατάλαντον inquit. Talentum vero apud antiquos Siculos fuit minarum 24. Mina vero superat libram 12. vnciarum, semiuncia seu 4. dragmis, itaut cum Mina æquualeat 100. dragmis, dragmæ vero octo vnciam constituant, sequatur talentum Atticum apud Siculos antiquitus, Romanarum librarum fuisse 25, lapidémque 10. talentorum appendisse 250 libras. Et hoc quidem fuerit minima talēti æstimatione: siquidem apud quosdam, & quidem tempore Plutarchi cuius verba referimus, talentum fuit, 120. librarum, Suida & Hesychio testibus, qua æstimatione λίθος δεκατάλαντος fuisset librarum 1200. & immissus ruinas horrendas excitasset.

Suidas in dictione Talentum.

H οὐκ ἐκεῖνα δὴ ἐγ τὰς χεῖρας. Non itaque Tolenones & manus ferreæ tantùm aduersus Marcellum, Marcellique naues vsui erant, sed etiam contra Appium, qui sicuti Marcellus propterea recedere ab vrbe, nec amplius vim experiri coactus est: adeo senex Syracusius arte sua potuit. Cæterùm ad has machinas mouendas & exercendas plurimo vsui fuere Barulca quæ memorantur his versibus, quos Suidas è Georgio Pisida Iambographo laudat:

Τὰς πέντε δυνάμεις Ἀρχιμήδης εἰς μίαν,
Ὁλκὴν σεσάφας, εἰς τὸ κιῶσαι μόλις
Τῶν δυσταχάλων ἐξοχὼν τὰ φορτία.

Cum quinque vires Archimedes vnicam
In machinam conferret, & sic ponderis
Immanis onera de loco vix truderet.

DE SPECVLIS VSTORIIS ARCHIMEDIS.

Hoc vtique modo aiunt, puto, Archimedem per comburentia specula hostium triremes incendisse. Succenditur verò facilè à comburente speculo, & lana & stuppa, & ellychnium, & ferula, & quidquid denique similiter est aridum & rarum. *Galenus περὶ κράσεων lib. 3.*

ΠΕΡΙ ΤΟΝ ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ πυρείων.

Οὕτω δήπως οἶμαι καὶ τὸν Ἀρχιμήδη φασὶ διὰ τῶν πυρείων ἐμπρῆσαι τὰς τῶν πολεμίων τριήρεις· ἀνάπτεται δ' ἐπίμονος ὑπὸ τῶν πυρείων καὶ ἐλαίου καὶ ῥητίνης καὶ θρυαλλὶς, καὶ ναρθὴξ καὶ πᾶν ὅτι ἂν ὁμοίως ἠ ξηρὸν καὶ χαῦνον.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Miror quid Thomæ Linacro librorum Galeni de temperaturis interpreti, in mẽtem induxerit vt πύρεια Galeni, pyritas lapides fuerit interpretatus, aut qua ratione putauerit, lapidibus flammam fortasse cõcipientibus, Archimedem in triremibus inimicorum Romanorum, tantos excitasse ignes, vt eas succenderit. Etenim pyritæ illi lapides flammis micant si atterantur, nec alioquin ignes emittunt: quod & Galenus subjungit ἐκάστου δὲ φλόγα ἐγ λίθου θρασείσθαι, ἐ μᾶλλον αὖ θείνης αὐτὸς δύνασθαι. Quis itaque in triremibus Romanorum Pyritas lapides attriuisset? aut quomodo attriti è muris Syracusanorum, tam longè flammas excussissent, & tanta abundantia vt in medio mari exussissent inimicas naues? Equidem multò conuenientius est per hujusmodi comburentia, intelligere vstoria specula, quibus Archimedes mediante sole ineuitabiles & inextinguibiles flammas excitasse refertur: Cui interpretationi & Galenus ipse adstipulatur, qui de domo quadam in Mysia Asiæ parte igne combusta, in eam à sole excitato, mediante fimo columbino & resina: media en im æstate, cùm sol plurimus incidisset accendit (inquit) tum resinam, tum ligna, primum tecti, à quo in totam deinde domum excurrit. His itaque cum statim subjungat quæ de hac inflammatione nauium Marcelli scripsit, quis negauerit eum loqui de igne à Sole excitato? An vero de comburen-

tibus ſpeculis aliquid Archimedes ediderit. Plutarchus videtur negare, cùm eum nihil de mechanicis ſcripſiſſe aſſerit: verum teſtatur Pappus librum edidiſſe περὶ ζυγῶν, quod ſi de libra ſcripſerit, in qua fundamentum habetur demonſtrationum omniũ mechanicarum, citaueritque idem Pappus ipſius quadrageſimum inuentum mechanicum, in quo dixerit, δέδεικται μοι καὶ τοῦτο ἐν τοῖς περὶ τῶν ζυγῶν· non dubitandum eſt quin Archimedes multa demonſtrauerit de modis conficiendorum organorum præcipuè militarium, quorum ſcientia virum principem maximè decet. Et certè ſunt qui vetuſtiſſimũ opus de ſpeculis comburentibus, quod ſub nomine cuiuſdam Gogauæ interpretis & illuſtratoris teritur manibus, Archimedi tribuant. Nam licet hic libellus nobis non ſit traditus ex ſermone Græco, ſed ex Arabico in Latinum conuerſus: deinde nominetur in prima propoſitione Apollonius, qui longis temporibus Archimede fuit poſterior, reſponderi poteſt, plurimos Græcorum libros primùm datos fuiſſe ab Arabibus, longè antequam Græce nobis loquerentur: Præterea nomen illud Apollonij fortaſſe ab interprete in demonſtrationem irrepſit, præter mentem antiqui Auctoris. Quidquid ſit nemini dubium eſſe poteſt Archimedem ſpecula vſtoria conſtruxiſſe, quibus naues Marcelli conſumeret: hoc etiam teſtatur noſter Zetzes qui ex priorum temporum fama proiectionem radiorum ad diſtantiam quanta eſt iactus arcus, ſic deſcribit.

Ὡς Μάρκελλος δ' ἀπέῤῥηξε βολὰς ἐκείνας τόξου,
Ἑξάγωνόν τι κάτοπτρον ἐτέκτηνε ὁ γέρων.
Ἀπὸ δ' ὀφθήματος συμμέτρου τοῦ κατόπτρου,
Μικρὰ τοιαῦτα κάτοπτρα θεὶς, τετραπλᾶ γωνίαις
Κινύμενα λέπισι τισὶ καὶ τισὶ γλαυμίοις
Μέσον ἐκεῖνο τέθεικεν ἀκτίνων τοῦ ἡλίου
Μεσημβρινῆς καὶ θερινῆς καὶ χειμερινοτάτης.
Ἀναχωνθέων δ' λοιπὸν εἰς τοῦτο τοῦ ἀκτίνων
Ἐξαφθὶς ἤρθη φοβερὸς πυρώδης ταῖς ὁλκάσι.
Καὶ ταύτας ἀπετέφρωσεν ἐκ μήκους τοξοβόλου.

Cum autem Marcellus remouiſſet illas ad iactum arcus.
Hexagonum aliquod ſpeculum fabricauit ſenex:
A diſtantia autem commenſurati ſpeculi
Parua talia ſpecilla cum poſuiſſet quadrupla angulis:
Quæ mouebantur laminis & quibuſdã ſculpturis,
Medium illud poſuit radiorum ſolis,
Auſtralis & æſtiualis & hiemalis:
Refractis deinceps in hoc radiis
Exarſio ſublata eſt formidabilis ignita nauibus,
Et has in cinerẽ redegit longitudine arcus iactus.

Hiſtor. 35 Chil. 2.

Hic quidem Zetzes plurima tangit quæ pertinent ad doctrinam ſpeculorum vſtoriorum, quæ non poſſunt explicari paucis verbis. Propterea in commodius otium remittenda ſunt, cum aliis plurimis quæ ratione horum operum exoticorum Archimedis afferri potuiſſent, niſi abſoluiſſe vrgeremur.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΠΝΕΥΜΑΤΙΚΩΝ ΤΙ ΚΑΙ ὑΔΡΟΣΚΟΠΙΚΩΝ.

DE MACHINIS ARCHIMEDIS AËRE & AQUA MOVENTIBUS.

IOANNIS ZETZIS VERSVS.

πολυμηχανῶ, ταῖς ὑδροσκοπικαῖς τε
Καὶ τοῦτο ὃ τῶ γέροντος τῶν βίβλων Ἀρχιμήδους.

ſpiritalem aquarúmque ſpecimina
Idque ex ſenis libris Archimedis.

Chili. 2. Hyſt. 35.

ΣΧΟΛΙΟΝ.

Notat hic apertiſſimè & Pneumatica Archimedis & hydroſcopica: imò de iis libros edidiſſe, nec tantum organa conſtruxiſſe Archimedem, diſertis verbis dicit. Quò rurſus videntur recidere quæ Pappus ſcripſit Archimedem πνευματικῶν τι καὶ ὑδροσκοπικῶν cauſas ac rationes cognouiſſe. Vbi enim dixit, antiquos vocaſſe eos mechanicos, qui admirationem parerent; alij quidem per ſpiritus artem exercentes, qualis fuit Hero cuius

Proœmio lib. 8. collect. mathem.

Digitized by Google

adhuc pneumatica habemus; alij per neruos & funes animatorum motus imitantes, ſicuti rurſus Hero αὐτοματοποιητικὰ καὶ ζωϊκά; alij per ea quæ in aqua veherentur, vti Archimedes ἐκκυκλίους vel horologiis per aquam conſtructis, quemadmodum idem Hero ὑδρίους; alij per confectiones ſphærarum à quibus imago cœli conſtrueretur per æqualem & circularem aquæ motum: ſubiungit deinde ex quorundam dictis: horum omnium cauſas & rationes cognouiſſe Syracuſanum Archimedem: refertque ex Gemino Mathematico, ipſum ſolum illis temporibus varia & natura & intelligentia vſum eſſe ad omnia perſcrutanda. Exemplar artis ſuæ in his pneumaticis & hydroſcopicis Archimedes demonſtrauit in hydraulico illo tam celebri cuius mentionem fecit Tertullianus. *Spectata*, (inquit) *portentoſiſſimam Archimedis munificentiam, organum hydraulicum dico, tot membra, tot partes, tot compagines, tot itinera vocum, tot compendia ſonorũ, tot commercia modorũ, tot acies tibiarum, & vna moles erant omnia.* Hoc ſpecimine artis vtitur presbiter hic Carthaginenſis, vt vnitatẽ animæ demõſtret, facultatéſque oſtendat ipſius quidẽ varias aſſignari, pro diuerſitate operationũ, quas incluſus in nobis ſpiritus exerit, nec tamen partes eſſe, ſed vnius eſſentiæ alias atque alias potentias: ſicuti, licet ſint in Archimedeo hydraulico multi ſoni, variíque modi, vna tamen fit ars, vnuſque ſpiritus qui *illic de tormento aquæ anhelans* commercia illa ſonorum educit foras; mediantibus diuerſis organis, & aliis atque aliis partibus quę operi deſeruiunt: ita ſunt in nobis actiones quinque ſenſuũ, imo motoriæ, cogitatoriæ, intellectiuæ, quibus omnibus & ſi certa ſingulis domicilia in corpore determinata ſint, non idcirco hæc quoque diſtributio animæ ſectio eſt. Cæterùm Pneumatica & hydraulica conjungimus cùm vix alia ab aliis ſeparentur, & pauca ſint organa quæ ex aëre & ſpiritu motus vllos, ſonum aut cantum habeant quæ aqua ſimul non vtantur: vt vice verſa nulla ſint aquarum ſpecimina, quæ aère & cantu non expleantur. Hoc experimur magnificis illis pneumaticis & hydraulicis, quæ HENRICVS MAGNVS nunquam ſatis laudatus extruxit in ſuperba illa ſcala (cui ſimile ædificium non nouit ſuprema ætas) qua pro foribus ſumptuoſſimarum ædium inferiorum S. Germani Layenſis aſpectu quidẽ ſtupendo, arte mira & ſumptibus verè regiis, ad amœniſſimos placidiſſimóſque hortos, alios penſiles, alios verò æquè libratos, qui ſecus littus Sequanæ ſunt, deſcenſus eſt. Caueis enim gradus & aulæa ſuſtinentibus tot organa, totque machinæ μηχανικὰς καὶ ὑδροτεκτονικὰς motus, pugnas, ſonos, cantus incluſo ſpiritu & aqua agitante edunt, tantámque vndarum copiam fiſtulis apertis promunt, vt opus eſſe dicas vel Archimedis vel Cteſibij, qui etiam huiuſmodi artificiis claruit.

Tertul. lib. de Anima.

Plinius lib. 7. cap. 27.

ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ ΠΕΡΙ ΤΗΣ ΣΦΑΙΡΟΠΟΙΙΑΣ.

ARCHIMEDIS DE COMPOSITIONE SPHÆRÆ MATERIALIS.

Verſus Claudiani Poëtæ.

Iura poli rerúmque fidem, legéſque Deorum,
Ecce Syracuſius tranſtulit arte ſenex.
Incluſus variis famulatur ſpiritus aſtris,
Et viuum certis motibus vrget opus.
Percurrit proprium mentitus ſignifer annum.
Et ſimulata nouo Cynthia menſe redit.
Iámque ſuum volues audax induſtria Mundum,
Gaudet, & humana Sidera mente regit.

Inter Epigrammata.

Digitized by Google

ΣΧΟΛΙΟΝ.

De sphærico instrumento quo Archimedes efformauit molem cœlestem, cœlorúmque motus, multa iam diximus in vita Authoris. Equidem artificium operis requireret iustum volumen, adeo vis ingenij in eo primum inueniendo, tum disponendo & suis partibus partiúmque rationibus cõcinnandis eluceſcit. Hoc Archimedes ediderat, sed periit, nec quisquam deinde alius damnum resarciit, licet Posidonius eundem laborem insumpserit, cuius etiã operæ monumenta perdidimus. Cæterùm hæc literaria naufragia, eò leuiora censentur, quò certius est non deesse qui conatus illos obsecundent & motus sphærarum omnium superiorum astrorúmque configurationes instrumentis per se mobilibus & automatis adumbrent, imò forsitan accuratioribus periodis definiant, cùm nobis iam cœlum meliùs quàm antiquis innotescat, & multa rimati sint posteriores Astronomi & animaduerterint, quæ clàm prioribus fuerant. Absit tamen quicquam veteribus detrahamus, qui nos primi in illas Deorum sedes deduxerũt, astra tueri confirmarunt, & semitas beatarum mentium docuerunt, licet deinde quasdam nondum illis peruias detexerimus, sed illis primis Authoribus pari quam discipulis gloria. Cæterùm vt de libris Archimedis quid sentiendum sit dicamus, & interim susceptum hunc laborem concludamus, refert Pappus ex Carpo Antiochensi, Archimedem Syracusanum vnum duntaxat librum mechanicum composuisse de sphæropoeia: de aliis vero sibi scribendum non existimasse: quamuis apud multos ob mechanicam facultatem summo in honore semper fuerit, & admirabilis magno quodam ingenio habitus sit, sed de iis quæ præcipuè Geometricam Arithmeticámque contemplationem continent, diligenter conscripsisse, adeóque harum scientiarum amore inflammatum fuisse, vt nihil extrinsecus in eas introducendum statuerit. Cæterùm alij Authores, imò ipse Pappus alios Archimedis libros de re Mechanica agnoscunt, præter hunc de Sphæropoeia, ut notauimus antea. Verùm scripserit, necne: certissimum est in mechanicis maximam vt in speculatiuis consequutum esse gloriam, quam nulla vnquam deletura est obliuio.

Cicero lib. 2. de Nat. Deorum.

Præmio lib. 7.

Ἡ δὲ δόξα τῷ θεῷ εἰς αἰῶνας τῶν αἰώνων.

Digitized by Google